



école polytechnique de thiès

GM.0565

PROJET DE FIN D'ETUDES

titre ÉTABLISSEMENT D'UN PROGRAMME EN LANGAGE
BASIC POUR LES CALCULS DE FROTTEMENT
PARIÉTAL UTILISANT LA MÉTHODE DE DICKINSON.

auteur : PAPA M'BOUP

génie : MÉCANIQUE

date : MAI - 1979

ECOLE POLYTECHNIQUE DE THIES

SENEGAL



école polytechnique
de Thiès

ETABLISSEMENT D'UN PROGRAMME
EN LANGAGE BASIC POUR LES
CALCULS DE FROTTEMENT PARIETAL
UTILISANT LA METHODE DE DICKINSON

— 0 —
par

PAPA M'BOUP

SOUS

La direction de V. NGUYEN-DUY

Département de génie mécanique

JUIN 1979

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ici ma profonde gratitude à mon directeur de projet le professeur Vinh NGuyen-Duy qui m'a initié au problème de la détermination du frottement pariétal et qui m'a constamment guidé et soutenu tout au long de cette étude.

Je ne saurais non plus oublier Monsieur Jean Lavoie responsable du centre de calcul et ses collaborateurs qui m'ont beaucoup facilité la tâche dans l'établissement du programme de la présente étude.

Je voudrais aussi remercier Monsieur Dinh Vo-Ngoc pour ses conseils précieux concernant les techniques de lissage numérique.

TABLE DES MATIERES

	Page
Sommaire -----	i
Table de notations générales -----	ii
Introduction -----	1
Chapitre I : Brève Revue de la méthode de Dickinson de détermination du frottement pariétal -----	5
Chapitre II : Méthode du présent travail -----	12
Chapitre III : Organigramme et programme -----	16
III-1 : Nomenclature des symboles utilisés -----	16
III-2 : Organigramme -----	18
III-3 : Le programme en langage basic. -----	23
Chapitre IV : Application du programme dans le cas d'une couche limite sur paroi lisse soumise à un gradient de pression défavorable -----	28
Chapitre V : Application du programme dans le cas d'une couche limite sur paroi rugueuse -----	38
Conclusion générale -----	53
Bibliographie -----	54

SOMMAIRE

A partir des mesures de profils de vitesse moyenne, et une technique simple de remplacer ces profils mesurés par une expression exponentielle sans faire aucun lissage numérique, nous avons calculé le coefficient de frottement pariétal par la méthode de Dickinson pour une couche limite turbulente soumise à un gradient de pression adverse modéré.

Les résultats obtenus avec des calculs directs du profil pariétal de vitesse se sont avérés très satisfaisants comparés avec ceux obtenus par l'emploi des méthodes de lissage numérique sophistiquées.

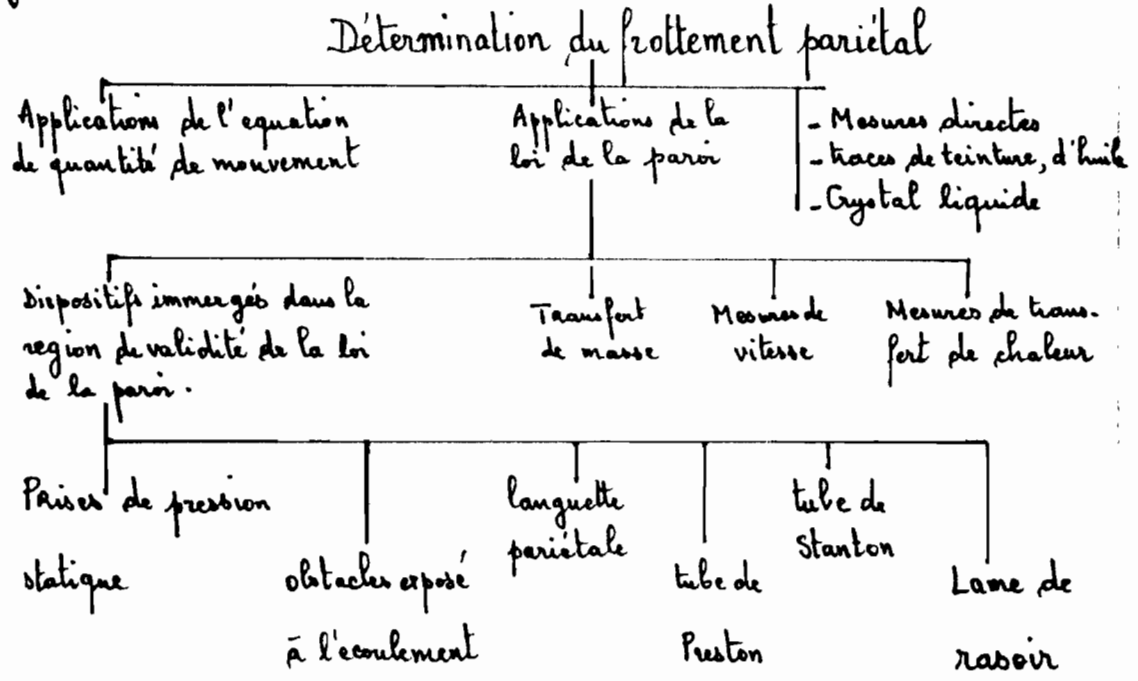
Table des notations générales

$A(n)$:	fonction universelle de Dickinson
n	:	exposant de la loi en puissance = $\frac{d(\log \gamma)}{d(\log u)}$
u_e	:	vitesse à l'extérieur de la couche limite.
u_τ	:	vitesse de frottement = $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$
ρ	:	masse volumique
τ_0	:	frottement pariétal
ν	:	viscosité cinématique
u	:	vitesse moyenne locale, correspondant à y
y	:	coordonnée normale à la paroi
u_+	:	$\frac{u}{u_\tau}$
y_+	:	$\frac{y u_\tau}{\nu}$
δ	:	épaisseur de la couche limite
UN	:	$\frac{u}{u_e}$ vitesse normalisée
YN	:	$\frac{y}{\delta}$ distance normale à la paroi normalisée
C_f	:	Coefficient de frottement = $\frac{\tau_0}{\frac{1}{2} \rho u_e^2}$

INTRODUCTION

Le frottement pariétal figure parmi les paramètres les plus importants dans l'étude de différents problèmes d'écoulement de fluide. Depuis Prandtl, les méthodes de détermination du frottement pariétal ont été le sujet de nombreuses recherches analytiques et expérimentales, tant du point de vue de la connaissance fondamentale que du point de vue de ses applications.

On a l'habitude de grouper souvent les méthodes existantes dans le diagramme ci-dessous, tiré de l'article publié par Brown et Joubert (cf. [12]).



Parmi les techniques indirectes se référant à l'application de la loi de la paroi, nous nous intéressons particulièrement à celle qui détermine le frottement pariétal à partir des profils mesurés de vitesse. Il existe plusieurs méthodes, déjà proposées par différents chercheurs, notamment Clauser, Bradshaw, Ozarapoglu et Dickinson (cf [15]), concernant cet emploi des profils de vitesse. Dans la mesure où l'on veut connaître l'étendue de la région de validité de la loi logarithmique (cf [1]), la méthode de Dickinson présente un avantage sur les autres méthodes, car elle nous donne une évaluation détaillée du frottement à chaque point de mesure à travers la couche limite. Nous avons par conséquent choisi, cette dernière qui peut être résumée, pour le moment (car nous allons la voir en détail au chapitre II), comme suit : à partir du profil de vitesse (u, y) on doit déterminer l'exposant n qui s'écrit :

$$n = \frac{u}{y} / \frac{du}{dy}$$

Par la suite on calcule u_τ au moyen de l'équation :

$$\frac{u_\tau}{u_e} = \left[\frac{u/u_e}{A(n) \left[\frac{y}{\delta} \frac{u_e \delta}{\nu} \right]^{1/n}} \right]^{\frac{n}{n+1}}$$

où $A(n)$ est une fonction connue de n .

Dans son travail original, Dickinson, a calculé n à l'aide, des valeurs des pentes des courbes de $(\log y)$ tracés en fonction de $(\log u)$. Ensuite il a proposé, de remplacer, ces calculs fastidieux par des méthodes d'approximation numérique comme celles utilisées par Long où le profil mesuré de vitesse est lissé soit par une expression polynomiale, soit par une expression exponentielle afin de trouver une meilleure approximation analytique. La dérivée première de cette expression, en fonction de y nous permettra de déterminer n .

Cependant, les méthodes de lissage classiques demandent un ordinateur relativement puissant (quand on veut traiter un grand nombre de points) et, comme elles sont généralement dispendieuses, Nguyen [1] a proposé dans sa thèse de maîtrise une nouvelle technique qui consiste à remplacer le profil partiel de vitesse mesuré au voisinage de la paroi ($\frac{y}{\delta} \leq 0,10$) par une expression exponentielle semblable à celle utilisée par Long, dont les calculs sont effectués par des équations très simples permettant d'éviter toute procédure itérative coûteuse.

Le présent travail a donc pour but d'élaborer un programme en langage Basic pour déterminer le frottement pariétal par la techni-

que de Nguyen utilisant les fonctions "universelles" de Dickinson.

L'étude comporte cinq chapitres qui sont réparties comme suit:

- Dans le premier chapitre, nous faisons une synthèse théorique de la méthode de Dickinson.
- Le deuxième chapitre nous permettra d'expliquer la procédure suivie pour calculer les coefficients de l'expression exponentielle de vitesse.
- Le troisième chapitre présente l'organigramme et le programme principal de calculs.
- Le quatrième chapitre confronte les résultats trouvés à ceux obtenus à partir d'un lissage exponentiel classique pour le cas d'une couche limite turbulente sur une paroi lisse soumise à un gradient de pression adverse modéré.
- Dans le dernier chapitre, nous appliquons le programme à une couche limite se développant sur une paroi rugueuse où le frottement n'a été connu que théoriquement et nous procédons à l'inverse pour voir comment se comporter les fonctions de Dickinson.

Chapitre I: Brève Revue de la méthode de détermination du frottement pariétal

Comme la plupart des méthodes de détermination du frottement pariétal, la méthode de Dickinson dépend de l'universalité de la loi de la paroi qui s'écrit:

$$u_+ = \frac{u}{u_\tau} = f\left(\frac{y u_\tau}{\nu}\right) = f(Y_+) \quad (\text{I})$$

La représentation classique de cette loi pour la région turbulente est la loi semi-logarithmique:

$$u_+ = C \log Y_+ + D \quad (\text{II})$$

où C et D sont supposés constants

En général la loi (II) couvre une grande partie de la couche limite et les valeurs des constantes C et D deviennent l'objet de plusieurs discussions quant à l'universalité de la loi de la paroi. Cependant, dans le cas des jets pariétaux, les constantes C et D trouvées par plusieurs chercheurs sont tellement différentes des valeurs traditionnelles que l'on peut douter de l'universalité de la loi (voir l'historique controversé sur la page 6)

La levée de ce doute exige des mesures précises de vitesse et de frottement pariétal, Dickinson et Ozarapoglu [Cf. 4] ont commencé

+ Pour l'universalité
- contre l'universalité

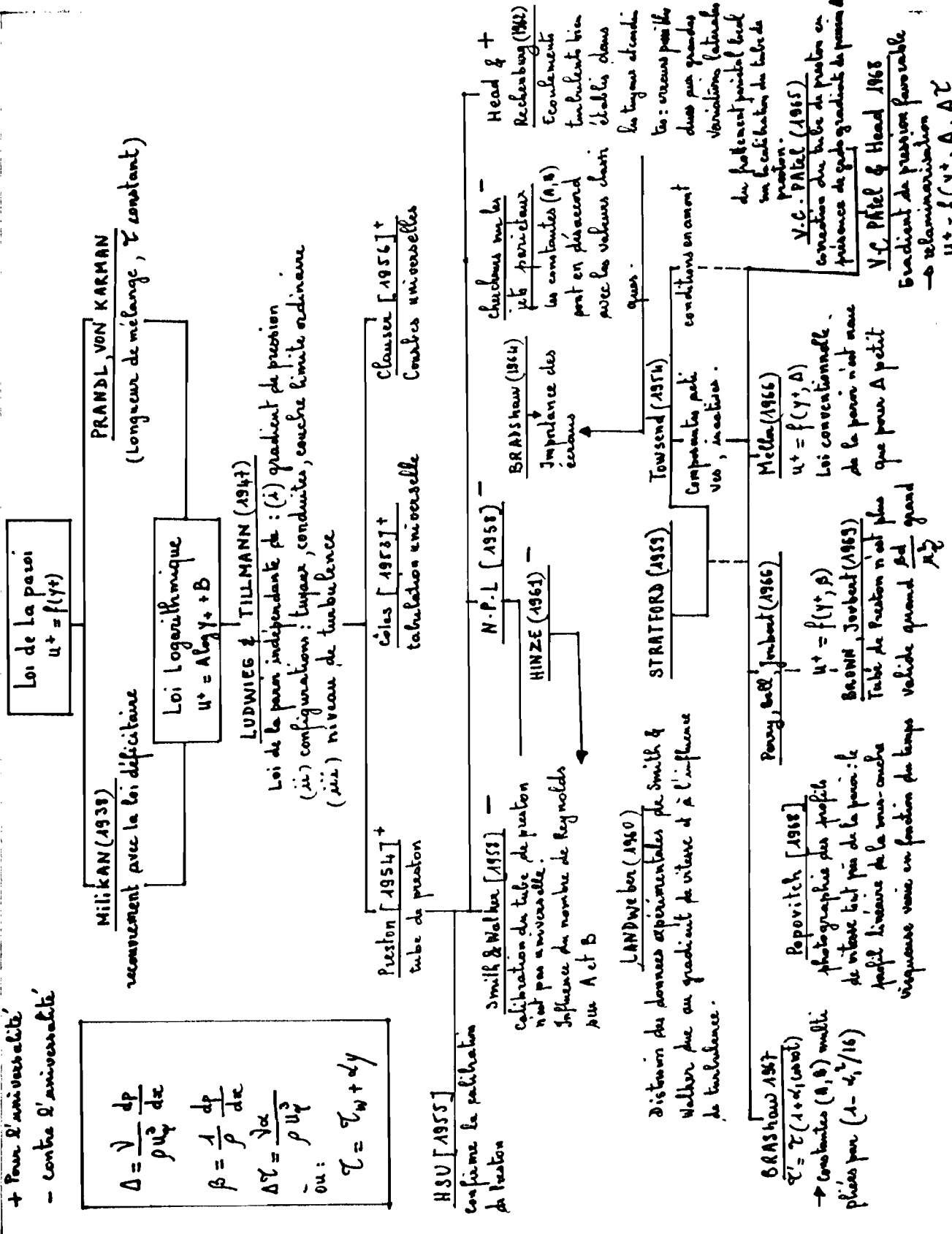
$$\Delta = \frac{\nu}{\rho u^2} \frac{dp}{dx}$$

$$\beta = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}$$

$$\Delta \tau = \frac{\nu \alpha}{\rho u^2}$$

ou :

$$\tau = \tau_w + \alpha y$$



par effectuer une série d'expériences concernant les erreurs dues à l'effet de déplacement, à l'influence "directe" et "indirecte", de la turbulence sur les sondes de mesure, surtout quand celles-ci se trouvent au voisinage de la paroi. Par la suite, une balance permettant de mesurer directement τ_0 , basée sur le principe de l'élément flottant a été aussi construite [cf. 5].

Après un grand nombre d'essais sur différentes configurations d'écoulement (ex: couche limite sans gradient de pression, jets pariétaux...) ces auteurs sont arrivés à la conclusion que les mesures de frottement pariétal, effectuées à l'aide des tubes de Preston et des "languettes pariétales" calibrés au moyen de l'élément flottant, confirment la courbe d'étalonnage dans les tuyaux de V.C. Patel [6] ($\pm 5\%$ sur τ_0 , cf. [5]). Leurs profils de vitesse corrigés donnés par les sondes de pression, qui montrent déjà une bonne concordance avec les mesures anémométriques, ont tous vérifié une loi logarithmique universelle:

$$u_+ = C \log(10 \cdot y_+) \quad \text{avec } C = 5,5 \pm 0,2 \quad (\text{III})$$

Dickinson et Ozarapoglu ont remarqué que si l'on n'apporte aucune correction aux données expérimentales effectuées au moyen d'un pitot, on peut obtenir des valeurs de C plus petites et des valeurs de D plus grandes. De plus, pour le cas des jets pariétaux, ils ont

souligné que même s'il n'existe pas d'erreurs sur les mesures de vitesse, le fait de tracer la meilleure droite à travers le nuage des points s'étendant jusqu'à la zone extérieure cause le même effet [7], car en fait la vraie région logarithmique est beaucoup plus restreinte.

Ainsi il devient important de connaître la limite de l'étendue d'une région de validité de la loi logarithmique. Par ailleurs la plupart des méthodes indirectes pour déterminer γ_0 exigent l'existence de cette zone, et le problème est d'autant plus critique que le gradient de pression adverse devient plus élevé.

Afin de fournir un moyen de contrôle de cette étendue, Dickinson [8, 9] a proposé une loi généralisée sous la forme :

$$u_+ = A(n) (\gamma_+)^{1/n} \quad (\text{IV})$$

où n est l'exposant local de la loi en puissance

$$n = \frac{u}{\gamma} / \frac{du}{d\gamma} = \frac{d(\log \gamma)}{d(\log u)} = \frac{u}{\gamma} \div \frac{du}{d\gamma}$$

ou

$$n = \frac{u_+}{\gamma_+} \div \frac{du_+}{d\gamma_+}$$

et $A(n)$ est une fonction universelle.

Cette loi permet d'évaluer indépendamment les valeurs du frottement pariétal local à partir du profil de vitesse moyenne à travers la couche limite et le point γ où, ces valeurs, changent subitement indiquera la limite de validité de la loi. Les ré-

ultats, obtenus par cette méthode sont bien concordants avec les mesures expérimentales.

Plus tard, Long [10], utilisant la loi (IV), a analysé un nombre important de profils de vitesse et il ressort de ses résultats que l'expression proposée (III) ou (IV) est bien vérifiée. L'application de la méthode indirecte de Dickinson fournit des résultats qui confirment une fois de plus l'universalité de la loi de la paroi.

En fait, on peut déterminer n soit par l'approximation du profil de vitesse par une fonction analytique, soit en traçant la courbe $(\log u)$ versus $(\log y)$. En connaissant u_x on peut ensuite trouver $A(n)$ par l'équation (IV). Les courbes $(\log u)$ versus $(\log y)$ montrent bien qu'on peut considérer la couche limite, comme formée par une série de "couches" dont chacune d'elles est représentée par une valeur locale de n constante. Or si l'on connaît numériquement $A(n)$, on peut obtenir ainsi des valeurs de u_x indépendamment pour chaque "couche".

L'analyse des données expérimentales de Smith et Walker [11] comprenant des mesures directes du frottement pariétal à partir d'une balance à élément flottant, a permis à Dickinson de formuler une expression linéaire de $A(n)$ pour des valeurs de $n > 7$:

$$A(n) = 0,9(n + \ln 10) \quad (\text{V})$$

Puis ailleurs, en égalant u_+ et sa première dérivée $\frac{du_+}{dy_+}$ dans les équations (IV) et (II), il a montré que quand les valeurs de n sont grandes :

$$A(n) = \frac{Cn}{e} + \frac{D}{e} \quad (\text{VI})$$

Ce qui est en accord avec la forme expérimentale (V).

Comme l'équation de la sous-couche visqueuse $u_+ = \gamma_+$ est un cas particulier de l'équation (IV) qui implique $n=1$ et $A(1)=1$, Dickinson a par la suite utilisé les données expérimentales de Comte-Bellot pour compléter la formulation numérique de $A(n)$ qu'il écrit

$$A(n) = \begin{cases} \frac{n \ln 10 - 1}{\ln 10 - 1} & 1 \leq n \leq 2,6 \\ -0,24 n^2 + 2,88 n - 2,03 & 2,6 \leq n \leq 4,4 \\ 0,9(n + \ln 10) & 4,4 < n \end{cases} \quad (\text{VII})$$

Ainsi, l'expression de $A(n)$ fournit en liaison avec l'équation IV une méthode "universelle" semi-empirique de détermination du frottement pariétal $\bar{\tau}$ à partir des mesures de vitesses précises, dans n'importe quelle partie de la région gouvernée par la loi générale de la paroi.

L'équation (IV) peut aussi s'écrire comme :

$$\frac{u_{\gamma}}{u_e} = \left[\frac{u/u_e}{A(n) \left[\frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{u_e \delta}{\gamma} \right]^{1/n}} \right]^{\frac{n}{n+1}} \quad (\text{VIII})$$

La méthode de Dickinson consiste donc à déterminer l'exposant n de la façon la plus précise possible et par la suite à calculer u_{γ} au moyen de l'équation (VIII).

Chapitre : II : Méthode du présent travail

Comme on a vu précédemment, pour déterminer le frottement pariétal par la méthode de Dickinson, il faut tout d'abord déterminer n à partir du profil mesuré de vitesse $u = f(y)$.

L'expression de n :

$$n = \frac{u}{y} / \frac{du}{dy}$$

exige ainsi la connaissance de la première dérivée du profil de vitesse. Si l'on possède un ordinateur puissant, ceci n'est pas un problème, car il existe effectivement des méthodes de lissage numérique. Parmi celles-ci on peut citer par exemple :

1) La première qui consiste à lisser le profil de vitesse par une expression polynomiale d'ordre k :

$$UN = C_1 + C_2 \cdot YN + \dots + C_{k+1} \cdot YN^k.$$

$$\text{où } UN = \frac{u}{u_c} \text{ et } YN = \frac{y}{\delta}$$

2) La seconde par une expression exponentielle :

$$UN = A + B \cdot \exp(C \cdot YN) + D \cdot \exp(G \cdot YN)$$

Il ressort des résultats de Long que l'approximation exponentielle fournit des résultats satisfaisants, tandis que l'approximation polynomiale donne parfois des valeurs de n négatives à cause de la distorsion des points expérimentaux du profil de vitesse dans la région près de l'écoulement.

ment extérieur. De plus la valeur estimée de u_q varie, avec le changement d'ordre du polynôme et on ne peut pas savoir "a priori" quel est le meilleur choix de K .

39 La méthode spline dont nous ne donnons ici qu'une description générale :

- On fait l'approximation de n points $(x(i), y(i))$ avec $0 \leq i \leq n$ au moyen d'une fonction d'interpolation suivante :

$$P(x) = P(1, x) \quad x(0) \leq x \leq x(1)$$

⋮

$$P(n, x) \quad x(n-1) \leq x \leq x(n)$$

où $P(i, x)$ sont des polynômes d'ordre 3 dont les coefficients ont été choisis de telle sorte que la première et la seconde dérivée soient continues aux points des polynômes.

- On peut aussi interpoler, par le même procédé, les ordonnées y correspondant aux différentes abscisses x précises.

L'emploi de la forme exponentielle exige la connaissance de cinq valeurs initiales A, B, C, D et G étant nécessaires pour débiter les itérations de lissage. Les valeurs initiales doivent être choisies de telle sorte qu'elles impliquent une convergence des solutions vers celles avec des valeurs moyennes devenant de plus en plus petites. La détermination de telles valeurs initiales par tâtonnement rend souvent la méthode fastidieuse.

Toutefois, pour une configuration d'écoulement donnée, d'après les résultats de Long [10], les valeurs initiales trouvées sont en général les mêmes pour tous les profils de vitesse.

Pour éliminer cette difficulté nous avons utilisé, dans le présent travail une méthode qui consiste à calculer l'expression $u = f(y)$ directement à partir des points mesurés (u, y) par l'expression :

$$UN = P1 + P2 \cdot \exp(P3 \cdot YN) + P4 \cdot \exp(P5 \cdot YN)$$

$$\text{où } UN = \frac{u}{u_e}, \quad YN = \frac{y}{\delta}$$

et $P1, P2, P3, P4$ et $P5$ sont des coefficients calculés directement selon la description suivante :

— On suppose initialement :

$$\overline{UN1} = 1,0 + P2 \cdot \exp(P3 \cdot YN)$$

et on résoud $P2$ et $P3$ en faisant passer cette courbe par l'avant dernier point $K1 = K - 1$ (K : nombre total des points expérimentaux) et le point au milieu du profil $K2 = K/2$ ce qui nous donne un système de deux équations à deux inconnus $P2$ et $P3$ dont la résolution donne :

$$P3 = (1 / (YN(K1) - YN(K2))) \times \ln((UN(K1) - 1,0) / (UN(K2) - 1,0))$$

$$P2 = (UN(K1) - 1,0) \times \exp(-P3 \cdot YN(K1))$$

— Ensuite on pose :

$$\overline{UN2} = 1,0 + P2 \cdot \exp(P3 \cdot YN) + P4 \cdot \exp(P5 \cdot YN).$$

et, on calcule P_4 et P_5 de telle sorte que la courbe passe par deux points $I=2$ très proche de la paroi et $K_3 = K/4$ relativement près de la paroi, ce qui nous donne un système de deux équations à deux inconnues P_4 et P_5 dont la résolution donne :

$$P_5 = \left(\frac{1}{(Y_N(K_3) - Y_N(2))} \right) \times \ln \left(\frac{(U_N(K_3) - 1,0 - P_2 \cdot \exp(P_3 \cdot Y_N(K_3)))}{(U_N(2) - 1,0 - P_2 \cdot \exp(P_3 \cdot Y_N(2)))} \right)$$

$$P_4 = (U_N(2) - 1,0 - P_2 \cdot \exp(P_3 \cdot Y_N(2))) \times \exp(-P_5 \cdot Y_N(2))$$

— On termine cette approximation en faisant une correction finale sur P_1

$$P_1 = 1,0 - \sum_{i=1}^K (\overline{U_N 2} - U_N(I)) / K$$

Une fois ces coefficients déterminés, on connaît l'équation de la courbe d'approximation de la vitesse normalisée, on peut donc déterminer l'exposant n à l'aide de l'expression :

$$n = \frac{u}{Y} \bigg/ \frac{du}{dy}$$

$$\text{ou } \frac{du}{dy} = P_2 \cdot P_3 \cdot \exp(P_3 \cdot Y_N) + P_4 \cdot P_5 \cdot \exp(P_5 \cdot Y_N)$$

et par suite la fonction universelle $A(n)$ à l'aide de l'équation (VII). Enfin on calcule U_η au moyen de l'équation (VIII).

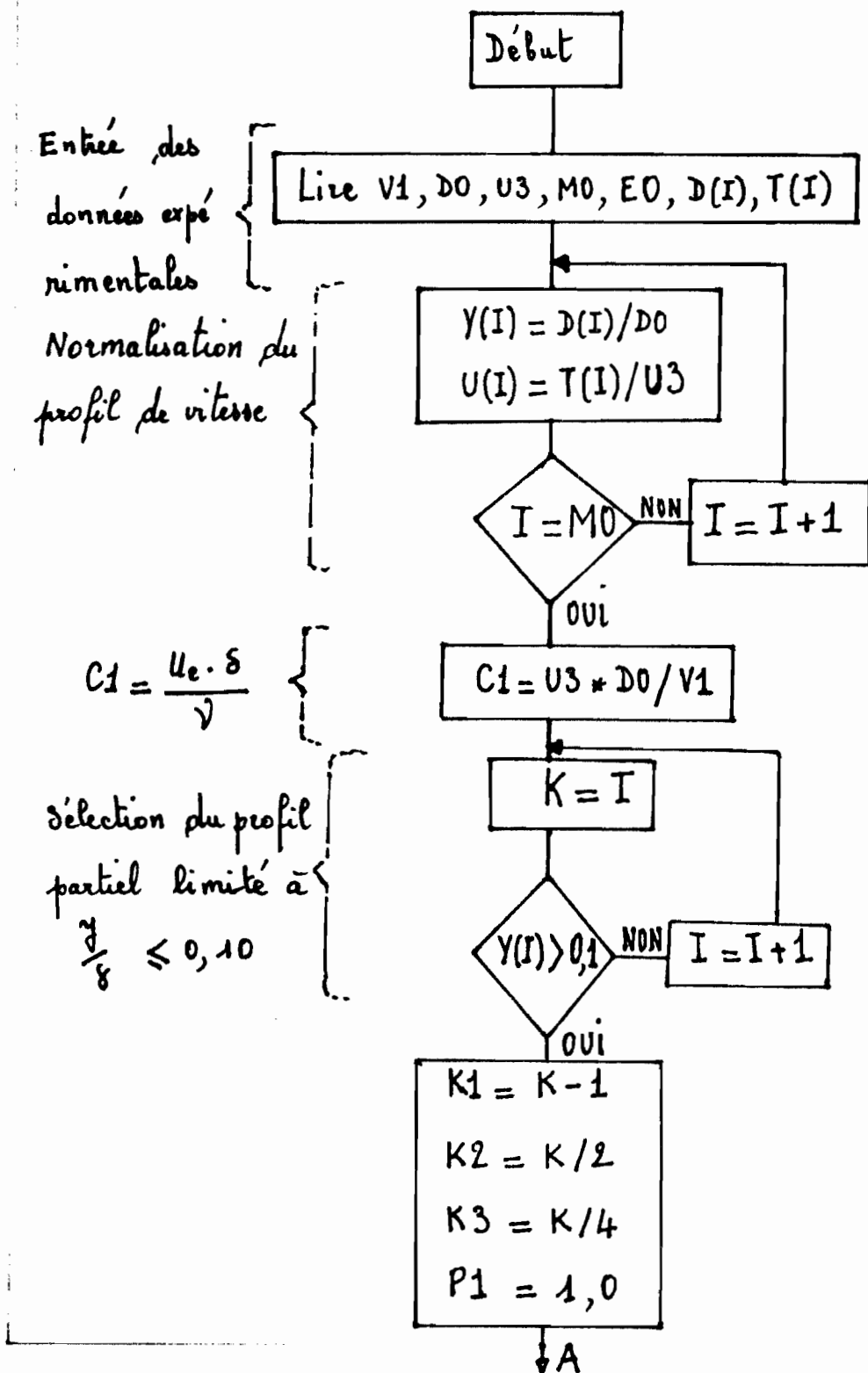
Chapitre III : Organigramme et Programme

III-1 : Nomenclature des symboles utilisés

- ν : : Viscosité cinématique
- D_0 : : épaisseur de la couche limite.
- U_3 : : vitesse à l'extérieur de la couche limite
- M_0 : : Nombre total des points du profil de vitesse mesuré
- $D(I)$: : Distance normale à la paroi
- $T(I)$: : vitesse
- $Y(I)$: : distance normale à la paroi normalisée = $\frac{D(I)}{D_0}$
- $U(I)$: : vitesse normalisée = $\frac{T(I)}{U_3}$
- V : : Valeur analytique de la vitesse normalisée, trouvée au moyen de l'approximation
- S : : pente du profil normalisée = $\frac{dV}{dy}$
- F_0 : : exposant de la loi en puissance (n)
- A : : fonction universelle de Dickinson $A(n)$ ou $A(F_0)$
- H : : vitesse de frottement normalisée ($\frac{u_\tau}{U_3}$)
- U_0 : : Valeur moyenne de H sur N points successifs.
- R_0 : : vitesse de frottement $u_\tau = U_0 \times U_3$
- $N=M$: : nombre de points successifs sur lesquels on fait la moyenne de la vitesse de frottement normalisée.

- K : nombre total des points expérimentaux
- G : Coefficient de frottement
- E0 : numéro de la station
- P1, P2, P3, P4, P5 : coefficients de l'expression exponentielle
- Y0 : première valeur analytique de vitesse
- S9 : erreur moyenne totale sur les points expérimentaux
- D1 : erreur sur la valeur analytique de vitesse.
- E : erreur moyenne

III-2. Organigramme



Résolution des
coefficients

$P2 \rightarrow P5$

$$P3 = (1 / (Y(K1) - Y(K2)) \times \log((u(K1) - 1.0) / (u(K2) - 1.0))$$

$$P2 = (u(K1) - 1.0) \times \exp(-P3 \times Y(K1))$$

$$P5 = (1 / (Y(K3) - Y(2))) \times \log((u(K3) - 1.0 - P2 \cdot \exp(P3 \cdot Y(K3))) / (u(2) - 1.0 - P2 \cdot \exp(P3 \cdot Y(2))))$$

$$P4 = (u(2) - 1.0 - P2 \cdot \exp(P3 \cdot Y(2))) \times \exp(-P5 \cdot Y(2))$$

$$S9 = 0$$

$$Y0 = P1 + P2 \cdot \exp(P3 \cdot Y(I)) + P4 \cdot \exp(P5 \cdot Y(I))$$

$$D1 = Y0 - U(I)$$

$$S9 = S9 + D1$$

$I = K$

NON

$I = I + 1$

OUI

$$S9 = S9 / K$$

$$E = \text{ABS}(S9)$$

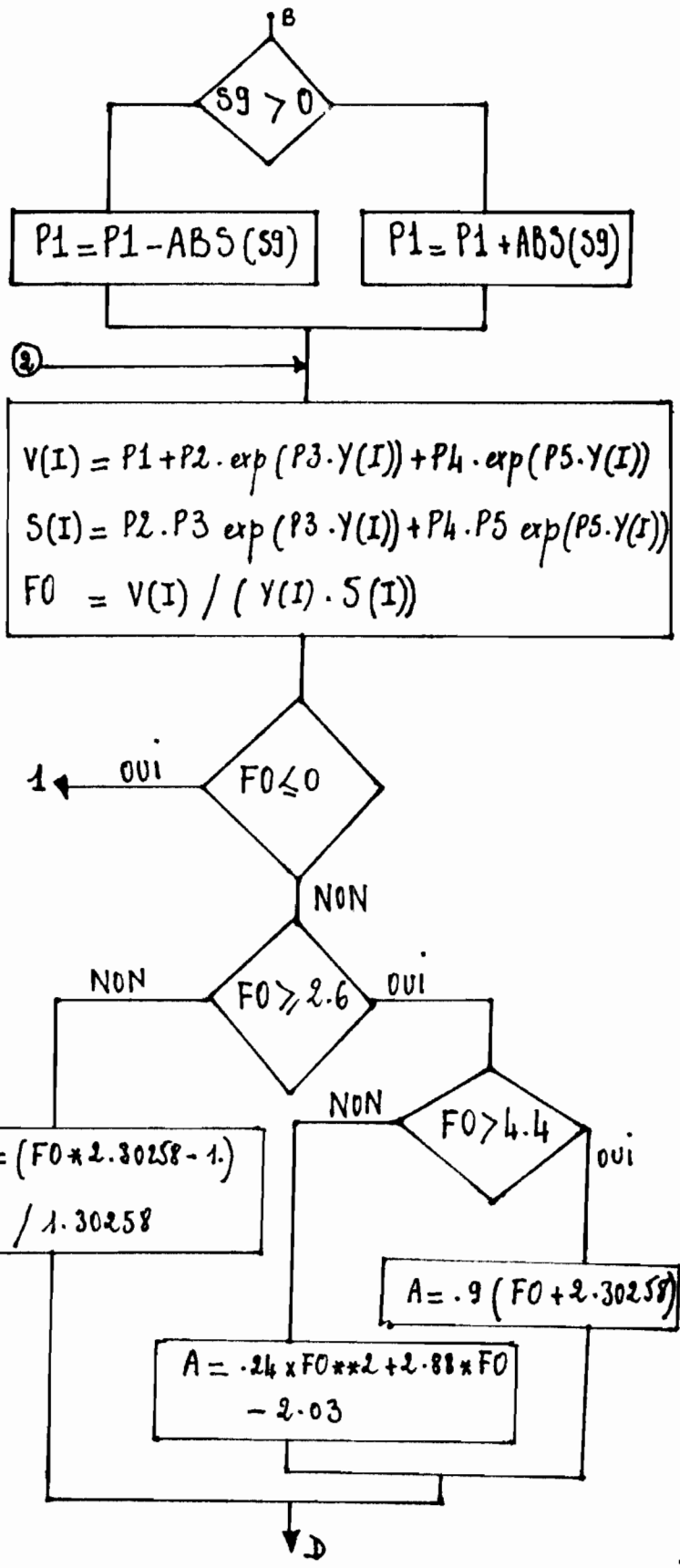
↓ B

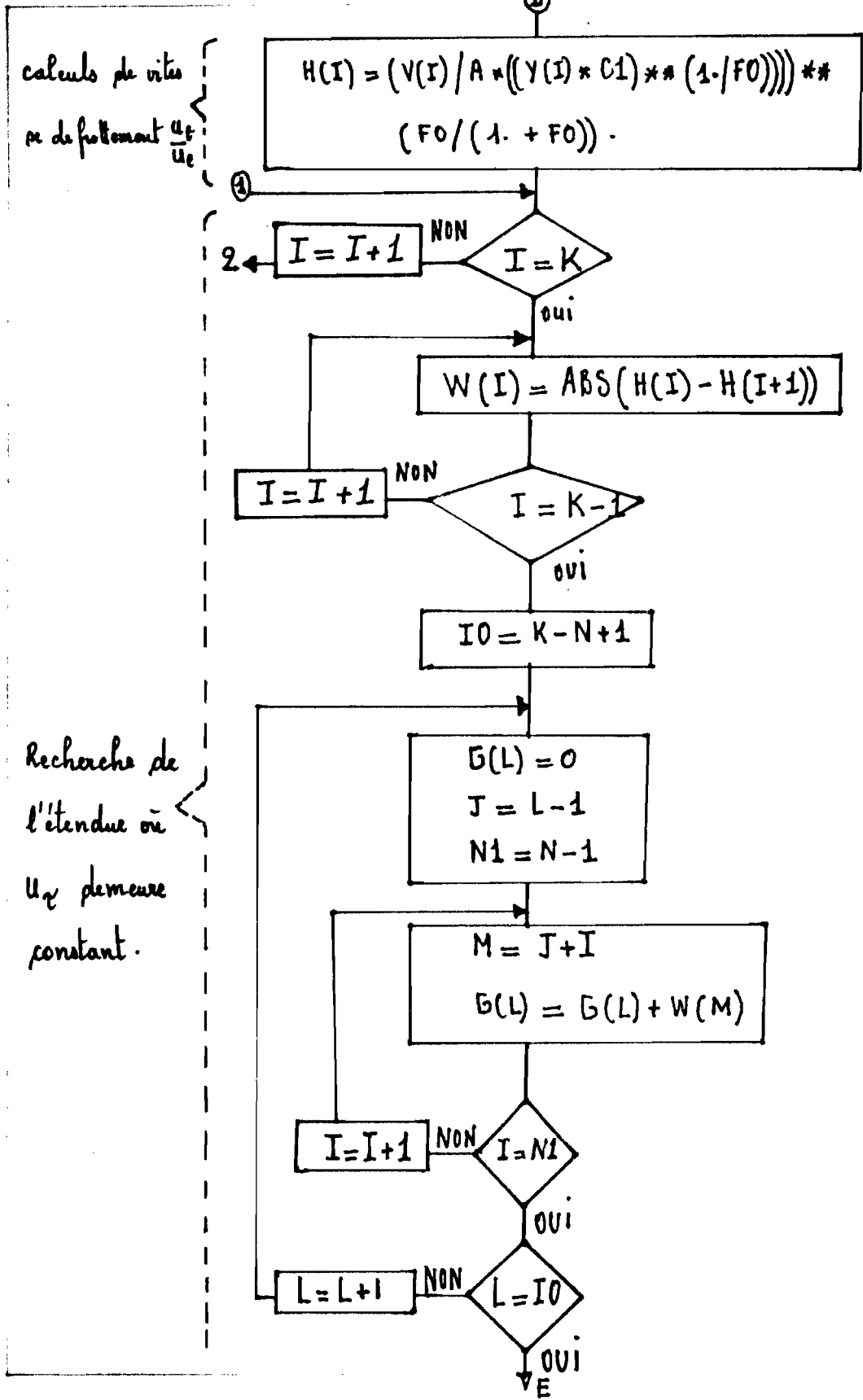
Comparaison du
profil calculé
à celui mesu
ré: calculs de
l'erreur moyenne

Ajustement de la valeur de P1

Calculs de la vitesse analytique, la dérivée première de vitesse et l'exposant n

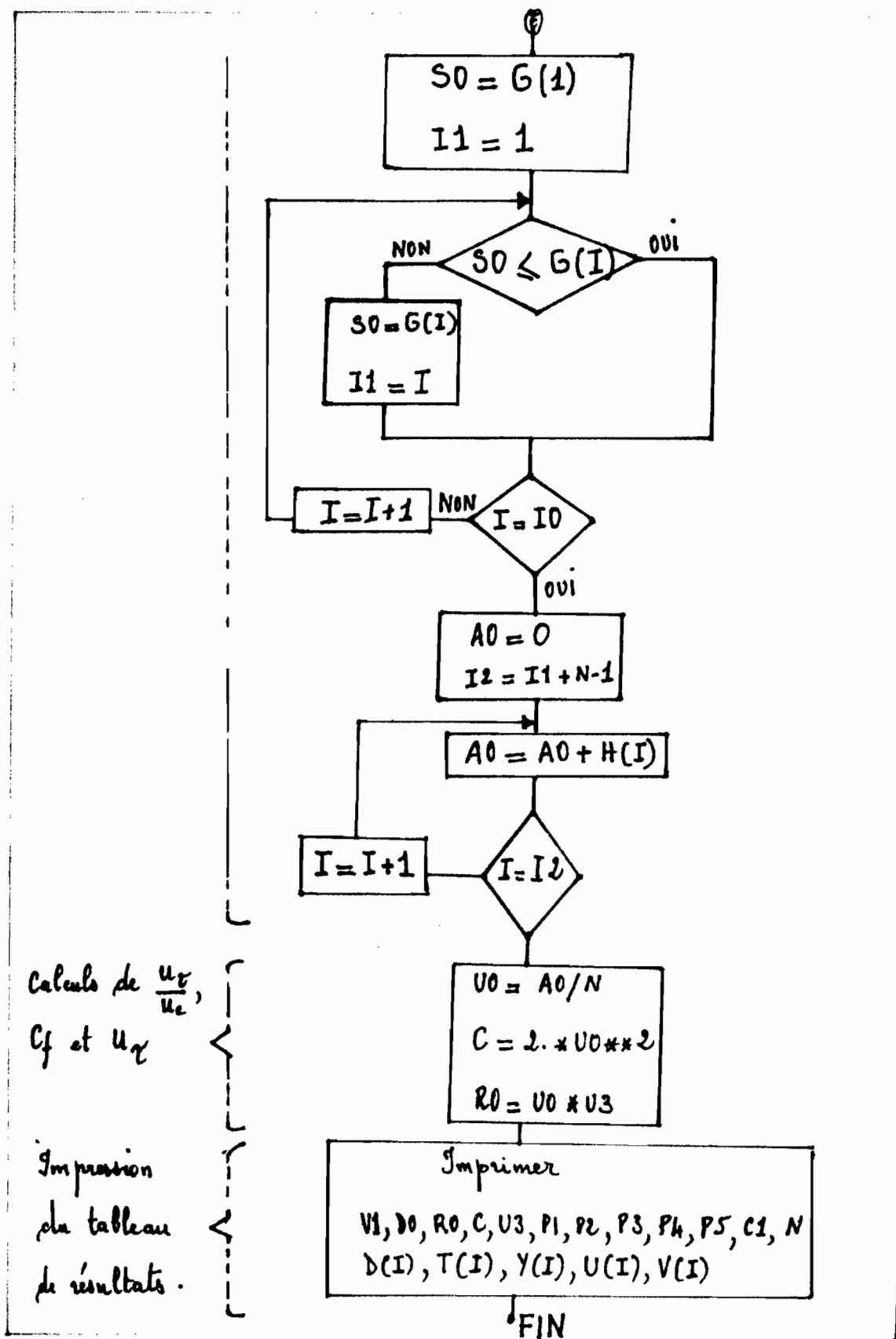
Calculs de A(n)





calculs de vitesses
et de frottement $\frac{u_s}{u_e}$

Recherche de l'étendue où u_s demeure constant.



III-3 Le programme en langage basic

Nous avons programmé l'organigramme précédent à l'aide de l'ordinateur IBM-5100 de l'école dont une listing est donnée dans les pages qui suivent.

UNIVERSITY OF TORONTO
LIBRARY

```
0010 REM *****
0020 REM **** PAPA M'BOUP - GENIE MECANIQUE - E , P , T ****
0030 REM *****
0040 REM **** CE PROGRAMME CALCULE LE COEFFICIENT DE ****
0050 REM **** FROTTEMENT PARIETAL A PARTIR DU PROFIL ****
0060 REM **** DE VITESSE MESURE ****
0070 REM *****
0080 DIM D(100),T(100),Y(100),U(100),V(100),H(100),F(100)
0090 DIM B(100),S(100)
0100 REM SYSTEME D'UNITES INTERNATIONAL
0110 REM INTRODUIRE LA VISCOSITE CINEMATIQUE
0120 INPUT V1
0130 REM INTRODUIRE L'EPAISSEUR DE LA COUCHE LIMITE
0140 INPUT D0
0150 REM INTRODUIRE LA VITESSE EXTERIEURE
0160 INPUT U3
0170 REM INTRODUIRE LE NOMBRE TOTAL DES POINTS
0180 INPUT M0
0190 REM INTRODUIRE LE PROFIL DE VITESSE
0200 FOR I=1 TO M0
0210 INPUT D(I),T(I)
0220 NEXT I
0230 INPUT E0
0240 REM NORMALISATION DU PROFIL DE VITESSE
0250 FOR I=1 TO M0
0260 Y(I)=D(I)/D0
0270 U(I)=T(I)/U3
0280 NEXT I
0290 C1=U3*D0/V1
0300 FOR I=1 TO M0
0310 K=I
0320 IF Y(I)>.1 GOTO 0340
0330 NEXT I
0340 K1=K-1
0350 K2=K/2
0360 K3=K/4
0370 P1=1.
0380 B1=Y(K1)-Y(K2)
0390 B2=(U(K1)-1.)/(U(K2)-1.)
0400 P3=LOG(B2)/B1
0410 B3=EXP(P3*Y(K1))
0420 P2=(U(K1)-1.)/B3
0430 B4=EXP(P3*Y(K3))
0440 B5=U(K3)-P1
0450 B6=EXP(P3*Y(2))
0460 B7=U(2)-P1
0470 B8=(B5-(P2*B4))/(B7-(P2*B6))
0480 IF B8>0 GOTO 0510
0490 P5=50*P3
0500 GOTO 0520
0510 P5=LOG(B8)/(Y(K3)-Y(2))
```

```

0520 B9=U(2)-P1
0530 A0=EXP(P5*Y(2))
0540 A1=EXP(P3*Y(2))
0550 P4=(B9-(P2*A1))/A0
0560 S9=0
0570 FOR I=1 TO K
0580 Y0=P1+P2*EXP(P3*Y(I))+P4*EXP(P5*Y(I))
0590 D1=Y0-U(I)
0600 S9=S9+D1
0610 NEXT I
0620 S9=S9/K
0630 E=ABS(S9)
0640 IF S9>0 GOTO 0670
0650 P1=P1+ABS(S9)
0660 GOTO 0680
0670 P1=P1-ABS(S9)
0680 FOR I=1 TO K
0690 V(I)=P1+P2*EXP(P3*Y(I))+P4*EXP(P5*Y(I))
0700 S(I)=P2*P3*EXP(P3*Y(I))+P4*P5*EXP(P5*Y(I))
0710 F0=V(I)/(Y(I)*S(I))
0720 F(I)=F0
0730 IF F0<=0 GOTO 0830
0740 IF F0<=2.6 GOTO 0770
0750 A=(F0*2.30258-1.)/1.30258
0760 GOTO 0810
0770 IF F0>4.4 GOTO 0800
0780 A=-.24*F0*F0+2.88*F0-2.03
0790 GOTO 0810
0800 A=.9*(F0+2.30258)
0810 B(I)=A
0820 H(I)=(V(I)/(A*((Y(I)*C1)^(1./F0))))^(F0/(1.+F0))
0830 NEXT I
0840 GOSUB 1460
0850 C=2.*U0^2
0860 R0=U0*U3
0870 PRINT USING FLP,0880
0880 : CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE
0890 PRINT FLP,
0900 PRINT FLP,
0910 PRINT USING FLP,0920,E0
0920 : STATION NUMERO:** ## **
0930 PRINT USING FLP,0940
0940 : -----
0950 PRINT FLP,
0960 PRINT USING FLP,0970,V1
0970 : VISCOSITE CINEMATIQUE = ##.##### M*2/SEC
0980 PRINT FLP,
0990 PRINT USING FLP,1000,D0
1000 : EPAISSEUR COUCHE LIMITE =DELTA = #####.#### M
1010 PRINT FLP,
1020 PRINT USING FLP,1030,R0

```

```

1030 : VITESSE DE FROTTEMENT           = #####.#### M/SEC
1040 PRINT FLP,
1050 PRINT USING FLP,1060,C
1060 : COEFFICIENT DE FROTTEMENT      = #####.#####
1070 PRINT FLP,
1080 PRINT USING FLP,1090,U3
1090 : VITESSE EXTERIEURE             = #####.## M/SEC
1100 PRINT FLP,
1110 PRINT USING FLP,1120
1120 : PARAMETRES FINALS =
1130 PRINT FLP,
1140 PRINT USING FLP,1150,P1,P2,P3
1150 : P1 = #####.#### P2 = #####.#### P3 = #####.####
1160 PRINT FLP,
1170 PRINT USING FLP,1180,P4,P5
1180 : P4 = #####.#### P5 = #####.####
1190 PRINT FLP,
1200 PRINT USING FLP,1210,E
1210 : ERREUR MOYENNE = ##.#####
1220 PRINT FLP,
1230 PRINT USING FLP,1240,D0,C1,V0
1240 : DELTA = ###.### C1 = #####.## M = ##
1250 PRINT FLP,
1260 PRINT USING FLP,1270,U3
1270 : UE = #####.##
1280 PRINT FLP,
1290 PRINT FLP,
1300 PRINT USING FLP,0880
1310 PRINT FLP,
1320 PRINT USING FLP,1330
1330 : *****
1340 PRINT USING FLP,1350
1350 : * * * * *
1360 PRINT USING FLP,1370
1370 : * YI * UI * YN * UN * UNS *
1380 PRINT USING FLP,1350
1390 PRINT USING FLP,1330
1400 FOR I=1 TO K
1410 PRINT USING FLP,1420,D(I);T(I);Y(I);U(I);V(I)
1420 : *###.#### *###.#### *###.#### *###.### *###.### *
1430 NEXT I
1440 PRINT USING FLP,1330
1450 END
1460 REM SUBROUTINE DMFV
1470 DIM W(100),G(100)
1480 INPUT N
1490 REM EVALUER LES DIFFERENCES POUR LE PREMIER QUART
1500 REM DE LA COUCHE LIMITE
1510 FOR I=1 TO (K-1)
1520 W(I)=ABS(H(I)-H(I+1))
1530 NEXT I

```



```
1540 I0=K-N+1
1550 REM EVALUER LA SOMME DES DIFFERENCES EN GROUPES DE N
1560 FOR L=1 TO I0
1570 G(L)=0
1580 J=L-1
1590 N1=N-1
1600 FOR I=1 TO N1
1610 M=J+I
1620 G(L)=G(L)+W(M)
1630 NEXT I
1640 NEXT L
1650 REM DETERMINER L'ENSEMBLE LA PLUS PETITE DES
1660 REM DIFFERENCES ET SA POSITION
1670 S0=G(1)
1680 I1=1
1690 FOR I=2 TO I0
1700 IF S0<G(I) GOTO 1730
1710 S0=G(I)
1720 I1=I
1730 NEXT I
1740 A0=0
1750 I2=I1+N-1
1760 FOR I=I1 TO I2
1770 A0=A0+H(I)
1780 NEXT I
1790 V0=N
1800 U0=A0/V0
1810 RETURN
```

Chapitre : IV : Application du programme dans le cas d'une couche limite sur paroi lisse soumise à un gradient de pression défavorable.

Afin de vérifier notre programme, nous utilisons les profils de vitesse provenant de la thèse de Nguyen [1] où on peut trouver des calculs détaillés du frottement pariétal. Cet auteur a exploré une couche limite turbulente bidimensionnelle qui se développe sur une paroi lisse de longueur environ 1m où règne un gradient de pression adverse modéré. Le gradient de pression adverse a été réalisé par l'emploi d'une plaque au plafond donnant une forme de tuyère dans la veine de mesure (cf [1]). La plaque au plancher en aluminium, a été divisée en sept stations de mesure allant de la station 2 jusqu'à la station 8 dans la direction d'écoulement. La distance entre deux stations de mesure est de l'ordre de 87,5mm. Des mesures de vitesses moyennes, de composantes de la turbulence et du frottement pariétal ont été effectuées à chaque station (cf [1]).

Nous avons donc pris les profils de vitesse de chaque station pour servir comme données à notre programme et les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux suivants.

A la page 37, nous présentons les valeurs comparées de \mathcal{E} de deux méthodes. On y remarque une excellente concordance entre nos résultats et ceux obtenus par le lissage numérique (tirés de la référence [1]).

CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

STATION NUMERO:** 2 **

VISCOSITE CINEMATIQUE = .00001584 M*2/SEC

EPAISSEUR COUCHE LIMITE =DELTA = .0421 M

VITESSE DE FROTTEMENT = .8778 M/SEC

COEFFICIENT DE FROTTEMENT = .00233

VITESSE EXTERIEURE = 25.73 M/SEC

PARAMETRES FINALS =

P1 = 1.0023 P2 = - .5370 P3 = - 4.1941

P4 = - .1000 P5 = - 77.2607

ERREUR MOYENNE = .002324

DELTA = .042 C1 = 68377.22 M = 5

UE = 25.73

CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

```

*****
*          *          *          *          *          *
*   YI     *   UI     *   YN     *   UN     *   UNS     *
*          *          *          *          *          *
*****
*   .0005  * 11.9154 *   .0125  *   .463  *   .455  *
*   .0006  * 11.9412 *   .0150  *   .464  *   .467  *
*   .0008  * 12.2726 *   .0180  *   .477  *   .479  *
*   .0009  * 12.6930 *   .0210  *   .493  *   .491  *
*   .0011  * 13.0287 *   .0270  *   .506  *   .510  *
*   .0014  * 13.6991 *   .0331  *   .533  *   .527  *
*   .0016  * 13.9292 *   .0391  *   .541  *   .542  *
*   .0019  * 14.4134 *   .0451  *   .560  *   .555  *
*   .0022  * 14.5534 *   .0512  *   .566  *   .567  *
*   .0027  * 15.2645 *   .0632  *   .593  *   .590  *
*   .0039  * 16.3877 *   .0934  *   .637  *   .639  *
*   .0052  * 17.2234 *   .1236  *   .670  *   .682  *
*****

```

CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

STATION NUMERO:** 3 **

VISCOSITE CINEMATIQUE = .00001603 M*2/SEC

EPAISSEUR COUCHE LIMITE =DELTA = .0462 M

VITESSE DE FROTTEMENT = .8177 M/SEC

COEFFICIENT DE FROTTEMENT = .00216

VITESSE EXTERIEURE = 24.89 M/SEC

PARAMETRES FINALS =

P1 = 1.0032 P2 = - .6201 P3 = - 7.4473

P4 = - 1.2824 P5 = - 372.3668

ERREUR MOYENNE = .003223

DELTA = .046 C1 = 71773.13 M = 5

UE = 24.89

CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

```

*****
*      *      *      *      *      *
*  YI   *  UI   *  YN   *  UN   *  UNS  *
*      *      *      *      *      *
*****
* .0005 * 10.7167 * .0114 * .431 * .416 *
* .0006 * 10.7462 * .0136 * .432 * .435 *
* .0008 * 11.2284 * .0164 * .451 * .451 *
* .0009 * 11.5571 * .0191 * .464 * .464 *
* .0011 * 12.0419 * .0246 * .484 * .487 *
* .0014 * 12.4315 * .0301 * .499 * .508 *
*****

```

CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

STATION NUMERO:** 4 **

 VISCOSITE CINEMATIQUE = .00001540 M*2/SEC

EPAISSEUR COUCHE LIMITE =DELTA = .0513 M

VITESSE DE FROTTEMENT = .7487 M/SEC

COEFFICIENT DE FROTTEMENT = .00196

VITESSE EXTERIEURE = 23.93 M/SEC

PARAMETRES FINALS =

P1 = 1.0023 P2 = -.5787 P3 = - 3.8841

P4 = -.0614 P5 = - 80.6230

ERREUR MOYENNE = .002310

DELTA = .051 C1 = 79622.20 M = 5

UE = 23.93

CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

```

*****
*          *          *          *          *          *
*   YI     *   UI     *   YN     *   UN     *   UNS     *
*          *          *          *          *          *
*****
*   .0005  *  9.8063  *   .0103  *   .410  *   .420  *
*   .0006  * 10.1799  *   .0123  *   .425  *   .428  *
*   .0008  * 10.2017  *   .0148  *   .426  *   .437  *
*   .0009  * 10.6111  *   .0172  *   .443  *   .446  *
*   .0010  * 10.8661  *   .0197  *   .454  *   .454  *
*   .0011  * 11.0605  *   .0222  *   .462  *   .461  *
*   .0013  * 11.3054  *   .0247  *   .472  *   .468  *
*   .0014  * 11.4657  *   .0272  *   .479  *   .475  *
*   .0015  * 11.6263  *   .0296  *   .486  *   .481  *
*   .0016  * 11.8362  *   .0321  *   .495  *   .487  *
*   .0019  * 12.0762  *   .0371  *   .505  *   .498  *
*   .0022  * 12.2550  *   .0420  *   .512  *   .509  *
*   .0024  * 12.5070  *   .0470  *   .523  *   .519  *
*   .0027  * 12.7514  *   .0519  *   .533  *   .528  *
*   .0039  * 13.6474  *   .0767  *   .570  *   .573  *
*   .0052  * 14.2909  *   .1015  *   .597  *   .612  *
*****

```

CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

STATION NUMERO:** 5 **

VISCOSITE CINEMATIQUE = .00001494 M*2/SEC

EPAISSEUR COUCHE LIMITE =DELTA = .0535 M

VITESSE DE FROTTEMENT = .6891 M/SEC

COEFFICIENT DE FROTTEMENT = .00180

VITESSE EXTERIEURE = 22.95 M/SEC

PARAMETRES FINALS =

P1 = 1.0038 P2 = -.6072 P3 = - 3.8689

P4 = -.1804 P5 = - 132.0182

ERREUR MOYENNE = .003835

DELTA = .054 C1 = 82230.48 M = 5

UE = 22.95

CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

```

*****
*      *      *      *      *      *
*  YI  *  UI  *  YN  *  UN  *  UNS  *
*      *      *      *      *      *
*****
* .0005 * 8.7271 * .0099 * .380 * .370 *
* .0006 * 8.7609 * .0118 * .382 * .386 *
* .0008 * 8.8946 * .0141 * .388 * .401 *
* .0009 * 9.4107 * .0165 * .410 * .414 *
* .0010 * 9.6613 * .0189 * .421 * .425 *
* .0011 * 9.9945 * .0213 * .435 * .434 *
* .0013 * 10.2329 * .0236 * .446 * .442 *
* .0014 * 10.3499 * .0260 * .451 * .449 *
* .0015 * 10.4646 * .0284 * .456 * .456 *
* .0016 * 10.6503 * .0308 * .464 * .462 *
* .0019 * 11.0160 * .0355 * .480 * .473 *
* .0022 * 11.2624 * .0402 * .491 * .483 *
* .0024 * 11.3969 * .0450 * .497 * .493 *
* .0025 * 11.6072 * .0475 * .506 * .498 *
* .0039 * 12.4637 * .0735 * .543 * .547 *
* .0052 * 13.0780 * .0972 * .570 * .587 *
*****

```

CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

STATION NUMERO:** 6 **

 VISCOSITE CINEMATIQUE = .00001498 M*2/SEC
 EPAISSEUR COUCHE LIMITE =DELTA = .0565 M
 VITESSE DE FROTTEMENT = .6599 M/SEC
 COEFFICIENT DE FROTTEMENT = .00171
 VITESSE EXTERIEURE = 22.55 M/SEC

PARAMETRES FINALS =

P1 = 1.0033 P2 = -.6083 P3 = - 3.4986
 P4 = -.6119 P5 = - 232.0842

ERREUR MOYENNE = .003288

DELTA = .057 C1 = 85087.68 M = 5

UE = 22.55

CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

```

*****
*      *      *      *      *      *
*  YI  *  UI  *  YN  *  UN  *  UNS  *
*      *      *      *      *      *
*****
* .0005 * 8.1399 * .0094 * .361 * .345 *
* .0006 * 8.3196 * .0111 * .369 * .372 *
* .0008 * 8.8368 * .0134 * .392 * .395 *
* .0009 * 9.1977 * .0156 * .408 * .411 *
* .0010 * 9.4264 * .0179 * .418 * .422 *
* .0011 * 9.6825 * .0201 * .429 * .431 *
* .0013 * 9.8110 * .0224 * .435 * .437 *
* .0014 * 9.9655 * .0246 * .442 * .443 *
* .0015 * 10.0567 * .0269 * .446 * .448 *
* .0016 * 10.2910 * .0291 * .456 * .453 *
* .0019 * 10.5043 * .0336 * .466 * .462 *
* .0022 * 10.7375 * .0381 * .476 * .471 *
* .0024 * 10.9063 * .0426 * .484 * .479 *
* .0027 * 11.1001 * .0471 * .492 * .487 *
* .0039 * 11.7973 * .0696 * .523 * .526 *
* .0052 * 12.4035 * .0921 * .550 * .562 *
*****
    
```


CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

STATION NUMERO:** 7 **

VISCOSITE CINEMATIQUE = .00001551 M*2/SEC
 EPAISSEUR COUCHE LIMITE =DELTA = .0622 M
 VITESSE DE FROTTEMENT = .6407 M/SEC
 COEFFICIENT DE FROTTEMENT = .00166
 VITESSE EXTERIEURE = 22.22 M/SEC

PARAMETRES FINALS =

P1 = 1.0033 P2 = -.6155 P3 = - 3.4979
 P4 = -.5414 P5 = - 221.3188

ERREUR MOYENNE = .003250

DELTA = .062 C1 = 89137.55 M = 5

UE = 22.22

CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

```

*****
*      *      *      *      *      *
*  YI   *  UI   *  YN   *  UN   *  UNS  *
*      *      *      *      *      *
*****
*  .0005 * 7.6625 * .0085 * .345 * .323 *
*  .0006 * 7.7403 * .0101 * .348 * .352 *
*  .0008 * 8.2280 * .0122 * .370 * .377 *
*  .0009 * 8.6884 * .0142 * .391 * .394 *
*  .0010 * 8.9703 * .0163 * .404 * .407 *
*  .0011 * 9.2521 * .0183 * .416 * .416 *
*  .0013 * 9.4074 * .0203 * .423 * .424 *
*  .0014 * 9.5729 * .0224 * .431 * .430 *
*  .0015 * 9.7339 * .0244 * .438 * .436 *
*  .0016 * 9.8002 * .0265 * .441 * .441 *
*  .0019 * 9.9954 * .0305 * .450 * .449 *
*  .0022 * 10.2689 * .0346 * .462 * .458 *
*  .0024 * 10.4195 * .0387 * .469 * .466 *
*  .0027 * 10.5371 * .0428 * .474 * .473 *
*  .0039 * 11.2563 * .0632 * .507 * .510 *
*  .0052 * 11.7697 * .0836 * .530 * .544 *
*****
    
```

CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

STATION NUMERO:** 8 **

VISCOSITE CINEMATIQUE = .00001573 M*2/SEC

EPAISSEUR COUCHE LIMITE =DELTA = .0660 M

VITESSE DE FROTTEMENT = .6056 M/SEC

COEFFICIENT DE FROTTEMENT = .00156

VITESSE EXTERIEURE = 21.67 M/SEC

PARAMETRES FINALS =

P1 = 1.0036 P2 = -.6274 P3 = - 3.3311

P4 = -.3103 P5 = - 206.2766

ERREUR MOYENNE = .003583

DELTA = .066 C1 = 90995.21 M = 5

UE = 21.67

CALCUL DU FROTTEMENT PARIETAL-ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE

```

*****
*      *      *      *      *      *      *
*  YI   *  UI   *  YN   *  UN   *  UNS   *
*      *      *      *      *      *      *
*****
*  .0005 * 7.4381 * .0080 * .343 * .333 *
*  .0006 * 7.5602 * .0095 * .349 * .352 *
*  .0008 * 7.9521 * .0115 * .367 * .371 *
*  .0009 * 8.2893 * .0134 * .383 * .384 *
*  .0011 * 8.6831 * .0172 * .401 * .402 *
*  .0014 * 8.9968 * .0211 * .415 * .415 *
*  .0016 * 9.3008 * .0249 * .429 * .424 *
*  .0019 * 9.4736 * .0288 * .437 * .433 *
*  .0022 * 9.7364 * .0326 * .449 * .440 *
*  .0027 * 9.9933 * .0403 * .461 * .455 *
*  .0039 * 10.6358 * .0595 * .491 * .489 *
*  .0052 * 11.2128 * .0788 * .517 * .521 *
*  .0065 * 11.4467 * .0980 * .528 * .551 *
*****

```

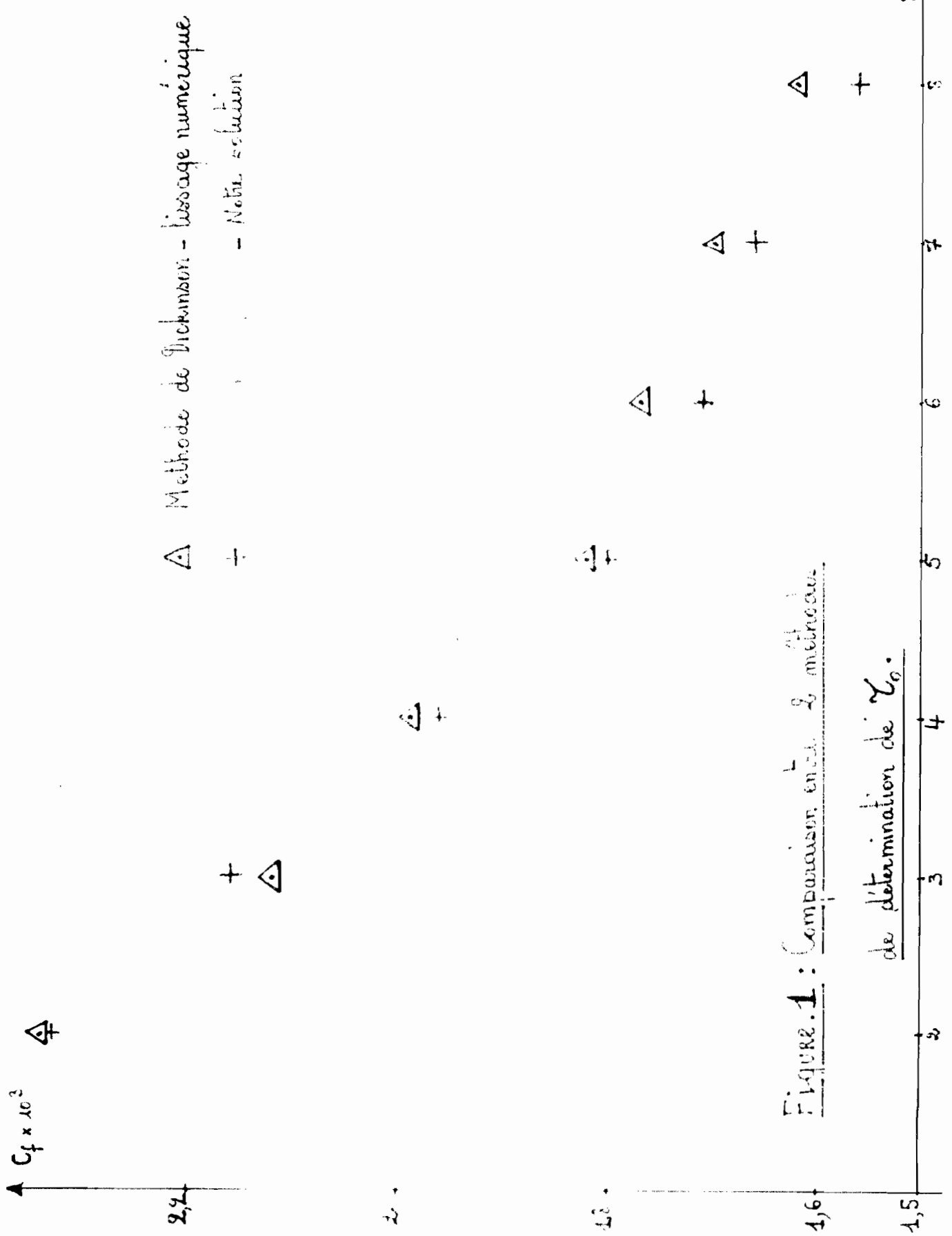


FIGURE. 1 : Comparaison entre 2 méthodes
de détermination de z_0 .

Chapitre V : Application du programme dans le cas d'une couche limite sur paroi rugueuse

S'il existe plusieurs méthodes pour déterminer le frottement pariétal dans le cas d'une surface lisse, elles sont cependant moins nombreuses dans le cas de la surface rugueuse. Jusqu'ici on peut dire qu'il n'existe pas de mesures directes du coefficient de frottement pariétal dans le cas rugueux.

À défaut d'une telle information, il s'avère difficile de constituer correctement des fonctions du type $A(n)$ pour le cas des parois rugueuses.

Ceci ne nous empêche pas cependant de faire une tentative. Nous procédons à l'envers : nous allons prendre des profils mesurés de vitesse d'une couche limite turbulente se développant sur une paroi rugueuse (cf [3]) étant constitué des barres transversales (de section carrée $3\text{mm} \times 3\text{mm}$) régulièrement réparties sur toute la plaque de mesure de longueur environ $1,2\text{m}$. Huit stations de mesure ont été définies et explorées sur la plaque. Les mesures de C_f ont été évaluées par un programme de prévision écrit par Chan du Conseil National de Recherches du Canada

(cf [12]). Nous supposons que ces valeurs de cf sont correctes et nous calculons les fonctions $A(n)$ par l'équation :

$$\frac{u}{u_r} = A(n) \left(\frac{y u_r}{\nu} \right)^{1/n}$$

où $n = \frac{u}{y} / \frac{du}{dy}$ est calculé à l'aide d'une approximation polynomiale de vitesse. Un polynôme d'ordre 3 s'avère satisfaisant et nous donnons la listing qui se trouve à la page 40. Pour la description de cette méthode de lissage classique, les lecteurs sont priés de se référer à un livre d'analyse numérique de base.

Les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux de la page 42 à la page 49. Les valeurs de $A(n)$ sont tracées sur la figure 2 où on remarque une dispersion considérable. Afin de voir comment est distribuée cette dispersion, nous avons fixé $n=3$ et retracé $A(n)$ en fonction de $\frac{k u_r}{\nu}$ (nombre de Reynolds de rugosité), les résultats sont donnés sur la figure 4 où on observe une variation assez complexe de $A(n)$ en fonction de la rugosité.

Une variation des coefficients de l'expression $A(n)$ polynomiale est aussi donnée sur la figure 3 en fonction de $\frac{k u_r}{\nu}$.

```

0010 REM *****
0020 REM <=> PROGRAMME DE LIQUIDATION D'UN BIEN EN UN PERIODE (TRUI), *****
0030 REM *****
0040 DIM Y(30),D(30),T(30),U(30),V(30),H(30)
0050 DIM N(30),A(30),C(30),I(30),M(30),R(30),S(30),B(30)
0060 INPUT DE,K,M,V1,C,I,S
0070 REM INTRODUIRE LE QUANTUM DE LIQUIDATION
0080 INPUT DE
0090 MAT Y(M)=I
0100 MAT D(M)=C
0110 MAT T(M)=I
0120 MAT U(M)=I
0130 MAT G(M,M)=I
0140 MAT H(M)=I
0150 MAT A(M)=I
0160 MAT C(M)=I
0170 MAT W(M,1)=I
0180 MAT V(1)=I
0190 MAT H(M)=I
0200 U0=U1=C(1)/I
0210 REM INTRODUCTION DES DONNEES
0220 FOR I=1 TO M
0230 INPUT D(I),C(I)
0240 Y(I)=D(I)+Y(I-1)*W(I,1)
0250 U(I)=U(I-1)+C(I)
0260 NEXT I
0270 GOSUB 0760
0280 PRINT USING "###.###" U(M)
0290 :
0300 PRINT USING "###.###" U0
0310 :
0320 PRINT FILE
0330 GOSUB 0730
0340 GOSUB 0730
0350 GOSUB 0730
0360 FOR I=1 TO M
0370 V(I)=0
0380 H(I)=0
0390 FOR J=1 TO M
0400 V(I)=V(I)+C(I)*I*(1+Y(I-1)*W(I,1))^J
0410 NEXT J
0420 FOR J=1 TO M
0430 H(I)=H(I)+I*(1+Y(I-1)*W(I,1))^J
0440 NEXT J
0450 N(I)=U(I)-V(I)*I
0460 A(I)=(T(I)-U(I)+N(I)*I)/(1+Y(I-1)*W(I,1))
0470 PRINT USING "###.###" A(I)
0480 : * *****

```

```

0490 PRINT USING FL1,0500,C(1)
0500 : WWW.WWWW * 22.2222 * 1.1111 +
0510 NEXT I
0520 GOSUB 0730
0530 PRINT FL1,
0540 PRINT FL1,
0550 PRINT USING FL1,0550,C(1)
0560 : V = WWW.WWWW1111 + WWW.WWWW1111
0570 PRINT USING FL1,0560,C(1)
0580 : + WWW.WWWW1111 * WWW.WWWW1111
0590 PRINT FL1,
0600 FOR I=1 TO 4
0610 Y(I)=X(I)
0620 U(I)=X(I)
0630 NEXT I
0640 GOSUB 0730
0650 PRINT USING FL1,0650,C(1)
0660 : A(I) = WWW.WWWW1111 * WWW.WWWW1111
0670 PRINT USING FL1,0660,C(1)
0680 : + WWW.WWWW1111 * WWW.WWWW1111
0690 END
0700 PRINT FL1,
0710 PRINT FL1, V
0720 RETURN
0730 PRINT FL1,
0740 PRINT FL1,
0750 RETURN
0760 FOR I=1 TO 4
0770 FOR J=1 TO 4
0780 IF J=1 GOTO 0790
0790 G(I,J)=0
0800 GOTO 0850
0810 G(I,J)=0
0820 FOR K=1 TO 4
0830 G(I,J) = G(I,J) + Y(K) * 1111
0840 NEXT K
0850 NEXT J
0860 W(I,1)=0
0870 FOR K=1 TO 4
0880 IF I>1 GOTO 0910
0890 W(I,1)=W(I,1)+U(K)
0900 GOTO 0920
0910 W(I,1)=W(I,1)+U(K)*1111
0920 NEXT K
0930 NEXT I
0940 MAT G=INV(G)
0950 MAT C=G*W
0960 RETURN

```

STATION NUMERO * 1 *

```

*****
*   Y       *   T       *   YN       *   UN       *   V       *   N       *   A(N)      *
*****
*   .00042 * 13.659 *   .06082 *   .3635 *   .3630 * 2.29555 * 255.9078E-03 *
*   .00047 * 13.742 *   .06240 *   .3657 *   .3671 * 2.26120 * 244.4007E-03 *
*   .00057 * 13.895 *   .06557 *   .3698 *   .3753 * 2.19599 * 222.7896E-03 *
*   .00107 * 15.141 *   .08141 *   .4029 *   .4150 * 2.01917 * 170.1526E-03 *
*   .00157 * 16.714 *   .09724 *   .4448 *   .4529 * 1.95694 * 154.9709E-03 *
*   .00207 * 18.287 *   .11308 *   .4867 *   .4891 * 1.93326 * 150.4599E-03 *
*   .00307 * 21.176 *   .14476 *   .5635 *   .5561 * 1.93505 * 153.8535E-03 *
*   .00407 * 23.614 *   .17643 *   .6284 *   .6166 * 1.96937 * 165.2896E-03 *
*   .00507 * 25.744 *   .20811 *   .6851 *   .6708 * 2.03668 * 187.5540E-03 *
*   .00607 * 27.707 *   .23978 *   .7373 *   .7191 * 2.14261 * 226.0122E-03 *
*   .00707 * 29.134 *   .27146 *   .7753 *   .7619 * 2.25782 * 269.0739E-03 *
*   .00807 * 30.218 *   .30314 *   .8042 *   .7994 * 2.39899 * 325.3146E-03 *
*   .00907 * 31.073 *   .33481 *   .8269 *   .8320 * 2.57902 * 403.3746E-03 *
*   .01007 * 31.890 *   .36649 *   .8487 *   .8602 * 2.82224 * 521.2819E-03 *
*   .01207 * 33.153 *   .42984 *   .8823 *   .9043 * 3.54341 * 918.9038E-03 *
*   .01407 * 34.452 *   .49319 *   .9168 *   .9345 * 4.86551 * 172.8398E-02 *
*   .01607 * 35.527 *   .55654 *   .9454 *   .9536 * 7.41989 * 314.2079E-02 *
*   .01807 * 36.333 *   .61989 *   .9669 *   .9644 * 13.01071 * 517.2834E-02 *
*   .02007 * 36.906 *   .68324 *   .9821 *   .9697 * 26.19456 * 726.5072E-02 *
*   .02507 * 37.469 *   .84162 *   .9971 *   .9772 * 13.91950 * 544.5298E-02 *
*   .03007 * 37.577 * 1.00000 * 1.0000 * 1.0112 * 2.55936 * 310.7508E-03 *
*****

```

$$V = 190.322E-03 + 308.078E-02 YN**1 + -40.895E-01 YN**2 + 182.966E-02 YN**3$$

$$A(N) = -11.293E-01 + 649.166E-03 N**1 + -12.582E-03 N**2 + 114.229E-08 N**3$$

STATION NUMERO * 2 *

```

*****
*   Y   *   T   *   YN   *   UN   *   V   *   N   *   A(N)   *
*****
* .00042 * 12.095 * .04619 * .3197 * .3281 * 2.92644 * 516.1556E-03 *
* .00047 * 12.126 * .04739 * .3205 * .3310 * 2.86793 * 491.9613E-03 *
* .00057 * 12.244 * .04980 * .3237 * .3366 * 2.77228 * 454.0164E-03 *
* .00107 * 13.544 * .06182 * .3580 * .3644 * 2.54478 * 379.6199E-03 *
* .00157 * 14.747 * .07385 * .3898 * .3914 * 2.39080 * 327.5076E-03 *
* .00207 * 16.048 * .08588 * .4242 * .4175 * 2.30711 * 302.7748E-03 *
* .00307 * 18.363 * .10994 * .4854 * .4675 * 2.19596 * 267.9401E-03 *
* .00407 * 20.112 * .13399 * .5317 * .5143 * 2.10537 * 233.6539E-03 *
* .00507 * 21.671 * .15805 * .5729 * .5582 * 2.05625 * 214.5220E-03 *
* .00607 * 22.945 * .18210 * .6065 * .5991 * 2.02464 * 200.5211E-03 *
* .00707 * 24.267 * .20616 * .6415 * .6373 * 2.03146 * 201.9495E-03 *
* .00807 * 25.525 * .23021 * .6747 * .6729 * 2.06031 * 211.9674E-03 *
* .00907 * 26.603 * .25427 * .7032 * .7058 * 2.09895 * 225.4577E-03 *
* .01007 * 27.620 * .27833 * .7301 * .7363 * 2.15552 * 247.0633E-03 *
* .01207 * 29.572 * .32644 * .7817 * .7902 * 2.32859 * 322.8363E-03 *
* .01407 * 31.220 * .37455 * .8253 * .8355 * 2.57182 * 445.7165E-03 *
* .01607 * 32.633 * .42266 * .8626 * .8730 * 2.90702 * 641.4668E-03 *
* .01807 * 33.986 * .47077 * .8984 * .9034 * 3.38133 * 960.3166E-03 *
* .02007 * 35.043 * .51888 * .9264 * .9275 * 4.02407 * 142.9733E-02 *
* .02507 * 36.772 * .63916 * .9721 * .9661 * 7.03936 * 355.6240E-02 *
* .03007 * 37.558 * .75944 * .9928 * .9838 * 13.83523 * 653.4619E-02 *
* .03507 * 37.777 * .87972 * .9986 * .9931 * 14.37142 * 666.1468E-02 *
* .04007 * 37.829 * 1.00000 * 1.0000 * 1.0070 * 5.89859 * 267.7910E-02 *
*****

```

$$V = 212.564E-03 + 264.111E-02 YN**1 + -30.683E-01 YN**2 + 122.174E-02 YN**3$$

$$A(N) = -47.771E-02 + 146.722E-03 N**1 + 947.509E-04 N**2 + -49.280E-04 N**3$$

STATION NUMERO * 3 *

```

*****
*   Y       *   T       *   YN       *   UN       *   V       *   N       *   A(N)      *
*****
*   .00042 * 11.327 *   .04123 *   .2971 *   .3087 * 3.42929 * 718.6748E-03 *
*   .00047 * 11.422 *   .04230 *   .2995 *   .3109 * 3.37805 * 700.7071E-03 *
*   .00057 * 11.532 *   .04445 *   .3024 *   .3154 * 3.26081 * 654.2654E-03 *
*   .00107 * 12.489 *   .05519 *   .3275 *   .3376 * 2.91113 * 528.0090E-03 *
*   .00157 * 13.541 *   .06592 *   .3551 *   .3592 * 2.70498 * 455.9576E-03 *
*   .00207 * 14.641 *   .07666 *   .3840 *   .3803 * 2.57544 * 413.0791E-03 *
*   .00307 * 16.664 *   .09813 *   .4370 *   .4211 * 2.40300 * 353.8433E-03 *
*   .00407 * 18.266 *   .11960 *   .4790 *   .4599 * 2.27038 * 301.6257E-03 *
*   .00507 * 19.670 *   .14108 *   .5159 *   .4969 * 2.18004 * 265.2129E-03 *
*   .00607 * 20.882 *   .16255 *   .5476 *   .5320 * 2.11513 * 238.1941E-03 *
*   .00707 * 21.909 *   .18402 *   .5746 *   .5653 * 2.06670 * 217.1518E-03 *
*   .00807 * 23.005 *   .20550 *   .6033 *   .5969 * 2.05157 * 210.4505E-03 *
*   .00907 * 23.969 *   .22697 *   .6286 *   .6268 * 2.04588 * 206.7586E-03 *
*   .01007 * 24.890 *   .24844 *   .6527 *   .6550 * 2.05466 * 208.7482E-03 *
*   .01207 * 26.549 *   .29139 *   .6963 *   .7069 * 2.10356 * 225.1663E-03 *
*   .01407 * 28.289 *   .33434 *   .7419 *   .7527 * 2.21336 * 271.3078E-03 *
*   .01607 * 29.723 *   .37728 *   .7795 *   .7931 * 2.35138 * 334.6411E-03 *
*   .01807 * 31.133 *   .42023 *   .8165 *   .8284 * 2.54221 * 435.1793E-03 *
*   .02007 * 32.402 *   .46317 *   .8498 *   .8589 * 2.78251 * 578.1034E-03 *
*   .02507 * 35.016 *   .57054 *   .9183 *   .9173 * 3.67066 * 121.5845E-02 *
*   .03007 * 36.796 *   .67790 *   .9650 *   .9552 * 5.14152 * 239.9893E-02 *
*   .03507 * 37.769 *   .78527 *   .9905 *   .9789 * 7.23008 * 393.3417E-02 *
*   .04007 * 38.103 *   .89263 *   .9993 *   .9947 * 8.52693 * 470.7731E-02 *
*   .04507 * 38.131 * 1.00000 * 1.0000 * 1.0092 * 6.78720 * 353.8361E-02 *
*****

```

$$V = 218.176E-03 + 229.098E-02 YN**1 + -23.563E-01 YN**2 + 856.323E-03 YN**3$$

$$A(N) = 613.817E-03 + -71.751E-02 N**1 + 292.631E-03 N**2 + -17.896E-03 N**3$$

STATION NUMERO * 4 *

```

*****
*   Y       *   T       *   YN       *   UN       *   V       *   N       *   A(N)       *
*****
*   .00042 * 10.530 *   .03723 *   .2744 *   .2941 * 3.63306 * 751.5738E-03 *
*   .00047 * 10.647 *   .03820 *   .2774 *   .2960 * 3.58739 * 739.1263E-03 *
*   .00057 * 10.822 *   .04014 *   .2820 *   .3000 * 3.48420 * 705.4562E-03 *
*   .00107 * 11.834 *   .04984 *   .3083 *   .3193 * 3.13148 * 593.9529E-03 *
*   .00157 * 12.906 *   .05953 *   .3363 *   .3383 * 2.91790 * 527.6625E-03 *
*   .00207 * 13.913 *   .06923 *   .3625 *   .3569 * 2.76133 * 476.1152E-03 *
*   .00307 * 15.940 *   .08862 *   .4153 *   .3929 * 2.57681 * 418.8044E-03 *
*   .00407 * 17.258 *   .10801 *   .4497 *   .4274 * 2.38854 * 339.6002E-03 *
*   .00507 * 18.510 *   .12740 *   .4823 *   .4605 * 2.26818 * 290.2749E-03 *
*   .00607 * 19.589 *   .14679 *   .5104 *   .4921 * 2.17749 * 252.6369E-03 *
*   .00707 * 20.515 *   .16618 *   .5345 *   .5224 * 2.10721 * 223.2450E-03 *
*   .00807 * 21.474 *   .18557 *   .5595 *   .5514 * 2.06815 * 207.3767E-03 *
*   .00907 * 22.479 *   .20496 *   .5857 *   .5790 * 2.05422 * 201.8171E-03 *
*   .01007 * 23.353 *   .22436 *   .6085 *   .6053 * 2.04517 * 197.3486E-03 *
*   .01207 * 24.876 *   .26314 *   .6482 *   .6543 * 2.04999 * 196.2112E-03 *
*   .01407 * 26.329 *   .30192 *   .6860 *   .6986 * 2.09566 * 211.3649E-03 *
*   .01607 * 27.882 *   .34070 *   .7265 *   .7385 * 2.18895 * 249.0716E-03 *
*   .01807 * 29.050 *   .37948 *   .7569 *   .7743 * 2.28941 * 291.1482E-03 *
*   .02007 * 30.262 *   .41827 *   .7885 *   .8062 * 2.43076 * 358.8353E-03 *
*   .02507 * 33.062 *   .51522 *   .8614 *   .8709 * 2.94424 * 662.2243E-03 *
*   .03007 * 35.347 *   .61218 *   .9210 *   .9177 * 3.71169 * 122.7913E-02 *
*   .03507 * 37.028 *   .70913 *   .9648 *   .9510 * 4.72644 * 205.9459E-02 *
*   .04007 * 38.019 *   .80609 *   .9906 *   .9750 * 5.70347 * 284.6582E-02 *
*   .04507 * 38.328 *   .90304 *   .9986 *   .9942 * 5.87705 * 294.8317E-02 *
*   .05007 * 38.380 * 1.00000 * 1.0000 * 1.0130 * 4.85537 * 208.9818E-02 *
*****

```

$$V = 215.611E-03 + 218.813E-02 YN**1 + -21.901E-01 YN**2 + 799.395E-03 YN**3$$

$$A(N) = 173.649E-02 + -16.789E-01 N**1 + 536.747E-03 N**2 + -36.540E-03 N**3$$

STATION NUMERO * 5 *

Y	T	YN	UN	V	N	A(N)
.00042	9,605	.03723	.2490	.2793	* 3.35598	* 635,9124E-03
.00047	9,899	.03820	.2566	.2812	* 3.37808	* 657,8418E-03
.00057	10,257	.04014	.2659	.2851	* 3.34534	* 660,3201E-03
.00107	11,496	.04984	.2980	.3041	* 3.08516	* 594,5324E-03
.00157	12,454	.05953	.3228	.3227	* 2.85884	* 517,2658E-03
.00207	13,489	.06923	.3497	.3409	* 2.72124	* 474,1519E-03
.00307	15,362	.08862	.3982	.3761	* 2.52993	* 409,4031E-03
.00407	16,739	.10801	.4339	.4098	* 2.36543	* 341,3112E-03
.00507	18,056	.12740	.4681	.4420	* 2.26409	* 300,4057E-03
.00607	18,973	.14679	.4918	.4727	* 2.16286	* 255,5015E-03
.00707	20,086	.16618	.5207	.5021	* 2.12036	* 238,6431E-03
.00807	20,874	.18557	.5411	.5300	* 2.07042	* 216,3313E-03
.00907	21,694	.20496	.5624	.5567	* 2.04579	* 205,1067E-03
.01007	22,570	.22436	.5851	.5821	* 2.04360	* 203,3503E-03
.01207	24,206	.26314	.6275	.6291	* 2.06943	* 211,5433E-03
.01407	25,336	.30192	.6568	.6715	* 2.09763	* 218,1329E-03
.01607	26,684	.34070	.6917	.7097	* 2.18245	* 251,7312E-03
.01807	27,965	.37948	.7249	.7439	* 2.29601	* 302,0461E-03
.02007	29,030	.41827	.7526	.7743	* 2.42397	* 363,3026E-03
.02507	31,849	.51522	.8256	.8369	* 2.88714	* 640,1029E-03
.03007	34,128	.61218	.8847	.8937	* 3.43311	* 103,9368E-02
.03507	36,053	.70913	.9346	.9201	* 3.87628	* 140,9089E-02
.04007	37,492	.80609	.9719	.9513	* 3.86205	* 140,5728E-02
.04507	38,272	.90304	.9921	.9924	* 3.25506	* 901,4886E-03
.05007	38,576	1.00000	1.0000	1.0185	* 2.40397	* 326,5706E-03

V = 202.041E-03 + 215.897E-02 YN**1 + -22.846E-01 YN**2 + 942.087E-03 YN**3

A(N) = -59.291E-01 + 659.324E-02 N**1 + -23.737E-01 N**2 + 299.629E-03 N**3

STATION NUMERO * 6 *

Y	T	YN	UN	V	N	A(N)
.00042	* 10.438	* .03394	* .2684	* .2989	* 4.12086	* 963.2733E-03
.00047	* 10.581	* .03482	* .2720	* .3006	* 4.07905	* 956.3843E-03
.00057	* 11.042	* .03659	* .2839	* .3039	* 4.06660	* 981.6550E-03
.00107	* 12.129	* .04543	* .3118	* .3206	* 3.66741	* 868.0878E-03
.00157	* 13.117	* .05427	* .3372	* .3370	* 3.38488	* 775.0583E-03
.00207	* 14.013	* .06311	* .3603	* .3531	* 3.17070	* 696.3617E-03
.00307	* 15.787	* .08078	* .4059	* .3843	* 2.90243	* 597.1637E-03
.00407	* 17.042	* .09846	* .4381	* .4143	* 2.67547	* 492.3602E-03
.00507	* 18.352	* .11614	* .4718	* .4431	* 2.54379	* 434.8957E-03
.00607	* 19.211	* .13382	* .4939	* .4708	* 2.40837	* 367.2864E-03
.00707	* 19.991	* .15149	* .5140	* .4973	* 2.30840	* 318.2487E-03
.00807	* 20.874	* .16917	* .5367	* .5227	* 2.25230	* 292.3895E-03
.00907	* 21.689	* .18685	* .5576	* .5471	* 2.21238	* 273.6797E-03
.01097	* 22.352	* .20453	* .5747	* .5704	* 2.17637	* 255.7597E-03
.01207	* 23.824	* .23989	* .6125	* .6141	* 2.16360	* 248.0543E-03
.01407	* 25.065	* .27523	* .6464	* .6540	* 2.17614	* 250.1253E-03
.01607	* 26.206	* .31059	* .6737	* .6903	* 2.21746	* 265.0091E-03
.01807	* 27.436	* .34594	* .7054	* .7232	* 2.29816	* 300.6594E-03
.02007	* 28.470	* .38130	* .7320	* .7531	* 2.39123	* 343.8462E-03
.02507	* 31.039	* .46968	* .7980	* .8157	* 2.73775	* 537.3522E-03
.03007	* 33.311	* .55807	* .8564	* .8640	* 3.19924	* 852.8679E-03
.03507	* 35.278	* .64646	* .9070	* .9017	* 3.69172	* 124.3472E-02
.04007	* 36.951	* .73484	* .9500	* .9324	* 4.01874	* 153.0571E-02
.04507	* 38.032	* .82323	* .9778	* .9598	* 3.89913	* 142.9655E-02
.05007	* 38.718	* .91161	* .9954	* .9875	* 3.32069	* 943.6943E-03
.05507	* 38.896	* 1.00000	* 1.0000	* 1.0191	* 2.53602	* 391.0432E-03

V = 231.326E-03 + 206.194E-02 YN**1 + -21.548E-01 YN**2 + 880.700E-03 YN**3

A(N) = 685.004E-02 + -75.023E-01 N**1 + 270.496E-02 N**2 + -29.652E-02 N**3

STATION NUMERO * 7 *

Y	T	YN	UN	V	N	A(N)
.00042	10.344	.03118	.2651	.2964	4.35900	104.1141E-02
.00047	10.532	.03200	.2699	.2979	4.33316	104.5445E-02
.00057	10.773	.03362	.2761	.3011	4.23301	102.3763E-02
.00107	11.953	.04174	.3063	.3167	3.85014	935.0742E-03
.00157	12.862	.04986	.3296	.3321	3.53027	828.7110E-03
.00207	13.884	.05798	.3558	.3471	3.33615	770.8809E-03
.00307	15.488	.07422	.3969	.3765	3.01419	644.7876E-03
.00407	16.767	.09047	.4297	.4048	2.77726	538.0263E-03
.00507	17.730	.10671	.4504	.4320	2.58916	443.5278E-03
.00607	18.796	.12295	.4617	.4583	2.46913	391.0251E-03
.00707	19.756	.13919	.4663	.4836	2.38196	350.7209E-03
.00807	20.451	.15543	.4641	.5079	2.29527	308.3158E-03
.00907	21.213	.17167	.4582	.5313	2.20828	289.3116E-03
.01007	21.995	.18792	.4537	.5538	2.12122	268.9779E-03
.01207	22.211	.20440	.4548	.5951	2.15931	242.7104E-03
.01407	22.850	.25288	.4292	.6351	2.16551	243.4278E-03
.01607	23.716	.28537	.4597	.6786	2.19251	252.4603E-03
.01807	24.719	.31785	.6848	.7936	2.23504	268.1042E-03
.02007	27.811	.35033	.7127	.7329	2.31603	302.3092E-03
.02507	30.123	.43154	.7746	.7971	2.58698	441.8503E-03
.03007	32.406	.51275	.8315	.8471	2.98947	692.1043E-03
.03507	34.510	.59396	.8844	.8863	3.48106	106.4177E-02
.04007	36.172	.67517	.9270	.9175	3.95151	145.7105E-02
.04507	37.575	.75637	.9630	.9437	4.21096	169.2383E-02
.05007	38.460	.83758	.9856	.9676	4.02495	153.0004E-02
.05507	38.910	.91879	.9974	.9921	3.41835	100.8659E-02
.06007	39.020	1.00000	1.0000	1.0201	2.64611	94.6421E-03

V = 233.471E-03 + 208.395E-02 YN**1 + -21.858E-01 YN**2 + 888.558E-03 YN**3

A(N) = 683.657E-02 + -73.321E-01 N**1 + 258.313E-02 N**2 + -27.489E-02 N**3

STATION NUMERO * B *

Y	T	YN	UN	V	N	A(N)
.00042	10.339	.02884	.2638	.2977	4.52089	109.3170E-02
.00047	10.482	.02959	.2675	.2992	4.47465	108.7394E-02
.00057	10.797	.03110	.2755	.3023	4.44013	108.3726E-02
.00107	11.788	.03861	.3008	.3173	3.93676	95.63660E-03
.00157	12.703	.04612	.3241	.3320	3.61271	85.37176E-03
.00207	13.931	.05363	.3555	.3465	3.46630	83.28879E-03
.00307	15.428	.06865	.3937	.3747	3.10515	68.64794E-03
.00407	16.759	.08367	.4276	.4020	2.86707	58.21133E-03
.00507	18.030	.09869	.4601	.4283	2.71055	51.30210E-03
.00607	18.801	.11371	.4797	.4537	2.54403	42.68428E-03
.00707	19.725	.12874	.5033	.4781	2.44634	38.02735E-03
.00807	20.578	.14376	.5251	.5017	2.37275	34.51746E-03
.00907	21.142	.15878	.5395	.5244	2.29273	30.44814E-03
.01007	22.026	.17380	.5620	.5462	2.26804	29.41284E-03
.01207	23.134	.20385	.5903	.5874	2.19787	25.81238E-03
.01407	24.357	.23389	.6215	.6254	2.18760	25.10163E-03
.01607	25.368	.26393	.6473	.6604	2.19526	25.05729E-03
.01807	26.479	.29398	.6756	.6926	2.24215	26.90780E-03
.02007	27.376	.32402	.6985	.7221	2.29770	29.1002E-03
.02507	29.817	.39913	.7608	.7951	2.55949	42.16099E-03
.03007	31.894	.47424	.8138	.8348	2.93465	64.82282E-03
.03507	33.800	.54935	.8624	.8738	3.42597	100.2518E-02
.04007	35.486	.62446	.9055	.9045	3.96996	144.6687E-02
.04507	37.046	.69956	.9453	.9295	4.41952	194.8432E-02
.05007	38.121	.77467	.9727	.9512	4.48862	191.8564E-02
.05507	38.835	.84978	.9909	.9723	4.05977	154.2023E-02
.06007	39.114	.92489	.9980	.9952	3.28766	88.91503E-03
.06507	39.191	1.00000	1.0000	1.0225	2.48315	34.59114E-03

V = 237.456E-03 + 215.699E-02 YN**1 + -23.616E-01 YN**2 + 989.691E-03 YN**3

A(N) = 255.467E-02 + -28.696E-01 N**1 + 107.205E-02 N**2 + -10.891E-02 N**3

Distribution de $A(N)$ en fonction de N



Figure: 2

STATION

- 1 ○
- 2 ✓
- 3 ↓
- 4 +
- 5 6
- 6 •
- 7 ↑
- 8 △



1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5

- Δ C0
- \bullet C1
- \odot C2
- $+$ C3

105

5

0

-5

Δ_7

Δ_8

Δ_4

Δ_3

600

650

700

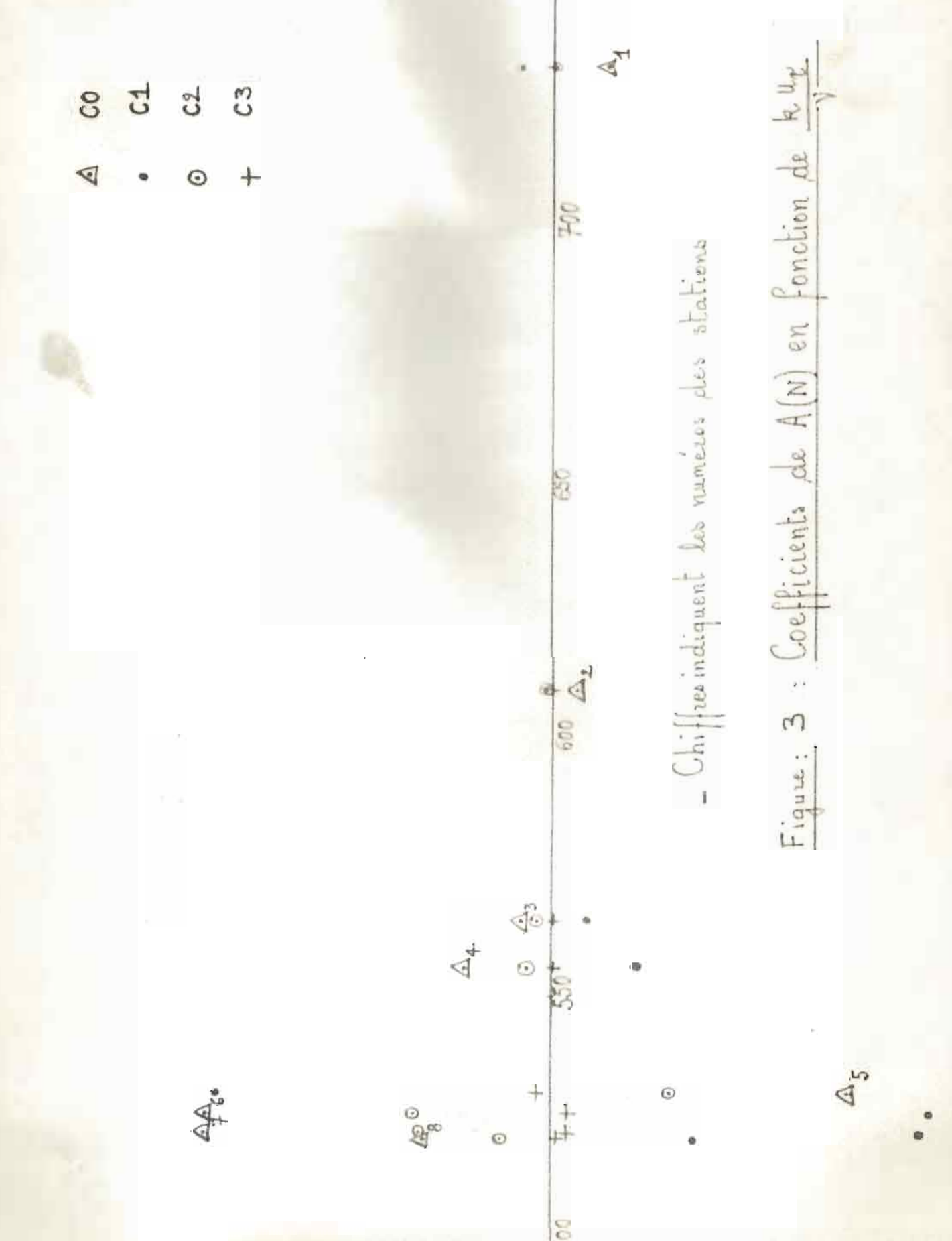
Δ_1

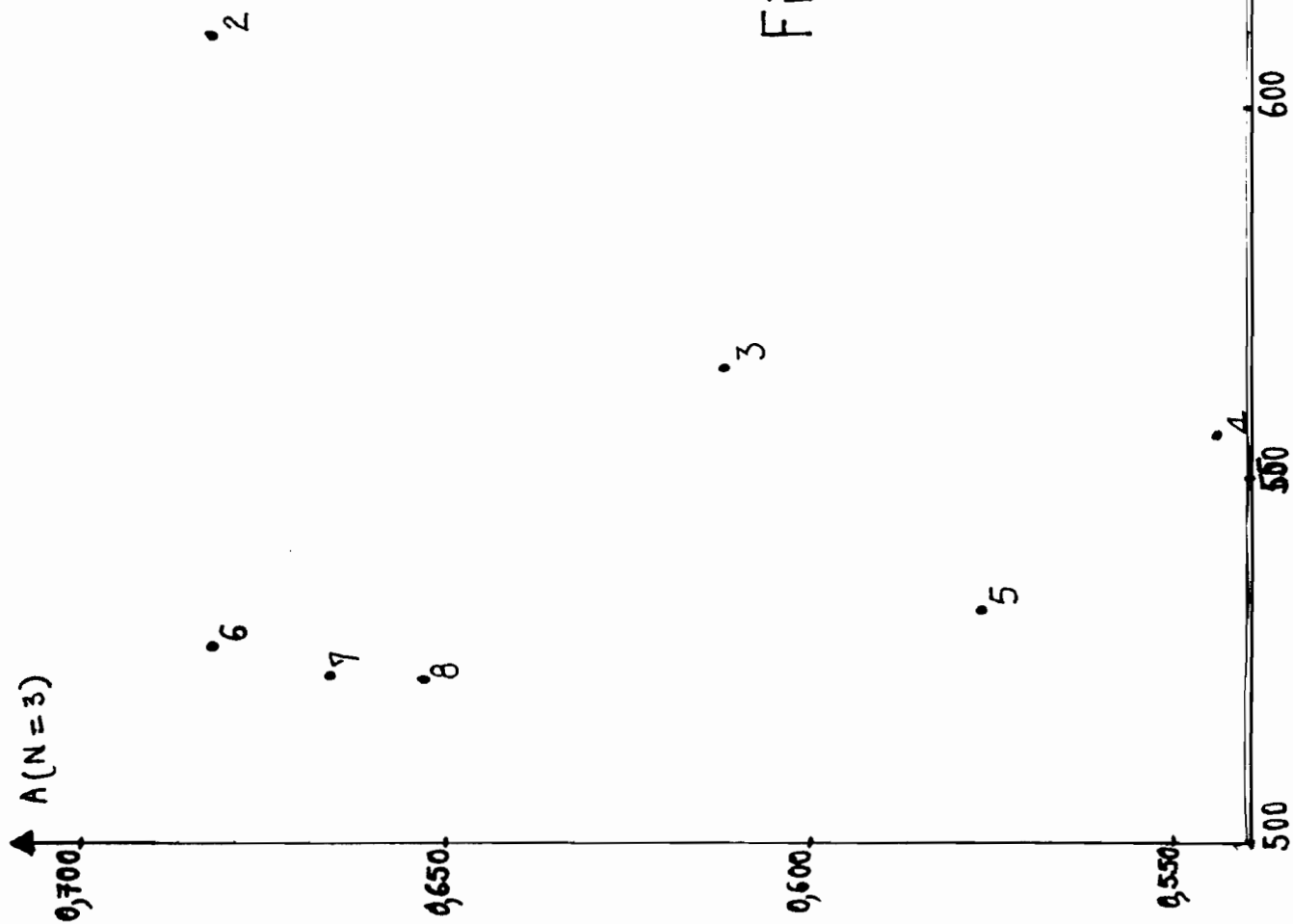
Δ_5

km

- Chiffres indiquent les numéros des stations

Figure: 3 : Coefficients de $A(N)$ en fonction de $\frac{k \cdot L}{v}$





Chiffre: numéro station

Figure: 4 : Distribution de $A(N=3)$

en fonction de $\frac{k\mu}{y}$

CONCLUSION GENERALE

Il ressort de notre étude que :

1) Le profil calculé fournit dans tous les cas une très bonne représentation du profil mesuré. Une erreur maximum de l'ordre de 0,39% a été observée.

2) La détermination du frottement pariétal d'une couche limite sur paroi lisse s'avère fort satisfaisante. Les valeurs confrontées des résultats montrent une parfaite concordance (fig. 1)

3) Dans le cas de la paroi rugueuse, la fonction $A(n)$ n'est pas universelle. La variation en fonction de $(k^+ \nu / \nu)$ de $A(n)$ rend ambiguë une corrélation universelle de $A(n)$. La variation de $A(n)$ en fonction de n laisse croire cependant qu'une fonction de rugosité peut exister et sans mesures directes de traînée pariétale, la recherche d'une telle corrélation paraît vraisemblablement difficile.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Nguyen, D. V. "Mesures dans une couche limite turbulente avec gradient de pression advevés modérés" Thèse de maîtrise, Univ. Laval, Québec, 1972.
- [2] Introduction au langage basic
IBM 5100
- [3] Nguyen, D. V.
Garem, J. H.
Tsen, L. F. "Results on tests over rough wall" Centre d'études aérodynamique et thermique de Poitiers - France, 1974
- [4] Dickinson, J.
Ozarapoglu, V. "The determination of turbulent skin friction" Def. Res. Board of Canada, Progress Report, Grant N° 9550-23, Univ. Laval, Oct. 1968

- [5] Dickinson, J.
Ozarapoglu, V. "The determination of skin friction"
D. R. B. Progress Report, Grant
N: 9550-23, Oct. 1969.
- [6] Patel, V. C. "Calibration of the Preston tube and limitations on its use in pressure gradients"
J. Fluid. Mech., part 1 pp 185-208, 1965
- [7] Ozarapoglu, V.
Dickinson, J. "The universality of the wall law for the wall jets" 11th Congress of Mechanics Basko Polje.
Yugoslavia 1972.
- [8] Dickinson, J. "Some observations on skin friction measurements" Journal de mécanique,
Vol 3, N° 1, Mars 1964.
- [9] Dickinson, J. "The determination of skin friction in two-dimensional turbulent flows" Thèse de doctorat, Univ. Laval, Québec, 1965

- [10] Tran, B. L. "The determination of turbulent skin friction" Thèse de maîtrise, Univ Laval, Quebec 1970.
- [11] Smith, D. W.
Walker, J. H. "Skin friction measurements in incompressible flow"
NACA TN 4231, MARS 1958.
- [12] Nguyen, D. V. "Contributions à l'étude de la détermination du frottement pariétal" Thèse de Doctorat. Univ Laval. Quebec, 1976
- [13] Winter, K. G. "An outline of the techniques available for the measurement of skin friction in turbulent boundary layers" Cours de Von. Karman Institute (bruxelles).