

REPUBLIQUE DU SENEGAL



Ecole Polytechnique de THIES

PROJET DE FIN D'ETUDES

GC. 0229

En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur de conception en génie civil

**TITRE:** Analyse Dynamique de Structures  
Cas de sollicitation sismique  
d'un bâtiment de grande hauteur

**AUTEUR:** Joseph M. R. CORREA

**DIRECTEUR:** Jean Pierre RADULESCU

Juin 89.

A ma famille  
mes amis  
mes professeurs ...

## **REMERCIEMENTS**

J'ai l'honneur de remercier très sincèrement toutes les personnes qui auront contribué à la réalisation de ce projet de fin d'études ; en particulier :

- Monsieur Jean-Pierre RADULESCU, professeur de structures à l'EPT et Directeur du Projet.

- Messieurs les Professeurs de l'EPT , qui ont su m'inculquer les prérequis à la réalisation du projet.

Qu'ils trouvent ici l'expression de toute ma gratitude.

Joseph CORREA

## SOMMAIRE

Ce projet a pour objet la conception d'un logiciel pour la réalisation d'une étude sismique préliminaire de bâtiments de grande hauteur , appelés **shear buildings** dans la terminologie américaine.

Le modèle utilisé prévoit des masses concentrées aux différents planchers avec une rigidité supposée infinie des dalles et une rigidité globale pour chaque niveau. Un programme principal - **PASCE** (Pré-Analyse Sismique de Cadre Etagé)- permet :

- une analyse modale : il calcule les fréquences et les formes propres de vibration , les facteurs de participation modales et de distribution de l'accélération , ainsi que divers autres paramètres liés aux modes de vibration.

- une analyse transitoire : il donne la réponse en déplacement du shear building sous un accélérogramme donné .Le calcul est réalisé par calcul de l'intégrale de Duhamel suivant la méthode des trapèzes.

- une analyse spectrale directe : il donne les valeurs maximales probables évaluées suivant la formule de Merchant - Hudson des déplacements , vitesses et accélérations aux noeuds ainsi que celles des forces d'inertie et du cisaillement à la base.

Par ailleurs un second programme -**SPECTRA**- réalise une génération de spectres de réponse à partir d'un accélérogramme .

## TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS .....	1
SOMMAIRE .....	11
TABLE DES MATIERES .....	iii
LISTE DES SYMBOLES ET ABBREVIATIONS .....	iv
INTRODUCTION .....	1
 <b>PREMIERE PARTIE : GENERALITES</b>	
 I- LES SEISMES .....	 3
II- MODELISATION EN DYNAMIQUE DES STRUCTURES .....	7
 <b>DEUXIEME PARTIE : ELEMENTS THEORIQUES</b>	
 III- SYSTEMES A UN DEGRES DE LIBERTE DYNAMIQUE .....	 16
IV- SYSTEMES A PLUSIEURS DEGRES DE LIBERTE DYNAMIQUES ..	24
 <b>TROISIEME PARTIE : PRESENTATION ET TEST DES PROGRAMMES</b>	
 V- LE PROGRAMME P.A.S.C.E.....	 36
VI-LE PROGRAMME SPECTRA .....	51
 <b>CONCLUSION</b> .....	 <b>53</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b> .....	<b>56</b>
<b>ANNEXES</b> : Dérivation des équations d'éléments finis	
Test manuel du programme P.A.S.C.E.	
Résultat-test du programme SPECTRA	
Listing de P.A.S.C.E.	
Listing de SPECTRA	

## LISTE DES SYMBOLES ET ABBREVIATIONS

<b>DLD</b>	: Degré de Liberté Dynamique
<b>m</b>	: masse ponctuelle
<b>k</b>	: rigidité
<b>c</b>	: coefficient d'amortissement
<b>F</b>	: force
<b>x</b>	: déplacement
<b>v</b>	: vitesse
<b>a</b>	: accélération
<b>w</b>	: pulsation du système oscillant
<b><math>\ddot{u}</math></b>	: accélération en coordonnées généralisées
<b><math>\dot{u}</math></b>	: vitesse en coordonnées généralisées
<b>u</b>	: déplacement en coordonnées généralisées
<b><math>\mu</math></b>	: ratio d'amortissement
<b>[M]</b>	: matrice des masses
<b>[C]</b>	: matrice d'amortissement
<b>[K]</b>	: matrice de rigidité
<b>SD</b>	: Déplacement Spectral
<b>SV</b>	: Vitesse Spectrale
<b>SA</b>	: Accélération Spectrale
<b><math>\phi</math></b>	: relatif aux modes de vibration
<b>CIS</b>	: force de cisaillement
<b><math>\ddot{u}_0</math></b>	: accélération sismique

## LISTE DES FIGURES

Accélérogramme El Centro , Californie 1940 .....	6
Système à 1 DLD en translation .....	9
Système à 1 DLD en rotation .....	9
Système à plusieurs degrés de liberté .....	10
Equilibre d'un système à 1 DLD .....	11
Equilibre d'un système à plusieurs DLD .....	12
Système à 1 DLD sous seisme .....	17
Cadre étagé à plusieurs DLD .....	25
Modes de vibration .....	27
Modèle du programme P.A.S.C.E. ....	39
Bâtiment à noyau central , test P.A.S.C.E. ....	45
Modes de vibration , test P.A.S.C.E. ....	48
Analyse transitoire par P.A.S.C.E. ....	50

## INTRODUCTION

Les constructions courantes de génie civil sont généralement dimensionnées pour résister à leur propre poids et à des surcharges fixes i.e. à base d'une analyse statique; les charges variables dans le temps et/ou dans l'espace étant prises en compte par une charge statique équivalente avec éventuellement un coefficient de sécurité ou un coefficient d'impact élevé. L'expérience montre en effet que les charges dynamiques courantes ont une contribution faible par rapport aux charges statiques en terme de contraintes et déformations ; ainsi la réduction du problème dynamique à un cas statique peut être pleinement satisfaisant.

Aujourd'hui cependant ,des structures élaborées de génie civil existent , qui sont soumises à des charges dynamiques de grande amplitude et de grande variabilité :explosion dans une centrale nucléaire , trafic lourd intensif sur un pont de grande portée , effet du vent sur les bâtiments de grande hauteur etc. Une prise en compte précise de ces sollicitations est alors nécessaire pour le design de ces ouvrages, ce qui est l'objet d'une analyse dynamique.

Parmi les charges dynamiques les plus importantes et les plus dangereuses par l'étendue des dégâts causés se trouvent les seismes. Ils font l'objet de ce projet qui a pour but une étude

préliminaire du comportement de bâtiments de grande hauteur sous une accélération quelconque du sol de fondation .

Dans une première partie nous nous intéressons sommairement au phénomène sismique -origine et caractérisation - ; par la suite nous donnons quelques principes de modélisation en dynamique des structures , avant de faire une étude des systèmes dits à un degré de liberté dynamique en préalable à celle des systèmes dits à plusieurs degré de liberté dynamique. Les programmes sont ensuite présentés et les résultats de leur test donnés ; enfin des conclusions sont tirées sur les méthodes de calcul utilisées et la validité du modèle.

## **CHAPITRE 1 : LES SEISMES**

## I- LES SEISMES

En novembre dernier un important seisme survenu en Arménie soviétique causait la mort de 100.000 personnes et détruisait la ville de Spartak. Par ailleurs on estime que 20.000 personnes ont péri annuellement de par le monde à la suite de seismes durant ce dernier siècle...

Ces derniers représentent ainsi des dangers naturels très importants qui subjuguent par leur soudaineté et leurs effets relativement localisés et graves. La nécessité de lutter protéger l'humanité contre ces fléaux a conduit à la naissance du Génie Parasismique qui est aujourd'hui l'un des plus gros moteurs de la recherche en génie civil , avec près de 80% des projets qui s'inscrivent dans ce cadre ou qui y ont trait [réf.3].

### ---- ORIGINE ET MANIFESTATION ----

Dans la grande majorité des cas , les seismes s'expliquent par l'activité des couches constitutives du globe terrestre telles que définies par la théorie de la tectonique des plaques . Les plaques de la lithosphère flottant sur la couche visqueuse dite asténosphère subissent des déformations lentes suite à des variations de température ou à leur mouvements relatifs.

Il existe alors des zones de concentration de contraintes et la rupture finit par se produire en un point intérieur dit foyer ou hypocentre du seisme. Il y a par la suite un report saccadé des

contraintes de rupture qui se propagent. Cela correspond à la libération de l'énergie de déformation qui se transmet sous forme d'ondes sismiques jusqu'à la surface ou par coulissage il se forme une faille , qui en permet la dissipation complète .

#### ---- CARACTERISATION DES SEISMES ----

On localise un seisme à partir de la latitude et de la longitude du point situé à la verticale du foyer dit **épicentre** , et de la profondeur du foyer .

On caractérise la sévérité du seisme par son **intensité** et/ou sa **magnitude** .

L'intensité est liée aux effets ressentis en un lieu . L'échelle la plus utilisée est celle de Mercalli modifiée .

La magnitude a été définie par **Charles F. Richter** en 1935 comme le logarithme décimal de l'amplitude maximale du déplacement enregistré par un sismographe Wood-Anderson placé à 100 Km de l'épicentre:

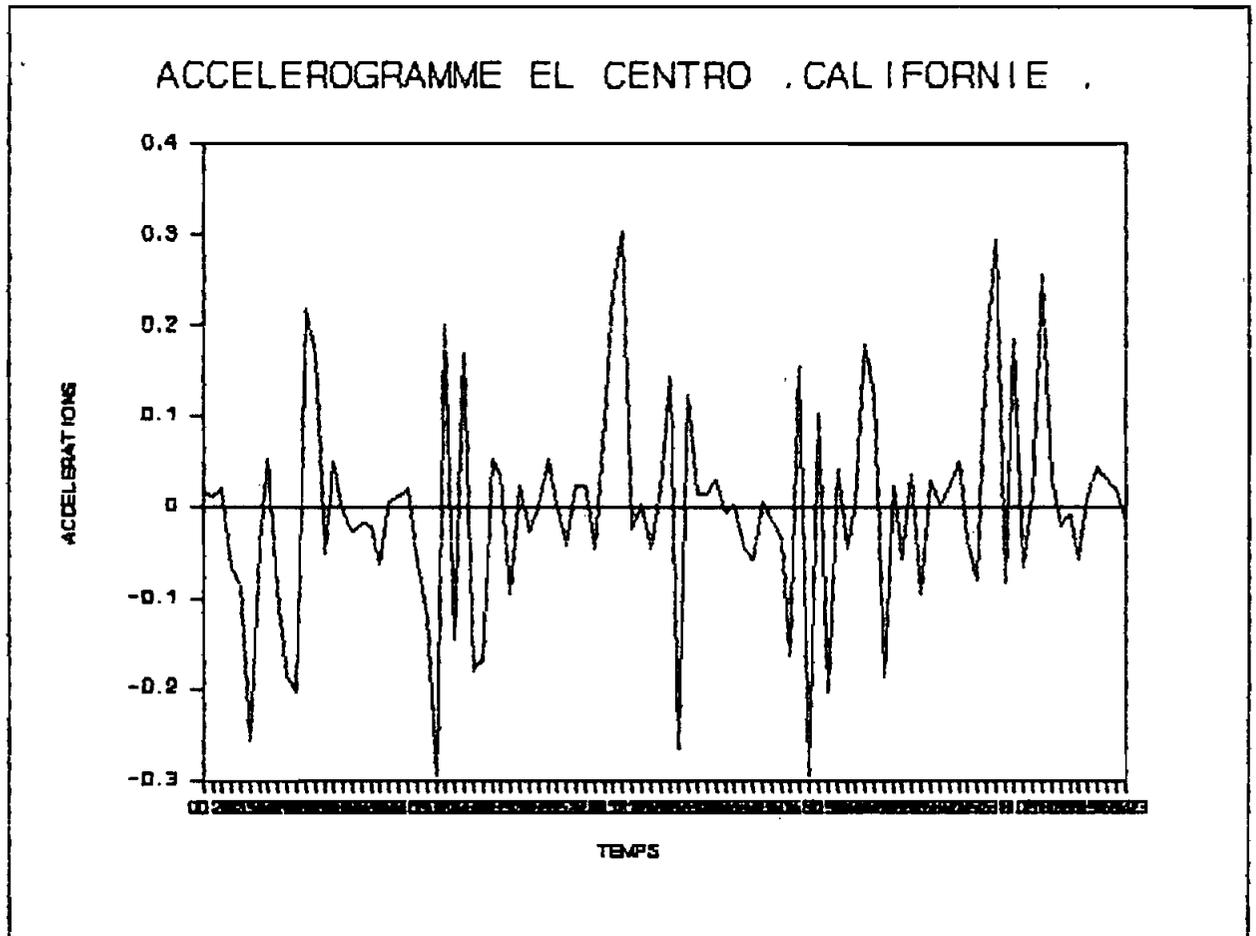
$$M = \log A \quad , A \text{ en micromètres}$$

Aujourd'hui on utilise plusieurs des variantes de cette définition.

Des formules empiriques ont été proposées pour lier l'énergie libérée à la magnitude; de **Gutenberg et Richter** (1956) on a :

$$\log E = 11.8 + 1.5M \quad , E \text{ en ergs}$$

Les seismes se caractérisent également par des représentations graphiques. L'accélérogramme donne l'accélération instantanée du sol en fonction du temps (fig.1.1).



Le spectre de Fourier est la mesure de l'énergie totale du système non amorti , évalué à la fin du seisme .Enfin on utilise également les spectres de réponse dont nous aurons à parler par la suite.

## **CHAPITRE 2 : MODELISATION EN DYNAMIQUE DES STRUCTURES**

## **II- MODELISATION EN DYNAMIQUE DES STRUCTURES**

**Un système dynamique revêt trois caractéristiques essentielles:**

- **inertielle:** créée par l'existence d'une masse distribuée dont le mouvement génère des forces d'inertie.
- **dissipative:** consiste en la capacité d'amortissement du mouvement par dissipation de l'énergie reçue.
- **élastique:** générée par les propriétés de déformation suivant les sollicitations.

Les systèmes dynamiques les plus simples peuvent être modélisés en assemblant une masse  $m$  et un élément élastique de rigidité  $k$ .

L'amortissement interne peut être supposé proportionnel à la vitesse de déformation suivant le modèle de Newton, ce qui conduit à définir une constante d'amortissement  $c$ . Si la masse  $m$  ne se meut que dans une seule direction on a un système à un **Degré de Liberté Dynamique ( DLD)**.

Par exemple: -Pour une vibration en translation : figure 2.1 .

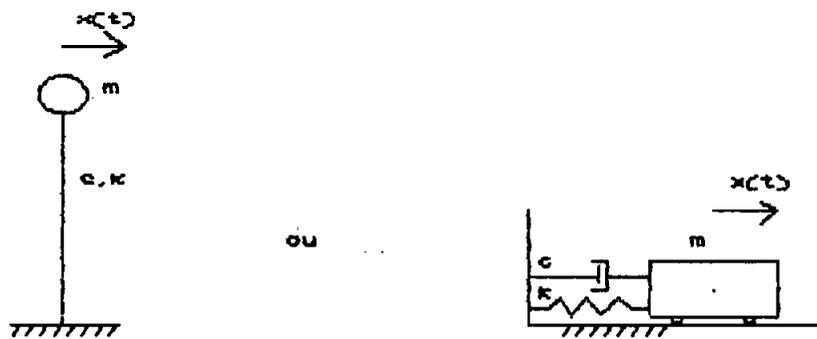


Fig 2.1 : systemes a 1 degre de liberte dynamique  
- translation -

-Pour une vibration en rotation : figure 2.2 .

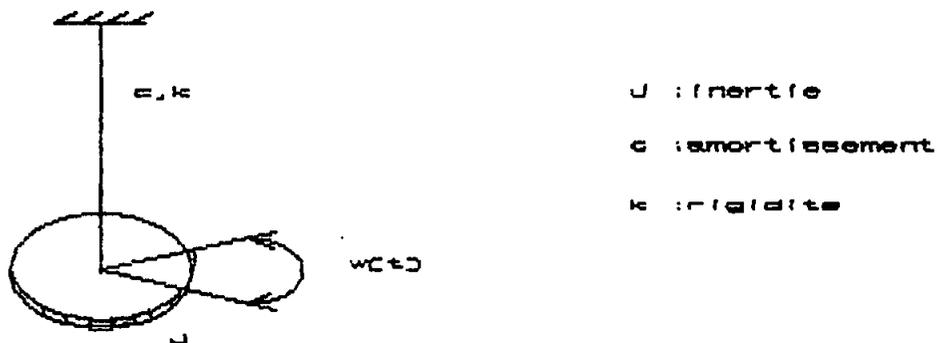


Fig 2.2 : systemes a un degre de liberte dynamique  
rotation

Dans le cas général on discrétise la masse distribuée en un nombre fini de masses ponctuelles pouvant se mouvoir dans une à six directions de l'espace. On a alors un système à plusieurs DLD que nous appellerons système à n DLD (figure 2.3)

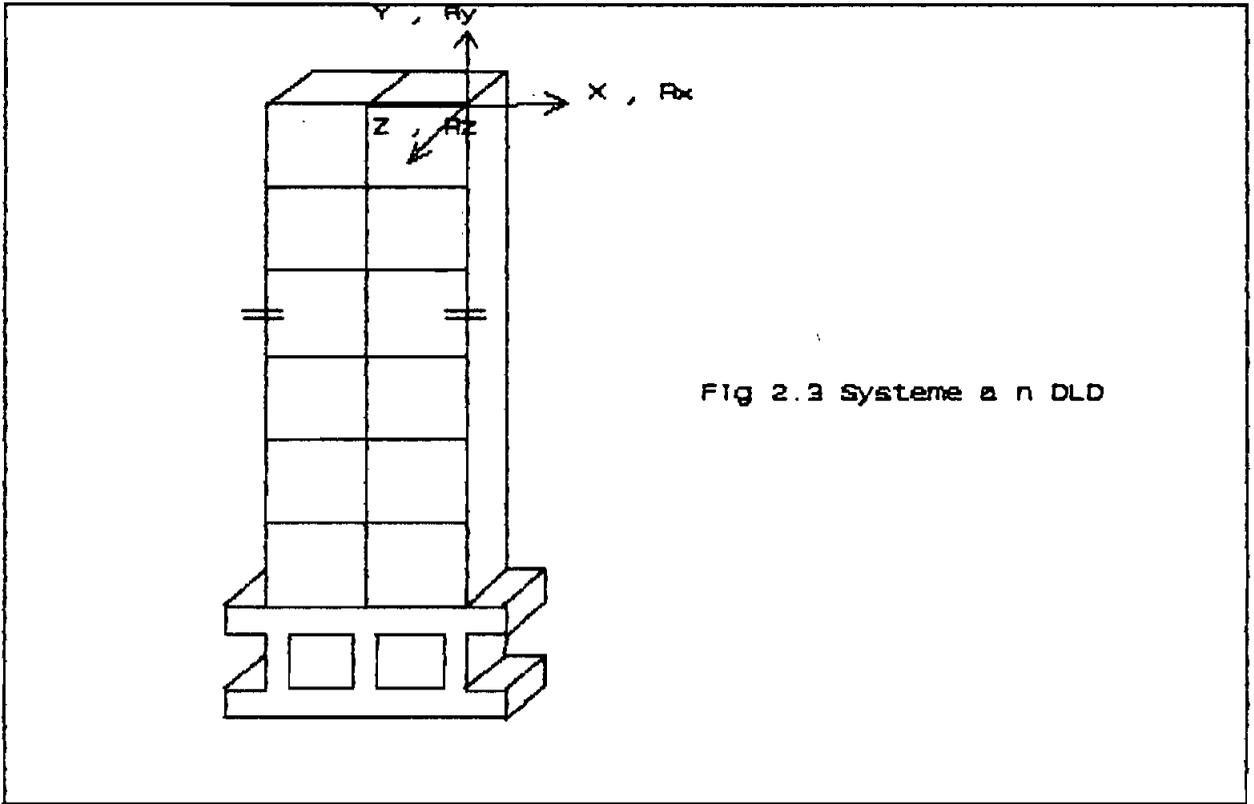


FIG 2.3 Systeme a n DLD

--- EQUILIBRE D'UN SYSTEME A UN DLD ---

Considérons le système à un DLD de la figure 2.1 auquel s'applique une force  $F(t)$ :

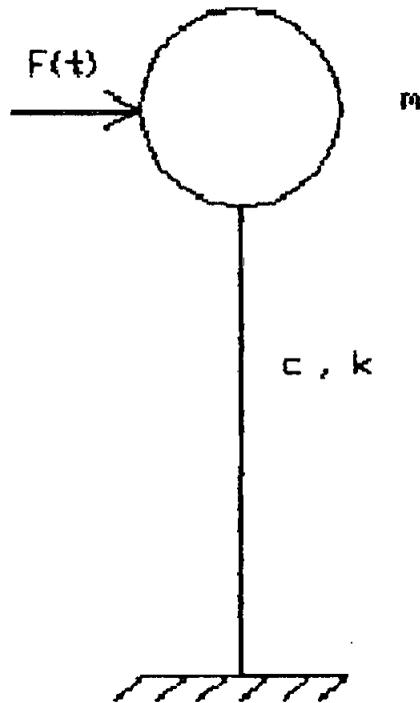


Fig 2.3

Les forces en équilibre sont, dans la direction du mouvement de  $m$ :

- force d'inertie :  $ma(t)$
- force d'amortissement :  $mv(t)$
- force de rappel élastique :  $kx(t)$

l'équation d'équilibre s'écrit alors :

$$2.1 \quad ma(t) + cv(t) + kx(t) = F(t)$$

--- EQUILIBRE D'UN SYSTEME A N DLD ---

Un cadre étagé à n niveaux peut être modélisé ,si l'on fait l'hypothèse que les dalles sont de rigidité infinie, comme un système à n DLD : figure 2.4.

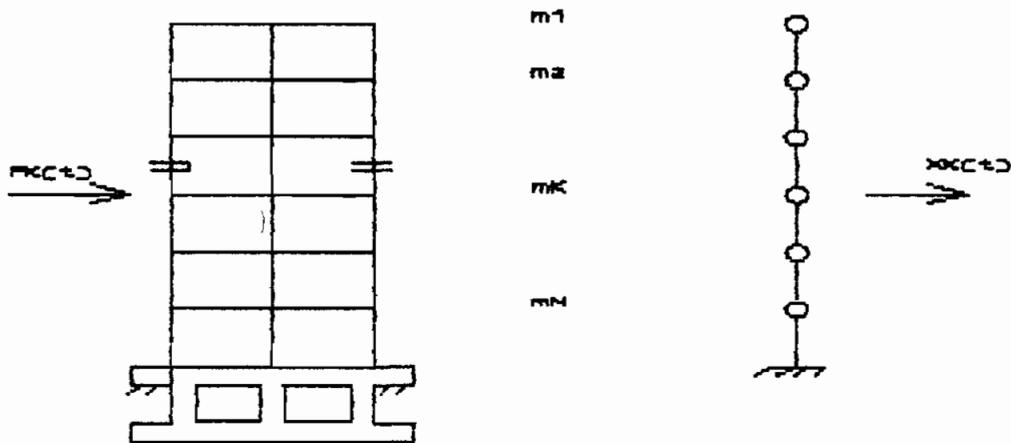


FIG 2.4 : Cadre étage à N degrés de liberté dynamique

Dans le cas général il existe une interférence dans le mouvement des différentes masses ponctuelles  $m_k$  i.e. une influence mutuelle entre les forces d'inertie , d' amortissement et de rappel élastique mesuré suivant chaque DLD. Ceci se traduit par la définition des coefficients d'influence suivants:

- $m_{jk}$  : force d'inertie générée suivant le DLD j  
lorsqu'une accélération unitaire est crée  
suivant le DLD k.
- $c_{jk}$  : force d'amortissement générée suivant le DLD j  
lorsqu'une vitesse unitaire est crée suivant  
le DLD K.
- $k_{jk}$  : force de rappel élastique générée suivant j  
lorsqu'une déformation unitaire est crée  
suivant k

On exprime alors l'équation d'équilibre du système en  
appliquant les principes de proportionnalité et de superposition.  
Ainsi suivant le DLD k on peut écrire :

$$2.1 \quad F_k^i(t) = m_{k1} a_1(t) + \dots + m_{kn} a_n(t) \quad (\text{inertie})$$

$$2.2 \quad F_k^a(t) = c_{k1} v_1(t) + \dots + c_{kn} v_n(t) \quad (\text{amortissement})$$

$$2.3 \quad F_k^e(t) = k_{k1} x_1(t) + \dots + k_{kn} x_n(t) \quad (\text{rappel})$$

L'équilibre instantané de la masse m est donc donnée par :

$$2.4 \quad m_{k1} x_1(t) + \dots + m_{kn} a_n(t) \quad (\text{inertie})$$

+

$$c_{k1} v_1(t) + \dots + c_{kn} v_n(t) \quad (\text{amortissement})$$

+

$$k_{k1} x_1(t) + \dots + k_{kn} x_n(t) \quad (\text{rappel élastique}) =$$

$$F_k(t)$$

L'équilibre général du système se traduit ainsi en une équation

matricielle en généralisant 2.4 à tous les DLD :

$$\begin{aligned}
 2.5 \quad & \begin{bmatrix} m_{11} & \dots & m_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ m_{n1} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1(t) \\ \dots \\ a_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \\ \dots \\ v_n(t) \end{bmatrix} \\
 & + \\
 & \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ \dots \\ F_n(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

NB:une dérivation générale de cette équation par la méthode des éléments finis est donnée en annexe.

On écrit 2.5 sous la forme condensée suivante :

$$2.6 \quad [M]\{a(t)\} + [c]\{v(t)\} + [k]\{x(t)\} = \{F(t)\}$$

où on nomme par analogie à 2.1

- [M] = matrice des masses
- [C] = matrice d'amortissement
- [K] = matrice de rigidité

Ces matrices ont des propriétés intéressantes dont nous parlons ci-après .

### - Matrice des masses

Les coefficients  $m_{kk}$  sont nécessairement non nuls ; les coefficients  $m_{jk}$  ( $j \neq k$ ) peuvent être considérés généralement nuls ou non. Lorsque pour tout  $j \neq k$  on a  $m_{jk}$  non identiquement nul, on réalise un couplage inertiel.

Dans le cas contraire i.e. si on considère que pour tout  $j \neq k$ ,  $m_{jk}$  est identiquement nul on réalise un découplage inertiel en ce sens qu'il n'existe pas d'influence mutuelle entre les forces d'inertie générées suivant les différents DLD. La matrice est alors diagonale .

### - Matrices d'amortissement et de rigidité

On montre, par le théorème de réciprocité de Maxwell-Betti que ces matrices sont symétriques; par ailleurs elles sont définies positives.

Dans le cadre de ce projet portant sur l'étude du comportement de bâtiment de grande hauteur (shear building ) nous adoptons les caractéristiques suivantes :

- système dynamique élastique linéaire
- Découplage inertiel.

Dans ce qui suit nous nous intéressons aux systèmes à un DLD du type de la figure 2.1, en préalable à l'étude des systèmes à n DLD du type de la figure 2.3.

### **CHAPITRE 3 : SYSTEMES A UN DEGRES DE LIBERTE DYNAMIQUE**

### III - SYSTEMES A UN DLD

Considérons le système à un DLD de la figure 3.1 qui est sollicité par une accélération sismique .

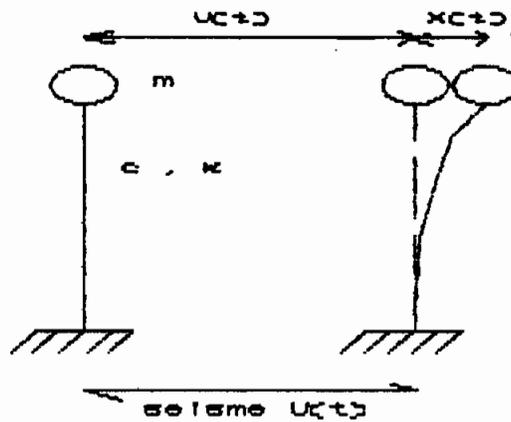


FIG 3.1 : Systeme à 1 DLD sous seisme

Equation d'équilibre instantané :

$$3.1 \quad m[\ddot{u}_0(t) + a(t)] + c\dot{v}(t) + kx(t) = 0$$

ou

$$3.2 \quad ma(t) + c\dot{v}(t) + kx(t) = -m[\ddot{u}_0(t)]$$

Ainsi le seisme équivaut à l'application d'une force inertielle

$$3.2bis \quad F(t) = -m[\ddot{u}_0(t)]$$

En divisant par  $m$  et posant

$$3.3 \quad c/m = 2\beta \quad ; \quad k/m = \omega^2 \quad ,$$

on a l'équation générale du mouvement relatif de  $m$

$$3.4 \quad a(t) + 2\beta\dot{v}(t) + \omega^2 x(t) = -\ddot{u}_0(t)$$

Considérons l'équation homogène de 3.4; elle correspond à la vibration libre du système :

$$3.5 \quad a(t) + 2Bv(t) + w^2x(t) = 0$$

son équation caractéristique est

$$3.6 \quad r^2 + 2Br + w^2 = 0$$

de racines

$$3.7 \quad r_{1,2} = -B \pm \sqrt{B^2 - w^2}$$

Nous distinguerons trois cas suivant que le radicande dans 3.7 est nul, positif ou négatif .

1er cas :  $B^2 - w^2 = 0$

Alors  $B = w$  i.e  $c = 2\sqrt{km} = c_{cr}$

$c_{cr}$  est le coefficient d'amortissement critique du système oscillant . On appelle ratio d'amortissement le rapport

$$3.8 \quad \mu = c/c_{cr} = B/w$$

En amortissement critique on a donc  $\mu = 1$

2ème cas :  $B^2 - w^2 > 0$

Alors  $B > w$  i.e  $\mu > 1$  ;

l'amortissement est dit supracritique ; ce n'est pas le cas général des structures d'ingénierie.

3ème cas :  $B^2 - w^2 < 0$

Alors  $B < w$  i.e.  $\mu < 1$  ;

C'est le cas général, avec souvent  $\mu \leq 0.20$ . L'amortissement est dit infracritique. On a des racines complexes conjuguées :

$$3.9 \quad r_{1,2} = -\beta \pm j\sqrt{\beta^2 - \omega^2} \quad \text{avec } j^2 = -1$$

La solution est de forme

$$3.10 \quad x(t) = A \exp(-\beta t) \sin(\omega^* t + \Phi)$$

avec la notation

$$3.11 \quad \omega^* = \sqrt{\beta^2 - \omega^2} = \omega \sqrt{1 - \mu^2}$$

$\omega^*$  est la pulsation propre du système oscillant amorti. La fréquence et la période de vibration sont :

$$3.12 \quad f^* = \frac{2\pi\omega\sqrt{1-\mu^2}}{2\pi} = \omega\sqrt{1-\mu^2}$$

$$3.13 \quad T^* = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{1-\mu^2}}$$

### --- REPONSE INSTANTANEE DU SYSTEME UN DLD ---

Déterminons la solution  $x(t)$  de 3.2 .

Avec la relation  $\beta = \mu\omega$  issue de 3.8 , 3.2 s'écrit :

$$3.14 \quad a(t) + 2\mu\omega v(t) + \omega^2 x(t) = -\ddot{u}_0(t)$$

L'équation opérationnelle est par la transformée de Laplace :

$$3.15 \quad X(s)(s^2 + 2\mu\omega s + \omega^2) - (s + 2\mu\omega)x(0) - v(0) = F(s)$$

où on note :

$$3.16 \quad L[x(t)] = X(s) = \int \text{Exp}(-st)x(t)dt$$

$$3.17 \quad L[-\ddot{u}_0(t)] = F(s) = -\int \text{Exp}(-st)\ddot{u}_0(t)dt$$

En supposant des conditions initiales nulles i.e.  $x(0) = 0$  et  $v(0)=0$ , 3.15 devient :

$$3.18 \quad X(s) = F(s)/(s^2 + 2\mu ws + w^2)$$

on a pour fonction de transfert :

$$3.19 \quad H(s) = X(s)/F(s) = 1/(s^2 + 2\mu ws + w^2)$$

ou sous une forme commune

$$3.20 \quad H(s) = (1/w^*) * w^*/[(s+\mu w)^2 + w^{*2}]$$

Nous référant aux tables de transformées inverses de Laplace on peut écrire :

$$3.21 \quad h(t) = L^{-1}[H(s)] = 1/w * \text{Exp}(-\mu wt) * \sin(w^*t)$$

Appliquons le théorème de Borel sur les transformées de Laplace:

$$3.22 \quad h(t) = L^{-1}[X(s)] = L^{-1}[H(s)*F(s)] = L^{-1}\{H(s)\} * L^{-1}\{F(s)\}$$

où \* est le signe de la convolution , on a:

$$3.23 \quad x(t) = \int -\ddot{u}_0(\tau) * h(t-\tau) d\tau$$

i.e.

$$3.24 \quad x(t) = 1/w^* \int -\ddot{u}_0(\tau) \text{Exp}[-\mu w(t-\tau)] \text{Sin}w^*(t-\tau) d\tau$$

C'est la réponse instantanée en déplacement du système .

Par dérivations successives on trouve l'expression de la vitesse relative et de l'accélération instantanées:

$$3.25 \quad v(t) = \int -U_0(\tau) \text{Exp}[-\mu w(t-\tau)] [-\text{Cos} w^*(t-\tau) + \mu^* \text{Sin} w^*(t-\tau)] dt$$

$$3.26 \quad a(t) = w^* \int -U_0(\tau) \text{Exp}[-\mu w(t-\tau)] [(1-\mu^{*2}) \text{Sin} w^*(t-\tau) + 2\mu^* \text{Cos} w^*(t-\tau)] dt$$

où on note :

$$3.27 \quad \mu^* = \mu / \sqrt{1-\mu^2}$$

L'énergie totale instantanée du système est

$$3.28 \quad E_T(t) = \frac{1}{2} kx(t)^2 + \frac{1}{2} mv(t)^2$$

ce qu'on peut écrire

$$3.29 \quad \sqrt{(2E_T(t)/m)} = [w^2 x(t)^2 + v(t)^2]^{1/2}$$

#### --- REPONSE MAXIMALE DU SYSTEME ---

Les valeurs maximales du déplacement ,de la vitesse et de l'accélération sont dites **valeurs spectrales** ;elles se définissent par:

$$3.30 \quad \text{Déplacement Spectral} \quad : \quad SD = |x(t)|_{\max}$$

$$3.31 \quad \text{Vitesse Spectrale} \quad : \quad SV = |v(t)|_{\max}$$

$$3.32 \quad \text{Accélération Spectrale} \quad : \quad SA = |a(t)|_{\max}$$

En faisant l'hypothèse que  $\mu$  est faible ,on peut,dans les relations 3.24 à 3.26 ,admettre que  $w^* \approx w$  ,  $\mu^* \approx \mu$ ; en négligeant

certaines termes ; on a alors des expressions approchées des valeurs spectrales dites valeurs pseudo-spectrales :

$$3.33 \quad SD = \left| \frac{1}{w} \int -\ddot{u}(\tau) \exp[-\mu w(t-\tau)] \sin w(t-\tau) d\tau \right|_{\max}$$

$$3.34 \quad SV = \left| \int -\ddot{u}(\tau) \exp[-\mu w(t-\tau)] \sin w(t-\tau) d\tau \right|_{\max}$$

$$3.35 \quad SA = \left| w \int -\ddot{u}(\tau) \exp[-\mu w(t-\tau)] \sin w(t-\tau) d\tau \right|_{\max}$$

On en déduit la relation suivante :

$$3.36 \quad SA + wSV + w^2SD$$

La force sismique maximale est donnée par

$$3.37 \quad F_{\max} = mSA = kSD$$

L'énergie totale maximale est

$$3.38 \quad E_{T\max} = \frac{1}{2} k SD^2 = \frac{1}{2} m SV^2$$

### --- SPECTRES DE REPONSE ---

La représentation des valeurs spectrales en fonction de la période propre du système à un DLD, pour une ou plusieurs valeurs d'amortissement est appelée spectre de réponse du seisme. Elle caractérise celui-ci du point de vue sévérité. Il existe différents

modes de représentations parmi lesquels le spectre tripartite logarithmique ou spectre trilog. Il s'agit d'une représentation synthétique donnant le déplacement spectral ,la vitesse et l'accélération spectrales et mettant en évidence l'amplification du mouvement du terrain par le système à un DLD. Sa construction est baséee sur la relation 3.36 dont on tire :

$$3.39 \quad \log SD = \log SV - \log W$$

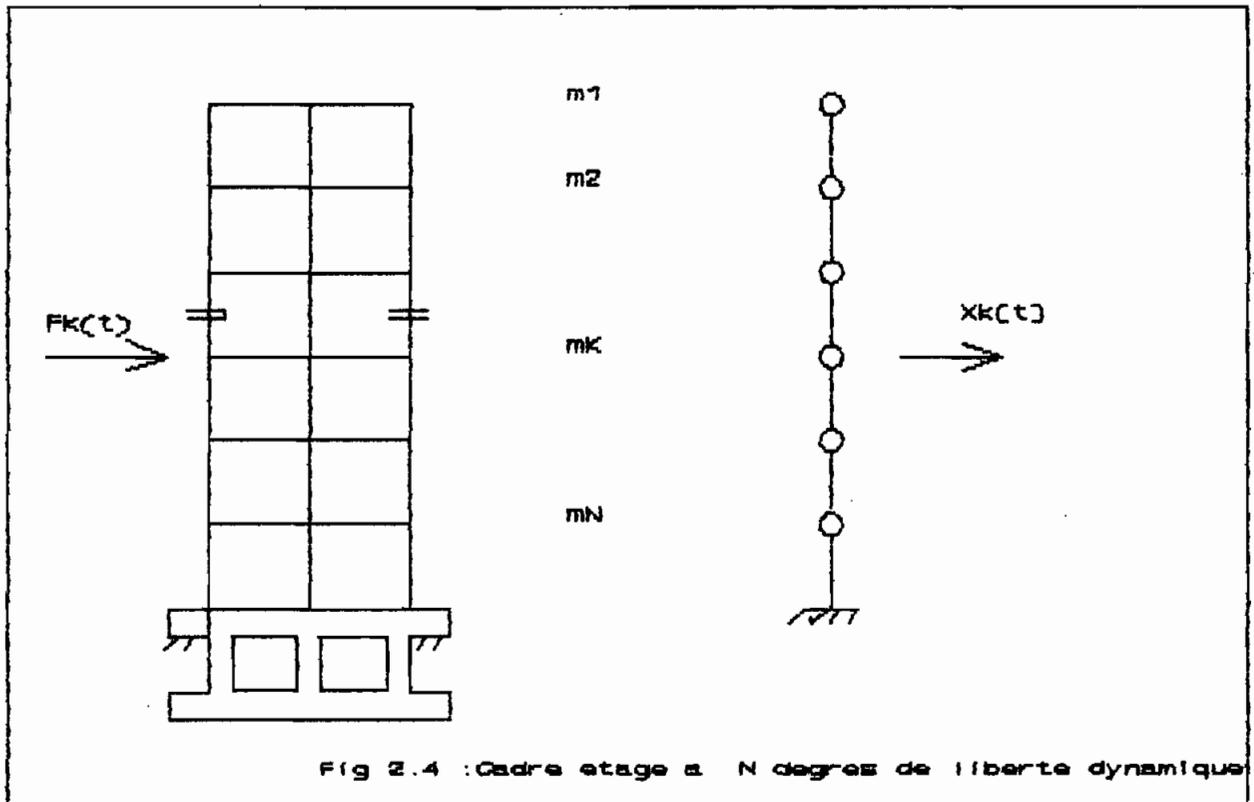
$$3.40 \quad \log SA = \log SV + \log W$$

Un exemple de spectre tripartite logarithmique peut être trouvé en annexe ; il s'agit du résultat du test du programme SPECTRA.

## **CHAPITRE 4 : SYSTEMES A PLUSIEURS DEGRES DE LIBERTE DYNAMIQUES**

#### IV - SYSTEMES A PLUSIEURS D.D.D

Considérons la figure 4.1 ci-dessous.



L'équation générale de la dynamique de ce système est donnée par la relation 2.6 qui est reproduite ci-dessous :

$$4.1 \quad [M]\{a(t)\} + [C]\{v(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{F(t)\}$$

Dans le cas d'un mouvement libre non amorti 4.1 devient :

$$4.2 \quad [M]\{a(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{0\}$$

Le traitement de cette équation constitue l'analyse modale.

--- ANALYSE MODALE ---

Notons  $D$  la matrice de flexibilité du système ; on a alors en prémultipliant 4.2 par  $[D]$  :

$$4.3 \quad [D][M]\{a(t)\} + \{x(t)\} = \{0\}$$

C'est un système d'équations différentielles ordinaires d'ordre 2 à coefficients constants. Par analogie avec le cas de vibration libre d'un système à un DLD supposons un vecteur déplacement de forme harmonique i.e. :

$$4.4 \quad \{x(t)\} = \{A\}\sin(\omega t + \phi)$$

$$4.5 \quad \{a(t)\} = -\omega^2 \{A\}\sin(\omega t + \phi)$$

$\{A\}$  est le vecteur d'amplitude.

En introduisant 4.4 et 4.5 et en notant  $[I]$  le vecteur unité d'ordre  $n$  4.3 devient

$$4.5 \quad (\omega^2 [D][M] - [I])\{A\} = \{0\}$$

ou , avec  $\delta = 1 / \omega^2$

$$4.6 \quad ([D][M] - \delta [I])\{A\} = \{0\}$$

L'équation 4.6 a une solution triviale  $\{A\} = \{0\}$  .Cependant la condition de vibration effective du système exige des solutions non nulles ; ce qu'on peut déterminer en posant :

$$4.7 \quad |[D][M] - \delta [I]| = 0$$

La relation 4.7 est une équation algébrique d'ordre  $n$  en  $\delta$ . On a donc  $n$  valeurs  $w=1/\delta$  qui sont les valeurs propres de la matrice  $[D][M]$  appelée **matrice dynamique** du système.

Les  $w_i$  sont les pulsations propres du système oscillant; les périodes et fréquences propres de vibration sont :

$$4.8 \quad f_i = 2\pi w_i$$

$$4.9 \quad T_i = 2\pi/w_i$$

Pour chaque pulsation propre on a une équation du type 4.7

$$4.10 \quad ([D][M] - \delta[I])\{A\}_i = \{0\}$$

L'ensemble des solutions de 4.11 diffèrent d'un multiplicateur i.e. si  $\{A\}_i$  est solution,  $\alpha\{A\}_i$  l'est également avec  $\alpha$  quelconque. Cependant la forme décrite par l'ensemble des vecteurs d'amplitude est constante. Ils décrivent la  $i$ .ème forme de vibration du système. Ce concept est illustré par la figure ci-dessous tirée de la référence 1.

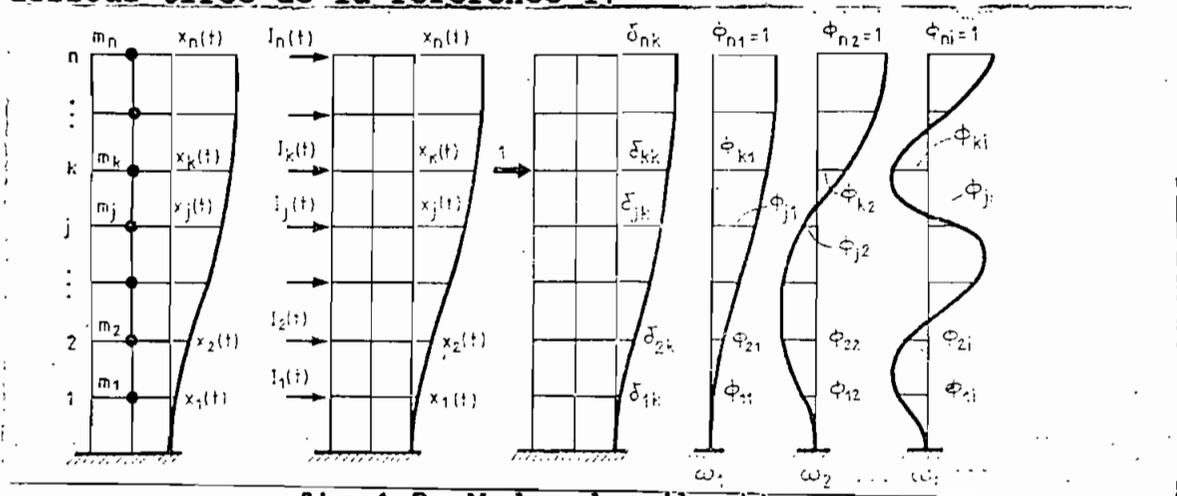


fig 4.2 : Modes de vibration

Les formes propres de vibration du système étant constantes ,on les représente par un vecteur propre adimensionnel dit normalisé. Une méthode de normalisation parmi d'autre est donnée par la relation 4.11  $\{\phi\}_i = (1/\max |A_k|)\{A\}_i$

On appelle **matrice modale** du système la matrice des vecteurs propres normalisés :

$$4.14 \quad [\Phi] = [ \{\phi\}_1 \dots \{\phi\}_n ]$$

Les vecteurs propres présentent des propriétés intéressantes dites d'orthogonalité que nous déduisons ci-après.

Prémultiplions 4.7 par  $-[K]$  et normalisons le vecteur  $\{A\}$ ; il vient:

$$4.15 \quad ([K] - w^2 [M])\{\phi\} = \{0\}$$

Considérons deux modes de vibration distincts  $i$  et  $j$  ; on a pour  $i$  :

$$4.16 \quad w_i^2 [M]\{\phi\}_i = [K]\{\phi\}_i$$

donc:

$$4.17 \quad w_i^2 ([M]\{\phi\}_i)^T = ([K]\{\phi\}_i)^T$$

i.e.

$$4.18 \quad w_i^2 \{\phi\}_i^T [M] = \{\phi\}_i^T [K]$$

$[M]$  et  $[K]$  étant symétriques.

on a également pour  $j$  , analoguement à 4.16 :

$$4.19 \quad w_j^2 [M]\{\phi\}_j = [K]\{\phi\}_j$$

Prémultiplions 4.19 par  $\{\phi\}_i^T$  et postmultiplions 4.18 par  $\{\phi\}_j$  ;

il vient :

$$4.20 \quad w_j^2 \{\phi\}_i [M] \{\phi\}_j = \{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_j$$

$$4.21 \quad w_i^2 \{\phi\}_i [M] \{\phi\}_j = \{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_j$$

Or par hypothèse  $w_i \neq w_j$ ; donc :

$$4.22 \quad \{\phi\}_i^T [M] \{\phi\}_j = 0 \quad (i \neq j)$$

d'où:

$$4.23 \quad \{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_j = 0 \quad (i \neq j)$$

On montre également que :

$$4.24 \quad \{\phi\}_i^T [C] \{\phi\}_j = 0 \quad (i \neq j)$$

Ces relations dites d'orthogonalité par rapport aux matrices  $[M]$ ,  $[K]$  et  $[C]$  permettent de travailler exclusivement avec des matrices diagonales .

On nomme :

$$4.25 \quad \text{Matrice Masse Modale} \quad [\phi]^T [M] [\phi] = [M^*]$$

$$4.26 \quad \text{Matrice Rigidité Modale} \quad [\phi]^T [K] [\phi] = [K^*]$$

$$4.27 \quad \text{Matrice Amortissement Modal} \quad [\phi]^T [C] [\phi] = [C^*]$$

On note enfin que la matrice contenant les carrés des pulsations en diagonale est dite matrice spectrale :

$$4.28 \quad \text{Matrice Spectrale} : [\Omega] = [\omega_i^2]$$

Avec cette définition on peut généraliser 4.15 par

$$4.29 \quad [K] [\phi] = [M] [\phi] [\Omega]$$

--- DETERMINATION DE LA REPOSE INSTANTANEE ---

--- PAR LA METHODE DE SUPERPOSITION MODALE ---

La méthode de superposition modale pour la détermination de la réponse instantanée du système à n DLD vise à exprimer son équilibre via n équations indépendantes et découplées i.e. dans lesquelles interviennent exclusivement les caractéristiques dynamiques propre à un mode de vibration.

Le principe de superposition modale est que le déplacement mesuré suivant le kième DLD est la somme des contributions de chaque mode, ce qu'on note :

$$4.30 \quad x_k(t) = \sum x_{k,i}(t) \quad (k = 1 \dots n)$$

où i indique le mode de vibration .

Le découplage des équations s'effectue par la transformation linéaire suivante :

$$4.31 \quad x_{k,i}(t) = \phi_{k,i} u_i(t)$$

i.e

$$4.32 \quad x_k(t) = u_1(t)\phi_{k,1} + \dots + u_n(t)\phi_{k,n}$$

et

$$4.33 \quad \{x(t)\} = u_1(t)\{\phi\}_1 + \dots + u_n(t)\{\phi\}_n$$

Les termes  $u_i(t)$  sont dites coordonnées modales ,principales, normales ou généralisées du système en vibration.

On a également , de 4.43 :

$$4.34 \quad \{\dot{u}(t)\} = \dot{u}_1(t)\{\phi\}_1 + \dots + \dot{u}_n(t)\{\phi\}_n$$

$$4.35 \quad \{u(t)\} = u_1(t)\{\phi\}_1 + \dots + u_n(t)\{\phi\}_n$$

Les relations 4.33 à 4.35 peuvent s'écrire :

$$4.36 \quad \{x(t)\} = [\phi]\{u(t)\}$$

$$4.37 \quad \{v(t)\} = [\phi]\{\dot{u}(t)\}$$

$$4.38 \quad \{a(t)\} = [\phi]\{\ddot{u}(t)\}$$

En introduisant les relations 4.36 à 4.38 dans 4.1 il vient pour équation d'équilibre instantané :

$$4.39 \quad [M][\phi]\{\ddot{u}(t)\} + [C][\phi]\{\dot{u}(t)\} + [K][\phi]\{u(t)\} = \{F(t)\}$$

Prémultipliant par  $[\phi]^T$  et en tenant compte des relations 4.25 à 4.27 on a :

$$4.40 \quad [M^*]\{\ddot{u}(t)\} + [C^*]\{\dot{u}(t)\} + [K^*]\{u(t)\} = [\phi]^T t \{F(t)\}$$

Par analogie avec le système à 1 DLD les forces d'inerties créées peuvent s'écrire :

$$4.40 \quad \{F(t)\} = \{-m_1 \ddot{u}(t)\} = -[M]\{1\}\ddot{u}_0(t)$$

où  $\{1\}$  est le vecteur colonne unité.

Nous noterons  $[\phi]^T [M]\{1\} = \{P^*\}$  ; 4.40 s'écrit alors :

$$4.41 \quad [M^*]\{\ddot{u}(t)\} + [C^*]\{\dot{u}(t)\} + [K^*]\{u(t)\} = -\{P^*\}\ddot{u}_0(t)$$

Modélisons l'amortissement par analogie avec le système à 1 DLD pour lequel on a de 3.3 et 3.8

$$4.42 \quad \beta = c/2m = \mu\omega \quad \text{i.e.} \quad c = (2\mu\omega)m$$

i.e. posons :

$$4.43 \quad [C^*] = [M^*][\sqrt{2\mu\omega}]$$

Par ailleurs, de la relation 4.29 on a, en prémultipliant par [ ]t :

$$4.44 \quad [K^*] = [\phi]^T [K] [\phi] = [\phi]^T [M] [\phi] [\Omega] = [M^*] [\Omega]$$

Ainsi 4.41 s'écrit

$$4.45 \quad [M^*]\{\ddot{u}(t)\} + [2\mu\omega][M^*]\{\dot{u}(t)\} + [M^*][\Omega]\{u(t)\} = -\{P^*\}u_0(t)$$

ou, si nous prémultiplions par  $[M^*]^{-1}$

$$4.46 \quad [I]\{\ddot{u}(t)\} + [2\mu\omega]\{\dot{u}(t)\} + [\Omega]\{u(t)\} = -[M^*]^{-1}\{P^*\}u_0(t)$$

C'est un système à n équations différentielles découplées de type:

$$4.47 \quad \ddot{u}_i(t) + 2\mu_i\omega_i\dot{u}_i(t) + \omega_i^2 u_i(t) = (-P_i^*/M_i^*)u_0(t)$$

avec :

$$4.48 \quad P_i^* = \{\phi\}_i^t [M\{1\}] = \sum m_k \phi_{k,i}$$

$$4.49 \quad M_i^* = \{\phi\}_i^T [M] \{\phi\}_i = \sum m_k \phi_{k,i}^2$$

$P_i^*$  est le facteur de participation modale. Le rapport  $P_i^*/M_i^*$  est noté  $A_i$  et est appelé facteur de distribution de l'accélération:

$$4.50 \quad A_i = P_i^*/M_i^*$$

On a l'importante propriété suivante :

$$4.51 \quad \sum A_i = 1$$

L'équation 4.47 est analogue à 3.14 ; on a pour solution (voir 3.24) :

$$4.52 \quad u_i(t) = (-A_i/w_i^*) \int_0^t \ddot{u}(\tau) \exp[-\mu_i w_i^*(t-\tau)] \sin(w_i^*(t-\tau)) d\tau$$

Les valeurs instantanées de déplacement , vitesse et accélération se déduisent alors des relations 4.36 à 4.38.

La force d'inertie équivalente au seisme s'écrit :

$$4.53 \quad \text{DLD } k, \text{ Mode } i : F_{k,i}(t) = m_k^* a_{k,i}(t) = m_k \phi_{k,i}(\ddot{u}_i(t))$$

$$4.54 \quad \text{Mode } i : \{F(t)\}_i = [M]\{\phi\}_i \ddot{u}_i(t)$$

$$4.55 \quad \text{Structure Vibrante} : \{F(t)\} = [M][\phi]\{\ddot{u}(t)\}$$

Le cisaillement instantané à la base est pour chaque mode :

$$\text{Cis.} = \sum F_k(t) = \sum_k \sum_i m_k \phi_{k,i} \ddot{u}_i(t) = \sum_i [(\sum_k m_k \phi_{k,i}) \ddot{u}_i(t)]$$

i.e

$$\text{Cis.} = \{P_i^*\}^T \{\ddot{u}(t)\}$$

### --- ANALYSE SPECTRALE ---

Par analogie avec un système à 1 DLD on définit des déplacements , vitesses et accélérations spectrales modales. Des équations 3.33 à 3.35 on écrit :

$$4.56 \quad \left| \frac{1}{w_i} \int_0^t -\ddot{u}(\tau) \exp[-\mu_i w_i^*(t-\tau)] \sin w_i(t-\tau) d\tau \right|_{\max} = SD_i$$

$$4.57 \quad \left| \int_0^t -\dot{u}(\tau) \exp[-\mu_i w_i^*(t-\tau)] \sin w_i(t-\tau) d\tau \right|_{\max} = SV_i$$

$$4.58 \quad \left| w_i \int -\dot{u}(\tau) \exp[-\mu_i w_i^*(t-\tau)] \sin w_i(t-\tau) d\tau \right|_{\max} = SA_i$$

On a également :

$$4.59 \quad SA_i = w_i SV_i = w_i^2 SD_i \quad (i = 1 \dots n)$$

En comparant les équations 3.14 et 4.47 on déduit que :

$$4.60 \quad |u_i(t)|_{\max} = A |x(t)|_{\max} = A SD_i$$

$$4.61 \quad |\dot{u}_i(t)|_{\max} = A SV_i$$

$$4.62 \quad |\ddot{u}_i(t)|_{\max} = A SA_i$$

Etant donnés les relations 4.33 à 4.36 on déduit pour chaque mode :

$$4.63 \quad \{x(t)\}_{i, \max} = A SD \{\phi\}_i$$

$$4.64 \quad \{v(t)\}_{i, \max} = A SV \{\phi\}_i$$

$$4.65 \quad \{a(t)\}_{i, \max} = A SA \{\phi\}_i$$

La force d'inertie maximale suivant un DLD  $k$ , pour un mode  $i$  donné est :

$$4.67 \quad \begin{aligned} |F_{k,i,t} \max &= m_{k,i} a_{k,i,t} \max \\ &= m_{k,i} |\ddot{u}_{i,t} \max \\ &= m_{k,i} A_i SA_i \end{aligned}$$

pour l'ensemble vibrant au mode  $i$  on a donc :

$$4.68 \quad \{F\}_{i, \max} = [M] \{A\}_i SA_i$$

Le cisaillement à la base est dès lors pour le mode  $i$  :

$$4.69 \quad \begin{aligned} F_i &= \sum m_k A_{k,i} SA_i = (\sum m_k A_{k,i}) SA_i \\ F_i &= P_i^* (P_i^* / M_i^*) SA_i \\ F_i &= P_i^* / M_i^* SA_i \end{aligned}$$

On remarquera que si  $R_{i, \max}$  est, pour un paramètre quelconque (déplacement, vitesse etc.), la réponse maximale du système vibrant suivant le mode  $i$ , la réponse maximale réelle est  $R_{\max}$  telle que :

$$4.70 \quad R_{\max} \leq \sum R_{i, \max}$$

Il existe diverses façons d'évaluer  $R_{\max}$  parmi lesquelles la méthode de Merchant-Hudson qui donne pour valeur maximale probable :

$$4.71 \quad R_{\max} = \sqrt{R_{\max 1}^2 + \sum_{j=2}^n a_j R_{\max j}^2}$$

**CHAPITRE 5 : LE PROGRAMME P.A.S.C.E.**

## V - LE PROGRAMME P.A.S.C.E.

### V.1: LE MODELE

Le modèle utilisé par le programme P.A.S.C.E. pour représenter un cadre de l'ossature d'un bâtiment à grande hauteur est simple et se fonde sur les hypothèses suivantes :

- Les planchers sont de rigidité infinie (i.e. très grande) par rapport aux éléments structuraux verticaux les supportant.

- L'encastrement de ces éléments structuraux verticaux dans les dalles est parfait.

- L'encastrement de la superstructure dans la fondation est parfaite ainsi que l'adhérence de la fondation au roc de base .

La première hypothèse permet de modéliser les planchers par des masses concentrées non déformables; la seconde et la troisième excluent la possibilité de rotation aux noeuds. Par ailleurs le déplacement vertical est ignoré du fait que nous nous intéressons uniquement à un déplacement horizontal du sol.

Ainsi le modèle est un cadre plan avec autant de degrés de liberté que de niveaux , les déplacements étant des translations des planchers dans le plan .

La valeur des masses concentrées aux différents niveaux est celle des planchers cumulées aux masses qu'ils supportent.

La rigidité globale d'un niveau est calculée par la formule:

$$K = ( 12 E I ) / h^3$$

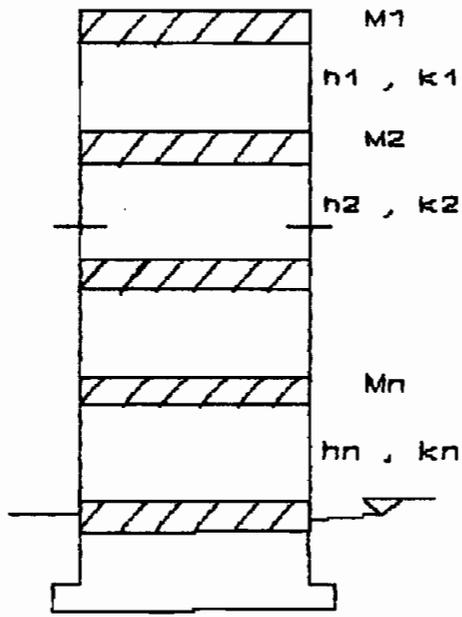
où EI = rigidité flexionnelle totale

des éléments verticaux du niveau

= somme des rigidités flexionnelles

h = hauteur du niveau

Le modèle est schématisé sur la figure 5.1 ci-après.



$M_i$  : Masse plancher rig

$K_i$  : Rigidite globale r

$h_i$  : Hauteur niveau

Fig 5.1 Modele du programme P.A.S.C.E.

## **V.1:FONCTIONNEMENT**

Le listing du programme P.A.S.C.E. est donné à l'annexe 2 .  
Il est documenté de façon à mettre en évidence ses enchaînements logiques et les variables sont identifiées au début de chaque procédure. Par ailleurs le test manuel présenté en annexe décrit son fonctionnement de façon détaillée , ce que nous expliquons ici sommairement :

### **1-DONNEES**

Ce sont les valeurs de masse et de rigidité correspondant à chaque niveau pour l'analyse modale, les valeurs d'amortissement et les points discrétisant l'accélérogramme en cas d'analyse transitoire ou spectrale.

### **2-ANALYSE MODALE**

On opère une factorisation de cholesky sur les matrices de masse et de rigidité afin d'arriver à un problème de valeurs propres ordinaire avec une matrice symétrique et d'utiliser la méthode de jacobi d'extraction de valeurs et de vecteurs propres.

### 3-ANALYSE TRANSITOIRE

Après lecture des ratios d'amortissement et de l'accélérogramme les masses modales et les facteurs de participation modales sont calculées. On intègre alors l'équation 4.47 (intégrale de Duhamel) par la méthode des trapèzes. La réponse instantanée est obtenue par superposition modale (éq.4.)

### 4-ANALYSE SPECTRALE

L'intégrale de Duhamel est calculée pour chaque mode et la coordonnée généralisée instantanée maximale est conservée. Les résultats procèdent de l'équation 4.52.

### V.2:TEST MANUEL

Les calculs correspondant au cas ci-après ont été faits à la main et peuvent être vérifiés en lançant le programme. Le calcul détaillé à la main, suivant la procédure utilisée dans le programme est présenté en annexe.

#### - MODELE

$$\begin{array}{lll} M_1 = 1.0 & M_2 = 1.5 & M_3 = 2.0 \\ K_1 = 60 & K_2 = 120 & K_3 = 180 \end{array}$$

( $M_i$  et  $K_i$  en unités cohérentes )

- SORTIES

Matrice des masses

$$[M] = \begin{bmatrix} 1.0 & & \\ & 1.5 & \\ & & 2.0 \end{bmatrix}$$

Matrice de rigidité

$$[K] = \begin{bmatrix} 60 & -60 & \\ & 180 & -120 \\ & & 300 \end{bmatrix}$$

Fréquences propres de vibration

28.7      61.8      91.6      cps

Matrice Modale

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 & 0.39 \\ 0.65 & -0.61 & -1.0 \\ 0.31 & -0.68 & 0.95 \end{bmatrix}$$

Facteurs de participation modale :

$M_1 = 1.82$        $M_2 = 2.48$        $M_3 = 3.46$

- ANALYSE TRANSITOIRE

On considère les valeurs d'amortissement et l'accélérogramme quelconques suivant:

Ratios d'amortissement : 0.40    0.45    0.50

Accélérogramme

date	:	0.00	0.20	0.30	0.54	0.62	0.85	0.97
accélération	:	0.20	0.90	-0.30	-0.37	0.43	0.31	0.05

-- SORTIES --

Pulsations propres amorties (rad/sec):

$w_1 = 4.20$      $w_2 = 8.80$      $w_3 = 12.6$

Déplacement instantané :

0.30 secondes après le début du seisme , on a le déplacement instantané suivant :

DLD 1 : -0.451

DLD 2 : 1.135

DLD 3 : -1.101

- ANALYSE SPECTRALE

La validité des calculs en analyse transitoire suffit à vérifier ceux de l'analyse spectrale car les memes procédures sont utilisées.

## TEST DE VALIDITE DU MODELE

Dans cette section nous voulons évaluer la validité du modèle pour un cas pratique. Pour cela nous comparons les modes de vibration d'un même système tels que donnés par le programme P.A.S.C.E. et le programme MSCPAL d'analyse statique et dynamique de structures par éléments finis ,disponible au centre de calcul de l'EPT. La comparaison des fréquences et formes de vibration données suffisent à nous édifier car tous les résultats ,tant en analyse transitoire que spectrale ,sont conditionnés par ces valeurs.

Le cas étudié est un bâtiment à noyau central limité à cinq niveaux pour une question de commodité. La superstructure est décrite ci-après:

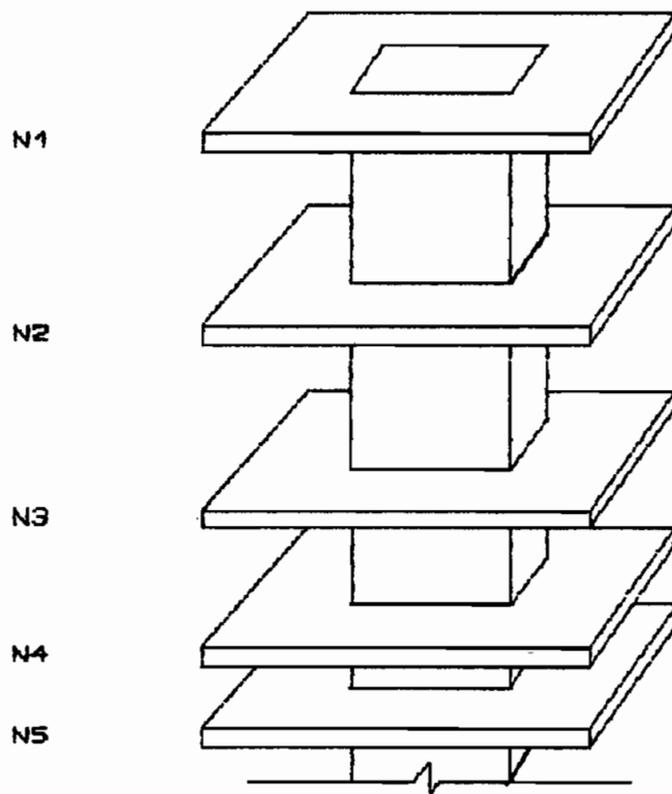


Fig5.2 Batiment a  
noyau central  
(superstructure)

La modélisation suivant MSC PAL a été effectuée par le programme suivant:

TITLE TESTMODELE

NODAL POINTS LOCATION

1	0	20	0
2	10	20	0
3	11.5	20	0
4	21.5	20	0
5	0	16	0
6	10	16	0

7 11.5 16 0  
8 21.5 16 0  
9 0 12 0  
10 10 12 0  
11 11.5 12 0  
12 21.5 12 0  
13 0 8 0  
14 10 8 0  
15 11.5 8 0  
16 21.5 8 0  
17 0 4 0  
18 10 4 0  
19 11.5 4 0  
20 21.5 4 0  
21 10 0 0  
22 11.5 0 0

MATERIAL 28E9 0 24E3 0.15

BEAM TYPE 2 25 0.2 25 0.2

DO CONNECT 1 TO 2 THRU 17 TO 18 STEP 4 4

DO CONNECT 3 TO 4 THRU 19 TO 20 STEP 4 4

BEAM TYPE 2 25 0.3 25 0.3

DO CONNECT 2 TO 6 THRU 14 TO 18 STEP 4 4

CONNECT 18 TO 21

DO CONNECT 3 TO 7 THRU 15 TO 19 STEP 4 4

CONNECT 19 TO 22

BEAM TYPE 2 3.6 4 3.6 4

DO CONNECT 6 TO 7 THRU 18 TO 19 STEP 4 4

BEAM TYPE 2 3.6 2 3.6 2

DO CONNECT 2 TO 3 THRU 21 TO 22 STEP 19 19

ZERO

Y TRANSLATIONS

Y ROTATIONS

Z TRANSLATIONS

X ROTATIONS

ELIMINATE

Z ROTATIONS

X TRANSLATIONS OF 1 3 4 5 7 8 9 11 12 13 15 16 17 19 20

END DEFINITION

La modélisation par P.A.S.C.E. s'effectue suivant les principes énoncés plus haut. On trouve les masses et rigidités suivantes :

2 M1	=	M2	=	M3	=	M4	=	M5	=	376280 Kg
K1	=	K2	=	K3	=	K4	=	K5	=	2.8E10 N/M

Pulsations propres de vibration obtenus (rad/sec):

MSCPAL	:	87.68	244.86	362.83	499.65	676.21
PASCE	:	85.35	247.69	385.78	486.11	538.86
écart absolu	:	2.33	2.83	22.95	13.54	137.35
écart %	:	2.7	1.16	6.33	2.71	20.31

Formes propres de vibration :

PASCE donne les formes de vibration (vecteurs propres normalisés) suivantes :

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1.00	-1.00	-1.00	1.00	-1.00
0.95	-0.59	0.00	-0.59	0.95
0.81	0.31	1.00	-0.31	-0.81
0.59	0.95	0.00	0.95	0.59
0.31	-0.81	-1.00	-0.81	-0.31

Cela correspond aux configurations ci-après :

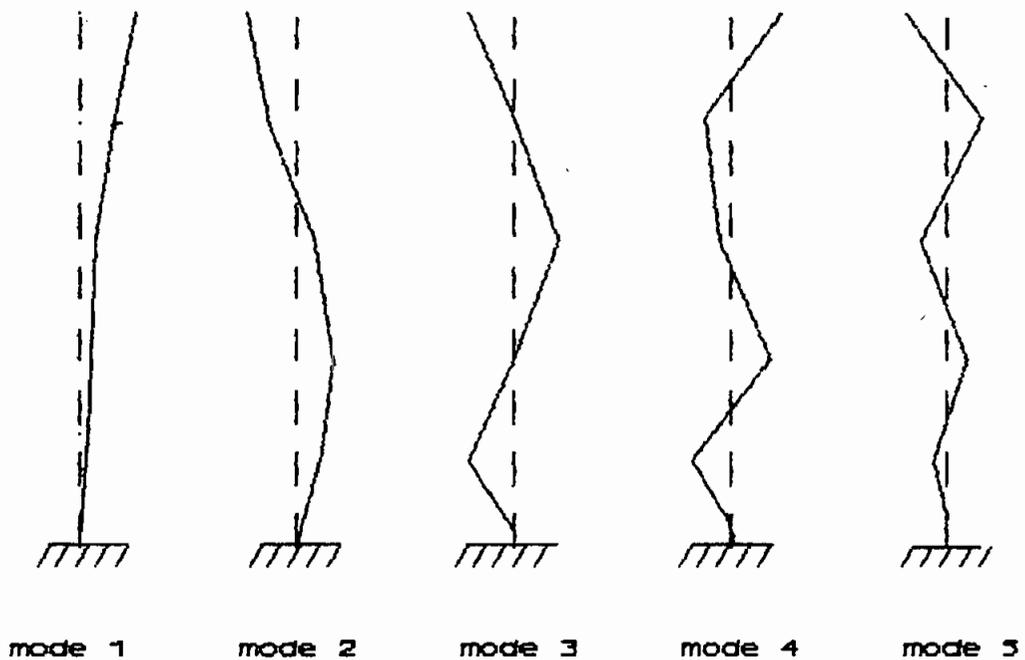


Fig 5.3 Modes de vibration-test PASCE

Le programme MSCPAL donne des vecteurs normalisés différemment ; l'option graphique permet cependant de constater que les configurations du système pour les différents modes de vibration sont les mêmes.

#### Conclusion :

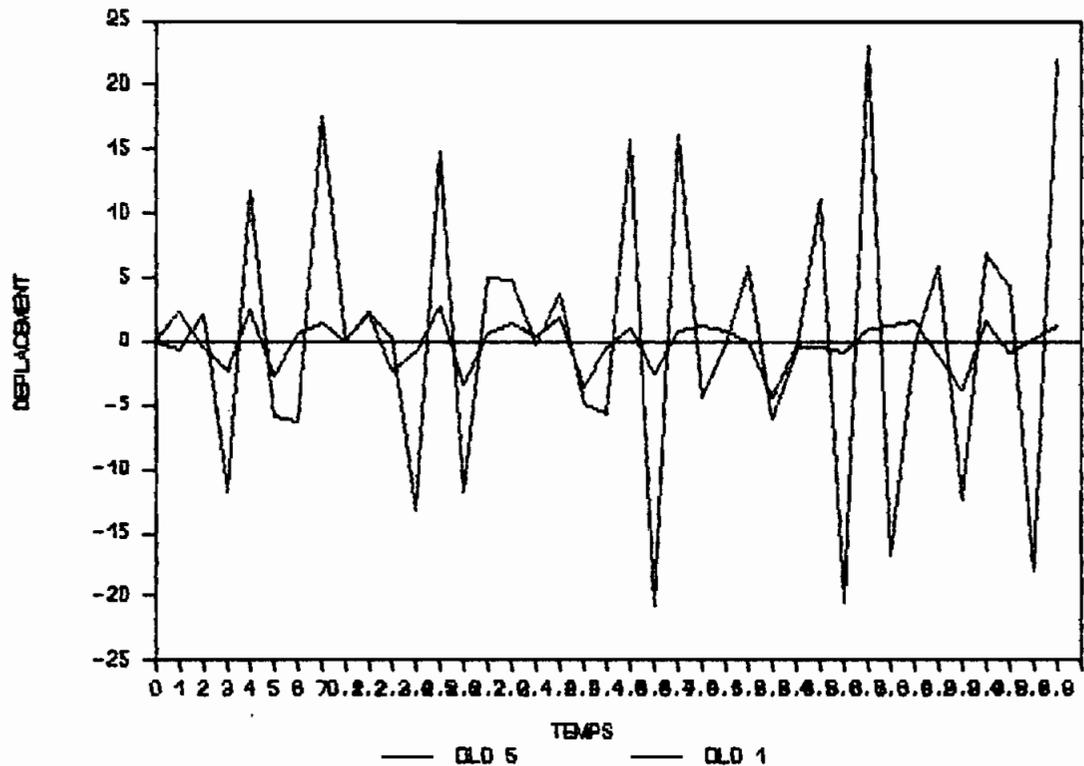
On constate qu'aux premières pulsations propres (donc fréquences propres) il y a une bonne adéquation des résultats de PASCE et MSCPAL . L'écart absolu entre les valeurs s'accroît de façon générale avec les modes supérieurs. D'autres tests du même genre ayant été effectués avec les mêmes constats , nous pouvons conclure que le modèle très simple utilisé par PASCE est valable pour une évaluation rapide et assez précise des premières fréquences de vibration d'un cadre étagé ,lesquelles sont d'ailleurs les plus influentes dans la réponse du système. Cela est d'une grande utilité dans la conception de bâtiment à grande hauteur édifié en zone de forte sismicité car on cherche à donner à la structure des fréquences propres de vibration excluant toute résonance avec le mouvement du terrain ( celui-ci correspond à un accélérogramme de design construit par le concepteur à partir des enregistrements ayant été faits dans la zone par le passé ).

L'analyse transitoire et l'analyse spectrale subséquentes de PASCE ont la même valeur prédictive en ce qui concerne les déplacements et les efforts de cisaillement instantanés et spectraux .

A titre d'illustration , les résultats de l'analyse transitoire par PASCE du système de la figure 5.2 sollicité par le seisme de El

Centro , Californie 1940 , composante nord - sud , est le suivant pour les degrés de liberté 1 et 5 :

### DEPLACEMENTS INSTANTANES



La comparaison de ces deux mouvements met en évidence l'amplification du déplacement instantané du terrain , lequel correspond à l'horizontale  $x(t) = 0$  car il s'agit de déplacements en mouvement relatif .

## **CHAPITRE 6 : LE PROGRAMME SPECTRA**

## LE PROGRAMME SPECTRA

### **FONCTIONNEMENT**

Il calcule l'intégrale de Duhamel pour chaque couple de valeurs d'amortissement et de période de vibration par la méthode des trapèzes. Les résultats procèdent des équations 4.52 .

### **TEST DE VERIFICATION**

On a calculé par SPECTRA les spectres de réponse en déplacement, vitesse et accélération du seisme de El Centro , Californie 1940 , composante nord - sud.

Les valeurs obtenues ont servi à tracer le spectre tripartite logarithmique présenté en annexe. On vérifiera son allure avec la référence 2 , page 537. Les valeurs numériques peuvent être vérifiées en lançant le programme.

## **CONCLUSION**

## CONCLUSION

Ce projet de fin d'étude a été l'occasion pour nous de nous ouvrir une fenêtre dans le vaste domaine de la dynamique des structures .Le cas étudié est la réponse d'un bâtiment de grande hauteur sollicité par une accélération sismique du terrain de fondation.Un programme principal P.A.S.C.E. permet de réaliser une analyse modale de la structure , et des analyses transitoire et spectrale de cette même structure lors d'un seisme donné.Un programme secondaire génère les spectres de réponse en déplacement, vitesse et accélération d'un accélérogramme .

A partir d'un test manuel l'exactitude des calculs a été vérifiée.Par ailleurs la comparaison des fréquences et formes de vibration telles que prédites par les programmes P.A.S.C.E. et MSCPAL de Mac-neal Schwendler Corp. pour différents systèmes, nous a permis de constater que le modèle de cadre à dalles rigides et rigidité globale par niveau est adéquat pour l'évaluation rapide et assez précise des fréquences propres d'un bâtiment à grande hauteur ; ceci est d'un intérêt particulier dans les phases préliminaires d'un design parasismique .

Ainsi l'objectif d'initiation à la dynamique des structures et de réalisation d'un logiciel ayant quelque'utilité est pleinement atteint.Les programmes pourraient toutefois être améliorés en vitesse et précision par la mise en oeuvre de méthodes rapides d'extraction de valeurs propres tel que le QR et de méthodes d'intégration numérique plus performante que la formule des

trapèzes qui a été utilisée (methodes d'intégration directe des équations différentielles ,formule de simpson ).Des formules d'évaluation des réponses spectrales autres que celle de Merchant-Hudson pourraient également être proposées en option.

## BIBLIOGRAPHIE

- 1 - DYNAMICS OF STRUCTURES AND EARTHQUAKE ENGINEERING ,2nd ed.  
Mihail IFRIM  
Editura Didactica si Pedagogica \_ Bucuresti 1985.
  
- 2- DYNAMICS OF STRUCTURES  
Ray W. CLOUGH - Joseph PENZIEN  
Mac Graw Hill 1985.
  
- 3- NOTES SUR L'ANALYSE DYNAMIQUE DU BARRAGE DANIEL JOHNSON.  
Pierre LEGER  
SNC - TECSULT , janvier 1987.
  
- 4- FINITE ELEMENT ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE .  
American Society of Civil Engineers  
New York 1982.
  
- 5- FINITE ELEMENT PROCEDURES IN ENGINEERING ANALYSIS  
Klaus - Jürgen BATHE  
Prentice - Hall 1982.
  
- 6- EARTHQUAKE ENGINEERING FOR LARGE DAMS  
PRISCU et al.  
John Wiley and Sons 1985.

- 7- EFFET DES SEISMES SUR LES CONSTRUCTIONS  
M.H. DERRON  
Lausanne , E.P.F.L. 1978.
  
- 8- LA REVUE MAROCAINE DU GENIE CIVIL  
No 19 janvier 1988.
  
- 9- MSCPAL APPLICATION AND ADVANCED TOPICS MANUAL ,ver 1.1  
Mac-Neal / Schwendler Corporation ,Los Angeles 1985.
  
- 10- MSC NASTRAN APPLICATION MANUAL  
Mac-Neal / Schwendler Corporation ,Los Angeles 1985.

## **ANNEXES**

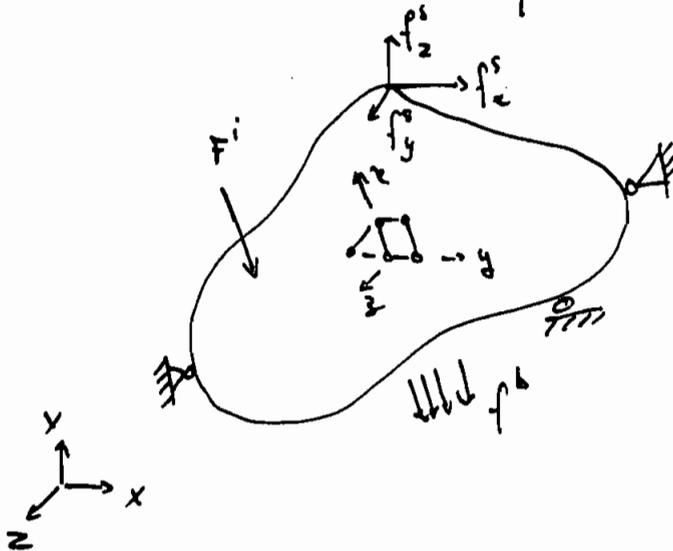
## ANNEXE II

### DÉRIVATION DES ÉQUATIONS D'ÉLÉMENTS

#### FINIS EN MÉCANIQUE DES STRUCTURES

Nous prenons l'approche générale de discrétisation du champ de déplacement avec des éléments isoparamétriques (i.e. nœuds d'interpolation = nœuds géométriques).

Considérons la structure quelconque suivante :



Paramètres :

- sollicitations de surface  $f^s$  ( $s = \text{surface}$ )
- " de volume  $f^b$  ( $b = \text{body}$ )
- " ponctuelle  $F^i$  (au point  $i$ )

- déplacements (translation/rotation)  $u(x, y, z)$
- déformations  $\epsilon^T = \langle \epsilon_x \ \epsilon_y \ \epsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx} \rangle$
- contraintes  $\sigma^T = \langle \sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{zx} \rangle$

Supposant connu la géométrie et les propriétés mécaniques du système, ainsi que les sollicitations, on cherche

à déterminer les champs  $\sigma$  et  $\epsilon$  (contraintes et déformations).

appliquons le PTV (Principe Travaux Virtuels) i.e

" par un système en équilibre tout déplacement virtuel compatible avec les liens de support entraîne un travail des forces extérieures ( $f$ ) égal à celui des forces intérieures  $\sigma$  " (NB: 1 formulation parmi tant d'autres).

$$(1) \int_V \delta \epsilon^T \cdot \sigma \cdot dV = \int_V \delta u^T \cdot f^b dV + \int_S \delta u^s T f^s dS + \sum_i \delta u^i T F^i$$

où  $\delta \epsilon$  = gradient virtuel de déformation

$\delta u$  = " " " " déplacement interne

$\delta u^s$  = " " " " " " en surface

$\delta u^i$  = " " " " " " au point  $i$

$\sigma$  = état de contraintes à l'équilibre.

Du fait de la subdivision en éléments finis (1) devient:

$$(2) \sum_e \int_{V_e} \delta \epsilon^T \cdot \sigma \cdot dV = \sum_e \int_{V_e} \delta u^T f^b dV + \sum_e \int_{S_e} \delta u^s T f^s dS + \sum_i \delta u^i T F^i$$

Faisons l'approximation interne à chaque élément

$$(3) u = H \hat{u} \quad , \text{ en } x, y, z \text{ quelque}$$

$$(4) u^s = H^s \hat{u} \quad , \text{ en } x, y, z \text{ en surface.}$$

$\hat{u}$  est le vecteur des déplacements aux nœuds; par un système à 3 degrés de liberté par nœuds (ex: système plan en général) on a  $\hat{u}$  qui s'écrit:

$$(5) \hat{u}^T = \langle u_1, v_1, w_1, u_2, v_2, w_2, \dots, u_n, v_n, w_n \rangle$$

$H, H^s = H(x, y, z)$ ,  $H^s(x, y, z) =$  matrice des fonctions d'interpolation i.e

$$H = [h_u^1, h_v^1, h_w^1, \dots, h_u^n, h_v^n, h_w^n]$$

Par dérivation de (3) on a les déformations

$$\varepsilon = B \tilde{u} \quad \text{où} \quad B = d[H], \quad B = d[H]$$

$d =$  opérateur de dérivation

M-obilisons le comportement mécanique du matériau par

$$\sigma = C \varepsilon + \tau^i \quad \text{où} \quad C = \text{matrice contrainte-déformation}$$

$$\tau^i = \text{état de contraintes initial}$$

alors

$$\delta \varepsilon^T = (B \delta \tilde{u})^T = \delta \tilde{u}^T B^T$$

$$\sigma = C \varepsilon + \tau^i = C B \tilde{u} + \tau^i$$

$$\delta u^T = (H \delta \tilde{u})^T = \delta \tilde{u}^T H^T \quad \text{et idem} \quad \delta u^{sT} = \delta \tilde{u}^T H^{sT}$$

d'où (2) devient

$$\sum_e \int_{V_e} \delta \tilde{u}^T B^T C B \tilde{u} dV = \sum_e \int_{V_e} \delta \tilde{u}^T H^T f^b dV$$

$$+ \sum_e \int_{S_e} \delta \tilde{u}^T H^{sT} f^s ds$$

$$- \sum_e \int_{V_e} \delta \tilde{u}^T B^T \tau^i dV$$

$$+ \sum_i \delta \tilde{u}_i^T H F^i$$

Où,  $\delta \tilde{u}^T$  étant quelconque, on peut le supprimer des deux côtés; si  $\tilde{u}(x, y, z)$  est évalué dans la repère global  $x, y, z$  on peut le porter du signe  $\int$ ; on a alors

$$\left( \frac{\bar{m}}{e} \int_{V_0} B^T C B \, dV \right) \hat{u} = \underbrace{\frac{\bar{m}}{e} \int_{V_0} H^T f^b \, dV}_{R^b} + \underbrace{\frac{\bar{m}}{e} \int_{S_0} H^T f^s \, dS}_{R^s} - \underbrace{\frac{\bar{m}}{e} \int_{V_0} B^T \sigma^i \, dV}_{R^i} + F$$

où

$$K = \frac{\bar{m}}{e} K_0 = \frac{\bar{m}}{e} \int_{V_0} B^T C B \, dV = \text{matrice de rigidité}$$

$$R = R^b + R^s + R^i + F = \text{forces sollicitantes résultantes.}$$

On a donc pour équation d'équilibre

$$\underline{K \hat{u} = R}$$

En analyse dynamique, les effets d'inertie et d'amortissement entrent en jeu.

- effet de l'inertie:

Par effet d'accélération, il y a création de forces de volume  $f_H \hat{u}$  où  $f_H = \text{masse distribuée} = f_H(x, y, z)$   
 $\hat{u} = \text{accélération au point } x, y, z.$

- effet d'amortissement:

Par effet de viscosité de déformation il y a amortissement; notons  $f_H$  le coefficient de dissipation distribué ( $f_H = f_H(x, y, z)$ ); la force d'amortissement est  $f_H \dot{\hat{u}}$ .

La force de volume globale dans un cas dynamique s'écrit donc

$$\begin{aligned} R^b &= \frac{\bar{m}}{e} \int_{V_0} H^T f^b \, dV = \frac{\bar{m}}{e} \int_{V_0} H^T \left( f_{stat}^b + f_H \ddot{\hat{u}} - f_H \dot{\hat{u}} \right) \, dV \\ &= \frac{\bar{m}}{e} \int_{V_0} H^T f_{stat}^b \, dV - \frac{\bar{m}}{e} \int_{V_0} H^T f_H \dot{\hat{u}} \, dV - \frac{\bar{m}}{e} \int_{V_0} H^T f_H \ddot{\hat{u}} \, dV \end{aligned}$$

En notant

$$[M] = \text{matrice des masses} = \sum_e \int_{V_e} H^T \rho H \, dV$$

$$[C] = \text{matrice d'amortissement} = \sum_e \int_{V_e} H^T c H \, dV$$

l'équation d'équilibre instantané devient

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} + [K] \{u\} = \{R\}$$

où simplement

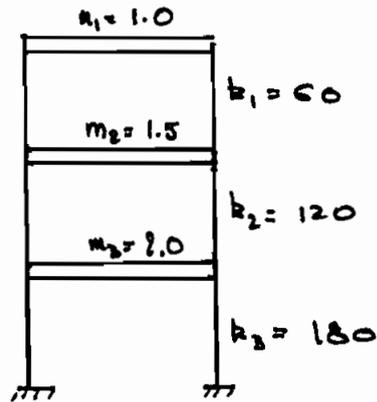
$$\underline{M \ddot{u} + C \dot{u} + K u = R}$$

---

## ANNEXE II

### TEST MANUEL DE P.A.S.C.E.

Considérons le modèle ci-après :



Matrices

- de masse  $[M] = \begin{bmatrix} 1.0 & & \\ & 1.5 & \\ & & 2.0 \end{bmatrix}$

- de rigidité  $[K] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & & \\ & k_1+k_2 & -k_2 & \\ & & -k_2 & k_2+k_3 \\ & & & k_2+k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 & -60 & & \\ & 180 & -120 & \\ & & -120 & 300 \\ & & & 300 \end{bmatrix}$

On a à résoudre l'équation 4.5 qui peut s'écrire en utilisant la matrice de rigidité au lieu de celle de flexibilité :

$$(1) \quad [K]\{A\} = \omega^2 [M]\{A\}$$

Pour nous passer d'une formulation ordinaire de problèmes de valeurs propres on effectue une transformation de Cholesky de  $[M]$  i.e

$$(2) \quad [M] = [S][S]^T \quad \rightarrow \quad [S] = [M]^{1/2}$$

(1) devient, en abandonnant les crochets et accolades:

$$(2) \quad \kappa A = \omega^2 S S^T A$$

i.e

$$S^T \kappa A = \omega^2 S^T A \quad , \text{ en multipliant par } S^T$$

i.e

$$S^T \kappa S^T S^T A = \omega^2 S^T A \quad , \text{ étant donné que } S^T S^T = [I]$$

Notons:

$$(4) \quad [\tilde{\kappa}] = S^T \kappa S^T \quad ; \quad S^T A = \tilde{A}$$

On a alors la formulation classique

$$(5) \quad \tilde{\kappa} \tilde{A} = \omega^2 \tilde{A} \quad \text{avec } \tilde{\kappa} \text{ symétrique.}$$

où

$$(6) \quad \tilde{\kappa} = S^T \kappa S^{-T} = M^{-1/2} \kappa M^{1/2}$$

$$(7) \quad \tilde{A} = M^{1/2} A \quad \text{i.e} \quad A = M^{-1/2} \tilde{A}$$

$$\text{Ici on a } \tilde{\kappa} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \frac{1}{\sqrt{1.5}} & & \\ & & \frac{1}{\sqrt{2}} & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 60 & -60 & & \\ & 180 & -120 & \\ & \text{SYM} & & \\ & & & 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \frac{1}{\sqrt{1.5}} & & \\ & & \frac{1}{\sqrt{2}} & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{i.e } \tilde{\kappa} = \begin{bmatrix} 60 & -49 & & \\ & 120 & -69 & \\ & \text{SYM} & & \\ & & & 150 \end{bmatrix}$$

$\tilde{\kappa}$  étant symétrique on peut utiliser la méthode de Jacobi pour extraire les valeurs propres qui sont les carrés des pulsations i.e  $\omega^2$  (voir eq. (5)). Ici on utilisera, le cas étant simple la méthode de l'équation caractéristique i.e

$$\begin{vmatrix} 60 - \omega^2 & -49 & & \\ & 120 - \omega^2 & -69 & \\ & & & 150 - \omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{i.e } (\omega^2)^3 - 330(\omega^2)^2 - 27036(\omega^2) - 434190 = 0$$

des racines sont, approximativement

$$\omega_1^2 = 21.0 \quad \omega_2^2 = 96.6 \quad \omega_3^2 = 212.4$$

i.e

On a donc pour pulsations propres:

$$\omega_1 = 4.58 \text{ rad/sec} \quad \omega_2 = 9.83 \text{ rad/sec} \quad \omega_3 = 14.57 \text{ rad/sec}$$

Pour chaque valeur propre  $\omega_i^2$  on résout le système (5) afin d'avoir le vecteur propre associé:

$$\tilde{K} \tilde{A}_i = \omega_i^2 \tilde{A}_i \quad \text{i.e.} \quad (\tilde{K} - \omega_i^2 I) \tilde{A}_i = 0$$

Pour la première valeur propre  $\omega_1^2$  on a numériquement:

$$\begin{bmatrix} 60-21 & -49 \\ & 120-21 & -69 \\ & & 150-21 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Un vecteur solution de cette équation est

$$\{1, 0.796, 0.432\}$$

Le vecteur propre correspondant à notre système (1) est donné par (7):  $A = M^{1/2} \tilde{A}$

$$\text{i.e.} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & \frac{1}{\sqrt{1.5}} & \\ & & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.796 \\ 0.432 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.65 \\ 0.31 \end{Bmatrix}$$

Ce vecteur est déjà normalisé car toutes ses composantes sont de valeur absolue inférieure ou égale à 1; autrement on aurait normalisé en divisant chaque terme par la plus grande des valeurs absolues. On trouve ainsi la matrice modale

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.39 \\ 0.65 & -0.61 & -1 \\ 0.31 & -0.68 & 0.95 \end{bmatrix}$$

Ces résultats sont les principaux de l'analyse modale. Nous allons dans ce qui suit illustrer l'analyse transitoire.

Considérons les valeurs de ratios d'amortissement et l'accélérogramme simple suivant:

Amortissement

$$\mu_1 = 0.40 \quad \mu_2 = 0.45 \quad \mu_3 = 0.50$$

Accélérogramme

$\sigma$ (sec)	0	0.20	0.30	0.54	0.62	0.85	0.97
$\ddot{u}_0(\tau)$	0.2	0.9	-0.3	-0.37	0.43	0.71	0.05

Calculons les déplacements instantanés aux degrés de liberté dynamique à  $t = 0.30$  sec:

On a à intégrer numériquement l'intégrale de Duhamel que nous notons ici

$$\phi_1(t) = \frac{1}{M_1 \omega_1^*} \int_0^t P_1(z) e^{-\mu_1 \omega_1 (t-z)} \sin \omega_1^* (t-z) dz$$

avec

$$M_1 = \{\phi_1\}^T [M] \{\phi_1\} = \begin{bmatrix} 1 & 0.65 & 0.31 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1.5 & \\ & & 2.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.65 \\ 0.31 \end{bmatrix}$$

$$= 1 + 0.65 + 0.19 = 1.82$$

$$\omega_1^* = \omega_1 \sqrt{1 - \mu_1^2} = 4.58 \sqrt{1 - 0.40^2} = 4.2.$$

$$P_1(z) = -\{\phi_1\}^T [M] \{1\} \ddot{u}_0(z)$$

On a ainsi:

$$P_1(\sigma = 0.20) = -\begin{bmatrix} 1 & 0.65 & 0.31 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1.5 & \\ & & 2.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.9 \\ 0.9 \end{bmatrix} = -2.34$$

En notant  $f_1^t(z)$  l'intégrande de  $\phi_1(t)$  i.e

$$f_1^t(z) = \frac{P_1(z)}{M_1 \omega_1^*} e^{-\mu_1 \omega_1 (t-z)} \sin \omega_1^* (t-z)$$

On a ainsi

$$f_1^t(0.20) = \frac{-2.34}{1.82 \times 4.2} \exp(-1.40 \times 4.58 (t-z)) \sin 4.2 (t-z)$$

La formule d'intégration par la méthode des trapèzes est de forme

$$\int_0^t f_1^t(z) dz = -\frac{1}{2} \left[ (f_1^t(z_0) + f_1^t(z_1))(z_0 - z_1) + (f_1^t(z_1) + f_1^t(z_2))(z_1 - z_2) + \dots \right]$$

$$= -\frac{1}{2} \left[ f_1^t(z_0)(z_0 - z_1) + \dots + f_1^t(z_n)(z_{n-1} - t) + f_1^t(t)(z_n - t) \right]$$

où  $f_1^t(t) = 0$  à cause du terme 'sinus'.

On a ainsi

$$\Phi_1(0.30) = -\frac{1}{2} \left[ f_1^{0.30}(0)(0 - 0.20) + f_1^{0.30}(0.20)(0 - 0.20) \right]$$

$$= -0.019$$

On trouve de même par les autres modes

$$\Phi_2(0.30) = 0.00407$$

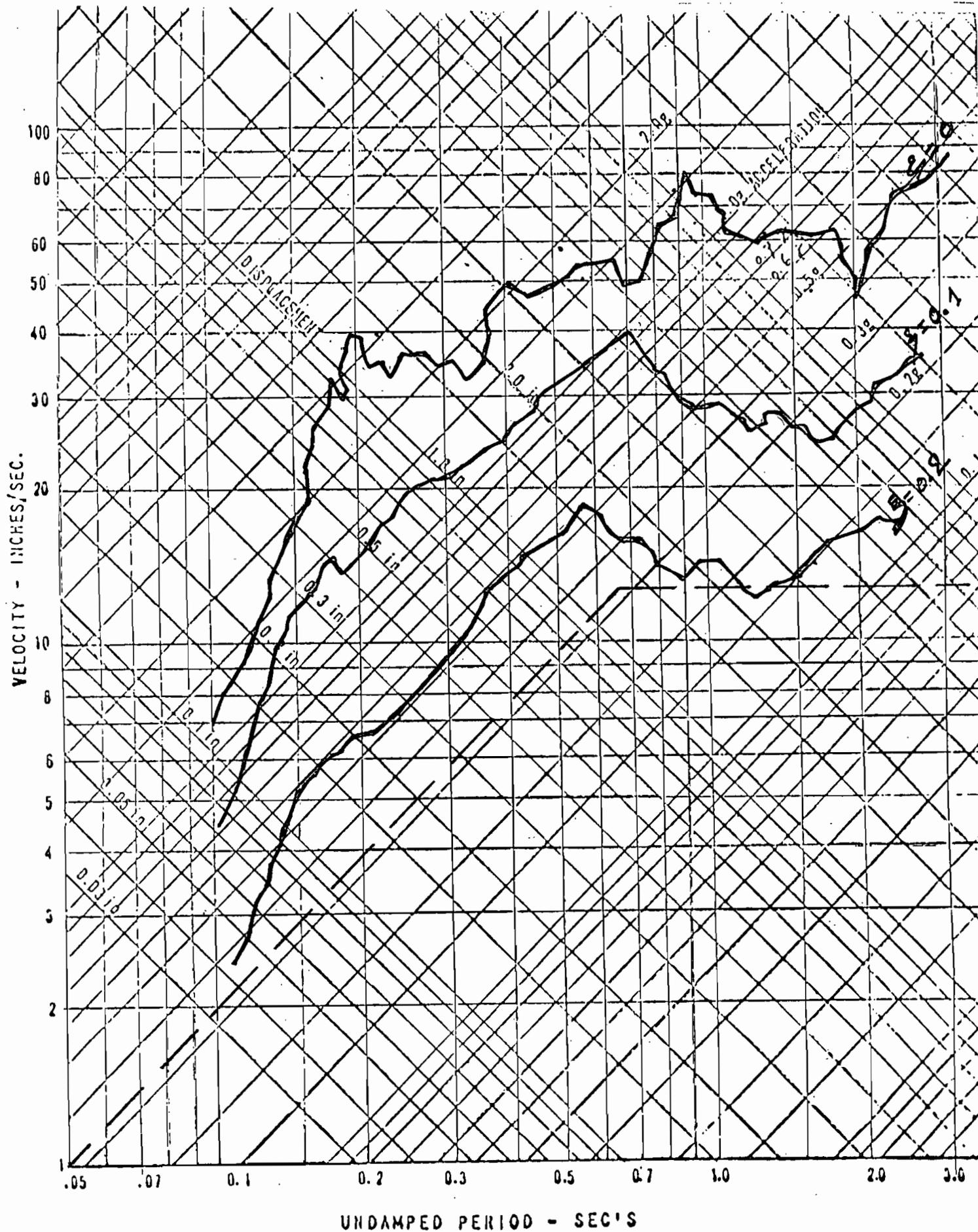
$$\Phi_3(0.30) = -0.00115$$

Il est en fait, par superposition modale le vecteur des déplacements instantanés

$$\{\Phi\}_1(0.30) = -0.019 \begin{Bmatrix} 0.65 \\ 0.21 \end{Bmatrix} + 0.00407 \begin{Bmatrix} -0.61 \\ -0.68 \end{Bmatrix} - 0.00115 \begin{Bmatrix} 0.39 \\ -1 \\ 0.95 \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} -0.457 \\ 1.135 \\ -1.101 \end{Bmatrix}$$

Ceci illustre le résultat principal de P.A.S.C.E - analyse transitoire. L'analyse spectrale repose sur les mêmes calculs.



TRIPARTITE LOGARITHMIC RESPONSE SPECTRUM FOR EARTHQUAKE

ANNEXE III. TEST SPECTRA

(SPECTRE DE REponse  
EL CENTRO. CALIFORNIE  
1940)

```

PROGRAM P.A.S.C.E.
(*$M 65520,0,655360.*)
Uses crt,printer,DOS;

```

```

const
  nb_nvx_max =10;
  maxdates   =25;

```

```

type
  Vecteur = array[1..nb_nvx_max] of real;
  Tableau = array[1..nb_nvx_max,1..nb_nvx_max] of real;
  TAB      = array[1..nb_nvx_max] of Vecteur;
  couples  = array[1..maxdates,1..2] of real;

```

```

Var
  PP,PPA,MSM,CM,Interm,greater,E ,Kinterm      :Vecteur;
  MassMatrix,RigidityMatrix,ForJacobiMatrix    :Tableau;
  JacobiMatrix,Matrice_Modale,ModalMatrix      :Tab;
  InputFile, OutputFile,DF                     :text;
  filename                                       :string[10];
  choix                                          :char;
  I,J,L,N,M,count,maxiter,Iter,nb_nvx,nb_points :integer;
  Tolerance,t,ti,tf,p,Pn                       :real;
  Error                                          :Byte;
  Points                                         :couples;

```

```

PROCEDURE FIN;
Begin
  writeln;
  writeln('..... EXECUTION
  TERMINEE.....');
  Delay(1000);
End;

```

```

PROCEDURE INITIALISE_VECTEUR(Var vect:vecteur);
Var
  M:integer;

Begin
  for M:=1 to count do
  vect[M]:=0;
  End;

```

```

PROCEDURE INITIALISE_TABLEAU(Var tabl:tableau);
Begin
  for i:=1 to count do
  Begin
  for j:=1 to count do
  tabl[i,j]:=0;
  End;
  End;

```

```
PROCEDURE MASSES_ET_RIGIDITES(Var M,R:tableau);
```

```
  Begin
    Initialise_Tableau(M);
    initialise_Tableau(R);
    Initialise_Vecteur(Kinterm);

    write('----- NOMBRE DE NIVEAUX ? -----:
');
    readln(nb_nvx);
    writeln;
    write('----- NOM DU FICHIER DES MASSES ET RIGIDITES ?-----:
');
    filename:='';
    readln(filename);
    assign(InputFile,filename);
    reset(InputFile);
    writeln;
    (* lecture/constitution M, R *)
    I:=0;
    count:=0;

    while not Eoln(InputFile) do

      Begin
        I:=I+1;
        read(InputFile,M[I,I]);
        read(InputFile,Kinterm[I]);
        count:=count+1;
        If I=nb_nvx_max + 1 then

          Begin
            writeln('-----NOMBRE      DE      NIVEAUX      EXCESSIF--ARRET
D''EXECUTION---');
            FIN;
            End;

          End;

        Close(InputFile);

        (* constitution matrice Rigidite *)
        (* remplissage off-diagonale      *)

        RigidityMatrix[1,1]:= Kinterm[1];
        RigidityMatrix[1,2]:=-Kinterm[1];
        RigidityMatrix[count,count-1]:=-Kinterm[count-1];

        for i:=2 to count-1 do
          begin
            for j:=i to i+1 do
              RigidityMatrix[i,j] :=-Kinterm[i];
              RigidityMatrix[i,j-2]:=-Kinterm[i];
```

```

End;

(* remplissage diagonale *)

RigidityMatrix[2,1]:=-Kinterm[1];
for i:=2 to count do
RigidityMatrix[i,i]:=Kinterm[i-1]+Kinterm[i];

(* écriture matrices masse et rigidité *)

Delay(1000);
writeln;
writeln;
writeln('----- MATRICE DES MASSES : ELEMENTS DIAGONAUX
-----');
writeln;
  for i:=1 to count do
    write(MassMatrix[I,I]:5:2,' ');
  writeln;
  writeln;
  Delay(1000);

writeln('----- MATRICE DE RIGIDITE : ELEMENTS NON NULS
-----');
writeln;
writeln('DIAGONALE ');
writeln;
for i:=1 to count do
  write(RigidityMatrix[I,I]:5:2,' ');
writeln;
writeln;
writeln('OFF DIAGONALE ');
writeln;
for i:=1 to count-1 do
  write(RigidityMatrix[I,I+1]:5:2,' ');
writeln;
writeln;
delay(1000);

End;

```

```

PROCEDURE TRANSFORMATION_POUR_JACOBI(Var M,R,FJM :Tableau);
Begin
  Initialise_tableau(FJM);
  For I:=1 to count do
  FJM[I,I]:=(R[I,I]/M[I,I]);
  For I:=2 to count do

    Begin
    FJM[I-1,I]:=R[I-1,I]/(sqrt(M[I-1,I-1])*sqrt(M[I,I]));
    FJM[I,I-1]:=R[I-1,I]/(sqrt(M[I-1,I-1])*sqrt(M[I,I]));
    End;

```

```

(* affichage FJM *)
writeln;
writeln('----- MATRICE TRANSFORMEE POUR JACOBI
-----');
writeln;
For i:=1 to nb_nvz do

    Begin
    for j:=1 to nb_nvz do
    write(FJM[I,J], ' ');
    writeln;
    End;

Delay(1000);
End;

PROCEDURE JACOBI(Dimen      : integer;
                 Mat        : TAB;
                 MaxIter    : integer;
                 Tolerance  : real;
                 var Eigenvalues : Vecteur;
                 var Eigenvectors : TAB;
                 var Iter    : integer;
                 var Error   : byte);

const
    TNNearlyZero = 1E-015;

var
    Row, Column, Diag : integer;
    SinTheta, CosTheta : real;
    SumSquareDiag : real;
    Done : boolean;

procedure TestData(Dimen      : integer;
                  var Mat      : TAB;
                  MaxIter     : integer;
                  Tolerance    : real;
                  var Error    : byte);

var
    Row, Column : integer;

begin
    Error := 0;
    if Dimen < 1 then
        Error := 1;
    if Tolerance <= TNNearlyZero then
        Error := 2;
    if MaxIter < 1 then

```

```

    Error := 3;
  if Error = 0 then
    for Row := 1 to Dimen - 1 do
      for Column := Row + 1 to Dimen do
        if ABS(Mat[Row, Column] - Mat[Column, Row]) > TNNearlyZero
then
          Error := 4; { Matrix not symmetric }
end; { procedure TestData }

procedure Initialize(Dimen      : integer;
                    var Iter    : integer;
                    var Eigenvectors : TAB);

var
  Diag : integer;

begin
  Iter := 0;
  FillChar(Eigenvectors, SizeOf(Eigenvectors), 0);
  for Diag := 1 to Dimen do
    Eigenvectors[Diag, Diag] := 1;
  end; { procedure Initialize }

procedure CalculateRotation(RowRow  : real;
                          RowCol   : real;
                          ColCol   : real;
                          var SinTheta : real;
                          var CosTheta : real);

var
  TangentTwoTheta, TangentTheta, Dummy : real;

begin
  if ABS(RowRow - ColCol) > TNNearlyZero then
    begin
      TangentTwoTheta := (RowRow - ColCol) / (2 * RowCol);
      Dummy := Sqrt(Sqr(TangentTwoTheta) + 1);
      if TangentTwoTheta < 0 then { Choose the root nearer to zero
}
        TangentTheta := -TangentTwoTheta - Dummy
      else
        TangentTheta := -TangentTwoTheta + Dummy;
      CosTheta := 1 / Sqrt(1 + Sqr(TangentTheta));
      SinTheta := CosTheta * TangentTheta;
    end
  else
    begin
      CosTheta := Sqrt(1/2);
      if RowCol < 0 then
        SinTheta := -Sqrt(1/2)
      else
        SinTheta := Sqrt(1/2);
    end;
  end;

```

end; { procedure CalculateRotation }

```
procedure RotateMatrix(Dimen      : integer;
                      SinTheta   : real;
                      CosTheta   : real;
                      Row        : integer;
                      Col        : integer;
                      var Mat     : TAB);
```

```
var
  CosSqr, SinSqr, SinCos : real;
  MatRowRow, MatColCol, MatRowCol, MatRowIndex, MatColIndex : real;

  Index : integer;
```

```
begin
  CosSqr := Sqr(CosTheta);
  SinSqr := Sqr(SinTheta);
  SinCos := SinTheta * CosTheta;
  MatRowRow := Mat[Row, Row] * CosSqr + 2 * Mat[Row, Col] * SinCos
+
  Mat[Col, Col] * SinSqr;
  MatColCol := Mat[Row, Row] * SinSqr - 2 * Mat[Row, Col] * SinCos
+
  Mat[Col, Col] * CosSqr;
  MatRowCol := (Mat[Col, Col] - Mat[Row, Row]) * SinCos +
  Mat[Row, Col] * (CosSqr - SinSqr);
```

```
for Index := 1 to Dimen do
  if not(Index in [Row, Col]) then
  begin
    MatRowIndex := Mat[Row, Index] * CosTheta +
    Mat[Col, Index] * SinTheta;
    MatColIndex := -Mat[Row, Index] * SinTheta +
    Mat[Col, Index] * CosTheta;
    Mat[Row, Index] := MatRowIndex;
    Mat[Index, Row] := MatRowIndex;
    Mat[Col, Index] := MatColIndex;
    Mat[Index, Col] := MatColIndex;
```

```
  end;
  Mat[Row, Row] := MatRowRow;
  Mat[Col, Col] := MatColCol;
  Mat[Row, Col] := MatRowCol;
  Mat[Col, Row] := MatRowCol;
end; { procedure RotateMatrix }
```

```
procedure RotateEigenvectors(Dimen      : integer;
                              SinTheta   : real;
                              CosTheta   : real;
                              Row        : integer;
                              Col        : integer;
                              var Eigenvectors : TAB);
```

```

var
  EigenvectorsRowIndex, EigenvectorsColIndex : real;

  Index : integer;

begin
  { Transform eigenvector matrix }
  for Index := 1 to Dimen do
  begin
    EigenvectorsRowIndex := CosTheta * Eigenvectors[Row, Index] +
                          SinTheta * Eigenvectors[Col, Index];
    EigenvectorsColIndex := -SinTheta * Eigenvectors[Row, Index]
+
                          CosTheta * Eigenvectors[Col, Index];
    Eigenvectors[Row, Index] := EigenvectorsRowIndex;
    Eigenvectors[Col, Index] := EigenvectorsColIndex;
  end;
end; { procedure RotateEigenvectors }

procedure NormalizeEigenvectors(Dimen      : integer;
                               var Eigenvectors : TAB);

var
  Row : integer;
  Largest : real;

procedure FindLargest(Dimen      : integer;
                     var Eigenvector : Vecteur;
                     var Largest   : real);

var
  Term : integer;

begin
  Largest := Eigenvector[1];
  for Term := 2 to Dimen do
    if ABS(Eigenvector[Term]) > ABS(Largest) then
      Largest := Eigenvector[Term];
  end; { procedure FindLargest }

procedure DivVecConst(Dimen      : integer;
                     var ChangingRow : Vecteur;
                     Divisor     : real);

var
  Term : integer;

begin
  for Term := 1 to Dimen do
    ChangingRow[Term] := ChangingRow[Term] / Divisor;
  end; { procedure DivVecConst }

begin { procedure NormalizeEigenvectors }
  for Row := 1 to Dimen do

```

```

begin
  FindLargest(Dimen, Eigenvectors[Row], Largest);
  DivVecConst(Dimen, Eigenvectors[Row], Largest);
end;
end; { procedure NormalizeEigenvectors }

begin { procedure Jacobi }
  TestData(Dimen, Mat, MaxIter, Tolerance, Error);
  if Error = 0 then
  begin
    Initialize(Dimen, Iter, Eigenvectors);
    repeat
      Iter := Succ(Iter);
      SumSquareDiag := 0;
      for Diag := 1 to Dimen do
        SumSquareDiag := SumSquareDiag + Sqr(Mat[Diag, Diag]);
      Done := true;
      for Row := 1 to Dimen - 1 do
        for Column := Row + 1 to Dimen do
          if ABS(Mat[Row, Column]) > Tolerance * SumSquareDiag then
            begin
              Done := false;
              CalculateRotation(Mat[Row, Row], Mat[Row, Column],
                Mat[Column, Column], SinTheta,
CosTheta);
              RotateMatrix(Dimen, SinTheta, CosTheta, Row, Column,
Mat);
              RotateEigenvectors(Dimen, SinTheta, CosTheta, Row,
Column,
                Eigenvectors);
            end;
          until Done or (Iter > MaxIter);
          for Diag := 1 to Dimen do
            Eigenvalues[Diag] := Mat[Diag, Diag];

(* ajout personnel à procedure std *)
(*prise en compte de la transf pour jac*)

{ For J:=1 To Count DO
  tempor:=eigenvectors[J];
  for i:=1 to count do
    begin
      ModalMatrix[i,j]:=tempor}

      NormalizeEigenvectors(Dimen, Eigenvectors);
      if Iter > MaxIter then
        Error := 5
      end;
    end; { procedure Jacobi }

{*****}
{*****}

```

**PROCEDURE MENU;**

```
Begin
writeln;
w r i t e ( ' - - - - - V , O T R E
CHOIX: (1)MODES, (2)TRANS, (3)SPECTR, (4)FIN-----: ');
End;
```

**PROCEDURE MODES;**

```
Begin

Transformation_pour_jacobi(MassMatrix,RigidityMatrix,ForJacobiMat
rix);
MaxIter:=100;
Tolerance:=10E-10;
For J:=1 To Count Do

Begin
For I:=1 To Count Do
interm[I]:=ForJacobiMatrix[i,j];
JacobiMatrix[J]:=Interm;
End;

JACOBI(count,JacobiMatrix,MaxIter,Tolerance,
PP,Matrice_Modale,Iter,error);

(* calcul matrice modale vraie *)
(* multiplication par 1/Sqrt[M] *)

for i:=1 to count do

Begin
for j:=1 to count do
ModalMatrix[i,j]:=Matrice_Modale[j,i]/(sqrt(MassMatrix[i,i]));
writeln;
end;

(* renormalisation par colonne *)
(* division par le max de colonne *)

for j:=1 to count do

Begin
greater[j]:=Abs(ModalMatrix[1,j]);
for i:=1 to count do
if Abs(ModalMatrix[i,j]) > greater[j] then
greater[j]:=Abs(ModalMatrix[i,j]);
end;

for j:=1 to count do

Begin
for i:=1 to count do
```

```

(* lecture des données dynamiques *)

I:=0;
Repeat
read(DF,E[i+1]);      (* coefficients d'amortissement *)
Writeln('Amort.',E[i+1]);
I:=I+1;
Until Eoln(DF);
Readln(DF);

nb_points:=0;
Repeat
read(DF,points[nb_points+1,1]);      (* temps
*)
read(DF,points[nb_points+1,2]);      (* accélération instantanée
*)
nb_points:=nb_points+1;
Until Eoln(DF);
close(DF);
writeln;
writeln('-- Accélérogramme Lu --');
writeln;
for j:=1 to nb_points do
  writeln(points[j,1], ' ', points[j,2]);
  writeln;

Writeln('----- DATES DE CALCUL -----');
Writeln;
Write('DEBUT   FIN   PAS : ');
Readln (ti,tf,p);
Writeln;

End;
(*****
****)

FUNCTION fnt(t,tau,Pn :real; n :integer ):real;
Begin
fnt := Pn*Exp(-E[n]*PP[n]*(t-tau))*sin( PPA[n]*(t-tau) ) /
(MSM[n]*PPA[n]);
End;

PROCEDURE TRANS;

Const
maxdates = 100 ;

Type
couples = array[1..maxdates,1..2] of real;

Var
Vt, Ynt, Interm           :vecteur;
a                          :real;

```

```

    ModalMatrix[i,j]:=ModalMatrix[i,j]/greater[j];
    End;

(* écriture des pulsations propres *)

Writeln;
W r i t e l n ( ' - - - - - P U L S A T I O N S
PROPRES-----');
Writeln;
For I:=1 To Count Do

    Begin
    PP[I]:=Sqrt(PP[I]);
    Write(PP[I], ' ');
    End;

Delay(1500);

(* écriture de la matrice modale *)

Writeln;
Writeln;
writeln('----- MATRICE MODALE COLONNE PAR COLONNE
-----');
Writeln;
for j:=1 to count do

    Begin
    for i:=1 to count do
    write(ModalMatrix[i,j], ' ');
    writeln;
    end;

End;

(*****
*****
PROCEDURE DONNEES_DYNAMIQUES;
    Begin
    writeln;
    writeln('----- LECTURE DES DONNEES POUR L'ANALYSE DYNAMIQUE
--');
    writeln;

    (* ouverture fichier des données dynamiques *)

    write('----- NOM DU FICHIER DES DONNEES DYNAMIQUES -----;
');
    readln(filename);
    assign(DF,filename);
    reset(DF);
    writeln;

```

```

Begin
ClrScr;
Writeln('          ----- ANALYSE TRANSITOIRE -----
      ');
writeln;
writeln;
DONNEES_DYNAMIQUES;
writeln;
writeln('----- ANALYSE      MODALE      PRELIMINAIRE
-----');
writeln;

MODES;

(* calcul masses scalaires modales *)
(* charges modales préliminaires  *)
(* et pulsations modales amorties *)

Initialise_vecteur(MSM);
Initialise_vecteur(CM);
Initialise_vecteur(Interm);

for j:=1 to count do

  Begin
  for i:=1 to count do

    Begin
    MSM[j] :=MSM[j]+MassMatrix[1,1]*Sqr(ModalMatrix[1,j]);
    CM[j]  :=CM [j]+MassMatrix[1,1]*ModalMatrix[1,j];
    PPA[j] :=PF[j]*Sqrt(1-Sqr(E[j]));
    End;

  End;

  (* écriture des masses scalaires modales Mn *)
  writeln;
  writeln('-----      MASSES      SCALAIRES      MODALES
-----');
  writeln;
  for n:= 1 to count do
  writeln('Mode No   ', n , '   ', MSM[n]:5:2);
  Delay(1500);

  (* écriture des pulsations propres amorties  *)
  writeln;
  writeln('-----      PULSATIONS      PROPRES      AMORTIES
-----');
  writeln;
  for n:= 1 to count do
  writeln('Mode No   ', n , '   ', PPA[n]:5:2);
  Delay(1500);

```

```

(* calcul des coordonnées généralisées instantanées *)
(* et des déplacements instantanés ; *)
(* boucle sur les dates de sortie *)
(* puis sur les modes *)
(* puis sur les points de l'accélérogramme *)

Initialise_vecteur(Ynt);
I:=0;
t:=ti;
While t <= tf do

  Begin
  Initialise_vecteur(Vt);
  writeln;
  writeln('----- DATE : t = ', t:5:3 , ' -----');
  Delay(1000);
  writeln;
  writeln(' Coordonnées Modales Généralisées ');
  writeln;
  For n:=1 to count do

    Begin
    Pn (* zéro *):= -points[1,2] * CM[n];
    Ynt[n](* zéro *):= -0.5*(points[1,1]-points[2,1])*
fnt(t,points[1,1],Pn,n);
    L:=2;
    while points[L,1] < t do

      Begin
      Pn :=-points[L,2]* CM[n];
      Ynt[n] := Ynt[n]-0.5*(points[L-1,1]-points[L+1,1])*
fnt(t,points[L,1],Pn,n);
      L:=L+1;
      End;

      writeln('MODE NO ',n,' : Y(t) = ',Ynt[n]:5:3);
      for L:= 1 to count do

        Begin
        Vt[L]:=Vt[L]+ModalMatrix[L,n]*Ynt[n];
        End;

      End;

    Delay(1000);
    writeln;
    writeln(' Déplacement Instantané : ');
    writeln;
    for n:=1 to count do
    writeln('D.L NO ', n , ' : ',Vt[n]:5:3);
    writeln;
    t:=t+p;
  End;
Menu;

```

End;

(\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*)

**PROCEDURE SPECTR;**

(\* Spectr calcule les valeurs spectrales modales et, \*)  
(\* pour chaque mode de vibration, \*)  
(\* les maxima probables suivant la règle Merchant-Hudson \*)

Const

maxdates = 25;

Type

couples = array[1..maxdates,1..2] of real;

Var

W, Cmax, Per, SumX, SumV, SumA, SumF : real;  
Xmax, Vmax, Amax, Fmax, Vt, Ynt,  
SD, SV, SA : Vecteur;

Begin

ClrScr;

Writeln(' ----- ANALYSE SPECTRALE (DIRECTE) -----  
' ); (\* à centrer \*)

Writeln;

DONNEES\_DYNAMIQUES;

Writeln('ANALYSE MODALE PRELIMINAIRE');

Writeln;

MODES;

(\* calcul masses scalaires modales \*)

(\* charges modales préliminaires \*)

Initialise\_vecteur(MSM);

Initialise\_vecteur(CM);

for j:=1 to count do

Begin

for i:=1 to count do

Begin

MSM[j] :=MSM[j]+MassMatrix[i,i]\*Sqr(ModalMatrix[i,j]);

CM[j] :=CM [j]+MassMatrix[i,i]\*ModalMatrix[i,j];

End;

PPA[j]:=PP[j];

End;

writeln;

(\* Calcul pour couple modal d'amortissement E[n] et pulsation W \*)

Writeln('MODE PER. AMORT. SD  
SV SA ');

Writeln;

```

For n:=1 to count do (* Boucles sur modes de vibration *)
  Begin
  W:=PP[n];
  Initialise_Vecteur(SD);
  Initialise_Vecteur(SV);
  Initialise_Vecteur(SA);
  t:=t1;
  PER:=6.283185/W;

  While t <= tf do
    Begin
      (* Calcul de l'intégrale de Duhamel *)
      (* pour les différentes dates de calcul t *)

      (* initialisation pour chaque mode *)
      Pn(* zéro *) := -points[1,2]* CM[n];
      Ynt[n](* zéro *) := -0.5*(points[1,1]-points[2,1])*
fnt(t,points[1,1],Pn,n);
      L:=2;

      while points[L,1] < t do (* calcul par la formule des
trapèzes *)
        Begin
          Pn := -points[L,2]* CM[n];
          Ynt[n] := Ynt[n]-0.5*(points[L-1,1]-points[L+1,1])*
fnt(t,points[L,1],Pn,n);
          L:=L+1;
        End;

      If Abs(Ynt[n]) > SV[n] then
        Begin
          SV[n]:=Abs(Ynt[n]);
        End;

      t:=t1+PER;
    End;

    (* Sortie des valeurs spectrales *)
    writeln;
    SA[n]:=SV[n]*W;
    SD[n]:=SV[n]/W;
    writeln(n, ' ', PER:8:4, ' ', E[n]:8:4, ' ',
',SD[n]:8:4, ' ', SV[n]:8:4, ' ', SA[n]:8:4);
    writeln;

  End;
  Writeln;
  Writeln;
  Writeln('---- VALEURS MAX PROBABLES SUIVANT MERCHANT-HUDSON
-----');
  (* Combinaison suivant Merchant-Hudson *)
  (* Déplacements, Vitesses, Accélérations maximales *)
  (* Forces d'inertie maximales *)

```

```

(* Force de cisaillement à la base maximale *)

Writeln;
Writeln('Niv.      Xmax      Vmax      Amax
Fmax ');
Writeln;

For i:= 1 to nb_nvx do
  Begin
    (* initialisations *)
    Xmax[i]:=Abs(SD[1]*ModalMatrix[i,1]);
    Vmax[i]:=Abs(SV[1]*ModalMatrix[i,1]);
    Amax[i]:=Abs(SA[1]*ModalMatrix[i,1]);
    Fmax[i]:=Abs(MassMatrix[i,i]*Amax[i]);
    SumX:=0;
    SumV:=0;
    SumA:=0;
    SumF:=0;

    For j:=2 to count do
      Begin
        SumX:=SumX+Sqr(SD[j]*ModalMatrix[i,j]);
        SumV:=SumV+Sqr(SV[j]*ModalMatrix[i,j]);
        SumA:=SumA+Sqr(SA[j]*ModalMatrix[i,j]);
        SumF:=SumF+Sqr(MassMatrix[i,i]*Amax[i]);
      End;

    Xmax[i]:=Xmax[i]+Sqr(SumX);
    Vmax[i]:=Vmax[i]+Sqr(SumV);
    Amax[i]:=Amax[i]+Sqr(SumA);
    Fmax[i]:=Fmax[i]+Sqr(SumF);
    Writeln(i, '      ', Xmax[i]:8:4, '      ', Vmax[i]:8:4, '
', Amax[i]:8:4, '      ', Fmax[i]:8:4);
    Writeln;
  End;

  writeln;
  writeln;

  (* Calcul cisaillement max à la base *)
  Cmax:=0;
  For i:=1 to nb_nvx do
    Cmax:=Cmax+Fmax[i];
  Writeln('----- CISAILLEMENT MAX A LA BASE      :      ', Cmax:8:4 );
  Writeln;
  Menu;
  End;

  (*****
  *****)

Begin

ClrScr;

```

```
writeln;
write('----- NOM DU FICHIER DE SORTIE ?-----');
');
readln(filename);
assign(OutputFile,filename);
rewrite(OutputFile);
writeln;

Masses_et_Rigidites ( MassMatrix, RigidityMatrix);

MENU;
readln(choix);
  case choix of
    '1':
      Begin
        MODES;
        MENU;
      End;
    '2':
      Begin;
        TRANS;
        MENU;
      End;
    '3':
      Begin
        SPECTR;
        MENU;
      End;
    '4':FIN;
  End;

End.
```

**PROGRAM SPECTRA;**

Uses crt ,printer ,DOS;

Const

maxdates = 100;

Type

couples = array[1..maxdates,1..2] of real;

Var

PP,Yt,Ti,Tf,DT,T,W,Di,Df,Pas,D,SV,SA,SD,date\_de\_SV :real;  
filename :string[10];  
inputfile,outputfile :text;  
nb\_dates,nb\_points,Nc,I,J,L,N :integer;  
points :couples;  
CA :array[1..5] of  
real;

FUNCTION ft(E,W,t,tau,a :real):real;

Begin

{Writeln('Vérifie a E W t tau ',a,' ',E,' ',W,' ',t,' ',tau);} ft := -a\*Exp(-E\*W\*(t-tau))\*sin(W\*(t-tau))/W

end;

Begin

ClrScr;

Writeln('-----');  
Writeln('----- LECTURE DES DONNEES -----');  
Writeln('-----');

Writeln;

write('NOM DU FICHIER ACCELEROGRAMME ? -----:');  
readln(filename);  
assign(Inputfile,filename);  
writeln;

Writeln;

write('NOM DU FICHIER DE SORTIE ? -----:');  
readln(filename);  
assign(Outputfile,filename);  
writeln;

Writeln;

Writeln('---- PERIODES DU SPECTRE ---- ');  
writeln;

write('DEBUT , FIN , PAS : ');  
readln( Ti , Tf , DT );  
writeln;

Writeln;

Writeln('---- DATES DE CALCUL ---- ');  
writeln;

write('DEBUT , FIN , PAS : ');  
readln( Di , Df , Pas );  
writeln;

```

Writeln('---- COEFFICIENTS D'AMORTISSEMENT ---- ');
writeln;
write('NOMBRE (max : 5 ) : ');
readln(Nc);
writeln;
Write('VALEURS : ');
for I:=1 to Nc do
  read(CA[I]);
writeln;
writeln;

writeln('-----');
writeln('----- EXECUTION -----');
writeln('-----');

(** Lecture des points de l'accélérogramme **)
Reset(Inputfile);
nb_points:=0;
Repeat
read(Inputfile,points[nb_points+1,1]); (* temps
*)
read(Inputfile,points[nb_points+1,2]); (* accélérations
instantanées *)
nb_points := nb_points + 1;
Until Eoln(Inputfile);
close(Inputfile);

(* Calcul pour couples de E , W *)
For I:=1 to Nc do (* Boucles sur amortissements *)

Begin
N:=1; (* 1ère période de calcul *)
Writeln;
Writeln('AMORTISSEMENT ',CA[I]:3:2 );
Writeln;
Writeln;
Writeln(' T SD SV SA ');
Writeln;
T:=Ti;
While T <= Tf do

Begin
W:=2*3.141592654/T;
SV:=0;
D:=Di;
While D <= Df do

Begin
(* Intégration de Duhamel pour chaque couple T,CA[i] *)
(* étendue sur les dates de calcul D *)

(* Initialisation *)

```

```

Yt:=-0.5*(points[1,1]-points[2,1])*ft(CA[I],W,D,points[1,1],point
s[1,2]);
  L:=2;

  While points[L,1] <= D do
    (* Intégration par la formule des trapèzes sur les Points[L]
*)
    Begin
Yt:=Yt-0.5*(points[L-1,1]-points[L+1,1])*ft(CA[I],W,D,points[L,1]
,points[L,2]);
      L := L + 1;
      End;

      If Abs(Yt) > SV then
        Begin
          SV:=Abs(Yt);
          date_de_SV :=D;
          End;

      D:=D + Pas ;
      End;

      (* Sortie des valeurs spectrales *)
      writeln;
      SA:=SV*W;
      SD:=SV/W;
      writeln('          ',T:5:2,'          ',SD:5:2,'          ',SV:5:2,'
          ',SA:5:2);
      Delay(1000);

T:=T + DT ;
End;

End;
End.

```