Ecole Polytechnique
De
THIES

GENIE CIVIL

Projet de Fin d'études

TITRE : Comparaison des Normes Canadiennes et Françaises en Béton Armé.

Thèorie à la rupture

Auteur
Barama SARR

Directeur du Projet
Mr Roger LUPIEN

REMERCIEMENTS

J'adresse mes sincères et vifs remerciements à tous ceux qui de loin ou de près ont participé à l'élaboration de ce projet. Plus particulièrement à

- Monsieur ROGER Lupien, Directeur de mon projet, par son apport constant tout le long de son élaboration.
- Monsieur CHérif Oumar DIAGNE: responsable de la Bibliothèqua
- L'Elève Ingénieur Karimou Gueye 3'année Genie Mécanique

Je dédie ce projet à tous
mes parents et amis

SOMMAIRE

Nous avons choisi de porter notre étude sur six points constituant ainsi les six chapitres du projet à savoir

chapitre 1 combinaisons de charges et Facteurs de sécurité.

2 caractéristiques des matériaux

3 Flexion simple

4 Cisaillement

5 Compression

6 Critères de ruine (flèche et fissuration)

Il en ressort de cette étude que les deux réglements ne présentent pas de différence notoire dans les résultats; cependant on remarque une certaine différence sur la philosophie des deux approches. Ainsi à partir des applications que nous avons faites à l'aide d'exemples numériques, les deux règlements conduisent globalement à la même consommation d'acier pour l'armature longitudinale. Quant à l'armature transversale les normes canadiennes (C.S.A. A23.3 M77) consomment jusqu'à 25 à 50 % d'acier de moins que les normes Françaises (B.A.E.L 80) pour un béton donné. Les calculs sont conduits avec les bétons les plus couramment utilisés, c'est à dire de capacité: 20, 25, 30, 40 MPa et comme armatures, les aciers naturels ou fortement écrouis de limite d'élasticité f_y (C.S.A. A23.3 M77) ou f_e (B.A.E.L 80) = 300, 350, 400 MPa

TABLE DES MATIERES

		Page
Introduction		1
Chapitre 1 :	Combinaisons de charges et Facteurs de sécurité	3
1.1	Combinaisons de charges	4
1.2	Facteurs de sécurité	5
Chapitre 2	Caracteristiques des materiaux	14
2.1	Béton	15
2.2	Acier	25
Chapitre 3	Flexion simple	29
3.1	Hypothèses de calcul	30
3.2	section rectangulaire	32
3.2.1	Armature simple	33
3.2.2	Armature double	48
3.3	section en Té	57
Chapitre 4	Cisaillement	
4.1	Hypothèses de calcul	71
4.2	Principales formules	72

Chapitre 5 : Compression 82

5.1 Hypothèses de calcul 83

5.2 Compression centrée 83

5.3 Elancement 84

Chapitre 6 : Critères de ruine

6.1 Flèche 104

6.2 Fissuration 111

Conclusion 114

Bibliographie 118

Annexes 119

- Annexe A Notations 120

- Annexe B Dérivation de formules 123

- Annexe C Abaques 125

Liste des exemples

Analyse d'une section rectangulaire armée en tension — Page
exemple 1 — 35

Design d'une section rectangulaire armée en tension
exemples 2, 3 — 40

Design d'une section rectangulaire armée en compression
exemples 4, 5

Analyse d'une section en Té
exemples 6, 7, 8 — 61

Calcul de l'espacement des armatures transversales d'une poutre en flexion simple
exemple 9 — 76

Charge axiale maximale de service que l'on peut appliquer sur une colonne
exemples 10, 11, 12 — 86

Design d'une colonne courte
exemple 13, 14 — 90

Design d'une colonne élancée
exemple 15 — 96

Calcul de flèche
exemple 16 — 107

INTRODUCTION

Au Sénegal, la plupart des conceptions et calculs des ouvrages et constructions en béton armé se font avec les normes Françaises à travers les règles C.C.B.A. 68 qui sont basées sur " les contraintes admissibles"

L'amélioration des connaissances concernant le béton armé et l'experience dans le calcul et la conception des structures appelaient des modifications ou novations dans le détail des prescriptions des règles C.C.B.A 68.

La théorie des états limites a fait l'objet de nombreuses études d'approfondissement tant sur le plan national qu'au niveau international.

Pour l'ensemble de ces raisons, il est donc apparu opportun d'établir un règlement de calcul du Béton Armé aux Etats Limites (B.A.E.L) basé sur une meilleure analyse des conditions auxquelles doit satisfaire une construction.

Avec l'apparition de ces nouvelles règles et leur application dans les prochaines années dans notre pays, ce projet a un double but : d'abord il permettra surtout à nous, ingénieurs sortant de l'Ecole polytechnique de THies et autres, qui avons fait des calculs de Béton armé avec la théorie "aux états limites" suivant les normes Canadiennes (C.S.A A23.3 M77) de comprendre plus rapidement les règles B.A.E.L pour une utilisation future.

Dans un deuxième temps, ce projet nous permettra de dégager le règlement le plus économique du point de vue consommation d'acier ou de béton.

Nous ne ferons pas un exposé complet des théories et prescriptions des deux règlements. Ne sont traités dans cette étude que les cas usuels qui constituent d'ailleurs et de bien loin la majorité des calculs qu'un ingénieur est amené à conduire dans sa carrière. Pour les cas particuliers, il y'aura lieu de s'inspirer des moyens et méthodes de calcul développés dans les références mentionnées dans la Bibliographie.

CHAPITRE 1

COMBINAISONS de CHARGES
et
FACTEURS de SECURITE

Règles C.S.A. A.23.3.M77	1.1 Combinaison de charges	Règles B.A.E.L 80
$U = \alpha_D D + \psi\left(\alpha_L L + \alpha_W W + \alpha_T T\right)$ D = charges permanentes ou charges mortes L = Surcharges ou charges vives W = charges de vent T = effets de la température		$U = 1.35\, G_{max} + G_{min} + \gamma_{Q_1} Q_1 + \sum \gamma_{Q_i} Q_i$ G_{max} : actions permanentes dont l'effet est défavorable G_{min} : actions permanentes dont l'effet est favorable Q_1 : une action variable dite de base Q_i : les autres actions variables dites d'accompagnement (avec $i > 1$)

Règles C.S.A. $A_{23.3}$.M77	1.2 Facteurs de sécurité	Règles B.A.E.L 80
<u>facteurs de pondération</u>. $\alpha_D = 1.4$ $\alpha_L = 1.7$ $\alpha_w = 1.7$ $\alpha_T = 1.4$		<u>facteurs de pondération</u>. $\gamma_G = 1.35$ $\gamma_{Q_1} = 1.50$ $\gamma_{Q_2} = 1.2$ $\gamma_{Q_i} = 0.8$

Règles C.S.A. A.23.3.M77	Règles B.A.E.L 80		
	Actions variables de base Q_1	Actions d'accompagnement Q_2	γ_{Q_2}
	- charges appliquées en cours d'exécution - charges d'exploitation sur ponts ferroviaires	Vent	1.3
	- charges d'exploitation sur planchers des bâtiments	Vent et ou neige	1.2
	Vent et/ou neige appliqués aux bâtiments	- charges d'exploitation pour : locaux de bâtiment pour hébergement, salle de classe, bureaux, boutiques, bibliothèques grande surface de vente	1.04
		- charges d'exploitation pour aire de stockage, archives salles de spectacles	1.3

Règles C.S.A. $A_{23.3}$ M77	Règles B.A.E.L 80
<u>facteur de performance</u> ϕ - Flexion $\phi = 0.9$ - Cisaillement - Torsion $\phi = 0.85$ - Eléments comprimés spiralés $\phi = 0.75$ - Eléments comprimés ligaturés $\phi = 0.70$ <u>facteur de simultaneité</u> ψ $\psi = 0.75$ pour D, L, W	<u>facteur de performance</u> $\frac{1}{\gamma_b}$ (avec $\gamma_b = 1.5$ ou 1.15) - $\frac{1}{\gamma_b} = 0.67$ ou 0.87 - $\frac{1}{\gamma_s} = 0.87$ ou 1 avec $\gamma_s = 1.15$ ou 1 . Le facteur de simultaneité (ψ_{0i}) est inclus dans les coefficients γ_{Q_i} ($i > i$) ($\gamma_{Q_i} = 1.3\,\psi_{0i}$)

Discussion explicative

Règles C.S.A. A23.3 M77

les normes canadiennes utilisent un facteur de simultanéité (ψ) pour tenir compte de la probabilité que ces charges soient présentes simultanément. Il vaut généralement 0.75.

Le facteur de performance (ϕ) tient compte de la réduction possible de la résistance du matériau mis en oeuvre par rapport à sa résistance caractéristique défini à priori. Ce facteur varie suivant les sollicitations

Règles B.A.E.L 80

Les normes françaises emploient un facteur de simultaniété (ψ_{0i}). Les actions variables d'accompagnement Q_i ($i>1$) sont pondérées par des coefficients $\gamma_{Q_i} = 1.3\,\psi_{0i}$, dépendant de la nature des actions considérées

Pour les effets dûs à la température, le coéfficient a pour valeur $\gamma_{Q_i} = 0.8$ quelle que soit la nature de l'action de base.

Pour les autres actions, les coefficients γ_{Q_i} sont donnés par le tableau en fonction de la nature de l'action de base.

Le coefficient de minoration γ_b est appliqué sur la résistance du béton jouant ainsi le rôle d'un facteur de performance. Ce facteur vaut 1.5 pour les situations durables ou transitoires et 1.15 pour les situations accidentelles, même chose pour γ_s appliqué sur la limite d'écoulement de l'acier mais avec les valeurs 1.15 et 1

Discussion comparative

Pour faire une comparaison des deux réglements, nous allons faire un exemple numérique sommaire en calculant le facteur de sécurité sur une poutre en ne considérant que le chargement.

Exemple :

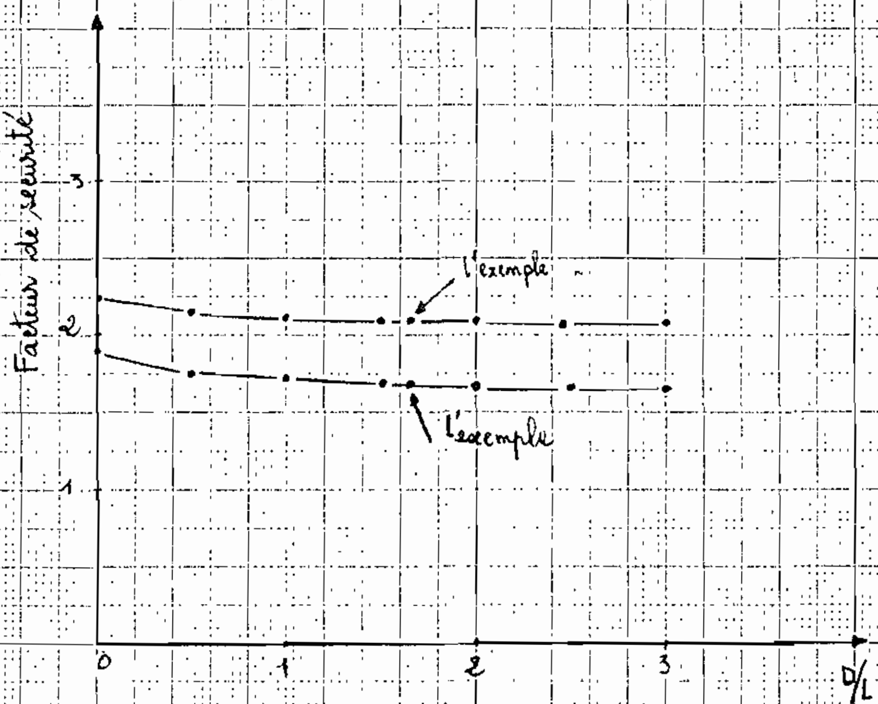
Soit une poutre sur appuis simples soumise aux charges de service suivantes

charges permanentes = 150 KN

Surcharges = 90 KN

Calculer le facteur de sécurité et tracer la courbe donnant le facteur de sécurité en fonction du rapport charges permanentes sur surcharges

Règles C.S.A. A.23.3.M.77	Régles B.A.E.L 80
$D = 150\,kN$ $L = 90\,kN$ $D/L = 1.66$ $F.S = \dfrac{\alpha_D D + \alpha_L L}{\phi\,(D+L)} = \dfrac{\alpha_D\left(\frac{D}{L}\right) + \alpha_L}{\phi\left(\frac{D}{L}\right) + 1}$ ϕ = facteur de performance $= 0.9$ $\alpha_D = 1.4$ $\alpha_L = 1.7$ $F.S = \dfrac{1.4 \times 150 + 1.7 \times 90}{0.9\,(150 + 90)} = 1.68$	$G = 150\,kN$ $Q_1 = 90\,kN$ $G/Q_1 = 1.66$ $F.S = \dfrac{\gamma_G G + \gamma_{Q_1} Q_1}{\frac{1}{\gamma_b}\,(G + Q_1)} = \dfrac{\gamma_G\left(\frac{G}{Q_1}\right) + \gamma_{Q_1}}{\frac{1}{\gamma_b}\left(\frac{G}{Q_1} + 1\right)}$ $\gamma_b = 1.5$ $1/\gamma_b = 0.67$ $\gamma_G = 1.35$ $\gamma_{Q_1} = 1.5$ $F.S = \dfrac{1.35 \times 150 + 1.5 \times 90}{0.67\,(150 + 90)} = 2.1$



Courbes donnant le facteur de sécurité en fonction du rapport charge morte sur charge vive (D/L) en ne considérant que le chargement

Règles C.S.A. A23.3.M77

Facteur de sécurité (F.S) en fonction du rapport charge morte sur charge vive (D/L) en ne considérant que le chargement

D/L	0	0.5	1	1.5	1.66	2	2.5	3
F.S	1.88	1.77	1.72	1.69	1.68	1.66	1.65	1.64

Règles B.A.E.L 80

G/Q_1	0	0.5	1	1.5	1.66	2	2.5	3
F.S	2.24	2.16	2.13	2.10	2.10	2.09	2.08	2.07

On constate d'après la courbe donnant le facteur de sécurité en fonction du rapport de la charge morte sur la charge vive, en ne considérant que le chargement, que les règles B.A.E.L 80 présentent un facteur de sécurité plus élevé qui vaut en moyenne 2.12 et les règles C.S.A. A23.3 M77, un facteur de sécurite de 1.7 en moyenne, soit une différence de 24%

CHAPITRE 2

CARACTERISTIQUES des MATERIAUX

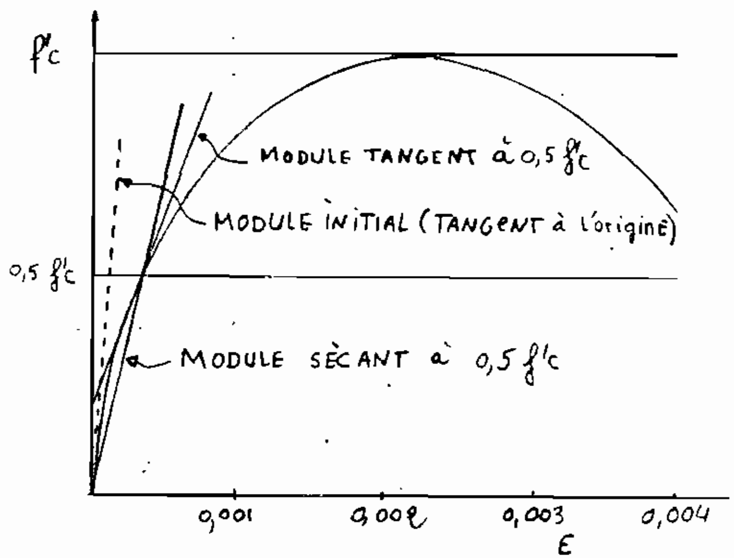
Règles C.S.A. A23.3 M77	2-1 Béton	Règles B.A.E.L 80

Règles C.S.A. A23.3 M77

Spécimen utilisés pour les essais de résistance en compression :

Cylindre : $\begin{cases} \text{diamètre} & 15 \text{ cm} \\ \text{hauteur} & 30 \text{ cm} \end{cases}$

Diagramme: contraintes – déformations

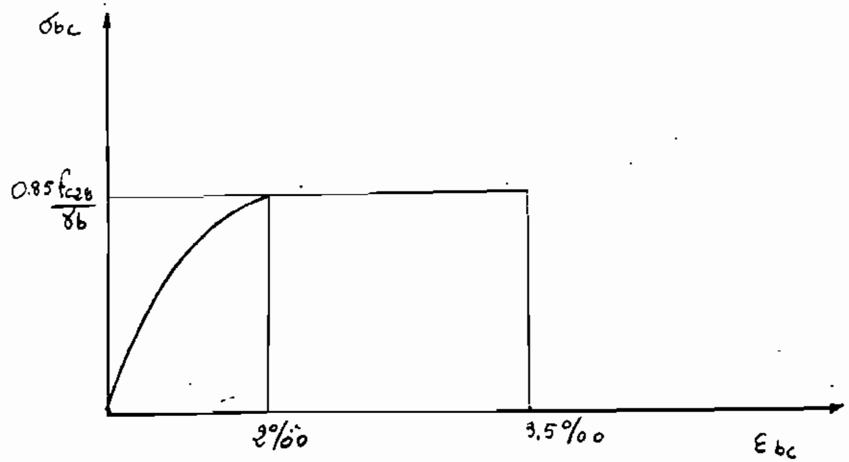


Règles B.A.E.L 80

Spécimen utilisés pour les essais de résistance en compression

Cylindre : $\begin{cases} \text{diamètre} & 16 \text{ cm} \\ \text{hauteur} & 32 \text{ cm} \end{cases}$

Diagramme : contraintes – déformations



Règles C.S.A. $A_{23.3}$ M77	Règles B.A.E.L 80
<u>Module d'élasticité</u> $E_c = 0.043\ \rho^{1.5}\sqrt{f'_c}$ (6.4) pour le béton normal $\rho = 2400\ kg/m^3$ et $E_c = 5000\sqrt{f'_c}$ <u>Coefficient de Poisson</u> $\nu = \frac{\sqrt{f'_c}}{29}$ généralement $\nu = 0.17$	<u>Module d'élasticité</u> $E_i = 12000(f_{c_{28}})^{1/3}$ module de "courte durée" $\bar{E}_v = \frac{E_i}{3} = 4000(f_{c_{28}})^{1/3}$ module de "longue durée" (A.2.1,21) <u>Coefficient de Poisson</u> $\nu = 0.20$ pour le béton supposé non fissuré $\nu = 0$ en cas de fissuration

Régles C.S.A. $A_{23.3}$ M77

Diagramme rectangulaire

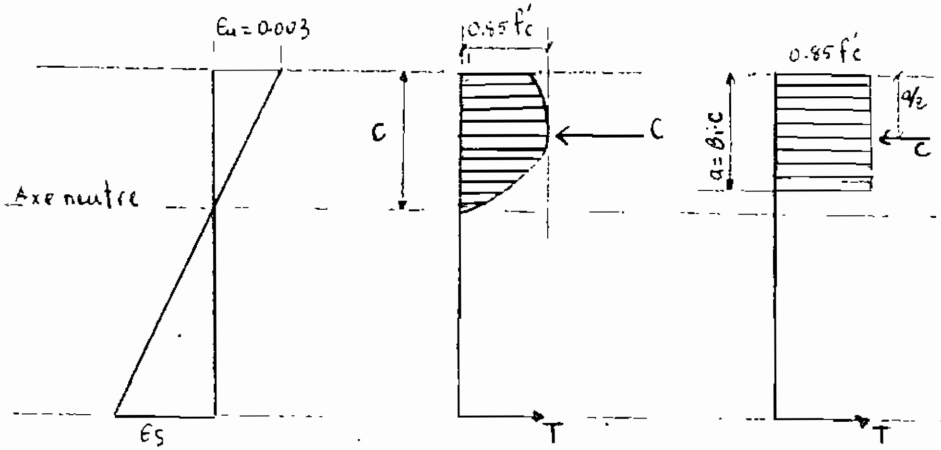


Diagramme des déformations — Diagramme réel des contraintes — Diagramme rectangulaire équivalent

Règles B.A.E.L 80

Diagramme rectangulaire

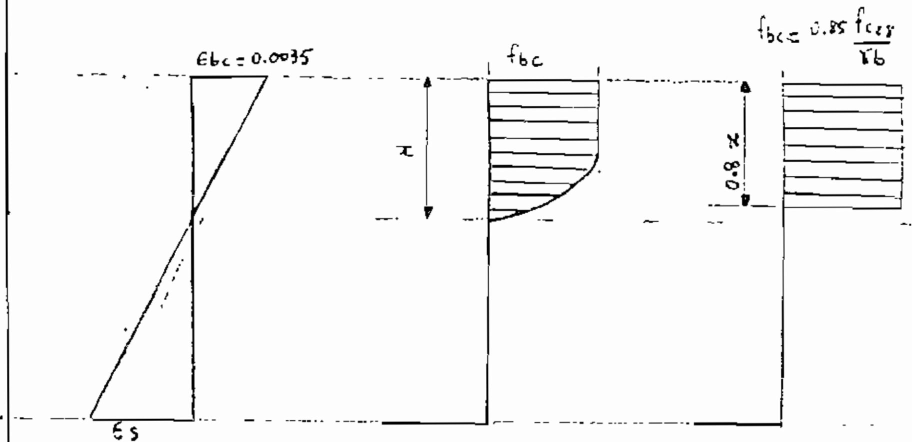


Diagramme des déformations — Diagramme réel des contraintes — Diagramme rectangulaire équivalent.

Discussion explicative

• Règles C.S.A. $A_{23.3}$ M77

Diagramme: contraintes - déformations

Le béton n'a pas un rapport contrainte-déformation (fc/ε) constant qui justifie le terme "module d'élasticité". Le module d'élasticité du béton varie avec la résistance. Il dépend aussi à un degré moindre de l'âge du béton, des propriétés des agrégats et du ciment, du taux de chargement et enfin du genre et des dimensions du specimen. Il existe plusieurs définitions du module d'élasticité parmi lesquelles on peut nommer le module initial, le module tangent et le module sécant.

La pente initiale de la courbe contrainte-déformation définit le "module initial" qui est peu conforme à prédire les déformations pour une contrainte donnée.

Comme les contraintes de service sont habituellement au voisinage de $0.5 f'_c$, on a choisi cette valeur de contrainte pour définir le "module tangent". On l'utilise surtout dans le calcul de flambage

La pente de la droite passant par l'origine et par le point correspondant à environ $0.5 f'_c$ détermine le "module sécant" lequel est consi-

déré en général comme le module d'élasticité à utiliser
Le code utilise le module sécant pour définir le module d'élasticité

Diagramme rectangulaire

La déformation ultime de la fibre extrême comprimée pour le béton est supposée égale à $\varepsilon_u = 0.003$

La contrainte maximale du béton est égale à $0.85 f'_c$

Le côté du rectangle de withney $a = \beta_1 c$

avec $\beta_1 = 0.85$ pour $f'_c \leq 27.5$ MPa

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \frac{(f'_c - 27.5)}{6.9} \quad \text{si } f'_c > 27.5 \text{ MPa}$$

$$\beta_1 \geq 0.65$$

Règles B.A.E.L 80

Diagramme : déformations - contraintes

Le diagramme déformations - contraintes du béton pouvant être utilisé dans tous les cas est le diagramme de calcul dit " parabole - rectangle"

Il comporte un arc de parabole du second degré d'axe parallèle à l'axe des contraintes de compression σ_{bc} suivi d'un segment de droite parallèle à l'axe des déformations ε_{bc} et tangent à la parabole en son sommet. Ce segment s'étend entre les valeurs 2‰ et 3.5‰ de la déformation ε_{bc}. l'arc de la parabole s'étend de l'origine des coordonnées jusqu'à son sommet de coordonnées $\varepsilon_{bc} = 2‰$ et $\sigma_{bc} = \frac{0.85 f_{c28}}{\gamma_b}$

Le coefficient γ_b est un coefficient de sécurité qui a pour objet de tenir compte de la dispersion de la résistance du béton ainsi que d'éventuels défauts localisés. Il vaut 1.5 pour les situations durables et 1.15 pour les situations accidentelles.

Le coefficient de minoration 0.85 de la résistance du béton tient compte de l'influence défavorable:

- de la durée d'application de la charge: en effet les résistances caractéristiques sont déterminées à partir de l'application de charges instantanées aux éprouvettes; la longue durée d'application d'une partie des charges entraine une diminution de la résistance du béton

- des conditions de bétonnage et d'hygrométrie qui conduisent à la face supérieure de la zone comprimée à une dessication plus rapide et en conséquence une diminution de la résistance à la compression

Module d'élasticité:

Le module sécant est utilisé pour définir le module d'élasticité. Il correspond à des contraintes au plus égales à 0.5 f_{cj}

Diagramme rectangulaire

La déformation ultime de la fibre comprimée $\varepsilon_{bc} = 0.0035$

La contrainte de calcul du béton est $f_{bc} = \frac{0.85\, f_{c28}}{\gamma_b}$

Le côté du rectangle de whitney est toujours pris égal à $0.8\, x$.

Disussion comparative

Nous allons comparer les deux règlements en calculant le module de Young pour les bétons qui ont les resistances suivantes : 20 MPa ; 25 MPa ; 30 MPa , 35 MPa , 40 MPa .

Exemple de calcul ($f'_c = 20\,MPa$)

- Règles C.S.A. A23.3 M77

Pour un béton normal

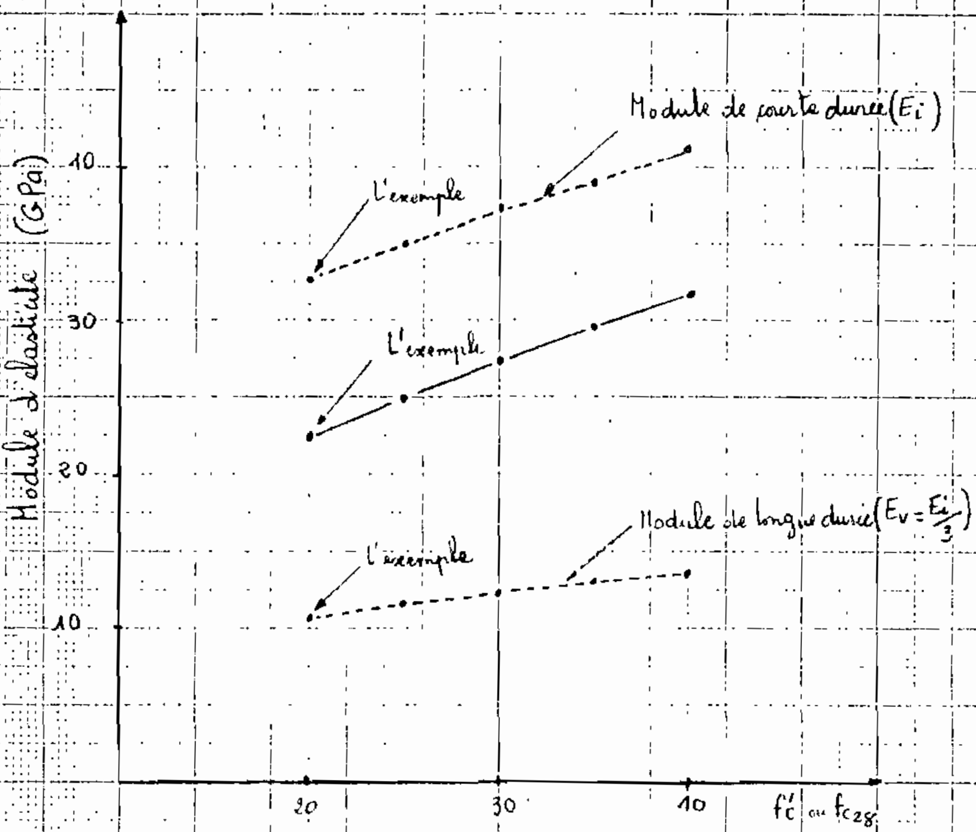
$$E_c = 5000\sqrt{f'_c} = 5000\sqrt{20} = 22\,360 \text{ MPa} = 22.36 \text{ GPa}$$

- Règles B.A.E.L 80

Module de courte duree $E_i = 12000\,(f_{c28})^{1/3} = 12000.(20)^{1/3} =$

$$E_i = 32\,573 \text{ MPa} = 32.57 \text{ GPa}$$

Module de longue durée $E_v = \dfrac{E_i}{3} = \dfrac{32.57 \text{ GPa}}{3} = 10.86 \text{ GPa}$



Module d'élasticité du béton en fonction de la résistance à la compression du béton à 28 jours

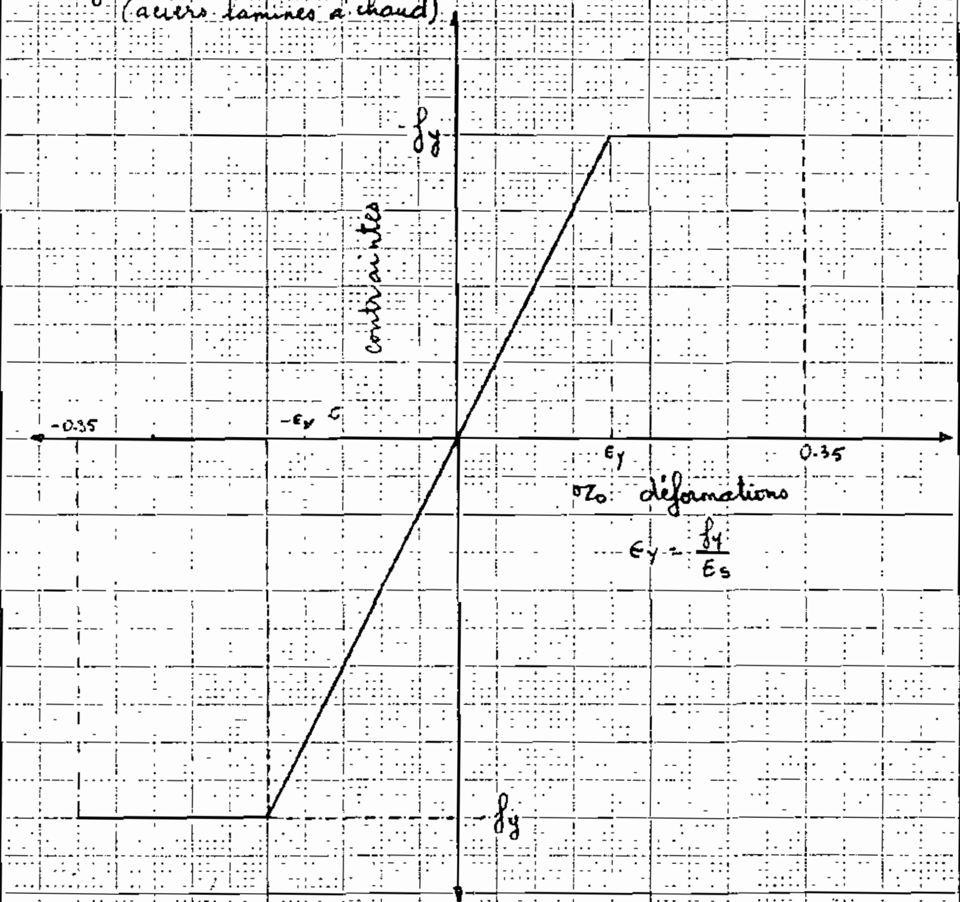
——— (C.S.A. A23.3 M77)

- - - - - - (B.A.E.L 80)

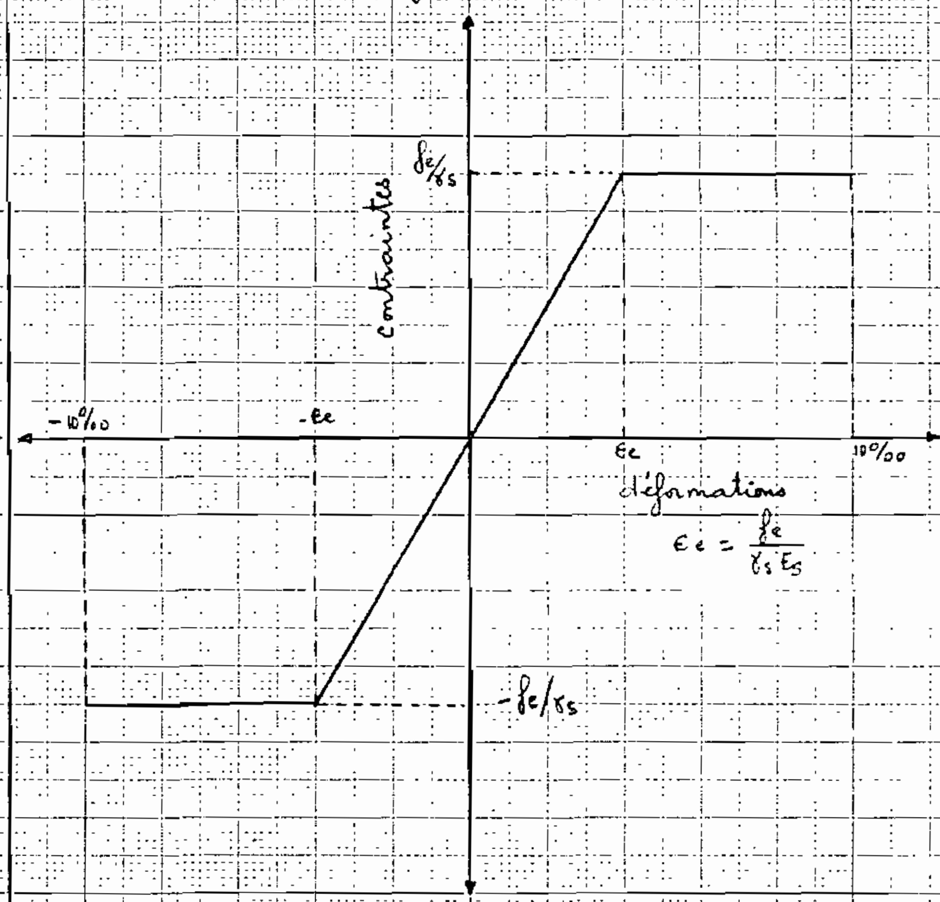
Les règles B.A.E.L définissent deux modules, un module pour les applications de courte durée noté (E_i) et un module de longue durée ($E_v = E_i/3$). En étudiant les courbes donnant le module d'élasticité en fonction de la résistance à la compression du béton, on constate que les valeurs données par les règles C.S.A. A23.3 sont en moyenne le double des valeurs du module de longue durée donné par les règles B.A.E.L, ou les 2/3 du module de courte durée.

Règles C.S.A A.23.3 M77	2.2 ACIER	Règles B.A.E.L 80

Diagramme contraintes - déformations
(aciers laminés à chaud)



(Aciers naturels ou fortement écrouis)



Règles C.S.A. $A_{23.3}$ M77	Règles B.A.E.L 80
<u>Module d'élasticité</u> $E_s = 200$ GPa <u>Coefficient de Poisson</u> $\nu = 0.30$	<u>Module d'élasticité</u> $E_s = 200$ GPa <u>Coefficient de Poisson</u> $\nu = 0.30$

Discussion explicative

. Règles C.S.A. A 23.3.M77

Le diagramme contraintes - déformations est valable pour l'acier laminé à chaud. La norme exige que la déformation correspondant à f_y n'excède pas 0.35 % (4.2.1)

Le diagramme est symétrique par rapport à l'origine des coordonnées.

Le module d'élasticité E_s = 200 GPa.

. Règles B.A.E.L 80

Le diagramme contraintes - déformations est valable pour les aciers naturels où fortement écrouis (type 1, 3 et 4)

- type 1 : barres à haute adhérence obtenues par laminage à chaud d'un acier naturellement dur.
- type 3 : fils à haute adhérence obtenus par laminage à chaud suivi d'un écrouissage par tréfilage et/ou laminage à froid.
- type 4 : treillis soudés formés par assemblages de barres ou de fils, lisses ou à haute adhérence.

Le module d'élasticité est pris égal à 200 GPa quel que soit l'acier considéré.

La norme exige que la déformation correspondant à f_e/γ_s n'excède pas 10‰ (A.2.2,21)

Discussion Comparative

Les deux règlements utilisent le même module d'élasticité ($E_s = 200\ GPa$). La différence qu'il faut noter se trouve au niveau de la contrainte de calcul de l'acier et de la déformation ultime permise.

Les règles C.S.A. A23.3 M77 utilisent la limite d'écoulement de l'acier (f_y) comme contrainte de calcul tandis que les règles B.A.E.L appliquent un coefficient de minoration (γ_s) qui est un coefficient de sécurité sur la limite d'écoulement (f_e). $\gamma_s = 1.15$ pour les situations durables ou transitoires et 1.0 pour les situations accidentelles

La déformation ultime permise par les règles C.S.A. A23.3 est $\varepsilon_s = 0.35\%$; et celle permise par les règles B.A.E.L $\varepsilon_s = 10‰$

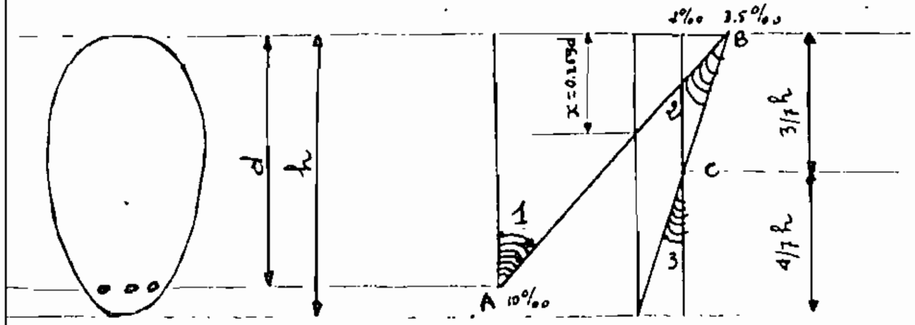
CHAPITRE 3

FLEXION SIMPLE

Règles C.S.A. A23.3 M77	3-1 Hypothèses de calcul	Règles B.A.E.L 80
- les sections planes demeurent planes, ce qui entraine que les déformations dans le béton et l'acier sont proportionnels à la distance à l'axe neutre (8.3.2)		- idem (A.4.3.2)
- La résistance du béton à la traction est négligée (8.3.5)		- idem (A.4.3.2)
- A une même distance de l'axe neutre, la déformation dans l'acier est la même que dans le béton (Compatibilité des déformations : pas de glissement relatif)		- idem
- Les forces internes sont en équilibre sous l'action des charges extérieures.		- idem
- La déformation ultime à la fibre extrême comprimée pour le béton sera supposée égale à $\varepsilon_u = 0.003$ (8.3.3)		- La déformation ultime à la fibre extrême comprimée pour le béton sera supposée égale à $\varepsilon_{bc} = -0.0035$ (A.4.3.3)

Règles C.S.A. A.23.3.M77	Règles B.A.E.L 80
- Pour des raisons pratiques la distribution rectangulaire équivalente (whitney) sera adaptée avec pour contrainte maximale du béton $0.85 f'_c$	- Pour les sections partiellement comprimées seule la distribution rectangulaire équivalente sera adaptée avec pour contrainte maximale du béton $\frac{0.85 f_{c28}}{\gamma_b}$
- Pour les déformations supérieures à celles correspondant à f_y, les contraintes dans l'armature seront supposées indépendantes des déformations et prises égales à f_y (8.3.4).	- La contrainte de calcul dans l'acier sera prise égale à f_e/γ_s
- Pour des aciers de resistance supérieure à 400 MPa la courbe contraintes-déformations réelle devra être utilisée (8.3.4)	-
- Un groupe de barres disposées en plusieurs lits est équivalent à une barre unique, située au centre de gravité du groupe	- Idem

Diagramme de déformations de la section : pivots



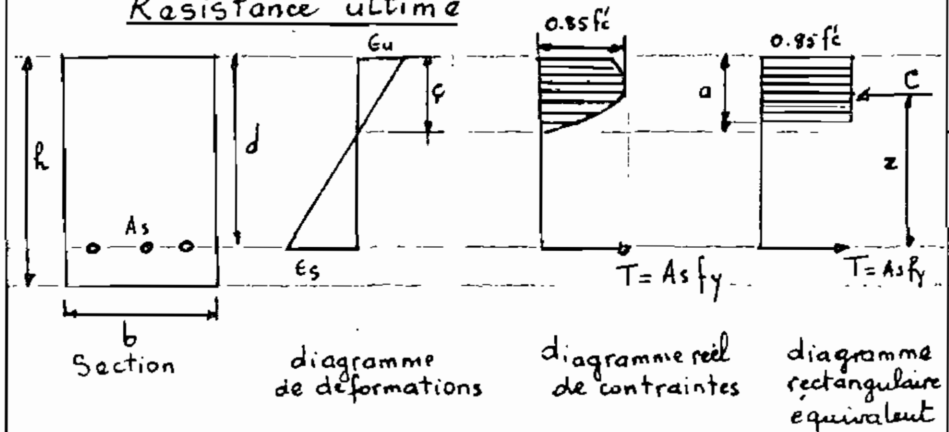
Le diagramme de déformation de la section correspond à un état limite s'il passe par un des trois pivots A, B ou C. La valeur de x détermine celui des domaines dans lequel est situé le diagramme limite

Domaine 1	$x \leq 0.259\,d$
Domaine 2	$0.259\,d \leq x \leq h$
Domaine 3	$x \geq h$

Règles C.S.A. A23.3 M77

3.2.1 Section rectangulaire avec armature de tension

Résistance ultime



• Forces internes en équilibre.

$C = 0.85 f'_c \times b \times a$

$T = A_s f_y$

• bras de levier

$z = d - a/2$

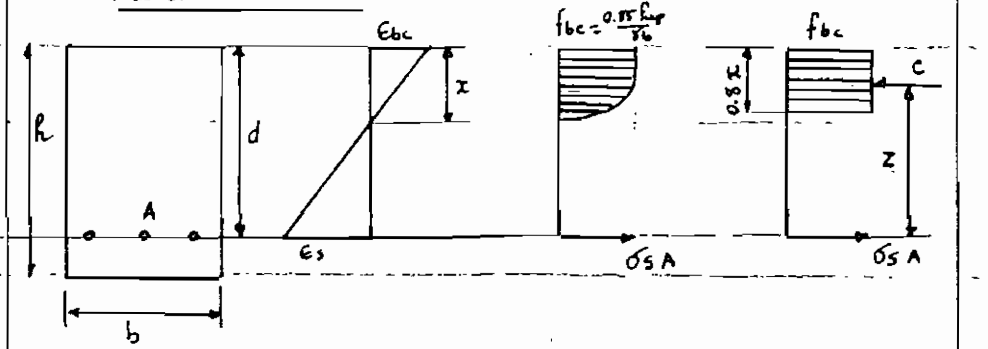
• Moment résistant ultime

$M_r = \phi A_s f_y (d - a/2)$

Règles B.A.E.L 80

Section rectangulaire avec armature de tension

Résistance ultime



• Forces internes en équilibre.

$C = f_{bc} \times 0.8 x \times b$

$T = \sigma_s A = f_e/\gamma_s \, A$

• bras de levier

$z = d - 0.4x$

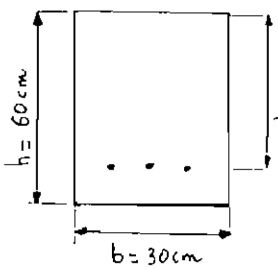
• Moment équilibré par le béton (M_b)

$M_b = 0.8 b x (d - 0.4x) f_{bc} = \sigma_s A (d - 0.4x) = \frac{f_e}{\gamma_s} A (d - 0.4x)$

Règles C.S.A. A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80
	avec $f_{bc} = \dfrac{0.85\, f_{c28}}{\gamma_b}$ en posant $\mu_b = \dfrac{M_b}{b d^2 f_{bc}}$ et $\alpha = \dfrac{x}{d}$ on obtient $\mu_b = 0.8\alpha(1-0.4\alpha)$
• <u>Calcul des aciers</u> $A_s = \left[1 - \sqrt{1 - \dfrac{4\, M_R}{1.7\,\phi\, b d^2 f'_c}}\right] \times \dfrac{0.85\, f'_c\, b\, d}{f_y}$	<u>Calcul de la section d'armatures</u> $A = \dfrac{M}{Z\,\sigma_s}$ ou $A^{*} = \left[1 - \sqrt{1 - \dfrac{4\, M_b\, \gamma_b}{1.7\, b d^2 f_{c28}}}\right] \times \dfrac{0.85\, f_{c28}}{f_e}\dfrac{\gamma_s}{\gamma_b}\, b d$
• <u>Quantité d'acier minimale</u> $\rho_{min} = \dfrac{1.4}{f_y}$	• <u>Armature minimale</u> $\rho_{min} = \dfrac{0.23\, f_{tj}}{f_c}$ avec $f_{tj} = 0.6 + 0.06 f_{c28}$ (MPa)
• <u>Pourcentage d'acier</u>: ρ_B (conditions balancées) $\rho_B = \dfrac{0.85\,\beta_1 f'_c}{f_y} \times \left(\dfrac{600}{600+f_y}\right)$ $\dfrac{1.4}{f_y} \leq \rho \leq 0.75\,\rho_B$	• <u>Expression équivalente</u> (ρ_{max}) $\rho_{max} = \dfrac{0.85 \times 0.8\, f_{c28}}{f_e} \dfrac{\gamma_s}{\gamma_b} \times \left(\dfrac{700}{700 + f_e/\gamma_s}\right)$ (refer. Annexe B) * expression derivée pour but de comparaison

Example — Analyse d'une poutre de section rectangulaire avec armature de tension

exemple 1



Determiner le moment de service maximal que l'on peut appliquer sur cette section de poutre suivant différentes valeurs du pourcentage d'acier (par exemple $\rho = 0,2\,\rho_B$; $0.3\,\rho_B$; $0.375\,\rho_B$; $0.6\,\rho_B$; $0.75\,\rho_B$)
en considérant les rapports moment dû aux charges permanentes sur moment de service $\left(\frac{M_D}{M_S}\right)$ suivants : 0.5 ; 0.60 ; 0.75

Règles C.S.A. A 23.3 M77

<u>exemple de calcul</u>

$\rho = 0.2\,\rho_B$

$M_D / M_s = 0.5$

<u>Calcul de ρ_B</u>

$$\rho_B = 0.85\beta_1 \times \frac{f'_c}{f_y}\left(\frac{600}{600+f_y}\right)$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05\left(\frac{f'_c - 27.5}{6.9}\right) = 0.85 - 0.05\left(\frac{30-27.5}{6.9}\right) = 0.0317$$

$$\rho_B = 0.85 \times 0.83 \times \frac{30}{400}\left(\frac{600}{600+400}\right) = 0.0317$$

$$\rho = 0.2\,\rho_B = \frac{A_s}{bd} = 0.2 \times 0.0317 = 0.0063 \Rightarrow A_s = 0.0063 \times bd$$

$$A_s = 0.0063 \times 300 \times 550 = 1040\ mm^2$$

<u>Moment résistant</u>

$$M_R = \phi\, A_s f_y\left(d - \frac{0.59\, A_s f_y}{f'_c\, b}\right)$$

$$= 0.9 \times 1040 \times 10^{-6} \times 400\left(0.55 - \frac{0.59 \times 1040 \times 10^{-6} \times 400}{30 \times 0.3}\right) = \underline{\underline{195.7\ KNm}}$$

Règles B.A.E.L 80

$A = 1040\ mm^2 \qquad \gamma_s = 1.15 \qquad \gamma_b = 1.5$

Le moment résistant $M = f_e/\gamma_s\ A\,(d - 0.4\,x)$

$$x = \frac{f_e}{\gamma_s}\frac{A}{f_{bc} \times 0.86} = \frac{400}{1.15} \times \frac{1040 \times 10^{-6}}{\frac{0.85 \times 30}{1.5} \times 0.8 \times 0.3} = 0.088\ m = 8.8\ cm$$

$0.259\,d = 0.259 \times 55 = 14.2\ cm$

$x < 0.259\,d \Rightarrow$ le diagramme limite est dans le domaine 1 : le pivot est le point A

$$M = \frac{400}{1.15} \times 1040 \times 10^{-6}\left(0.55 - 0.4 \times 0.088\right) = \underline{\underline{186.2\ KNm}}$$

<u>Moment de service maximal</u>

le moment de sollicitation $\leq$ moment résistant

$$1.35 \times 0.5\,M_s + 1.5 \times 0.5\,M_s \leq 186.2\ KNm$$

Règles C.S.A. A.23.3. M77

Moment de service maximal

$$1.4 \times 0.5\,M_s + 1.7 \times 0.5\,M_s \leq 195.7\ KNm$$

$$M_s \leq \frac{195.7}{1.55} = \underline{\underline{126.2}}\ KNm$$

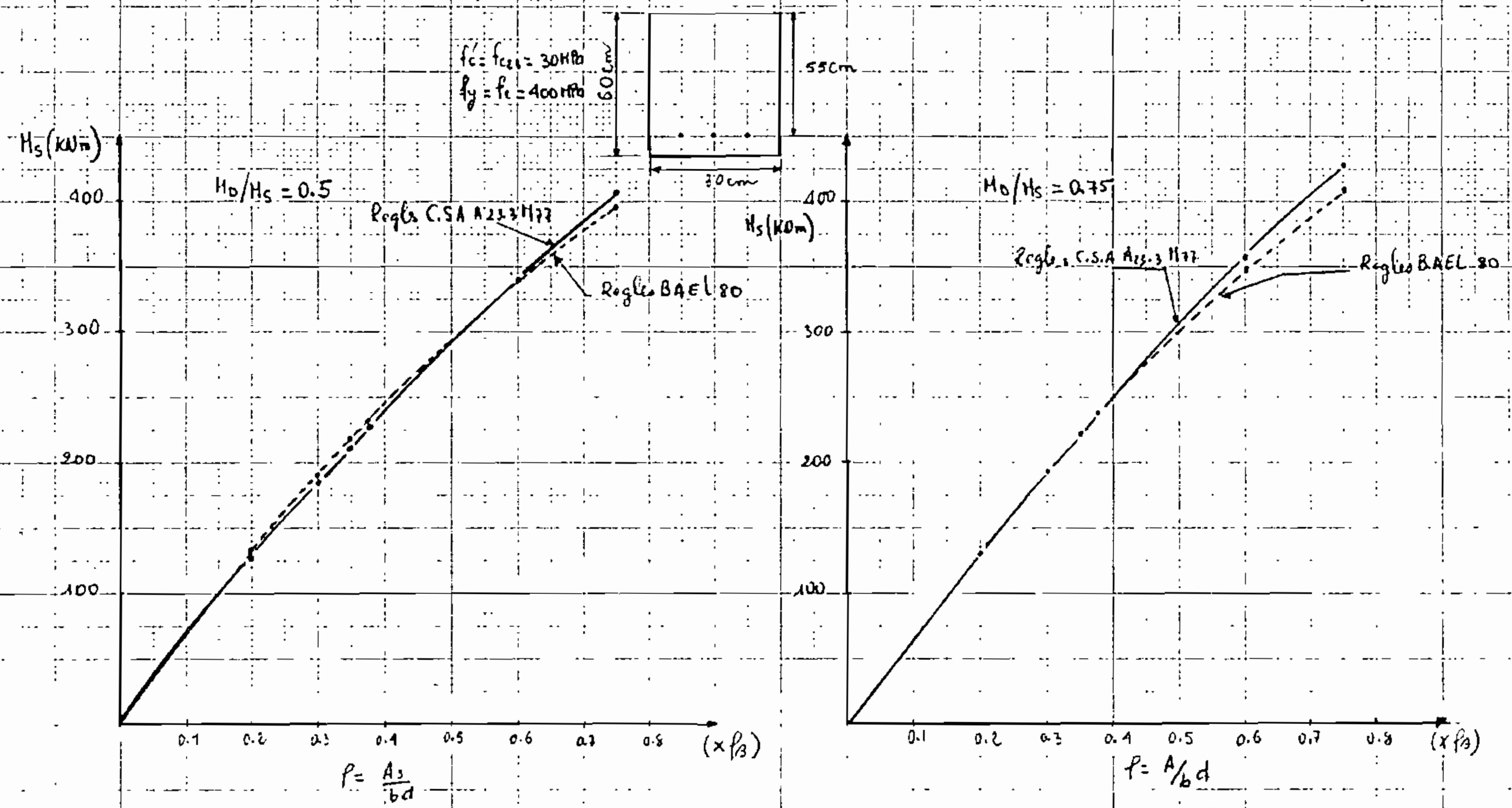
Tableau des résultats

$\rho = \frac{A_s}{bd}$	$0.2\rho_B$	$0.3\rho_B$	$0.375\rho_B$	$0.375\rho_B$	$0.6\rho_B$	$0.75\rho_B$
$M_D/M_s = 0.5$	126.2	185.5	213	227	341	407.4
$\frac{M_D}{M_s} = 0.6$	129	189	217.7	231.6	347.6	415.5
$\frac{M_D}{M_s} = 0.75$	132.7	194.7	224.3	238.7	358.2	423.1

Règles B.A.E.L 80

$$M_s \leq \frac{186.2}{1.425} = \underline{\underline{130.7}}\ KNm$$

$\rho = \frac{A}{bd}$	$0.2\rho_B$	$0.3\rho_B$	$0.35\rho_B$	$0.375\rho_B$	$0.6\rho_B$	$0.75\rho_B$
$M_G/M_s = 0.5$	130.7	190.2	218	231.4	339.4	398.6
$M_G/M_s = 0.6$	132	192	220.3	234	343	403
$M_G/M_s = 0.75$	134	195.4	224	237.7	348.7	409.5



Courbes donnant le moment de service maximal que l'on peut appliquer sur la section en fonction du pourcentage de moment dû aux charges permanentes et du pourcentage d'acier

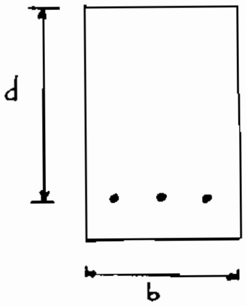
Discussion comparative

En traduisant les résultats de l'exemple sous forme de courbes donnant le moment de service maximal que l'on peut appliquer sur la section en fonction du pourcentage d'acier de tension et du pourcentage de moment dû aux charges permanentes (M_D/M_S ou M_0/M_S), on constate que dans le domaine usuel (c'est à dire $0.5 \leq M_D/M_S \leq 0.75$) les résultats donnés par les deux règlements sont sensiblement égaux jusqu'à des pourcentages d'acier d'environ $0.6\ \rho_B$ (ρ_B étant le pourcentage d'acier aux conditions balancées d'après les règles C.S.A. A23.3 M77). Pour des pourcentages d'acier supérieurs à $0.6\ \rho_B$, les règles C.S.A A23.3 M77 permettent d'augmenter le moment de service d'environ 3% par rapport au moment de service permis par les règles B.A.E.L 80.

Exemples — Design d'une section rectangulaire avec armature de tension.

Exemple 2

Soit la section de poutre suivante :



$b = 30\ cm$
$d = 53\ cm$
$f'_c = 35\ MPa$
$f_y = 350\ MPa$

Calculer la section d'acier requise si le moment de service maximal que l'on peut appliquer est $M_{s_1} = 278\ kNm$.

- On suppose que le rapport du moment causé par les charges permanentes (M_D) sur le moment de service maximal est égal $M_D/M_S = 0.25\ ;\ \ 0.5\ ;\ \ 1$

Exemple 3

Même problème avec $M_{s_2} = M_{s_1}/2 = 139\ kNm$

(les résultats apparaissent au tableau)

Règles C.S.A. A23.3 M77

Exemple de calcul $M_s = 278\ kNm$ $M_0/M_s = 0.25$

le moment résistant de la section ≥ moment appliqué pondéré

$$M_R \geq 1.4\, M_D + 1.7\, M_L$$

$$M_R \geq 1.4 \times 0.25\, M_S + 1.7 \times 0.75\, M_S$$

$$= 1.4 \times 0.25 \times 278 + 1.7 \times 0.75 \times 278 = 451.75\ kNm$$

$$M_R \geq 0.452\ MNm$$

quantité d'acier requise :

$$A_S = \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4\, M_R}{1.7\, \phi\, b\, d^2 f'_c}}\right] \times \frac{0.85 \times f'_c\, b\, d}{f_y}$$

$$= \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times 0.452}{1.7 \times 0.9 \times 0.3 \times (0.53)^2 \times 35}}\right] \times \frac{0.85 \times 35 \times 0.3 \times 0.53}{350}$$

$$= \underline{\underline{3050\ mm^2}}$$

Règles B.A.E.L 80

Exemple de calcul $M_s = 278\ kNm$ $M_G/M_s = 0.25$

$$M_u \geq 1.35\, M_G + 1.5\, M_Q$$

$$M_u \geq 1.35 \times 0.25\, M_S + 1.5 \times 0.75\, M_S$$

$$= 1.35 \times 0.25 \times 278 + 1.5 \times 0.75 \times 278 = 406.57\ kNm$$

$$M_u \geq 0.406\ MNm.$$

Quantité d'acier requise :

1^e^ méthode (référence [3])

• Calcul de μ

$$\mu = \frac{M}{b\, d^2 f_{bc}} \qquad f_{bc} = \frac{0.85 \times f_{c28}}{\gamma_b} = \frac{0.85 \times 35}{1.5} = 19.8\ MPa$$

$$\mu = \frac{0.406}{0.3 \times (0.53)^2 \times 19.8} = 0.243$$

Règles C.S.A. $A_{23.3}$ M77	Règles B.A.E.L 80
$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{3050}{300 \times 530} = 0.019$ $\rho_{min} = \frac{1.4}{350} = 0.004$, $\beta_1 = 0.85 - 0.05 \left(\frac{f'_c - 27.5}{6.9}\right) = 0.796$ $\rho_B = \frac{0.85 \times 0.796 \times 35}{350} \times \left(\frac{600}{600 + 350}\right) = 0.0427$ $0.75 \rho_B = 0.032$ $\rho = 0.44 \rho_B$ $0.004 < \rho < 0.032$ o.K.	• <u>Calcul de μ_R</u> $\mu_R = \frac{M_R}{bd^2 f_{bc}} = 0.8 \alpha_R (1 - 0.4 \alpha_R)$ avec $\alpha_R = \frac{x_R}{d}$ $\frac{x_R}{d} = \frac{3.5}{3.5 + 1000 \varepsilon_e} = \frac{3.5}{3.5 + 1000 \frac{f_e}{\gamma_s E_s}} = \frac{3.5}{3.5 + 1000 \times \frac{304}{200\,000}} = 0.7$ $\mu_R = 0.8 \times 0.7 (1 - 0.4 \times 0.7) = 0.403$ $\mu < \mu_R = 0.403$, donc pas nécessaire d'établir une armature comprimée • <u>Calcul de $\alpha = \frac{x}{d}$</u> $\alpha = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\mu}}{0.8} = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.243}}{0.8} = 0.354$ • <u>bras de levier</u> z $z = d(1 - 0.4\alpha) = 0.53 (1 - 0.4 \times 0.354) = 0.455\,m$

Règles C. S. A. A 23.3 M 77	Règles B. A. E. L 80
	· <u>Allongement ε_s de l'armature</u> $\mu = 0.243 > 0.186 \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{3.5}{1000}\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) = \frac{3.5}{1000}\left(\frac{1}{0.354} - 1\right)$ $\varepsilon_s = 0.0064 \qquad \varepsilon_e < \varepsilon_s < 10‰ \Rightarrow \sigma_s = f_e/\gamma_s = 304 \text{ MPa}$ · <u>Section d'acier</u> $A = \frac{M}{z\,\sigma_s} = \frac{0.406}{0.455 \times 304} = 2.935 \times 10^{-3}\, m^2 =$ $A_1 = \underline{\underline{2935}}\ mm^2$ <u>2e méthode</u> $A = \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 M_s \gamma_s}{1.7 b d^2 f_{c28}}}\right] \times 0.85 \frac{f_{c28}}{f_e} \frac{\gamma_s}{\gamma_b} b d$ $A = \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times 0.406 \times 1.5}{1.7 \times 0.3 \times (0.53)^2 \times 35}}\right] \times \frac{0.85 \times 35 \times 1.15 \times 0.3 \times 0.53}{350 \times 1.5}$ $A_2 = \underline{\underline{2932}}\ mm^2 \simeq A_1 = 2935\ mm^2$

Règles C.S.A. A 23.3	Règles B.A.E.L 80
$\boxed{A_s = 3050\ mm^2}$	$f_{tj} = 0.6 + 0.06 \times 35 = 2.7\ MPa$ $\rho_{min} = \frac{0.23 \times 2.7}{350} = 0.0018$ $\rho = \frac{A}{bd} = \frac{2935}{300 \times 530} = 0.018$ $0.85 \times 0.8 \times \frac{35}{350} \times \frac{1.15}{1.5} \left(\frac{700}{700+304}\right) = 0.036$ $0.0018 < \rho < 0.036$ o.K. Donc $\boxed{A = 2935\ mm^2}$

Ràgles C.S.A. A23.3.M77

Résumé des résultats des exemples 2 et 3

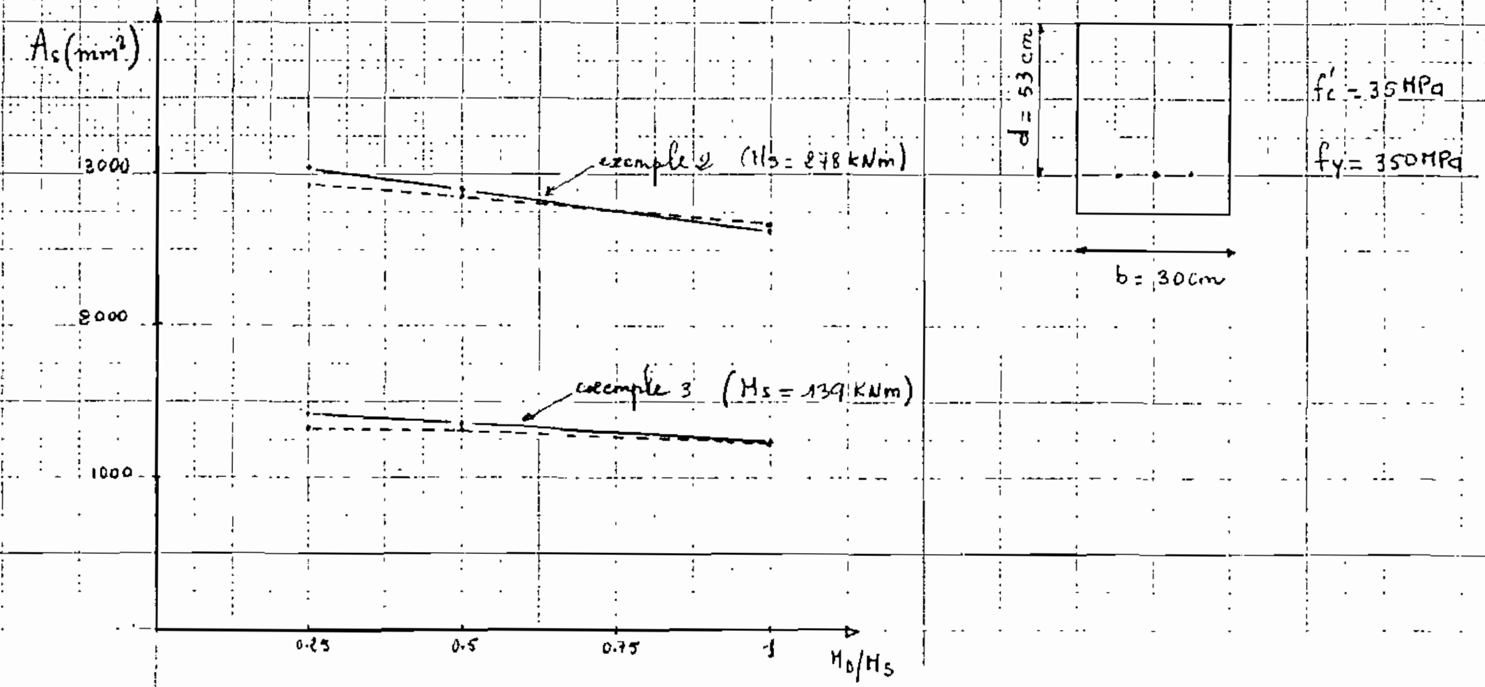
Quantitée minimale d'acier (A_s (mm²)) requise en fonction du rapport M_D/M_S pour M_S = 278 KNm et 139 KNm

M_D/M_S	0.25	0.5	1
M_S = 278 (KNm)	3050	2890	2638
M_S = 139 (KNm)	1427	1354	1248

Règles B.A.E.L 80

Quantitée minimale d'acier (A (mm²)) requise en fonction du rapport M_G/M_S pour M_S = 278 KNm et 139 KNm

M_G/M_S	0.25	0.5	1
M_S = 278 (KNm)	2935	2850	2670
M_S = 139 (KNm)	1346	1310	1235



Quantité minimale d'acier requise versus pourcentage de moment dû aux charges permanentes

——— Règles C.S.A. A23.3 M 77
- - - - Règles B.A.E.L 80

Discussion comparative

D'après les courbes donnant la quantité d'acier requise en fonction du rapport des moments dûs aux charges permanentes sur le moment total de service (M_D/M_S)

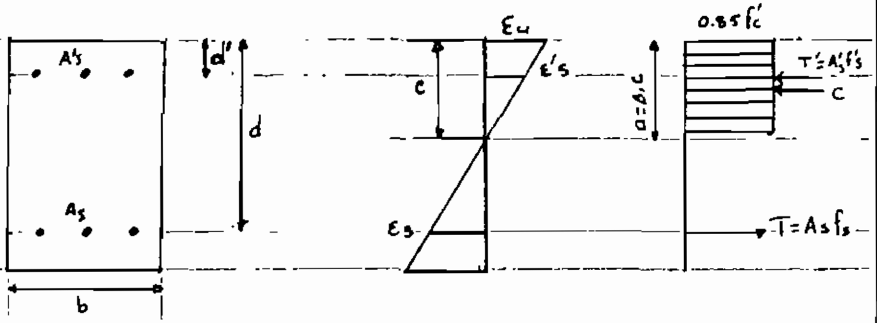
On constate en gros que les valeurs données par les deux règlements sont sensiblement égales.

Pour $M_S = 278$ kNm et pour des valeurs de M_D/M_S compris entre 0.25 et 5, les valeurs données par les règles C.S.A. A23.3 sont légèrement supérieures avec une différence maximale de 3.7%. Pour $M_D/M_S \simeq 0.62$, on obtient la même quantité d'acier. Pour des rapports de $M_D/M_S > 0.62$ les valeurs des règles B.A.E.L sont légèrement supérieures avec une différence maximale de 1%

. Pour $M_S = 139$ kNm, c'est à dire diminué de moitié, les valeurs données par les règles C.S.A. A23.3 sont légèrement supérieures avec un écart maximal de 5.7% et cet écart diminue au fur et à mesure que le rapport M_D/M_S tend vers 1

Règles C.S.A. A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80

3.2.2 Section rectangulaire avec armature comprimée



. forces internes

$C = 0.85\, f'_c\, a\, b$; bras de levier $(d - a/2)$

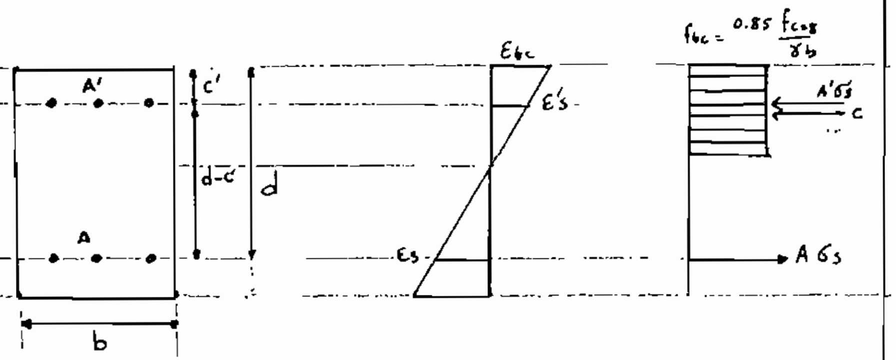
$T' = A' f'_s$; bras de levier $(d - d')$

$T = A_s f_s$

. Equilibre des forces internes

$$0.85\, f'_c\, ab + A'_s f'_s = A_s f_s$$

Section rectangulaire avec armature comprimée.



. forces internes

$C = 0.85 \dfrac{f_{c28}}{\gamma_b} \times 0.8\, x \times b$; bras de levier $(d - 0.4x)$

$A'\sigma'_s$; bras de levier $(d - c')$

$A\sigma_s$

. Equilibre des forces internes

$$0.85 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} \times 0.8\, x\, b + A'\sigma'_s = A\sigma_s$$

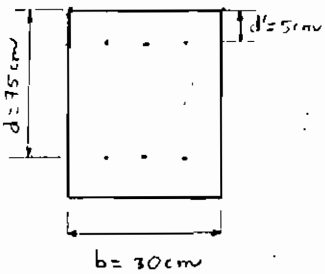
Règles C.S.A A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80
Moment résistant ultime Principe : on suppose l'écoulement de l'armature de traction et de compression avant écrasement du béton $f'_s = f_y$ et $f_s = f_y$ $M_r = \phi (A_s - A'_s) f_y (d - a/2) + A'_s f_y (d - d')$. **Moment équilibré par le béton comprimé** $M_{r1} = \phi (A_s - A'_s) f_y (d - a/2) = 0.85 f'_c a b (d - a/2)$. **Section des armatures** **Armature comprimée** $A'_s = \dfrac{M - M_{r1}}{\phi (d - d') f_y}$	**Moment résistant ultime** . On suppose que l'acier est du type 1 et $\sigma'_s = f_e/\gamma_s = \sigma_s$ $M = (A - A') f_e/\gamma_s (d - 0.4 x_R) + A' f_e/\gamma_s (d - c')$ $= M_R + A' f_e/\gamma_s (d - c')$ - **Moment équilibré par le béton** $M_R = (A - A') f_e/\gamma_s \, z_R = 0.8 \frac{x_R}{d} (1 - 0.4 \frac{x_R}{d}) b d^2 f_{bc}$ avec $z_R = (d - 0.4 x_R)$ $\frac{x_R}{d} = \frac{3.5}{3.5 + 1000 \varepsilon_e}$. **Section des armatures** **Armature comprimée** $A' = \dfrac{M - M_R}{(d - c') f_e/\gamma_s}$

Règles C. S. A. A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80
<u>Armature tendue</u>	<u>Armature tendue</u>
$A_s = \dfrac{M_{r_1}}{\phi\,(d-a/2)\,f_y} + A'_s$	$A = \dfrac{M_R}{(d-0.4\,x_R)\,f_e/\gamma_s} + A'$
. <u>Conditions pour que l'acier A's s'écoule</u>	. <u>Conditions pour que A' s'écoule</u>
. A's s'écoule si $\dfrac{d'}{d} \le \dfrac{3-1000\,\varepsilon_y}{3+1000\,\varepsilon_y}$ ou $c \geq \dfrac{600\,d'}{600-f_y}$	A' s'écoule si $\dfrac{c'}{d} \le \dfrac{3.5-1000\,\varepsilon_e}{3.5+1000\,\varepsilon_e}$ ou $x \geq \dfrac{700\,c'}{700-f_e/\gamma_s}$
. <u>Rupture ductile mais A's ne s'écoule pas</u>	. <u>Rupture ductile mais A' ne s'écoule pas</u>
A's ne s'écoule pas si $\dfrac{d'}{d} > \dfrac{3-1000\,\varepsilon_y}{3+1000\,\varepsilon_y}$ ou $c < \dfrac{600\,d'}{600-f_y}$ alors le moment résistant $M_r = \phi\,(A_s f_y - A'_s f'_s)(d-a/2) + A' f'_s\,(d-d')$ avec $f'_s = f_y\,\dfrac{\varepsilon'_s}{\varepsilon_y}$	A' ne s'écoule pas si $\dfrac{c'}{d} > \dfrac{3.5-1000\,\varepsilon_e}{3.5+1000\,\varepsilon_e}$ ou $x < \dfrac{700\,c'}{700-f_e/\gamma_s}$ alors le moment résistant $M = M_R + A'\sigma'_s\,(d-c')$ avec $\sigma'_s = \dfrac{f_e}{\gamma_s}\,\dfrac{\varepsilon'_s}{\varepsilon_s}$

Examples

Design d'une section rectangulaire avec armature de compression

exemple 4



Calculer la quantité d'acier necessaire pour cette section de poutre soumise à un moment de service $M_s = 666$ KNm

Données

$f_y = 400$ MPa

$f'_c = 25$ MPa

On supposera les pourcentages de moment dus aux charges permanentes suivantes:

0,25 ; 0.5 ; 1.00

exemple 5

Même problème que l'exemple 4 avec $M_s = 1332$ KNm

Règles C.S.A. A23.3 M77

<u>Exemple de calcul</u>

$M_s = 666$ kNm

$M_D / M_s = 0.25$

le moment de design $M = 1.4 \times M_D + 1.7 M_L$

$= 1.4 \times 0.25 \times 666 + 1.7 \times 0.75 \times 666 = \underline{1082}$ kNm

- <u>Calcul d'une partie de As qui agit avec le béton comprimé</u>

$\rho_{max} = 0.75\ \rho_B = 0.75 \times 0.85 \times \frac{25}{400} \times \left(\frac{600}{600+400}\right) = 0.020$

$A_s - A'_s = \rho_{max}\ b\ d = 0.020 \times 0.3 \times 0.75 = 1.5 \times 10^{-3} m^2 =$

$A_s - A'_s = 1500\ mm^2$

le coté "a" du rectangle de whitney

$= \frac{A_s - A'_s}{0.85 f'_c b} = \frac{4500 \times 10^{-6}}{0.85 \times 25 \times 0.3} = 0.28 m = 28$ cm

- <u>Moment équilibré par le béton comprimé.</u>

$M_{r_1} = \phi(A_s - A'_s)(d - a/2) f_y = 0.9 \times 4.5 \times 10^{-3} \times (0.75 - \frac{0.28}{2}) \times 400$

Règles B.A.E.L 80

<u>Exemple de calcul</u>

$M_s = 666$ kNm

$M_G / M_s = 0.25$

le moment de design $M = 1.35\ M_G + 1.5\ M_Q$

$= 1.35 \times 0.25 \times 666 + 1.5 \times 0.75 \times 666 = \underline{974}$ kNm

- <u>Moment équilibré par le béton</u>

$M_R = 0.8 \times \frac{x_R}{d} \left(1 - 0.4 \frac{x_R}{d}\right) b\ d^2 f_{bc}$

$\frac{x_R}{d} = \frac{3.5}{3.5 + 1000 \times \frac{400}{1.15 \times 200\,000}} = 0.668 \Rightarrow x_R = 0.668 \times 0.75 = 0.5$ m

$f_{bc} = 0.85 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} = \frac{0.85 \times 25}{1.5} = 14.2$ MPa $= 14200$ kN/m^2

$M_R = 0.8 \times 0.669 (1 - 0.4 \times 0.668) \times 0.3 \times (0.75)^2 \times 14200 = 940$ kNm

Règles C.S.A. A.23.3 M77	Règles B.A.E.L 80
$M_{r1} = \underline{\underline{988\ kNm}}$. <u>Partie de As qui agit avec A's</u> $M_{r2} = M - M_{r1} = 1082\ KNm - 988\ KNm = 94\ KNm$. l'acier de compression s'écoule si $c > \dfrac{600 d'}{600 - f_y} = \dfrac{600 \times 5 (cm)}{600 - 400} = 15\ cm$ $c = \dfrac{a}{\beta_1}$: $\beta_1 = 0.85$ car $f'c = 25\ MPa < 27.5\ MPa$ $c = \dfrac{28\ cm}{0.85} = 33\ cm$ $c = 33\ cm > 15\ cm$ donc A'_s s'écoule. $M_{r2} = \phi A'_s f_y (d - d') = 94\ KNm$ $\Rightarrow A'_s = \dfrac{M_{r2}}{\phi f_y (d - d')} = \dfrac{0.94\ (MNm)}{0.9 \times 400 (0.75 - 0.05) \frac{MN}{m}} = 0.37 \times 10^{-3} m^2$ $A'_s = \underline{\underline{370\ mm^2}}$ $A_s = 4500\ mm^2 + 370\ mm^2 = \underline{\underline{4870\ mm^2}}$	$M_R = \underline{\underline{940}}\ KNm < M = 974\ KNm$ donc la section doit comporter une armature comprimée . L'acier de compression s'écoule si $\dfrac{c'}{d} \leq \dfrac{3.5 - 1000\,\epsilon_e}{3.5 + 1000\,\epsilon_e} = \dfrac{3.5 - 1000 \times \frac{400}{1.15 \times 200000}}{3.5 + 1000 \times \frac{400}{1.15 \times 200000}} = 0.336$ $\dfrac{c'}{d} = \dfrac{5}{75} = 0.066 < 0.336$ donc A' s'écoule $\sigma'_s = f_e/\gamma_s$ alors $A' = \dfrac{M - M_R}{(d - c') f_e/\gamma_s}$ $\dfrac{974 - 940}{(0.75 - 0.05) \frac{400 \times 10^3}{1.15}} = 1.4 \times 10^{-4} m^2$ $A' = \underline{\underline{140}}\ mm^2$ $A = A' + \dfrac{M_R}{(d - 0.4 x_R) f_e/\gamma_s} = 1.4 \times 10^{-4} + \dfrac{940}{(0.75 - 0.4 \times 0.5) \frac{400 \times 10^3}{1.15}} =$ $A = \underline{\underline{5050}}\ mm^2$

Règles C.S.A. $A_{23.3}$ M_{77}

Résultats des exemples 4 et 5

$M_s = 666$ kNm

M_0/M_s	0.25	0.5	1
A'_s	370	176	0
A_s	4870	4676	3938
A_{TOTAL}	5240	4852	3938

$M_s = 1332$ KNm

M_0/M_s	0.25	0.5	1
A'_s	4667	4272	3479
A_s	9167	8772	7979
A_{TOTAL}	13834	13044	11458

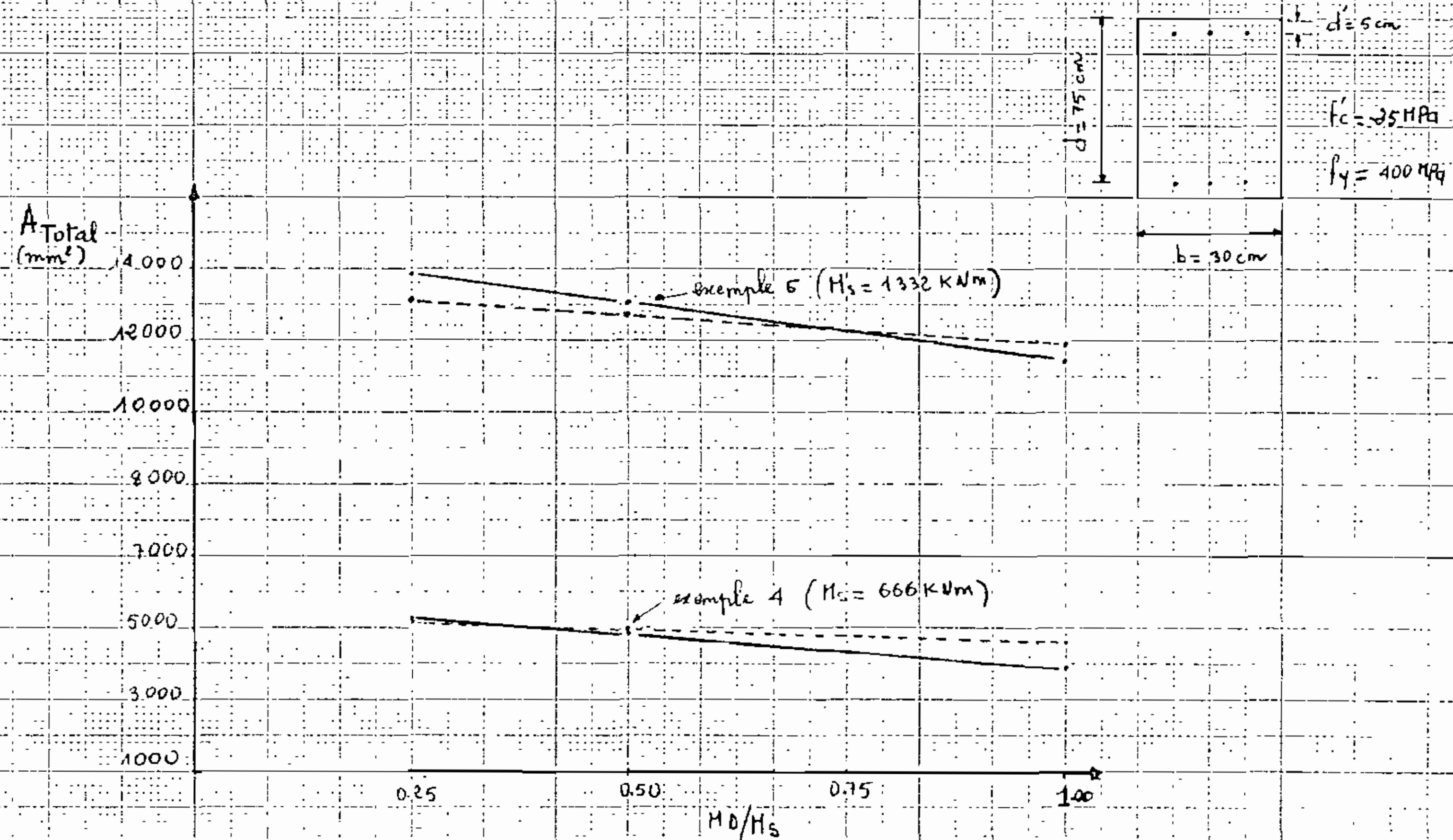
Règles B.A.E.L 80

$M_s = 666$ KNm

M_G/M_s	0.25	0.5	1
A'	140	41	0
A	5050	4946	4603
A_{TOTAL}	5190	4987	4603

$M_s = 1332$ KNm

M_G/M_s	0.25	0.5	1
A'	4140	3933	3523
A	9045	8838	8428
A_{TOTAL}	13185	12771	11951

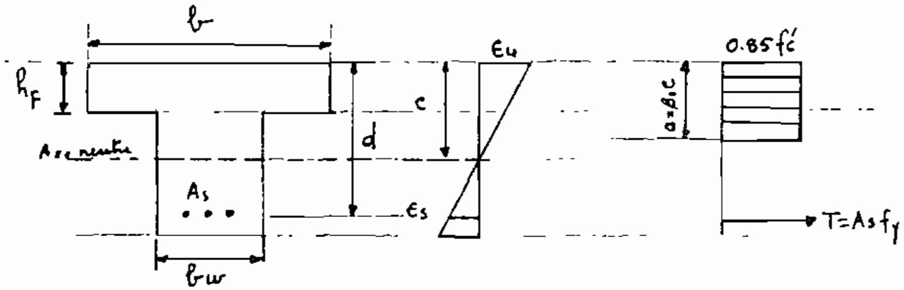


Courbes donnant la section totale d'acier en fonction du pourcentage de moment dû aux charges permanentes

Discussion comparative

On remarque à partir de cet exemple, que les deux règlements ne présentent pas de différence notoire du point de vue quantité totale d'acier. D'après la courbe donnant la section totale d'acier en fonction du pourcentage de moment dû aux charges permanentes, on remarque que pour $M_s = 666$ kNm et pour des valeurs de M_D/M_s compris entre 0.25 et 5, les sections totales d'acier obtenues sont à peu près égales. Pour des rapports compris entre 0.5 et 1 les règles B.A.E.L 80 sont légèrement supérieures et l'écart augmente au fur et à mesure que M_D/M_s s'approche de 1. avec un écart maximal de 16.8%. Pour $M_s = 1332$ KNm, les règles C.S.A. $A_{23.3}$ sont légèrement supérieures avec un écart maximal de 4.7% et cet écart diminue jusqu'au rapport de $M_D/M_s = 0.75$ où les sections d'acier obtenues sont égales. Pour des rapports supérieurs à 0.75 les valeurs des règles B.A.E.L sont légèrement supérieures avec une différence maximale de 4%

Règles C.S.A. A23.3 M77	3.3 Section en T	Règles B.A.E.L 80

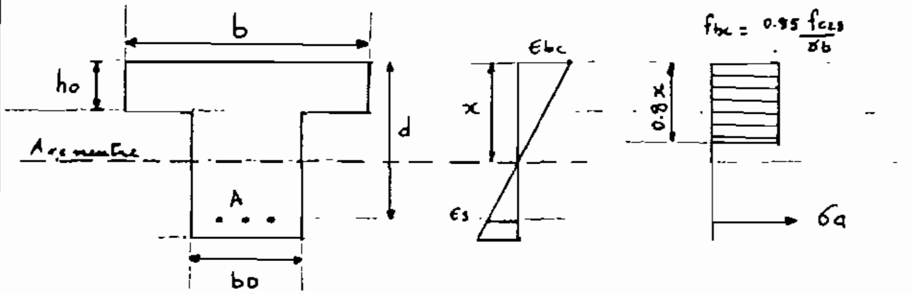


Condition pour avoir une zone comprimée en forme de T

A la limite $a = h_F = \dfrac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$

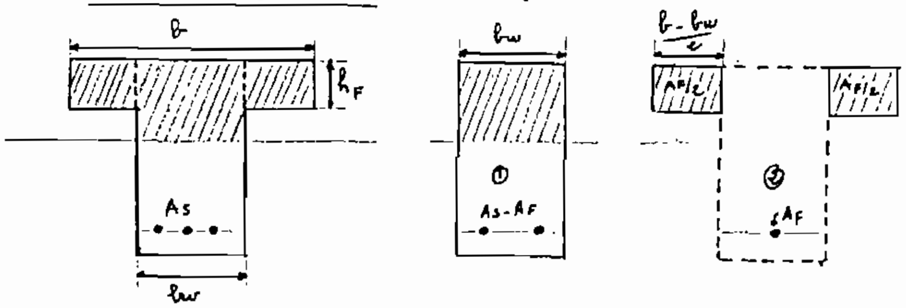
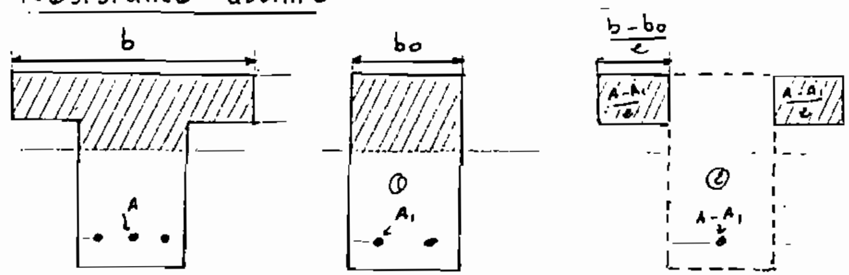
donc

$$h_F < \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} \quad \text{ou} \quad c > \frac{h_F}{\beta_1}$$

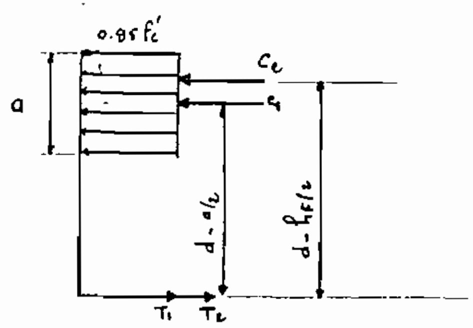
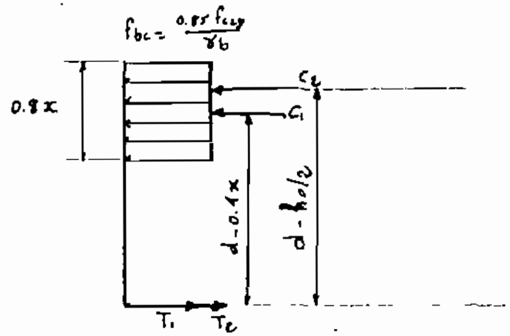


Condition pour avoir une zone comprimée en forme de T

$$x > \frac{h_0}{0.8}$$

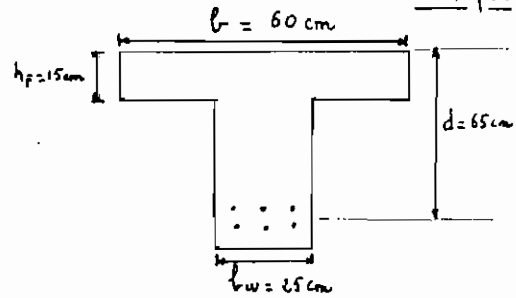
Règles C.S.A. $A_{23.3}$ M 77	Règles B.A.E.L 80
Résistance ultime  A_F représente l'aire d'acier offrant la même résistance que la semelle de part et d'autre de la portion rectangulaire lorsque la semelle subit une compression à $0.85 f'_c$ d'où $A_F = \dfrac{0.85 f'_c (b - b_w) h_F}{f_y}$	Résistance ultime  - Idem pour $A - A_1$ pour une compression à $0.85 \dfrac{f_{c28}}{\gamma_b}$ $A - A_1 = \dfrac{\dfrac{0.85 f_{c28}}{\gamma_b} \times (b - b_0) h_0}{f_e/\gamma_s}$

Règles C.S.A. A 23.3 M 77	Règles B.A.E.L 80
<u>Equilibre des forces internes</u>	<u>Equilibre des forces internes</u>
$C_1 + C_2 = T_1 + T_2$	$C_1 + C_2 = T_1 + T_2$
$0.85 f'_c \, b_w a \times A_F f_y = A_s f_y$	$f_{bc} \times b_0 \times 0.8x + (A - A_1) f_e/\gamma_s = A f_e/\gamma_s$
<u>Moment résistant</u>	<u>Moment résistant</u>
$M_R = \phi \left[(A_s - A_F) f_y (d - a/2) + A_F f_y (d - h_F/2)\right]$	$M = f_{bc} \, b_0 \, 0.8x \,(d - 0.4x) + f_{bc} (b - b_0) h_0 \,(d - h_0/2)$ $= A_1 f_e/\gamma_s \,(d - 0.4x) + (A - A_1) f_e/\gamma_s \,(d - h_0/2)$
<u>Pourcentage d'acier à respecter pour le design</u>	<u>Pourcentage d'acier à respecter</u>
$\frac{1.4}{f_y} \le \rho_w \le 0.75 \,(\rho_B + \rho_F)$	$\frac{0.23 f_{t28}}{f_e} \le \rho$
avec $\rho_w = \frac{A_s}{b_w d}$ $\quad \rho_F = \frac{A_F}{b_w d}$	

Règles C.S.A. A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80
<u>Forces internes</u> 	<u>Forces internes</u> 
Par ①	Par ①
$C_1 = 0.85 f'_c\, b_w\, a$; bras de levier $d - a/2$	$C_1 = 0.8x\, b_0\, f_{bc}$; bras de levier $d - 0.4x$
$T_1 = (A_s - A_F)\, f_y$	$T_1 = A_1\, f_e/\gamma_s$
Par ②	Par ②
$C_2 = A_F\, f_y$; bras de levier $d - h_F/2$	$C_2 = (A - A_1)\, f_e/\gamma_s = (b - b_0)\, h_0\, f_{bc}$; bras de levier $d - h_0/2$
$T_2 = A_F\, f_y$	$T_2 = (A - A_1)\, f_e/\gamma_s$

Exemples: Analyse d'une section en Té

exemple 6



$A_s = 6 \# 30 \Rightarrow 4200\ mm^2$

$f'_c = 20\ MPa$

$f_y = 400\ MPa$

$\gamma_s = 1.15$

$\gamma_b = 1.5$

Déterminer le moment de service sécuritaire que l'on pourra appliquer sur cette poutre

si 1°/ 25% du moment de service est dû aux charges permanentes

2°/ 50% " " "

3°/ 100% " " "

exemple 7 : Même problème avec $A_s = 5 \# 30 \Rightarrow 3500\ mm^2$

exemple 8 " " " $A_s = 3 \# 30 \Rightarrow 2100\ mm^2$

(les résultats apparaissent au tableau)

Règles C.S.A. A23.3 M 77

Exemple de calcul

$A_s = 6\#30 \Rightarrow 4200\ mm^2$

$M_0/M_s = 0.25$

Design en section rectangulaire ou en T

$$h_F \overset{?}{<} \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{4.2 \times 10^{-3} \times 400}{0.85 \times 20 \times 0.60} = 0.165\ m$$

$h_F = 0.15\ m < 0.165\ m \Rightarrow$ section comprimée en forme de T

Calcul des pourcentages d'acier

$$\rho_w = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{4.2 \times 10^{-3}}{0.25 \times 0.65} = 0.0258$$

$$A_F = \frac{0.85 f'_c (b - b_w) h_F}{f_y} = \frac{0.85 \times 20 \times (0.6 - 0.25) \times 0.15}{400} =$$

$$A_F = 2.23 \times 10^{-3}\ m^2$$

$$\rho_F = \frac{A_F}{b_w d} = \frac{2.23 \times 10^{-3}}{0.25 \times 0.65} = 0.0137$$

Règles B.A.E.L 80

Exemple de calcul

$A = 6\#30 \Rightarrow 4200\ mm^2$

$M_0/M_s = 0.25$

Design en section rectangulaire ou en T

$$\frac{h_0}{0.8} \overset{?}{\leq} x = \frac{A\, f_e/\gamma_s}{0.85 \frac{f_{c28}}{\gamma_b}\, b \times 0.8} = \frac{4.2 \times 10^{-3} \times \frac{400}{1.15}}{0.85 \times \frac{20}{1.5} \times 0.60 \times 0.8} \simeq 0.27\ m$$

$\frac{h_0}{0.8} = \frac{0.15\ m}{0.8} = 0.19\ m < 0.27\ m \Rightarrow$ section comprimée en forme de T

$$\rho = \frac{A}{b_0 d} = \frac{4.2 \times 10^{-3}}{0.25 \times 0.65} = 0.0258$$

$$\rho_B = \frac{0.85\beta_1 f'_c}{f_y}\left(\frac{600}{600+f_y}\right) = \frac{0.85\times0.85\times20}{400}\times\left(\frac{600}{600+400}\right)$$

$$\rho_B = 0.0217$$

$$0.75(\rho_B+\rho_F) = 0.75\,(0.0217+0.0137) = 0.0266$$

$$\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y} = \frac{1.4}{400} = 0.0035$$

$0.0035 < 0.0258 < 0.0266$ o.K. rupture ductile

Calcul de M_R

$$M_R = \phi\left[(A_s - A_F) f_y\,(d - a/2) + A_F f_y\,(d - h_{F/2})\right]$$

$$a = \frac{(A_s - A_F) f_y}{0.85\, f'_c\, b_w} = \frac{(4.2-2.23)\times10^{-3}\times400}{0.85\times20\times0.25} = 0.185\,m$$

$a = 0.185\,m > 0.15\,m$ o.k.

$$\rho_{min} = \frac{0.23\,(0.6+0.06\times20)}{400} = 0.00103$$

$0.00103 < 0.0258$ o.K

Calcul du Moment resistant de la section

$$M = 0.8x\,b_0\,f_{bc}\,(d-0.4x) + f_{bc}\,(b-b_0)\,h_0\,(d-h_0/2)$$

$$f_{bc} = \frac{0.85\times20}{1.5} = 11.33\ MPa$$

calcul de x

$$x = \frac{A_1\, f_e/\gamma_s}{0.8\times b_0\, f_{bc}}$$ (d'après l'equilibre des forces internes)

$$A - A_1 = \frac{(b-b_0)\,h_0\,f_{bc}}{f_e/\gamma_s} = \frac{(0.6-0.25)\times0.15\times11.33}{400/1.15} =$$

$A - A_1 = 1.71\times10^{-3}\ m^2 \Rightarrow$

$$A_1 = (4.2\times10^{-3} - 1.71\times10^{-3})\,m^2 = 2.49\times10^{-3}\ m^2$$

$$x = \frac{2.49\times10^{-3}\times\frac{400}{1.15}}{0.8\times0.25\times11.33} = 0.38\ m > 1.25 h_0 = 0.19\,m$$ ok

Règles C.S.A. A23.3 M77

$$M_R = 0.9\left[(1.2 - 2.23)\times 10^{-3}\times 400\left(0.65 - 0.\frac{185}{2}\right) + 2.23\times 10^{-3}\times 400\,(0.65 - 0.15/2)\right] = 0.857\ MNm$$

$$M_R = \underline{\underline{857}}\ KNm$$

le moment requis $\leq$ moment résistant

$$\Leftrightarrow\ 1.4\,M_D + 1.7\,M_L \leq 857\ KNm$$

$$1.4\times 0.25\,M_S + 1.7\times 0.75\,M_S \leq 857\ KNm \iff$$

$$M_S\,(0.35 + 1.275) \leq 857\ KNm$$

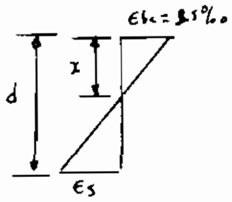
$$M_S \leq \frac{857}{0.35+1.275} = \underline{\underline{527}}\ kNm$$

Règles B.A.E.L 80

$$M = \left[0.8\times 0.38\times 0.25\times 11.33\,(0.65 - 0.4\times 0.38) + 11.33\,(0.60-0.25)\times 0.15\,(0.65 - 0.15/2)\right] = 0.772\ MNm$$

$$M = \underline{\underline{772}}\ kNm$$

Vérification de ϵ_s



par triangles semblables on a

$$\frac{x}{d} = \frac{\epsilon_{bc}}{\epsilon_{bc}+\epsilon_s} \Rightarrow \epsilon_s = \epsilon_{bc}\,\frac{d}{x} - \epsilon_{bc}$$

$$\epsilon_s = \frac{3.5}{1000}\times\frac{65}{38} - \frac{3.5}{1000} = 2.5‰$$

$$\epsilon_s = 2.5‰ < 10‰ \quad O.K.$$

Moment de service maximal

$$1.35\times 0.25\,M_S + 1.5\times 0.75\,M_S \leq 772\ KNm \Rightarrow M_S \leq \underline{\underline{527}}\ KNm$$

Règles C.S.A. $A_{23.3}$ M77

Tableaux donnant le moment de service maximal M_s (KNm) en fonction de M_D/M_s et du pourcentage d'acier pour f'_c = 20 et 40 MPa

f'_c = 20 MPa

M_D/M_s	A_s = 4200 mm² ρ = 0.72 ($\rho_B + \rho_F$)	A_s = 3500 mm² ρ = 0.61 ($\rho_B + \rho_F$)	A_s = 2100 mm² ρ = 0.365 ($\rho_B + \rho_F$)
0.25	527	451	283
0.5	553	473	297
1	612	523	329

f'_c = 40 MPa

M_D/M_s	A_s = 4200 mm² ρ = 0.66 ρ_B	A_s = 3500 mm² ρ = 0.55 ρ_B	A_s = 2100 mm² ρ = 0.33 ρ_B
0.25	566	477	293
0.5	594	500	307
1	657	554	340

Règles B.A.E.L 80

Tableaux donnant le moment de service maximal M_s (KNm) en fonction de M_G/M_s et du pourcentage d'acier pour f_{c28} = 20 et 40 MPa

f_{c28} = 20 MPa

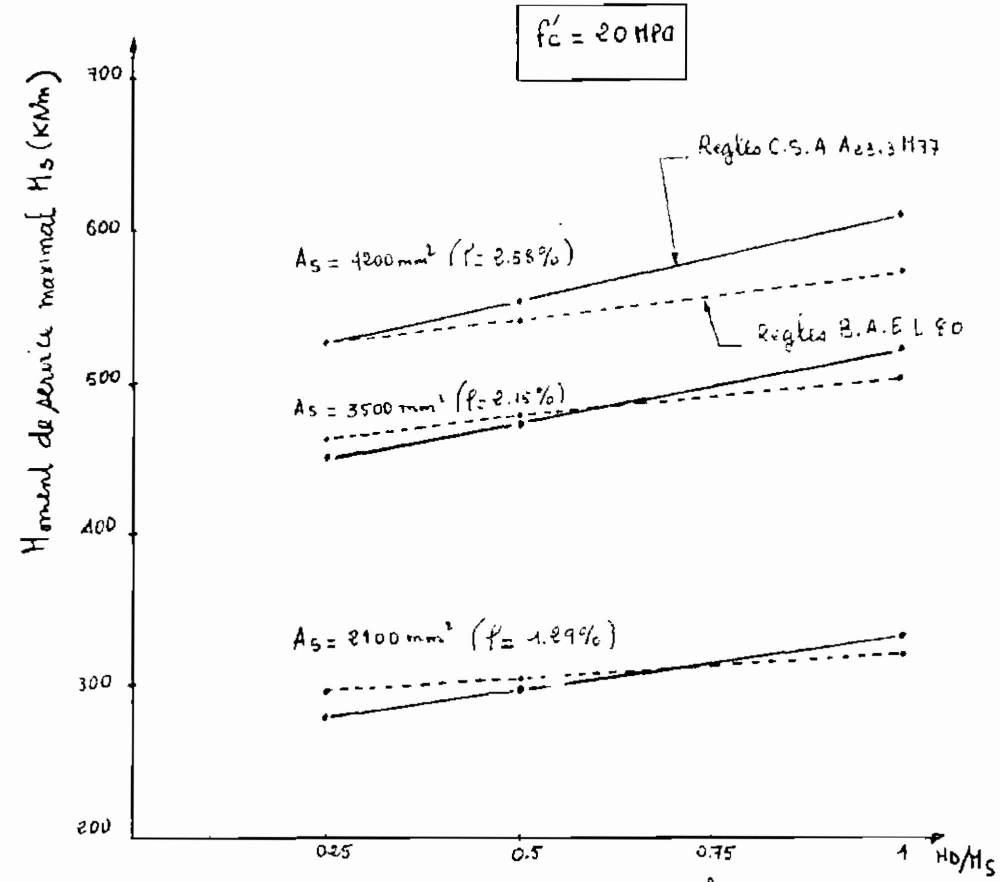
M_G/M_s	A = 4200 mm² ρ = 0.0258	A = 3500 mm² ρ = 0.0215	A = 2100 mm² ρ = 0.0129
0.25	527	464	297*
0.5	542	477	305*
1	572	504	322*

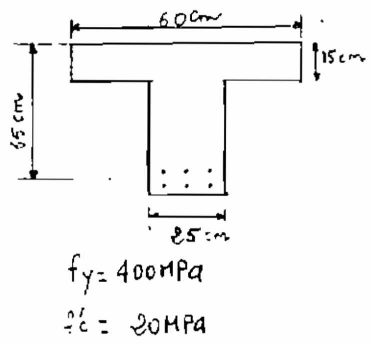
* $\varepsilon_s > 10‰$

f'_{c28} = 40 MPa

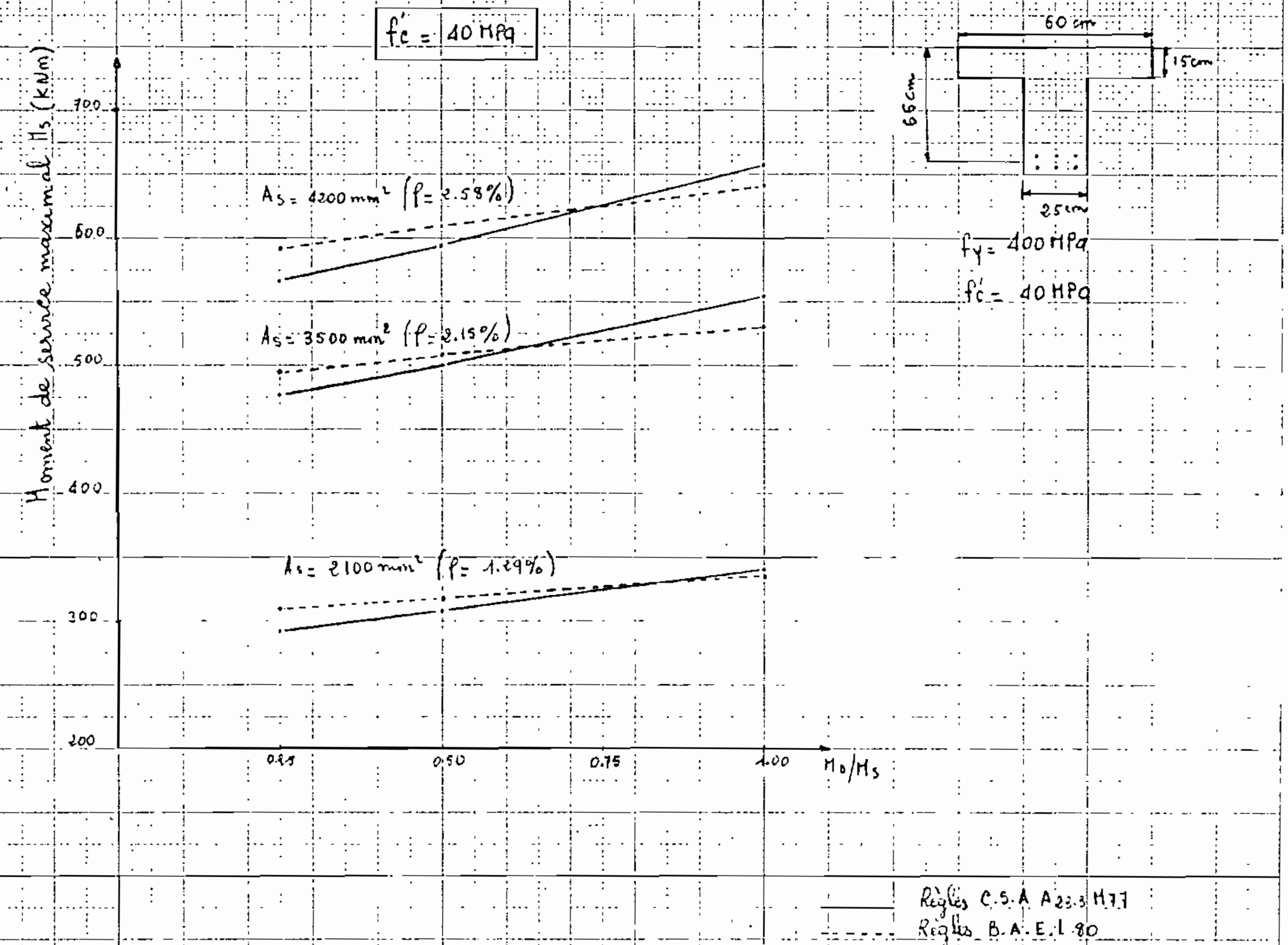
M_G/M_s	A = 4200 mm² ρ = 0.0258	A = 3500 mm² ρ = 0.0215	A = 2100 mm² ρ = 0.0129
0.25	592	495	310
0.5	609	509	318
1	643	537	336

$\varepsilon_s > 10‰$





Courbes donnant le moment de service maximal en fonction du pourcentage de moment dû aux charges mortes et de la quantité d'acier


f'c = 40 MPa
Moment de service maximal Ms (KNm)
700
600
500
400
300
200
As = 4200 mm² (ρ = 2.58%)
As = 3500 mm² (ρ = 2.15%)
As = 2100 mm² (ρ = 1.29%)
0.25
0.50
0.75
1.00
Mo/Ms
60 cm
15 cm
66 cm
25 cm
fy = 400 MPa
f'c = 40 MPa
Règles C.S.A A23.3 M77
Règles B.A.E.L 80

Discussion

Nous avons aussi étudié l'influence de la capacité du béton sur les résultats de l'analyse de la section en Té en employant un béton de 20 MPa et de 40 MPa.

Pour le béton de 20 MPa, on remarque d'après les courbes donnant le moment de service maximal que l'on peut appliquer sur la section en fonction du pourcentage de moment dû aux charges permanentes (M_D/M_S) et du pourcentage d'acier ($\rho = A_s/bd$ pour les règles C.S.A A23.3 ou A/bd pour les règles B.A.E.L), on remarque que plus le pourcentage d'acier est faible, plus l'écart entre les deux règlements devient moins significatif.

Par exemple pour $\rho = 1.29\%$ et pour un pourcentage de moment dû aux charges permanentes compris entre 0.25 et 0.8 les valeurs données par les règles B.A.E.L 80 sont légèrement supérieures avec un écart maximal à $M_D/M_S = 0.25$ de 5% par rapport aux règles C.S.A. A23.3 M77. Pour $M_D/M_S > 0.80$ les deux règlements donnent sensiblement les mêmes valeurs.

Pour $\rho = 2.15\%$ et pour M_D/M_S compris entre 0.25 et 0.6, les valeurs données par les règles B.A.E.L 80 sont légèrement supérieures avec un écart maximal à 0.25 de 2.8% et pour $M_D/M_S > 0.6$ les valeurs données par les règles C.S.A A23.3 sont supérieures et cet écart augmente au fur et à mesure que M_D/M_S augmente. Cet écart est maximal à un rapport de 1 soit une différence de 7%

Pour $\rho = 2.6\%$ et pour $0.25 \leq M_D/M_S < 1$ les valeurs données par les règles C.S.A. A23.3 M77 sont supérieures et cet écart augmente au fur et à mesure que le rapport M_D/M_S augmente. Cet écart devient maximal à un rapport égal à 1 avec une différence de 7%

Pour le béton de 40 MPa, on remarque que pour $\rho = 1.29\%$, les deux règlements sont comparables pour des rapports de $M_D/M_S > 0.50$. Pour $0.25 \leq M_D/M_S \leq 0.50$ les résultats des règles B.A.E.L sont supérieurs avec un écart maximal à $M_D/M_S = 0.25$ de 6%

Pour $\rho = 2.15\%$ et pour des rapports de $\frac{M_D}{M_S}$ compris entre 0.25 et 0.62 les règles B.A.E.L 80 donnent des valeurs supérieures avec un écart maximal à $\frac{M_D}{M_S} = 0.25$ de 3.6%

Pour $\rho = 2.6\%$, les règles B.A.E.L donnent des valeurs supérieures pour M_D/M_S compris entre 0.25 et 0.75 avec une différence de 4.5% à $M_D/M_S = 0.25$. Si $\frac{M_D}{M_S} > 0.75$ les résultats sont presque comparables.

Donc en gros, dans le domaine usuel c'est à dire pour des rapports de $\frac{M_D}{M_S}$ compris entre 0.5 et 0.75 les deux règlements ne présentent pas de différence significative du point de vue résistance pour la section étudiée.

CHAPITRE 4

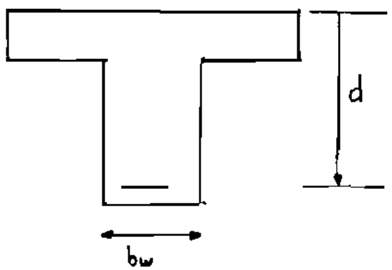
CISAILLEMENT

Règles C.S.A A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80.
4.1 <u>Hypothèses</u>	
1°- La rupture par cisaillement correspond à f_y dans l'étrier	- idem
2°- La fissure se développe à 45°	- idem
3°- La projection horizontale d'une fissure est égale à "d", distance entre la fibre la plus comprimée et le centre de gravité de l'armature tendue.	- idem
4°- A la rupture le béton reprend une contrainte v_c qui est la contrainte de cisaillement admissible subie par le béton	

4.2 principales formules

Règles C.S.A. A23.3 M 77

Contrainte nominale



$$v_u = \frac{V_u}{\phi\, b_w\, d} \qquad (9.3.1.1)$$

ϕ = facteur de performance = 0.85

Contrainte maximale

$$v_u - v_c \leq 0.67\sqrt{f'_c}$$

ou $v_u \leq 0.84\sqrt{f'_c}$

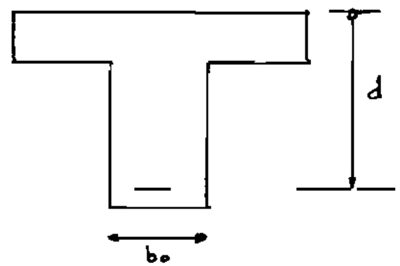
$v_c = 0.17\sqrt{f'_c}$ conservatrice (9.5.1)

ou

$$v_c = 0.16\sqrt{f'_c} + 17\,\rho_w \frac{V_u d}{M_u} \leq 0.3\sqrt{f'_c} \quad \text{avec } \frac{V_u d}{M_u} \leq 1 \quad (9.5.3)$$

Règles B.A.E.L 80

contrainte nominale



$$\tau_u = \frac{V_u}{b_o\, d} \qquad (A.5.1.1)$$

Contrainte maximale $\bar{\tau}_u$

- Dans le cas où la fissuration est ou très préjudiciable
  $\bar{\tau}_u = \text{Min}\,(0.10 f_{c28}\ ;\ 3\ \text{MPa})$
- Dans le cas des armatures d'âme droites associées ou non à des barres relevées équilibrant au plus la moitié de l'effort tranchant
  $\bar{\tau}_u = \text{Min}\,(0.13 f_{c28}\ ;\ 4\ \text{MPa})$

Règles C.S.A. A 23.3 M 77	Règles B.A.E.L 80
Armatures d'âme la section A_v des armatures d'âme est donnée par la relation $$\frac{A_v}{b_w s} = \frac{v_u - v_c}{f_y(\cos\alpha + \sin\alpha)} \quad (9.7.3)$$ α = l'angle d'inclinaison des armatures avec l'axe de la poutre	• Dans le cas des armatures inclinées à 45° ou des armatures droites accompagnées d'armatures parallèles à l'axe de la poutre, de même densité $$\bar{\tau}_u = \mathrm{Min}\left(0.18\, f_{c28}\ ;\ 5.5\ \mathrm{MPa}\right)$$ **Armatures d'âme** la section A_t des armatures est donnée par la relation $$\frac{A_t}{b_0 S_t} \geq \frac{\tau_u - 0.5\,K}{0.9\,\frac{f_e}{\gamma_s}(\cos\alpha + \sin\alpha)} \quad (A.5.1\ 232)$$ si $\tau_u > 0.32\ \mathrm{MPa}$ K est un coefficient égal à - 1 en flexion simple

Règles C.S.A. A 23.3 M 77	Règles B.A.E.L 80
	- $K = 1 + \frac{3\,\sigma_{cm}}{f_{cj}}$ en flexion composée avec compression. σ_{cm} désignant la contrainte moyenne de compression de la section totale du beton, sous l'éffort normal de calcul - $K = 1 - 10\frac{\sigma_{tm}}{f_{cj}}$ en flexion composée avec traction. σ_{tm} est la contrainte moyenne de traction de la section totale du beton, sous l'effort normal de calcul. - $K = 0$ en cas de reprise de betonnage ou lorsque la fissuration est jugée très préjudiciable.

Règles C.S.A. A23.3 M77

Armature minimale (11.2.2.3)

$$Av_{min} = \frac{0.35\, bw\, s}{fy} \qquad \text{requis si } \frac{vc}{2} < vu - vc \leq 0.35 \text{ MPa}$$

Espacement des étriers

- **espacement nominal**

$$s = \frac{Av\, fy\, (\sin\alpha + \cos\alpha)}{bw\, (vu - vc)}$$

pour des armatures droites $\Rightarrow \alpha = 90°$

$$s = \frac{Av\, fy}{bw\, (vu - vc)}$$

- **Espacement maximum**

si $vu - vc \leq 0.33 \sqrt{f'c}$ (MPa)

$$S_{max} = \text{Min}\left[\frac{d}{2}(1 + \cot g\alpha)\ ;\ 3\, bw\ ;\ 600 \text{ mm}\right] \quad (11.2.3.2)$$

si $vu - vc > 0.33 \sqrt{f'c}$

$$S_{max} = \text{Min}\left[\frac{d}{4}(1 + \cot g\alpha)\ ;\ 1.5\, bw\ ;\ 300 \text{ mm}\right] \quad (11.7.4)$$

Règles B.A.E.L 80

Armature minimale (A.5.1.22)

$$A_{t_{min}} = \frac{b_0\, S_t}{fe} \times \text{Max}\left(\frac{\tau_u}{2}\ ;\ 0.4 \text{ MPa}\right) \qquad \text{requis si } \tau_u \leq 0.32 \text{ MPa}$$

Espacement des étriers

- espacement nominal

$$S_t = \frac{A_t\, 0.9\, fe/\gamma_s\, (\sin\alpha + \cos\alpha)}{(\tau_u - 0.3K)\, b_0}$$

. En cas d'actions durables ou transitoires ($\gamma_s = 1.15$)

et en cas de reprise de bétonnage ($K = 0$)

pour des armatures droites ($\alpha = 90°$)

$$\Rightarrow S_t = \frac{A_t\, 0.8\, fe}{b_0\, \tau_u}$$

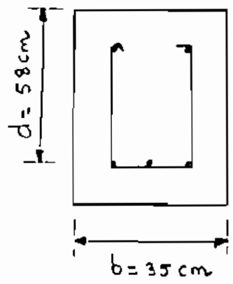
- le diamètre ϕ_t et l'espacement S_t des cours successifs d'armatures transversales doivent vérifier ces relations

$$\phi_t \leq \text{Min}\left(h/35\ ,\ \phi_e\ ;\ b_0/10\right)$$

$$S_t \leq \text{Min}\left(0.9\, d\ ;\ 40 \text{ cm}\right) \quad (A.5.1.22)$$

Exampla Determination de l'espacement des armatures transversales d'une poutre.

exemple 9



$f_{cp} = f'_c = 25\,MPa$

$f_s = f_y = 300\,MPa$

En la section critique située à une distance "d" de la face de l'appui, determiner l'espacement requis pour les etriers # 10 en cette section pour les efforts tranchants de service suivants : V_S = 170 KN, 200 KN ; 300 KN ; 400 KN ; 450 KN

on supposera que 60% de l'effort tranchant est dû aux charges permanentes.

Règles C.S.A. A23.3 M77

<u>Exemple de calcul</u>

$V_s = 170\ KN$

- <u>Contrainte de cisaillement</u> (v_u)

$V_u = 1.4\,V_D + 1.7\,V_L = 1.4 \times 0.6\,V_s + 1.7 \times 0.4\,V_s$

$= 1.4 \times 0.6 \times 170 + 1.7 \times 0.4 \times 170 = 258.4\ KN$

$$v_u = \frac{V_u}{\Phi b_w d} = \frac{0.258}{0.85 \times 0.35 \times 0.58} = 1.5\ MPa$$

- <u>Capacité du béton</u> (v_c)

Méthode conservatrice $v_c = 0.17\sqrt{f'_c} = 0.17\sqrt{25} = 0.85\ MPa$

- <u>Calcul de $v_u - v_c$</u>

$v_u - v_c = 1.5\ MPa - 0.85\ MPa = 0.65\ MPa$

- <u>Contrainte maximale permise</u>

$(v_u - v_c)_{max} = 0.67\sqrt{f'_c} = 0.67\sqrt{25} = 3.35\ MPa$

$0.65\ MPa < 3.35\ MPa$ $\Rightarrow$ les dimensions sont acceptables

Règles B.A.E.L 80

- <u>Contrainte de cisaillement</u> (τ_u)

$V_u = 1.35\,V_G + 1.5\,V_Q = 1.35 \times 0.6\,V_s + 1.5 \times 0.4\,V_s$

$= 1.35 \times 0.6 \times 170 + 1.5 \times 0.4 \times 170 = 239.7\ KN$

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_o d} = \frac{0.2397}{0.35 \times 0.58} = 1.18\ MPa$$

- <u>Contrainte maximale permise</u> ($\bar{\tau}_u$)

$\bar{\tau}_u = \text{Min}\left(0.13\,f_{c28}\ ,\ 4\ MPa\right) = 0.13 \times 25 = 3.25\ MPa$

$\tau_u = 1.18\ MPa < 3.25\ MPa$ o.K

Règles C.S.A. A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80
<u>espacement requis</u> (s) $s = \frac{A_v f_y}{b_w (v_u - v_c)} = \frac{2 \times 100 \times 300}{350 \times 0.65} = 264 \text{ mm}$ $v_u - v_c = 0.65 \text{ MPa} > 0.35 \text{ MPa}$ on fournit plus que le renforcissement minimal exigé <u>espacement maximal</u> $v_u - v_c = 0.65 \text{ MPa} < 0.33\sqrt{f'_c} = 1.65 \text{ MPa}$ $S_{max} = \text{Min}\left[0.5 \times 580 \,;\, 3b \,;\, 600 \text{ mm}\right]$ $= \text{Min}\left[290 \text{mm} \,;\, 1050 \text{mm} \,;\, 600\right]$ $S_{max} = 290 \text{ mm}$ $\quad s < S_{max}$ O.K. donc l'espacement des étriers en cette section est $s = \underline{\underline{264}}$ mm	<u>espacement requis</u> (S_t) ; $\tau_u > 0.32 \text{ MPa}$ $\Rightarrow S_t = \frac{A_t \times 0.8 f_e}{(\tau_u - 0.5K) b_0}$ 1) en cas de reprise de bétonnage $\Rightarrow K = 0$ $S_t = \frac{2 \times 100 \times 0.8 \times 300}{1.18 \times 350} = \underline{\underline{116}} \text{ mm}$ 2) Sans reprise de bétonnage $\Rightarrow K = 1$ en flexion simple $S_t = \frac{200 \times 0.8 \times 300}{(1.18 - 0.5) \times 350} = \underline{\underline{202}} \text{ mm}$ <u>espacement maximal</u> $S_{max} = \text{Min}(0.9d \,;\, 400 \text{mm})$ $= \text{Min}(0.9 \times 580,\ 400) = 400 \text{ mm}$ les deux valeurs de S_t sont inférieures à 400 mm donc O.K.

Règles C.S.A A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80

Résultats de l'exemple

Tableau: donnant l'espacement requis des armatures transversales en fonction de l'effort tranchant de service

Règles C.S.A A23.3 M77

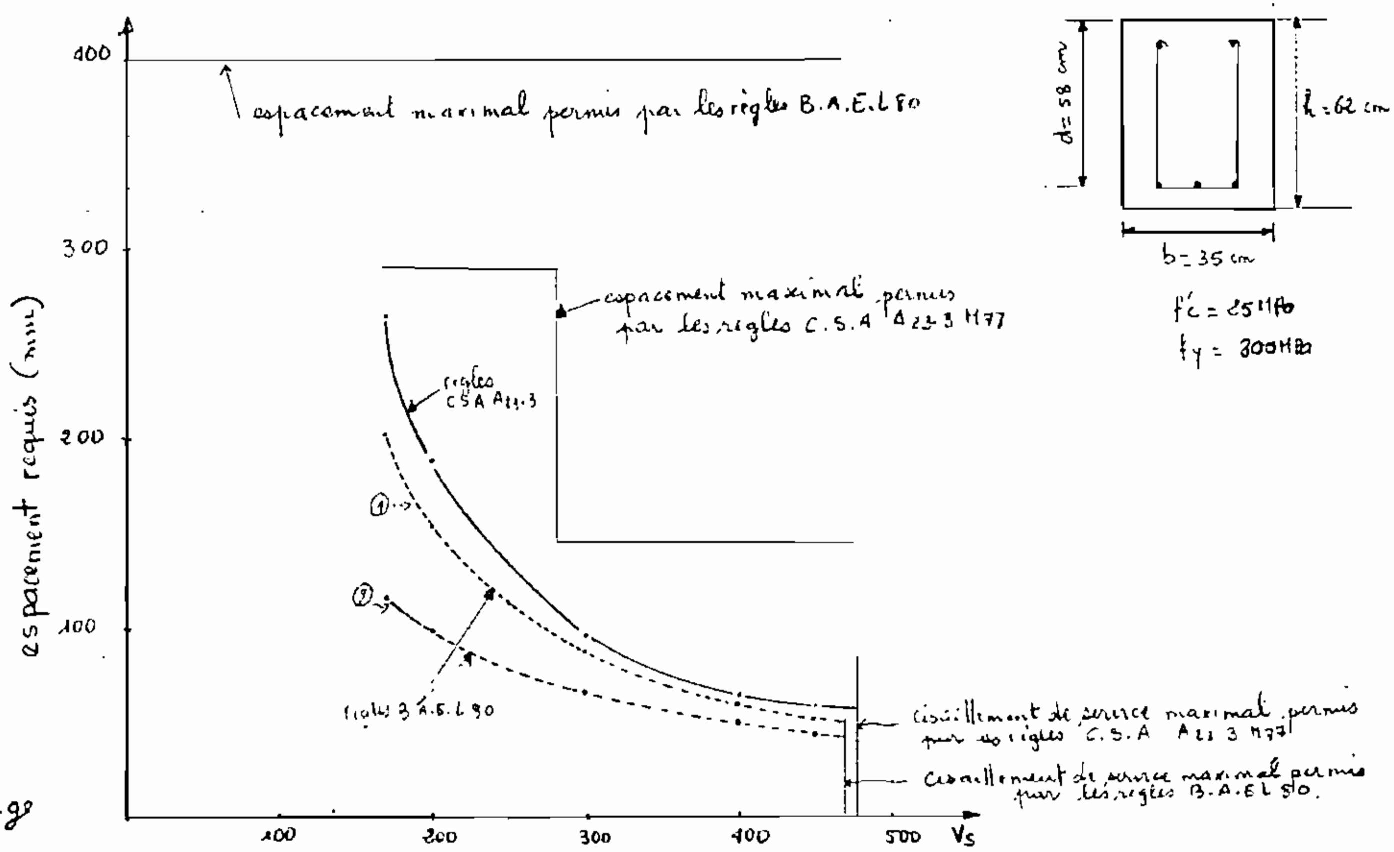
V_s (KN)	170	200	300	400	450
S (mm)	264	188	96	64	59

Règles B.A.E.L 80

V_s	170	200	300	400	450
S_t (mm)	116 (1)	99	66	49	44
	202 (2)	154	87	60	52

(1) cas où il y a reprise de bétonnage

(2) cas où il n'y a pas de reprise de bétonnage



① cas où il n'y a pas reprise de bétonnage

② Cas où il y a reprise de bétonnage

Courbes donnant l'espacement des armatures transversales requis en fonction de l'effort tranchant de service

Discussion

En comparant les résultats de l'exemple, on constate que dans le cas où il y a reprise de bétonnage (situation la plus défavorable) les règles C.S.A A23.3 M77 conduisent à 25% d'économie d'acier en moyenne pour des valeurs assez élevées de l'effort tranchant de service (Vs) et jusqu'à 56% pour les faibles valeurs par rapport aux règles B.A.E.L 80

S'il n'y a pas reprise de bétonnage, les règles C.S.A A23.3 M77 conduisent à 9% pour des valeurs assez élevées de l'effort tranchant et jusqu'à 23% pour les faibles valeurs.

CHAPITRE 5

COMPRESSION

Règles C.S.A. $A_{23.3}$ M77	Règles B.A.E.L 80
5.1 Hypothèses de calcul . Mêmes hypothèses qu'en flexion (voir chap 3) Pourcentage d'acier (ρ) $1\% \leq \rho \leq 8\%$ (8.10.1) **5.2 Compression centrée** . Résistance ultime $P_u = \phi \left[0.85 f'_c (A_g - A_{ST}) + f_y A_{ST} \right]$	**Hypothèses de calcul** Mêmes hypothèses qu'en flexion (voir chap 3) sauf que pour le diagramme contraintes-déformations du béton, la déformation ultime dans le béton ε_{bc} est comprise entre les valeurs extrêmes suivantes : 2‰ (pour les combinaisons d'actions sans influence sur le fluage 6‰ (pour les combinaisons d'actions ayant toute une influence sur le fluage) Pourcentage d'acier $0.2\% \leq \rho \leq 5\%$ (A.8.1.2 1) **Compression centrée** . Effort normal ultime $N_u = \alpha \left[\frac{B_r f_{c28}}{0.9 \gamma_b} + A \frac{f_e}{\gamma_s} \right]$ (8.8.4.1) B_r est la section réduite du béton en déduisant de sa section réelle 1cm d'épaisseur

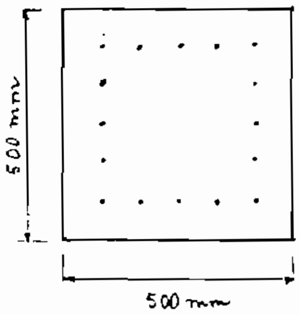
Règles C.S.A. A.23.3 M77	Règles B.A.E.L 80
$\phi = 0.7$ pour les colonnes ligaturées $\phi = 0.75$ pour les colonnes spiralées 5.3 <u>Conditions d'élancement</u> <u>Elancement</u> $K\frac{l_u}{r}$ <u>colonnes élancées</u> $K\frac{l_u}{r} > 34 - 12\frac{M_1}{M_2}$ (élements comprimés contreventés $K\frac{l_u}{r} > 22$ (élements non . contreventés)	$\alpha = \frac{0.85}{1+0.2\left(\frac{\lambda}{35}\right)^2}$ pour $\lambda \leq 50$ $\alpha = 0.60\left(\frac{50}{\lambda}\right)^2$ pour $50 < \lambda \leq 100$ les α sont divisés par 1.10 si plus de la moitié des charges est appliquée avant 90 jours. Si la majeure partie est appliquée avant 28 jours on prend f_{cj} et le coefficient de réduction est 1.20 <u>Conditions d'élancement</u> <u>Elancement</u> $\lambda = \frac{l_f}{i}$ <u>colonnes élancées</u> $\lambda > 50$

Règles C.S.A. A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80
<u>facteur d'amplification</u> (δ) $\delta = \dfrac{C_m}{1 - \dfrac{P_u}{\phi P_{cr}}}$ (S.12.6.1) $C_m = 1$ pour les colonnes contreventées avec charges latérales et pour les colonnes non contreventées $C_m = 0.6 + 0.4\, M_1/M_e$ pour les colonnes contreventées ayant des moments d'extrémité les efforts calculés au niveau du centre de gravité ont pour valeur effort normal P_u Moment fléchissant $P_u \times e \times \delta$	<u>facteur d'amplification</u> (δ) • <u>colonnes d'élancement</u> $\lambda < 50$ $\delta = 1 + 0.2 \left(\dfrac{\lambda}{35}\right)^2$ si $e/h \leq 0.75$ $\delta = 1 + 0.2 \left(\dfrac{\lambda}{35}\right)^2 \dfrac{h}{e}$ si $e/h > 0.75$ la section peut être justifiée en flexion composée : effort Normal de calcul $N\delta$ Moment fléchissant $N\delta(e + e_+)$ e_+ : excentricite additionnelle $= \max\left(\ell/_{250} ; 2cm\right)$ • <u>colonnes d'élancement</u> $\lambda > 50$ Aucune amplification à part l'excentricité additionnelle e_+ qui tient compte d'une imperfection géométrique initiale. les abaques sont conçues en tenant compte de la longueur de flambement (l_f)

Examples : Détermination de la charge axiale maximale de service d'une colonne

exemple 10

Soit une section de colonne suivante,



Déterminer la charge axiale maximale de service que la colonne peut supporter suivant les pourcentages de charges vives suivantes 0.25 ; 0.5, 1

Données

$f_c' = 25$ MPa

$f_y = 400$ MPa

élancement $\lambda = 35$

$\rho = 4\%$

$\gamma_b = 1.5$

$\gamma_s = 1.15$

exemple 11

Même problème avec $\rho = 2\%$

exemple 12

Même problème avec $\rho = 1\%$

Règles C.S.A. A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80

Règles C.S.A. A23.3 M77

<u>exemple de calcul</u> (exemple 10)

$\rho = 4\%$ $\Rightarrow A_{st} = 10\,000\ mm^2$

1°/ $L/P_s = 0.25$

$1.4D + 1.7L \leq \phi\left[0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}\right]$

$1.4 \times 0.75 P_s + 1.7 \times 0.25 P_s \leq 0.7\left[0.85 \times 25 (0.25 - 0.01) + 400 \times 0.01\right]$

$P_s (1.05 + 0.425) \leq 6.37\ MN$

$P_s \leq \dfrac{6.37}{1.05 + 0.425} = 4.319\ MN = \underline{\underline{4319\ KN}}$

2°/ $L/P_s = 0.5$

$P_s (1.4 \times 0.5 + 1.7 \times 0.5) \leq 6.37\ MN$

$\Rightarrow P_s \leq \dfrac{6.37\ MN}{0.7 + 0.85} = 4.11\ MN = \underline{\underline{4110\ KN}}$

3°/ $L/P_s = 1$

$P_s \times 1.7 \leq 6.37\ MN$

$P_s \leq \dfrac{6.37\ MN}{1.7} = 3.747\ MN = \underline{\underline{3747\ KN}}$

Règles B.A.E.L 80

$1.35G + 1.5Q \leq \alpha\left[\dfrac{B_r f_{c28}}{0.9\gamma_b} + \dfrac{A f_e}{\gamma_s}\right]$

$B_r = (480 \times 480)\ mm^2 = 230\,400\ mm^2 = 0.23\ m^2$

1°) $Q/P_s = 0.25$

$1.35 \times 0.75 P_s + 1.5 \times 0.25 P_s \leq \alpha\left[\dfrac{B_r f_{c28}}{0.9\gamma_b} + \dfrac{A f_e}{\gamma_s}\right]$

$\alpha = \dfrac{0.85}{1 + 0.2\left(\frac{\lambda}{35}\right)^2} = \dfrac{0.85}{1 + 0.2} = 0.708$

$P_s (1.0125 + 0.375) \leq 0.708\left[\dfrac{0.23 \times 25}{0.9 \times 1.5} + \dfrac{0.01 \times 400}{1.15}\right]$

$P_s \leq \dfrac{5.483\ MN}{1.0125 + 0.375} = \underline{\underline{3952}}\ KN$

2°) $Q/P_s = 0.5$

$P_s (1.35 \times 0.5 + 1.5 \times 0.5) \leq 5.483\ MN$

$P_s \leq \dfrac{5.483\ MN}{0.675 + 0.75} = 3.848\ MN = \underline{\underline{3848\ KN}}$

3°/ $Q/P_s = 1$

$P_s \times 1.5 \leq 5.483\ MN$

$P_s \leq \dfrac{5.483\ MN}{1.5} = 3.656\ MN = \underline{\underline{3656\ KN}}$

Règles C.S.A. A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80

Résultats des exemples (10, 11 et 12)

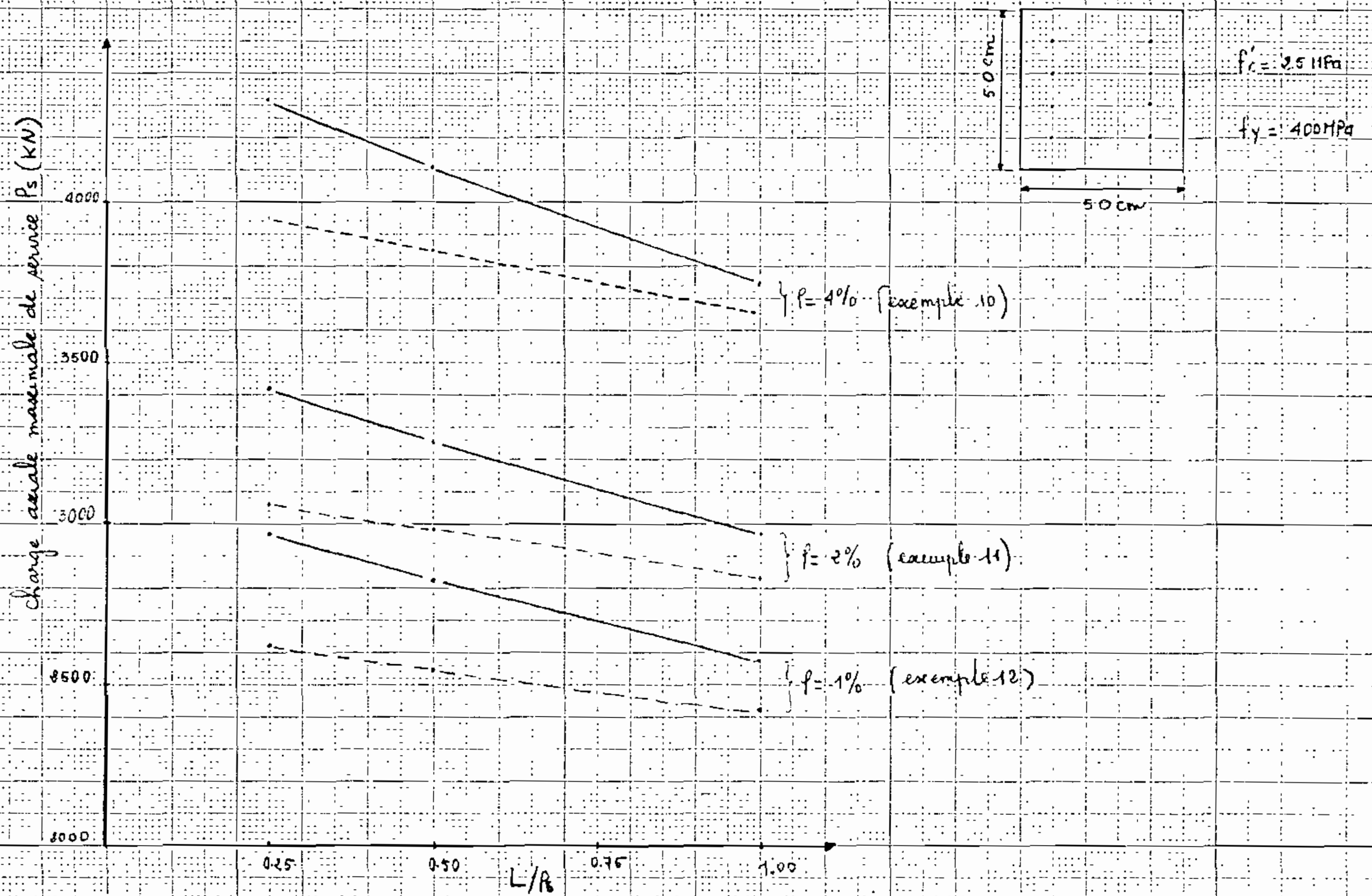
Tableau donnant la charge axiale maximale de service P_s (KN) en fonction du rapport L/P_s et du pourcentage d'acier (ρ)

Règles C.S.A. A23.3 M77

L/P_s	$\rho = 4\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 1\%$
0.25	4319	3420	2970
0.50	4110	3254	2827
1.00	3747	2967	2577

Règles B.A.E.L 80

Q/P_s	$\rho = 4\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 1\%$
0.25	3952	3064	2621
0.50	3848	2984	2552
1.00	3656	2835	2424

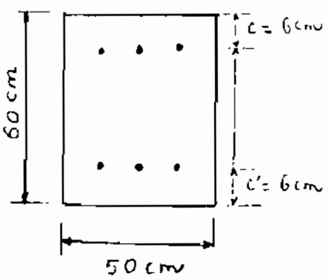


Courbes donnant la charge axiale maximale de service P_s (KN) en fonction du rapport L/P_s et du pourcentage d'acier

——— Règles C.S.A. A23.3 M77
- - - - Règles B.A.E.L. 80.

Exemples   Design d'une colonne courte (Armatures symètriques)

exemple 13 On considère un poteau de longueur de flambement $l_f = 3\,m$ et dont la section est montrée ci-contre, soumis à une charge totale de service $P_s = 1000$ KN et d'excentricité $e = 36$ cm. Déterminer le pourcentage d'acier requis avec les pourcentages de charges mortes sur la charge totale de service suivantes : 0.25 ; 0.5 ; 1



Données

$f'_c = 20$ MPa $\gamma_b = 1.5$

$f_y = 400$ MPa $\gamma_s = 1.15$

$\gamma = 0.8$

exemple 14

Refaire l'exemple avec $P_s = 1500$ KN

(les résultats sont montrés au tableau)

Règles C.S.A. A 23.3 M 77	Règles B.A.E.L 80
Exemple de calcul (exemple 13) 1°) $P_D/P_S = 0.25$. Calcul de l'élancement. $\frac{(K l_u)}{r} = \frac{3}{0.3 \times 0.6} = 17 < 22$ les effets d'élancement peuvent être négligés. . Charge de Design (P_u) $P_u = 1.4 \times 0.25\ P_S + 1.7 \times 0.75\ P_S$ $= 1.4 \times 0.25 \times 1000 + 1.7 \times 0.75 \times 1000 = 1625$ KN . Moment de Design (M_u) $M_u = P_u \times e = 1625 \times 0.36 = 585$ KNm $= 0.585$ MNm A l'aide des tables du "Metric design Handbook for renforced Concrete Elements" nous allons déterminer ρ - Soit la figure 3.62 $f'_c = 20$ MPa $f_y = 400$ MPa $\gamma = 0.8$ $\frac{P_u}{A_g} = \frac{1.625}{0.3} = 5.4$ MPa $\frac{M_u}{A_g h} = \frac{0.585}{0.3 \times 0.6} = 3.25$ MPa $\Rightarrow \rho = 1.6\%$	1°/ $N_G/P_S = 0.25$. Calcul de l'élancement $\lambda = \frac{l_f \times \sqrt{12}}{h} = \frac{3 \times \sqrt{12}}{0.60} = 17.32 < 50$ La section peut être justifiée en flexion composée . facteur d'amplification $\delta = 1 + 0.2 \times \left(\frac{\lambda}{35}\right)^2 = 1 + 0.2 \times \left(\frac{17.32}{35}\right)^2 = 1.05$ car $e/h = \frac{36}{60} = 0.6 < 0.75$ $e_a = \text{Max}\left[\frac{300}{250}, 2\text{ cm}\right] = 2$ cm . Sollicitations de calcul $N_u = 1.35 \times 0.25 \times 1000 + 1.5 \times 0.75 \times 1000 = 1462$ KN $N_u \delta = 1462 \times 1.05 = 1535$ KN $M_G = 1535 \times (0.36 + 0.02) = 583$ KNm

Règles C.S.A. A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80
la valeur de $\rho = 1.6\%$ est obtenue par interpolation entre les valeurs de $\rho = 1\%$ et $\rho = 2\%$ 2°) $\underline{P_D} / \underline{P_S} = 0.5$ $P_u = 1.4 \times 0.5 \times 1000 + 1.7 \times 0.5 \times 1000 = 1550\ KN = 1.55\ MN$ $M_u = P_u \times e = 1.55 \times 0.36 = 0.558\ MNm$ $\left.\begin{array}{l} \dfrac{P_u}{A_g} = \dfrac{1.55}{0.3} = 5.17\ MPa \\ \dfrac{M_u}{A_g h} = \dfrac{0.558}{0.3 \times 0.6} = 3.1\ MPa \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{\rho = 1.5\%}}$	L' abaque 3.10 du " Guide pratique d'utilisation des règles B.A.E.L 80 par A. Capra et V. DAVIDOVICI, edit Eyrolles " nous permet de calculer la section totale d'acier par la connaissance du pourcentage mécanique $p+p'$ trouvé à partir des valeurs de ν et μ_G Ainsi $\dfrac{c}{h} = 0.10$ $\dfrac{f_e}{\gamma_s} = \dfrac{400}{1.15} = 348\ MPa$ $\nu = \dfrac{N}{bhf_{bc}} = \dfrac{1535}{0.5 \times 0.6 \times 0.85 \times \frac{20}{1.5} \times 10^3} = 0.451$ $\mu_G = \dfrac{M_G}{bh^2 f_{bc}} = \dfrac{583}{0.5 \times 0.6 \times 0.85 \times \frac{20 \times 10}{1.5}} = 0.285$ $\left.\begin{array}{l} \nu = 0.451 \\ \mu_G = 0.285 \end{array}\right\} \Rightarrow p+p' = 0.41 = \dfrac{(A+A')\ f_e/\gamma_s}{bhf_{bc}} \Rightarrow$ $A+A' = \dfrac{0.41 \times 0.5 \times 0.6 \times 11.33}{348} = 4.004 \times 10^{-3}\ m^2 \Rightarrow \underline{\underline{\rho = 1.33\%}}$

Règles C.S.A. $A_{23.3}$ M77	Règles B.A.E.L 80
3°) $\underline{P_D/P_S} = 1.$ $P_u = 1.4 \times 1000 = 1400\ KN = 1.4\ MN$ $M_u = 1.4 \times 0.36 = 0.504\ MNm$ $\left.\begin{array}{l} P_u/A_g = \frac{1.4}{0.3} = 4.67\ MPa \\ M_u/A_g h = \frac{0.504}{0.3 \times 0.6} = 2.8\ MPa \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{\rho = 1.2\%}}$	2°/ $\underline{N_G/P_S} = 0.5$ $N_u = 1.35 \times 0.5 \times 1000 + 1.5 \times 0.5 \times 1000 = 1425\ KN$ $N = N_u \delta = 1425 \times 1.05 = 1496\ KN$ $M_u = 1496 \times 0.38 = 568.6\ KNm$ $\left.\begin{array}{l} \nu = \frac{1496}{0.5 \times 0.6 \times 11333} = 0.44 \\ \mu_G = \frac{568.6}{0.5 \times (0.6)^2 \times 11333} = 0.28 \end{array}\right\} \Rightarrow P + P' = 0.4$ $\Rightarrow A + A' = \frac{0.4 \times 0.5 \times 0.6 \times 11.333}{348} = 3.92 \times 10^{-3}\ m^2$ $\Rightarrow \underline{\underline{\rho = 1.3\%}}$ 3°) $N_G/P_S = 1 \Rightarrow N_u = 1.35 \times 1000 = 1350\ KN$ $N = 1350 \times 1.05 = 1417\ KN$ $\left.\begin{array}{l} \nu = \frac{1417}{3040} = 0.417 \\ \mu_G = \frac{1417 \times 0.38}{2040} = 0.264 \end{array}\right\} \Rightarrow P + P' = 0.36 \Rightarrow A + A' = 3.528 \times 10^{-3}\ m^2$ $\Rightarrow \underline{\underline{\rho = 1.17\%}}$

Règles C.S.A. A23.3 M77

Résultats des exemples (13 et 14)

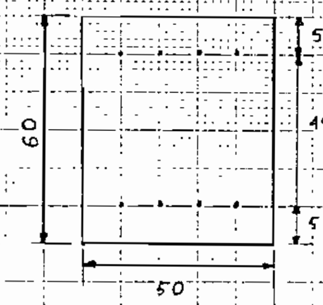
Tableau donnant le pourcentage d'acier (ρ) en fonction du rapport P_D/P_S pour des charges de service de 1000 KN et 1500 KN

P_D/P_S	0.25	0.5	1
P_S = 1000KN	1.6%	1.5%	1.2%
P_S = 1500KN	3.8%	3.5%	2.8%

Règles B.A.E.L 80

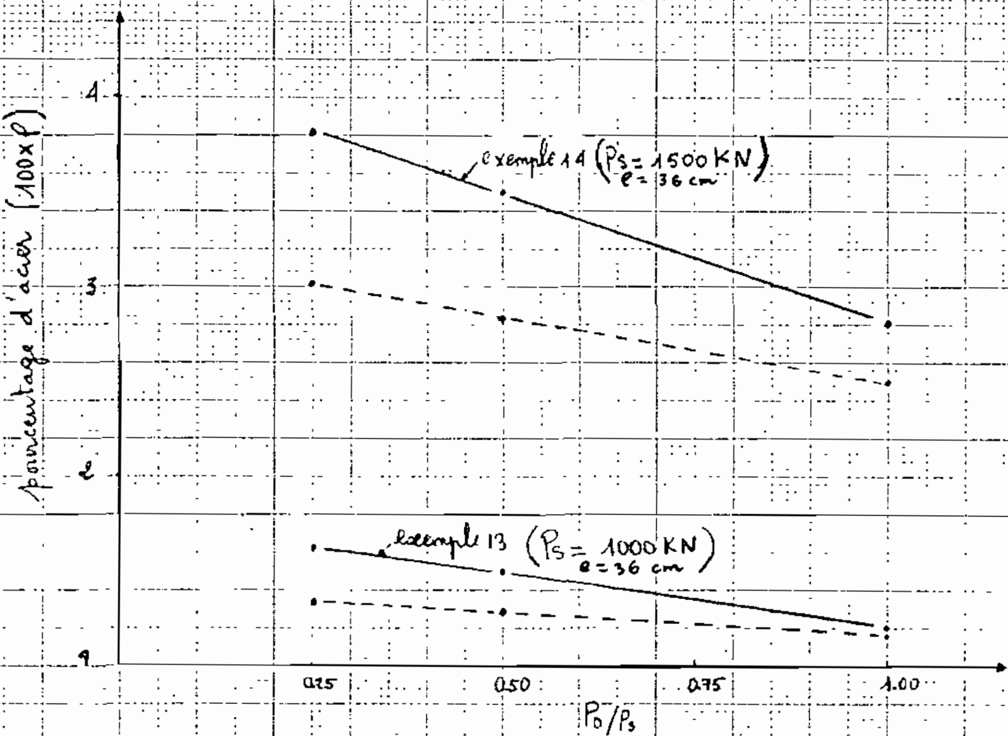
N_G/P_S	0.25	0.5	1
P_S = 1000KN	1.33%	1.30%	1.17%
P_S = 1500KN	3%	2.8%	2.5%

Colonne courte



$f'_c = 20\,MPa$

$f_y = 400\,MPa$



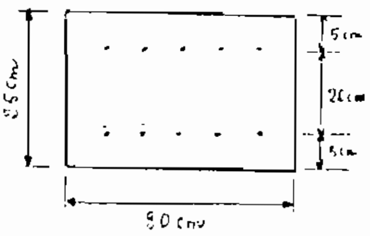
Courbes donnant le pourcentage d'acier (ρ) en fonction du rapport charges mortes sur charge totale de service

—— Règles C.S.A. A23.3 M77

– – – Règles B.A.E.L 80

exemple — Design d'une colonne élancée (armatures symétriques)

exemple 15 On considère un poteau de longueur de flambement $l_f = 4.95\,m$ est dont la section est montrée ci-contre, soumis à une charge de service $P_s = 500\,KN$ et d'excentricité $e = 8\,cm$. Déterminer le pourcentage d'acier requis en considérant les pourcentages de charges mortes suivantes : 0,25 ; 0.5 ; 1



Le poteau fait partie d'un bâtiment non contreventé.

Données

$f'_c = 20\,MPa$ $\qquad \gamma_b = 1.5$

$f_y = 400\,MPa$ $\qquad \gamma_s = 1.15$

Règles C.S.A. A23.3 M77	Règles B.A.E.L
<u>exemple de calcul</u> $P_D/P_S = 0.25$. <u>élancement</u> $\frac{Klu}{r} = \frac{4.95}{0.3 \times 0.25} = 66 > 22 \Rightarrow$ on doit considérer les effets d'élancement . <u>facteur d'amplification</u> $\delta = \dfrac{C_m}{1 - \dfrac{P_u}{\phi P_{cr}}}$ $P_{cr} = \dfrac{\pi^2 EI}{(Klu)^2}$ (charge critique d'Euler) $EI = \dfrac{0.4\, E_c I_g}{1 + \beta_0}$ (S.12.6.2) (méthode conservatrice). $E_c = 5000\sqrt{f'_c} = 5000\sqrt{20} = 22360$ MPa $= 22.36$ GPa $I_g = \frac{1}{12} \times 0.80 \times (0.25)^3 = 1.04 \times 10^{-3}\ m^4$	$N_G/P_S = 0.25$. <u>élancement</u> $\lambda = \dfrac{4.95 \times \sqrt{12}}{0.25} = 69$. <u>Sollicitation de calcul</u> $N_u = 1.35 \times 0.25 \times 500 + 1.5 \times 0.75 \times 500 = 731.25$ KN $b\,h\,f_{bc} = 0.8 \times 0.25 \times 0.85 \times \frac{20}{1.5} = 2266$ KN $\nu = \dfrac{N_u}{b h f_{bc}} = \dfrac{731.25}{2266} = 0.323$ l'effort normal est considéré de longue durée vis à vis du fluage donc ε_u sera pris égal à $\varepsilon_u = 6‰$. <u>excentricité</u> $e_0 = e + \max\left(\frac{l_f}{250}, 2\ cm\right) = 8\ cm + 2\ cm = 10\ cm$ $\Rightarrow e_0/h = \frac{10}{25} = 0.4$

Règles C.S.A. A 23.3 M77

$$\beta_d = \frac{1.4 \; N_D}{1.4 N_D + 1.7 N_L} = \frac{1.4 \times 0.25 \, N_S}{1.4 \times 0.25 N_S + 1.7 \times 0.75 N_S} = 0.215$$

$$EI = \frac{0.4 \times 22.36 \times 10^{6} \times 1.04 \times 10^{-3}}{1 + 0.215} = 7.656 \times 10^{3} \; KNm^2$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \times 7.656 \times 10^3}{(4.95)^2} = 3084 \; KN$$

$$P_u = 1.4 \times 0.25 \times 500 + 1.7 \times 0.75 \times 500 = 812.5 \; KN$$

$$\frac{P_u}{\phi P_{cr}} = \frac{812.5}{0.7 \times 3084} = 0.376$$

$C_m \doteq 1$ cadre contreventé

$$\delta = \frac{1}{1 - 0.376} = 1.6$$

. Sollicitations de calcul

$P_u = 812.5 \, KN$

$M_u = 812.5 \times 0.08 \times 1.6 = 104 \, KNm$

Règles B.A.E.L 80

. calcul du ferraillage

on utilise l'abaque 4.8 du "Guide pratique d'utilisation des règles B.A.E.L 80 de A. Capra et V. DAVIDOVICI" défini par les paramètres

$$\frac{l_f}{h} = \frac{4.95}{0.25} = 20$$

$\varepsilon_u = 6\%$

soit

$\left.\begin{array}{l} \nu = 0.323 \\ e_0/h = 0.4 \end{array}\right\} P = 0.325$, $\mu_G = 0.218$

d'où la section totale des armatures

$$A = P \frac{b h f_{bc}}{f_e/\gamma_s} = \frac{0.325 \times 2266}{34.8 \times 10^4} \; m^2 = 21.8 \; cm^2$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{A}{bh} = \frac{21.8}{80 \times 25} \simeq \underline{\underline{1.1\%}}$$

Ràgles C.S.A. A23.3 M 77	Ràgles B.A.E.L 80
on utilise l'abaque de la figure 3.47 défini par les paramètres $f'_c = 20$ MPa $f_y = 400$ MPa $\gamma = 0.8$ soit $\frac{P_u}{A_g} = \frac{0.812}{0.25 \times 0.8} = 4.06$ MPa $M_u/A_g h = \frac{0.104}{0.2 \times 0.8} = 0.65$ MPa $\Rightarrow \rho_{min} = 1\%$ le point correspondant donne une valeur de ρ inferieure au pourcentage minimal permis ($\rho_{min} = 1\%$) d'où le pourcentage d'acier à mettre est $\underline{\underline{\rho_{min}}} = 1\%$	

Règles C.S.A A23.3 M77

Résultats de l'exemple 15

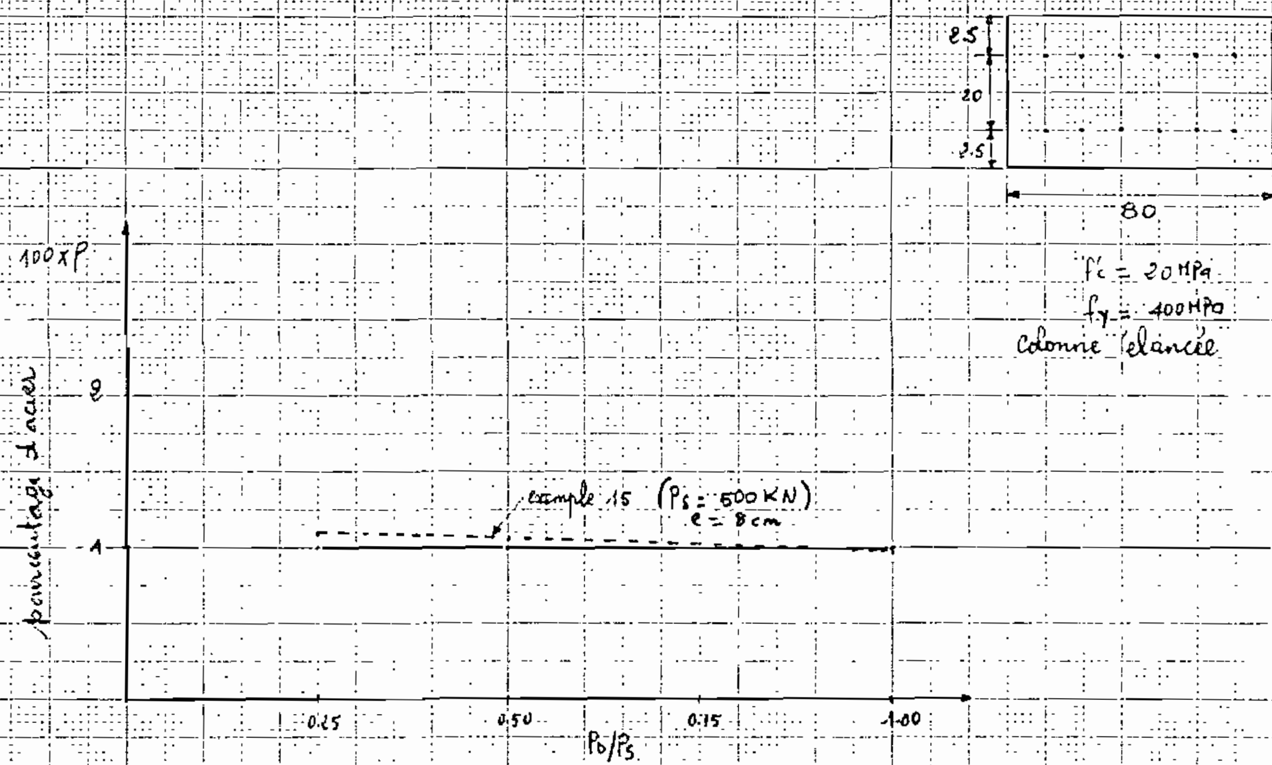
Tableau donnant le pourcentage d'acier requis en fonction du rapport P_0/P_s pour un effort normal P_s égal à 500 KN d'excentricité $e = 8$ cm

P_0/P_s	0.25	0.5	1
ρ^* (%)	1	1	1

* les valeurs indiqués au tableau correspondent au pourcentage minimal car celles requises sont inferieures au pourcentage minimal permis.

Règles B.A.E.L 80

N_0/P_s	0.25	0.5	1
ρ (%)	1.1	1.05	0.97



Pourcentage d'acier versus Po/Ps pour une charge normale de service Ps = 500 KN d'excentricité e = 8 cm

——— Règles C.S.A. A23.3 M77
– – – Règles B.A.E.L. 80

Discussion

D'après les résultats des exemples concernant la détermination de la charge axiale maximale de service en fonction du pourcentage des charges vives et du pourcentage d'acier, on remarque que les règles C.S.A A23.3 M77 permettent des charges axiales de service superieures à celles données par les règles B.A.E.L 80. Dans le domaine usuel, c'est à dire charges vives sur charges de service (L/P_s) compris entre 0.25 et 0.5, les règles C.S.A A23.3 M77 permettent d'augmenter la charge axiale de service donneé par les règles B.A.E.L 80 d'environ 10% pour des pourcentages d'acier compris entre 1% et 4%

Pour les exemples concernant le design d'une colonne courte, avec armatures symétriques, on constate que dans le domaine usuel, les règles B.A.E.L 80 permettent une économie d'acier d'environ 15% par rapports aux règles C.S.A. A23.3 M77 pour une charge de service de 1000 KN d'excentricite de 36 cm et jusqu'à une économie de 20% pour une charge de service de 1500 KN.

Pour l'exemple concernant le design d'une colonne élanceé, les deux réglements donnent des résultats qui sont comparables.

CHAPITRE 6

CRITÈRES de RUINE
(flèche et fissuration)

Règles C.S.A. A23.3 M77	6.1 Flèche	Règles B.A.E.L 80

Cas où les flèches doivent être considérées

Epaisseur minimale de poutre, au-dessous de laquelle les flèches doivent être considérées.

Pièces	Simplement appuyées	continues à une extrémité	continues aux deux extrémités	en porte-à-faux
	pièces qui ne supportent pas ou ne sont pas fixées à des cloisons ou autres constructions susceptibles d'être endommagées par des déformations.			
Dalles pleines portant dans une direction	$l/20$	$l/24$	$l/28$	$l/10$
poutres ou dalles nervurées portant dans une direction	$l/16$	$l/18.5$	$l/21$	$l/8$

- La portée l et l'epaisseur h sont mm
- les valeurs de ce tableau sont valables pour un béton de densité normale ($w_c = 2400\ Kg/m^3$) et avec une armature ayant $f_y = 400\ MPa$
- pour $1500 \leq w_c \leq 1900\ Kg/m^3$, multiplier les valeurs du tableau par $1.65 - 0.003\,w_c$ mais pas moins que 1.09

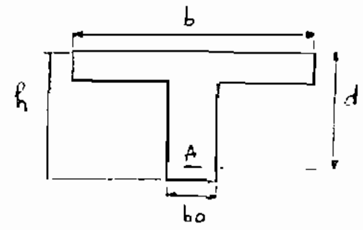
Cas où la vérification de la flèche n'est pas necessaire

. On peut se dispenser du calcul des flèches si la poutre est associée à un hourdis et si les relations suivantes sont toutes vérifiées.

$h > l/16$

$h \geq \frac{l}{10}\, M_t/M_o$

$\frac{A}{b_o d} \leq \frac{4.2}{f_e}$ (MPa)



- Pour plancher supportant des cloisons

$l < 8\,m$

Règles C.S.A. $A_{23.3}$ M77	Règles B.A.E.L 80
. Pour $f_y \neq 400$ MPa, multiplier par $0.4 + f_y/690$	
Calcul des flèches	Calcul des flèches
flèche instantanée au chargement (Δi)	• Poutres simplement appuyées flèche instantanée (f_i)
$\Delta i = \dfrac{K\, M\ell^2}{E_c\, I_e}$	$f_i = \dfrac{M\ell^2}{10\, E_i\, I_{fi}}$ (B.6.5.2)
avec $E_c = 0.043\, w_c^{1.5} \sqrt{f'_c}$	avec $I_{fi} = \dfrac{I_0}{1+\lambda_i \mu}$ ou $\lambda_i = \dfrac{0.05\, f_{t28}}{\left(2+3\frac{b_0}{b}\right)\rho}$
$I_e = \left(\dfrac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\dfrac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr}$ $\quad I_e \leq I_g$	$\mu = 1 - \dfrac{1.75\, f_{t28}}{4\rho\sigma_s + f_{t28}} \geq 0$
avec $M_{cr} = \dfrac{f_r\, I_g}{Y_t}$ (7.6.2.2.2)	flèche à long terme (f_v)
$f_r = 0.6 f'_c$ (béton de densité normale)	$f_v = \dfrac{M\ell^2}{10\, E_v\, I_{fv}}$
flèche à long terme	$I_{fv} = \dfrac{I_0}{1+\lambda_v \mu}$ ou $\lambda_v = \dfrac{0.02\, f_{t28}}{\left(2+3\frac{b_0}{b}\right)\rho}$
$\lambda_\delta \times (\Delta inst)_D$	• Poutres en console
$\lambda_\delta = 2 - 1.2 \dfrac{A'_s}{A_s} \geq 0.6$	$f_i = \dfrac{M\ell^2}{4E_i I_{fi}}$; $f_v = \dfrac{M\ell^2}{4E_v I_{fv}}$

Règles C.S.A A23.3 M77

flèches calculées maximales admissibles

Type de pièce	Déformations à prendre en considération	Limite de la flèche
Toits plats qui ne supportent pas ou ne sont fixés à aucun élément non structural susceptible d'être endommagé par une flèche trop accentuée	Flèche instantanée imputable à la surcharge L	$\frac{l}{180}$
Planchers qui ne supportent pas ou ne sont fixés à aucun élément non structural susceptible d'être endommagé par une flèche trop accentuée	Flèche instantanée imputable à la surcharge L	$\frac{l}{360}$
Toits et planchers qui supportent ou sont fixés à des éléments non structuraux susceptibles d'être endommagés par une flèche trop accentuée	La partie de la flèche totale qui se manifeste après la fixation des éléments non structuraux. La somme des déformations différées imputables à toutes les charges et la déformation instantanée imputable à toute surcharge supplementaire	$\frac{l}{480}$
Toits ou planchers qui supportent ou sont fixés à des éléments non structuraux qui ne sont pas susceptibles d'être endommagés par une flèche trop accentuée		$\frac{l}{240}$

Règles B.A.E.L 80

Valeurs limites des flèches

- Eléments reposant sur deux appuis

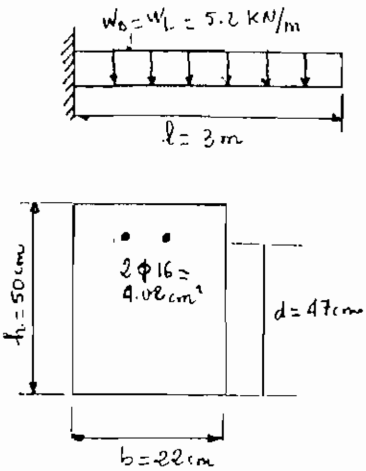
  $l/500$ si l est inferieur à 5 m

  $l/1000 + 0.5$ cm si $l > 5$ m

- Pour les élements en console

  $l/250$ si $l \leq 2$ m

Example 16



Calcul de flèche

Pour la poutre en porte-à-faux ci-contre, déterminer la flèche maximale, sachant que la charge vive est égale à la charge permanente = 5.2 KN/m

$f'_c = 20$ MPa w(béton) = 2400 Kg/m³

$f_y = 400$ MPa

Règles C.S.A. A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80
. Distance fibre inférieure - axe neutre (c) $a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{4.02 \times 400}{0.85 \times 20 \times 22} = 4.5$ cm $c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{4.5}{0.85} = \underline{5.3}$ cm . Moment d'inertie fissuré (I_{cr}) $I_{cr} = \frac{bc^3}{3} + n A_s (d-c)^2 + (n-1) A'_s (c-d')^2$ $A'_s = 0$, $n = \frac{E_a}{E_c} = \frac{200000}{5000\sqrt{20}} = 9.5$ $I_{cr} = \frac{0.22 \times (0.053)^3}{3} + 9.5 \times 4.02 \times 10^{-4} (0.47 - 0.053)^2$ $= 6.84 \times 10^{-4}\ m^4$. Moment d'inertie brute (I_g) $I_g = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} \times 0.22 \times (0.5)^3 = 2.29 \times 10^{-3}\ m^4$ $M_{cr} = \frac{f_r I_g}{Y_t} = \frac{0.6\sqrt{20} \times 2.29 \times 10^{-3}}{0.25} = 0.02457$ MNm $= 24.57$ KNm	. <u>Distance axe neutre - fibre inférieure</u> (x) . Moment statique par rapport à la fibre inférieure. Béton : $22 \times 50 \times 25 = 27500\ cm^3$ Acier : $15 \times 4.02 \times 47 = \underline{2834\ cm^3}$ $30334\ cm^3$. Moment d'inertie par rapport à la fibre inférieure, $I = \frac{2}{3} 50 \times 27500 + 47 \times 2834 = 1050\,000\ cm^4$ $x = \frac{\text{Moment statique}}{\text{Aire totale}} = \frac{30334}{22 \times 50 + 15 \times 4.02} = \underline{\underline{26.14\ cm}}$. <u>Moment d'inertie par rapport à l'axe neutre (I_o)</u> $I_o = 1050\,000\ cm^4 - 30334 \times 26.14\ cm^4 = 257000\ cm^4$ $\sigma_s = \frac{M y}{I_o} = \frac{(M_G + M_Q) y}{I_o} = \frac{0.0468 \times 0.208}{257 \times 10^{-4}} = 3.78$ MPa $f_{t28} = 0.6 + 0.06 \times 20 = 1.8$ MPa $\rho = \frac{4.02}{22 \times 47} = 0.00389$

Règles C.S.A. A 23.3 M77	Règles B.A.E.L 80

Règles C.S.A. A 23.3 M77

- <u>flèche instantanée (Δ_D) due à la charge permanente</u>

$$M_a = \frac{W_D \ell^2}{2} = \frac{5.2 \times (3)^2}{2} = 23.4 \ KNm$$

• Inertie effective

$$I_e = I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 (I_g - I_{cr}) = 6.84 \times 10^{-4} + \left(\frac{24.57}{23.4}\right)^3 (2.29 \cdot 10^{-3} - 6.84 \cdot 10^{-4})$$

$$= 2.54 \times 10^{-3} m^4 > I_g = 2.29 \times 10^{-3} m^4 \Rightarrow$$

$$I_e = I_g = 2.29 \times 10^{-3} m^4$$

$$\lambda_\infty = 2 - 1.2 \frac{A'_s}{A_s} = 2 \quad (A'_s = 0)$$

$$\Delta_D = \frac{M \ell^2}{4 E_c I_e} = \frac{0.0234 \times (3)^2}{4 \times 5000\sqrt{20} \times 2.29 \times 10^{-3}} = 10.3 \times 10^{-4} m$$

- <u>flèche instantanée due à la charge vive</u>

$$M_L = \frac{W_L L^2}{2} = \frac{5.2 \times 3^2}{2} = 23.4 \ KNm$$

$$M_a = M_L + M_D = 46.8 \ KNm$$

$$I_e = I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 (I_g - I_{cr}) = 9.16 \times 10^{-4} m^4 < I_g = 6.84 \times 1$$

$$\Delta_L = \frac{M \ell^2}{4 E_c I_e} = \frac{0.0234 \times 9}{4 \times 5000\sqrt{20} \times 9.16 \times 10^{-4}} = 25.7 \times 10^{-4} m$$

Règles B.A.E.L 80

$$E_v = 4000 (f_{c28})^{1/3} = 4000 \times (20)^{1/3} = 10857 \ MPa$$

$$\mu = 1 - \frac{1.75 f_{t28}}{4 \rho \sigma_s + f_{t28}} = 1 - \frac{1.75 \times 1.8}{4 \times 0.00389 \times 3.78 + 1.8} < 0$$

$$\Rightarrow \mu = 0$$

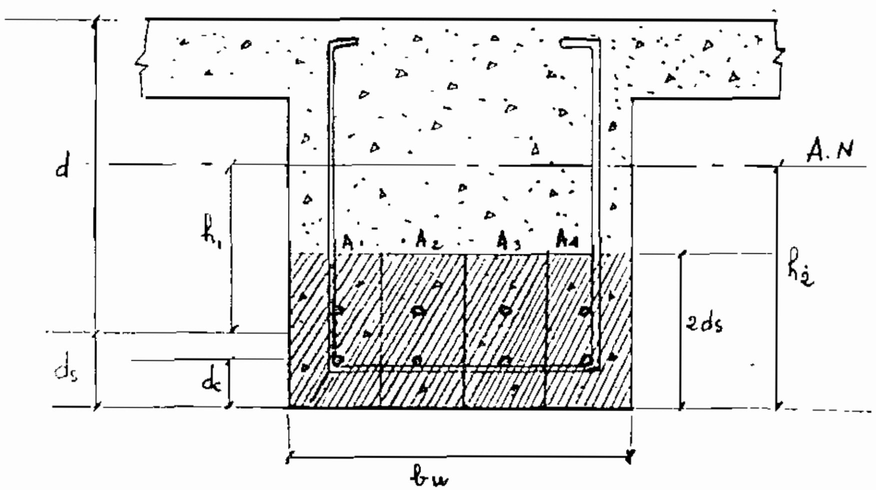
$$I_{fv} = \frac{I_0}{1 + \lambda_v \mu} = I_0 = 25.7 \times 10^{-4} m^4$$

<u>flèche à long terme</u> (f_v)

$$f_v = \frac{M L^2}{4 E_v I_{fv}} = \frac{0.0468 \times (3)^2}{4 \times 10857 \times 25.7 \times 10^{-4}} = 3.77 \times 10^{-3} m$$

Regles C.S.A A23.3 M77	Règles B.A.E.L 80
<u>flèche à long terme</u> (ΔLT) $\Delta_{LT} = 25.7 \times 10^{-4} m + 2 \times 10.3 \times 10^{-4} m = 46.63 \times 10^{-4} m$ $\boxed{\Delta_{LT} = 4.63 \text{ mm}}$ flèches admissibles selon les conditions d'utilisation $\frac{L}{180} = 16 \text{ mm}$ o.K $L/360 = 8.3 \text{ mm}$ o.K $L/480 = 6.25 \text{ mm}$ o.K $L/240 = 12.5 \text{ mm}$ o.K.	flèche à long terme $\boxed{f_v = 3.77 \text{ mm}}$ <u>flèche maximale admissible</u> $\frac{l}{250} = \frac{3000}{250} = 12 \text{ mm} > f_v = 3.77 \text{ mm}$ o.K.

Règles C.S.A $A_{23.3}$ M_{77}	6.2 Fissuration	Règles B.A.E.L 80



<u>Largeur des fissures</u> (l_f)

$$l_f = 11.1 \times 10^{-6} \, \beta_h \, f_s \sqrt[3]{d_c A}$$ (relation de Gergely et Lutz)

avec $\beta_h = h_2/h_1$

f_s = contrainte de service $0.6 f_y$

d_c = épaisseur d'enrobage

A = surface effective $= \dfrac{\Sigma A_i}{N} = \begin{cases} \dfrac{2 d_c b_w}{N} & \text{pour 1 rangée de barres} \\ \dfrac{2 d_s b_w}{N} & \text{pour 2 rangées} \end{cases}$

* <u>Cas où la fissuration est peu nuisible</u> (A.4.5.3.2)

. Eléments situés dans des locaux couverts et clos non soumis à la condensation

. Parements non visibles

* <u>Cas où la fissuration est préjudiciable</u>

. Eléments exposés aux intempéries, à la condensation ou alternativement noyés et émergés en eau douce

<u>Règles à observer</u>

– la contrainte de traction des armatures σ_s est limitée à la plus basse des deux valeurs $\frac{2}{3} f_e$ et $150\,\eta$ MPa

où η = coefficient numérique de fissuration qui vaut 1 pour les barres lisses et treillis soudés et

. 1.6 pour les barres à haute adhérence.

<table>
<tr><th>Règles C.S.A. A23.3 M77</th><th>Règles B.A.E.L 80</th></tr>
<tr><td>
<u>Valeurs limites des largeurs de fissures</u>
$l_f \leq \begin{cases} 0.40 \text{ mm} & \text{pour exposition intérieure} \\ 0.30 \text{ mm} & \text{pour exposition exterieure} \end{cases}$

<u>Nombre minimal de barres pour satisfaire ce critère</u>
$N \geq \dfrac{2\,(d_c)^2\, b_w}{(Z/f_s)^3}$
ou
$Z = f_s \sqrt[3]{d_c A} \leq 30000$ N/mm pour exposition intérieure
$Z \leq 25000$ N/mm pour exposition exterieure
(clause 8.7.2.4)
</td><td>
- le diamètre ϕ des armatures $\geq$ 6 mm
- les armatures de peau sont réparties sur les parements à raison d'au moins 3 cm² par mètre de longueur de parement, disposées parallèlement à la fibre moyenne des poutres.
- Pour les poutres : L'écartement de 2 barres tendues de diamètre $\phi > 20$ mm doit $\leq 4\phi$
- Dalles ou voiles d'épaisseur $h \leq 40$ cm
l'écartement de deux barres d'une même nappe est egal au plus à la plus petite des deux valeurs 25 cm et 2h (h = épaisseur de l'élément

<u>Cas où la fissuration est très préjudiciable</u> (A.4.5.34)
• Eléments exposés à un milieu agressif (eau de mer (brouillards salins, eau pure, gaz ou sols corrosifs)
</td></tr>
</table>

	Règles B.A.E.L 80
	<u>Règles à observer</u> - $\sigma_s = \min\left(0.5 f_e\,,\ 110\eta\right)$ MPa - le diamètre des armatures $\phi \geq 8$ mm - des "armatures de peau" sont disposées comme précédemment mais de section au moins égale à 5 cm² par mètre de parement - Pour les poutres l'écartement des deux barres tendues de diamètre $\phi > 20$mm doit être au plus égal à trois fois leur diamètre - Dalles et voiles d'epaisseur $h < 40$ cm : l'ecartement des armatures d'une même nappe est égal au plus à la plus petite des deux valeurs 20 cm et 1.5 h.

CONCLUSION et DISCUSSION

Il ressort de toute cette étude comparative, que nous avons faites, que globalement les deux réglements ne présentent pas de différence significative du point de vue des résultats bien qu'on remarque une certaine différence sur la philosophie des deux approches.

Les deux règlements sont basés sur la théorie élastique: Pour des raisons pratiques, la distribution rectangulaire équivalente de Whitney est adaptée par les deux règlements pour l'analyse des contraintes dans le béton avec pour contrainte maximale $0.85\ f'_c$ pour les normes Canadiennes et $0.85\,\frac{f_{c28}}{\gamma_b}$ pour les normes Françaises. Le terme γ_b est un coefficient de sécurité qui tient compte de la dispersion des résultats de la résistance du béton ainsi que d'éventuels défauts localisés. Il vaut 1.5 pour les situations durables et 1.15 pour les situations accidentelles, Par contre les normes canadiennes utilisent la limite d'écoulement de l'acier (f_y) comme contrainte de calcul mais emploient un facteur de performance ϕ qui est inferieur à 1 mais varie suivant la sollicitation considérée. La déformation ultime permise dans l'acier est de 0.35% pour les normes canadiennes et de 10‰ pour les règles Françaises.

Mais ce qu'il faut noter, c'est que du point de vue résultats concernant la consommation d'acier suivant une sollicitation donnée, ou bien la resistance pour une même quantité d'acier, les deux règlements sont souvent comparables.

Mais cela ne nous empêche pas de resumer ci-dessous l'essentiel de nos résultats.

1 Flexion simple

Du point de vue consommation d'acier, les normes Canadiennes (C.S.A. A23.3 M77) emploient un peu plus d'aciers lorsque le pourcentage des charges mortes sur la charge totale de service est assez faible et ceci d'autant plus que le moment de service devient important. lorsque les charges mortes constituent plus de la moitié de la charge totale de service les résultats sont comparables

La quantiteé d'acier de 400 MPa maximale permise en tension par les normes Françaises (B.A.E.L 80) est supérieure d'environ 9.6% par rapport aux normes Canadiennes pour les bétons de 20 à 30 MPa et de 16% pour les bétons de résistance superieure à 30 MPa. (Voir annexe B page 124).

Pour les sections en Té faiblement armées en tension, les résultats du point de vue resistance sont comparables pour un béton de 20 MPa. les règles Canadiennes offrent un peu plus de resistance pour les sections fortement armées et avec un rapport charges mortes sur charge totale de service assez élevé. Pour un béton de 40 MPa les résultats sont inversés.

2. Cisaillement

En cas de reprise de bétonnage (situation la plus défavorable) les normes Canadiennes conduisent à 25 % en moyenne d'économie d'acier pour des valeurs assez élevées de la contrainte de cisaillement et jusqu'à 56% pour les faibles valeurs. Si il n'y a pas de reprise de bétonnage, les normes Françaises conduisent à 9% d'économie pour les contraintes assez élevées et 23% pour les faibles valeurs.

3. Compression

En ce qui concerne la charge portante, les normes canadiennes sont plus avantageuses. Elles permettent d'augmenter la charge portante d'environ 10 % en plus que les normes Françaises. Les règles Françaises utilisent moins d'acier pour les poteaux peu chargés et économie d'autant plus sensible si les charges sont plus importantes.

4. Critère de ruine.

Les deux normes utilisent les principes de la résistance des matériaux pour le calcul des flèches. Pour tenir compte de l'existence éventuelle des fissures les deux règlements substituent au moment d'inertie de la section totale rendue homogène un moment d'inertie fictif évalué empiriquement

La fissuration n'est étudiée que de façon empirique il est plutôt désirable de contrôler la distribution et la largeur des fissures qu'à les éliminer. Les normes Canadiennes utilisent une formule empirique pour déterminer la largeur des fissures et déterminent des valeurs limites de largeur de fissures (0.40 mm pour exposition extérieure et 0.33 mm pour exposition intérieure) et donnent le nombre minimal de barres d'acier pour respecter ces critères. les normes Françaises donnent des règles à observer suivant la gravité de la fissuration.

Ainsi dans l'ensemble et dans le domaine pratique la théorie des États limites suivant l'approche Canadienne ou Française donnent à peu près les mêmes résultats.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Roger Lupien. Ingenieur, professeur à l'Ecole polytechnique de THies : *Notes de cours : Béton armé I - Béton armé II*

[2] Norme Nationale du Canada. C.S.A. A23.3. M77 *Règles de calcul des ouvrages en Béton dans les Bâtiments*

[3] Collection UTI. Document technique unifié *Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en Béton armé suivant la méthode des états limites* : Editions Eyrolles - Règles B.A.E.L 80 - septembre 80

[4] Alain Capra et Victor Davidovici : *Guide pratique d'utilisation des règles B.A.E.L 80* Editions Eyrolles

[5] A de Ville de Goyet *Calcul du Béton Armé aux états limites*. Dunod Editeurs. Paris 71

[6] Henri Thonier, - Vafa Hachem-Safai et Mohammed Rahiman : *Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics*. N° 372, Mai 1979

[7] Armand Machdoudjian *Cours de Béton armé - Règles B.A.E.L et C.C.B.A 68* Editions Eyrolles

ANNEXES

ANNEXE A - NOTATIONS

Significations	C.S.A A23.3 M77	B.A.E.L 80
Charge permanente	D	G
Surcharge ou charge vive	L	Q
Charges dues au vent	W	Q_i $i>1$, W
Effets cumulatifs de température, fluage, retrait, tassements differentiels	T	Q_i $i>1$
Tremblement de terre	E	S_i
Resistances caracteristiques à la compression et à la traction du béton agé de 28 jours	f'_c ; f_{ct}	f_{c28} , f_{t28}
Module d'élasticité du béton	E_c	E_i , E_v
Limite élastique de traction de l'acier	f_y	f_e
Allongement relatif de l'armature tendue, comprimée	ϵ_s , ϵ'_s	ϵ_s , ϵ_{bc} ou ϵ'_s
Module d'élasticité de l'acier	E_s	E_s
Contrainte dans l'acier tendu, comprimé	f_s , f'_s	σ_s , σ'_s
Aire d'une section de beton	A_g	B, ou A_b
Aire de l'acier comprimé, tendu	A'_s , A_s	A' , A
Largeur de la section comprimée d'un élément	b	b
Distance de la fibre extrême comprimée au centroide de l'acier tendue	d	d
Distance de la fibre comprimee extrême à l'axe neutre	c	x
Distance de la fibre comprimée extrême au centroide de l'acier comprimé	d'	c'
pourcentage d'acier en tension, compression	$\rho = A_s/bd$, $\rho' = \frac{A'_s}{bd}$	$\rho = A/bd$, $\rho' = \frac{A'}{bd}$

NOTATIONS (suite)

Significations	C.S.A. A23.3M77	B.A.E.L 80
Epaisseur de la semelle d'une poutre	h_F	h_o
Largeur de l'âme	b_w	b_o
Moment fléchissant	M	M
Moment fléchissant développé par les charges permanentes	M_D	M_G
Moment fléchissant développé par les charges vives ou surcharges	M_L	M_Q
Moment ultime, Moment de service	M_u , M_s	M_u , M_{ser}
Effort tranchant	V_u	V_u
Contrainte de cisaillement	v_u	τ_u
Espacement entre les armatures transversales	s	s_t
Section des armatures transversales	A_v	A_t
Charge axiale ultime, de service	P_o , P_s	N_u , P_{ser}
Excentricité de la résultante des contraintes normales par rapport au centre de gravité de la section	e	e_o
Longueur de flambement	Kl_u	l_f
rayon de giration d'une section	r	i
Elancement mécanique d'une pièce comprimée	$\frac{Kl_u}{r}$	λ

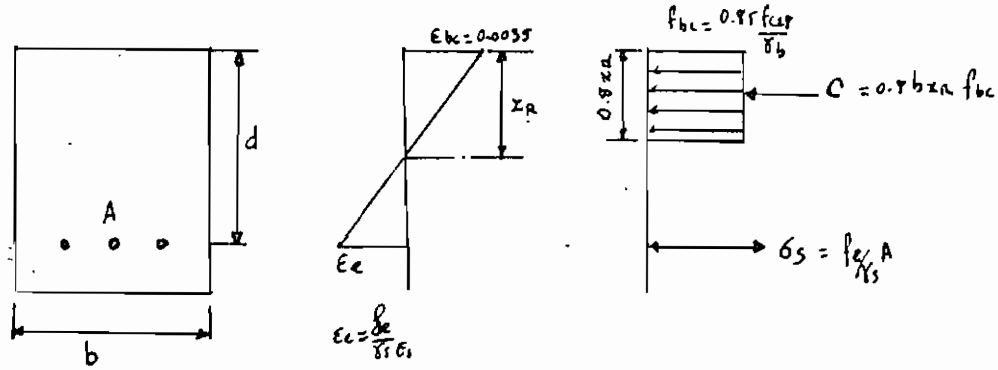
Notations (suite)

Significations	C.S.A. A23.3 M77	B.A.E.L 80
flèche instantanée au chargement	Δ_i	f_i
flèche à long terme	$\lambda_\delta \Delta_i$	f_v
Moment d'inertie utile pour le calcul des flèches	I_e	I_{fi} ou I_{fv}
Moment de fissuration	M_{cr}	M_f
Moment maximum en travée	M_a	M_t
Moment isostatique	M_o	M_o

ANNEXE B

Règles B.A.E.L 80

- **Pourcentage d'armature de tension maximale d'une section rectangulaire** (ρ_{max})



- Par triangles semblables on a $\frac{x_R}{d} = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_e} \Rightarrow x_R = d \cdot \left(\frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_e}\right)$

- équilibre des forces internes

$\sigma_s = C \qquad A\, f_e/\gamma_s = 0.8\, b\, x_R\, f_{bc}$

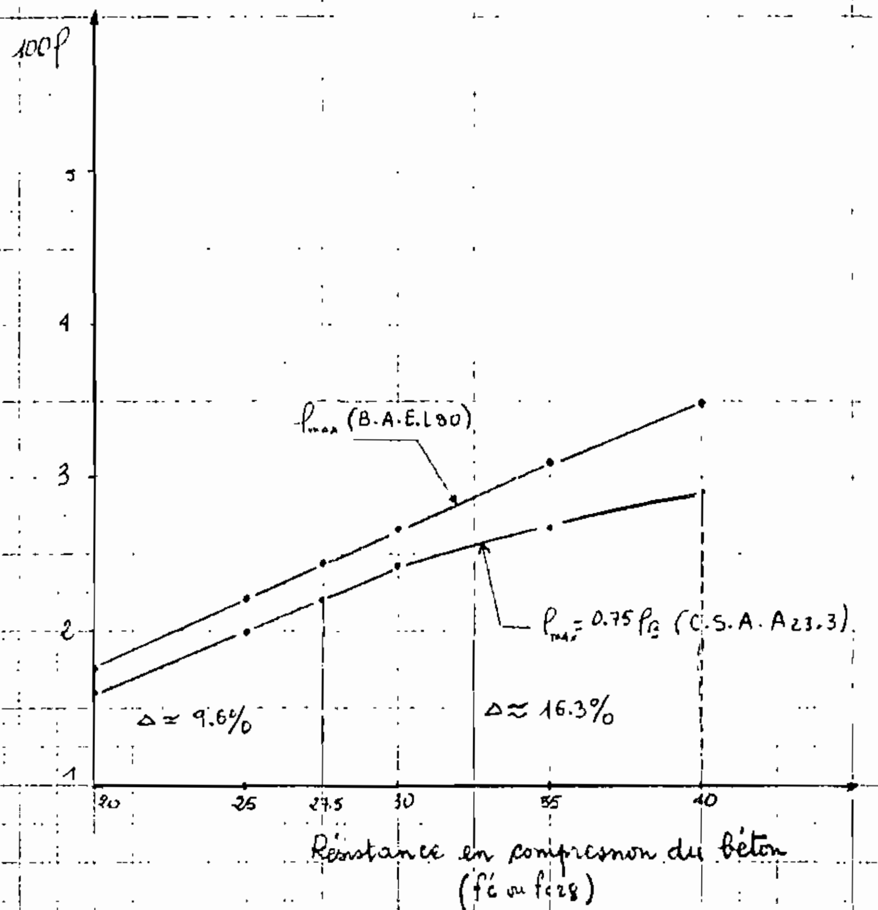
$$\Rightarrow \quad A = \frac{0.8\, b\, x_R\, f_{bc}}{f_e/\gamma_s}$$

$$\rho_{max} = \frac{A}{bd} = \frac{0.8\, x_R\, f_{bc}}{f_e/\gamma_s\, d} = \frac{0.8 \times 0.85 f_{c28} \times d\, \varepsilon_{bc}}{\gamma_b \times \frac{f_e}{\gamma_s}\, d\, (\varepsilon_{bc} + \varepsilon_e)} =$$

$$= 0.8 \times 0.85 \frac{f_{c28}}{f_e} \times \frac{\gamma_s}{\gamma_b} \times \left(\frac{0.0035}{0.0035 + \frac{f_e}{\gamma_s E_s}}\right) \qquad E_s = 200\,000 \text{ MPa}$$

$$\boxed{\rho_{max} = 0.8 \times 0.85 \frac{f_{c28}}{f_e} \frac{\gamma_s}{\gamma_b} \left(\frac{700}{700 + f_e/\gamma_s}\right)}$$

Pourcentage d'armature de tension maximale permis pour un acier de 400 MPa en fonction de la capacité du béton



- $0.75\,\rho_B = 0.75 \times 0.85\,\beta_1 \dfrac{f'_c}{f_y}\left(\dfrac{600}{600+f_y}\right)$ (C.S.A. A23.3 M77)
- $\rho_{max}\,(B.A.E.L\ 80) = 0.8 \times 0.85\,\dfrac{f_{c28}}{f_y}\,\dfrac{\gamma_s}{\gamma_b}\left(\dfrac{700}{700+f_e/\gamma_s}\right)$

FIG 3,62 "des Tables du Metric Design Handbook"

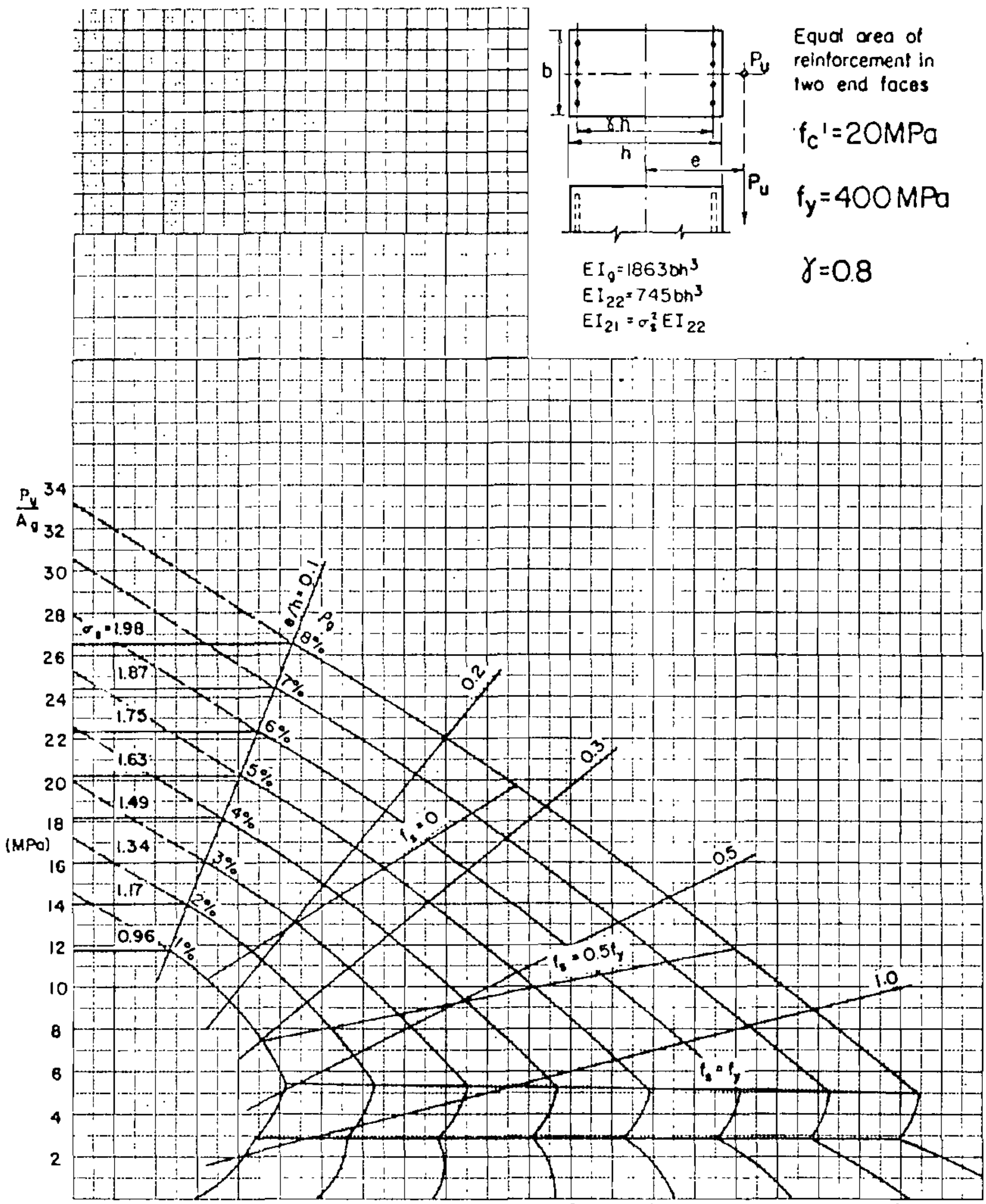


Fig. 3.62 Column Interaction Diagram , Rectangular Tied Columns

Abaque 3-10 du "Guide Pratique d'utilisation des Regles B.A.E.L 80" edt. Eyrolles.

ABAQUE D'INTERACTION 3 10 SECTION RECTANGULAIRE A ARMATURES SYMETRIQUES

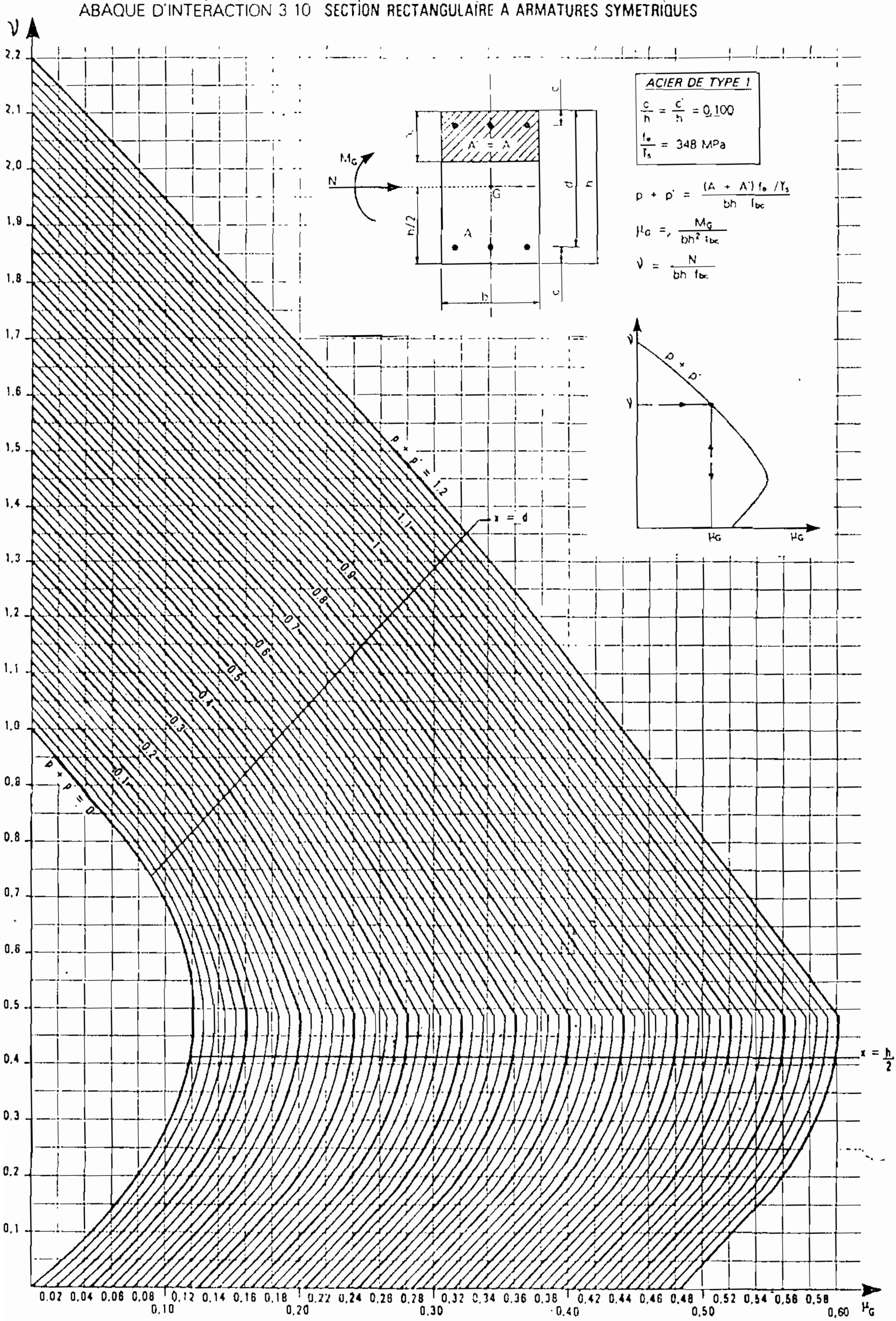


Fig. 3.47 " Metric Design Handbook"

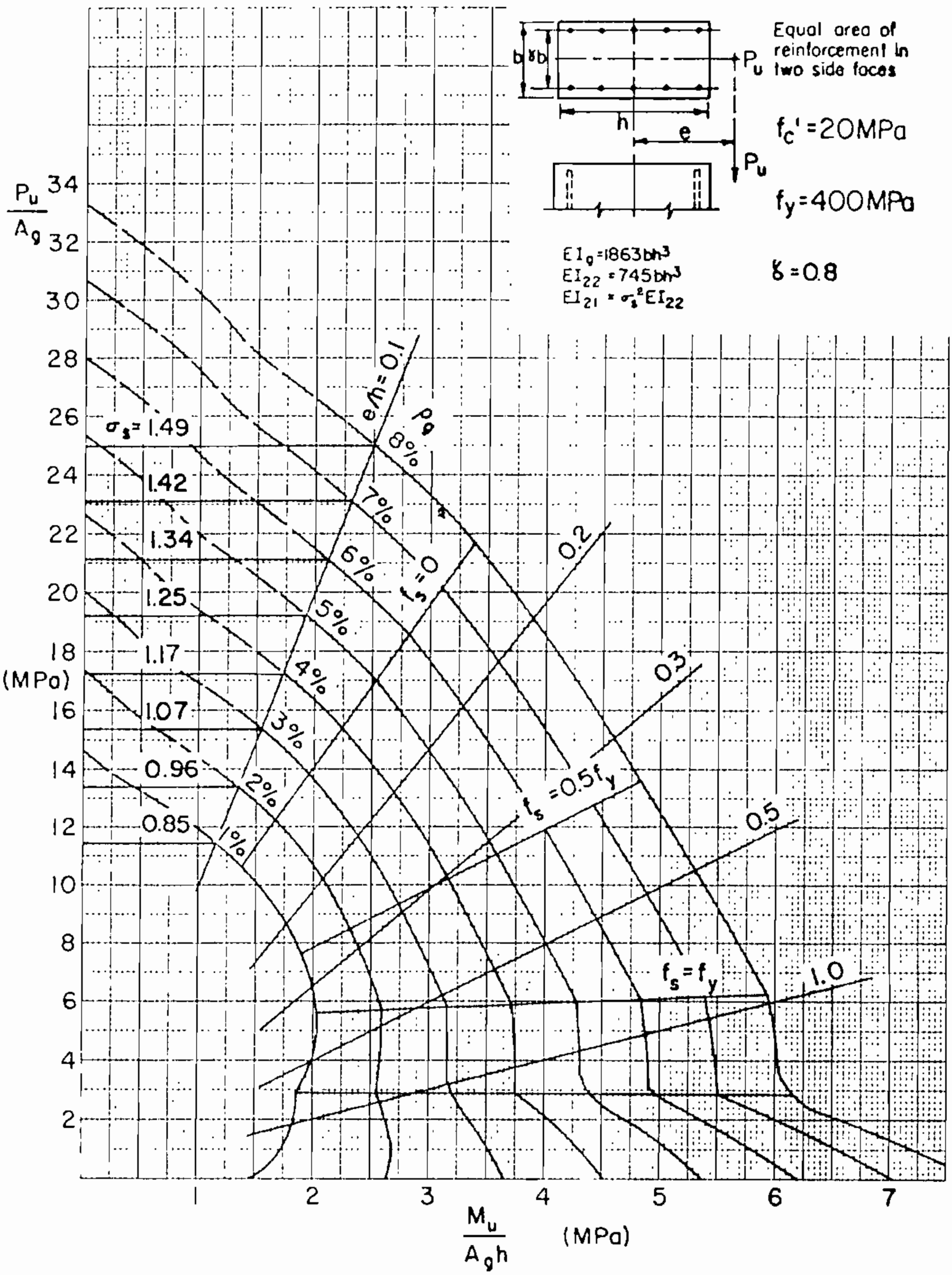


Fig. 3.47 Column Interaction Diagram , Rectangular Tied Columns

Abaque 4.8 du "Guide pratique d'utilisation des règles B.A.E.L 80"

ABAQUE 4.8 FLAMBEMENT DES POTEAUX A SECTION RECTANGULAIRE - ARMATURES SYMETRIQUES