

REPUBLIQUE DU SENEGAL



SAGESSE DEVOIR

GC.0239

Ecole Polytechnique de Thies

PROJET DE FIN D'ETUDES

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR DE CONCEPTION

EN GENIE CIVIL

TITRE: ETALONNAGE D'UNE CAMERA  
NON METRIQUE

AUTEUR : Moussa DIARRA

DIRECTEUR : El Hadj M. MBAYE

JUIN 89

A ma famille

et

à tous mes amis

## REMERCIEMENTS

Nous remercions particulièrement Mr MBAYE pour la disponibilité dont il a fait montre à notre égard et pour la qualité de la documentation qu'il nous a fournie.

Nos remerciements vont également à tous ceux qui nous ont aidé ,d'une façon ou d'une autre ,dans l'accomplissement de ce travail .

## SOMMAIRE

L'objet de ce présent projet de fin d'études est de présenter une technique permettant la détermination précise des coordonnées terrain d'un ensemble de points à partir de mesures faites sur des photographies obtenues à l'aide de caméras non métriques positionnées à la surface de la terre. Cette technique, désignée, par autocalibrage utilise un programme d'ordinateur pour la restitution des objets photographiés.

Dans notre démarche, nous étudierons en premier lieu les éléments de base de l'étalonnage ; éléments dont la connaissance est nécessaire pour mener à bien l'étude d'un problème d'étalonnage.

Par la suite, nous développerons la méthode d'autocalibrage. Développement qui sera suivi de la présentation et de l'analyse de nos différents travaux de simulation qui sont basés sur le programme d'autocalibrage autocal1.

Ce programme, mis au point par Paul Labissonniere et Michel Bolivianne, calcule les paramètres d'orientation intérieure de la chambre de prises de vues, les paramètres d'orientation extérieure des photographies utilisées ainsi que les coordonnées terrain ajustées. En outre le programme donne les précisions sur la détermination de chacun de ces paramètres pré-cités.

## TABLE DES MATIERES

Remerciements.....	III
Sommaire.....	IV
Table des matières.....	V
Liste des tableaux.....	VII
Liste des figures.....	VIII
Chapitre 1: INTRODUCTION.....	1
Chapitre 2: ELEMENTS DE BASE DE L'ETALONNAGE.....	3
2-1 Introduction.....	3
2-2 Equations de colinéarité.....	4
2-3 Erreurs photographiques.....	5
2-3-1 Distorsion de l'objectif.....	7
a°) Distorsion radiale.....	7
b°) Distorsion tangentielle.....	10
2-3-2 Excentricité du point principal.....	11
2-4 Transformation de coordonnées.....	11
2-4-1 Transformation conforme de coordonnées	13
a°) Transformation conforme.....	13
tri-dimensionnelle.....	
b°) Transformation conforme.....	18
bi-dimensionnelle.....	
Chapitre 3: ETALONNAGE DES CHAMBRES PHOTOGRAPHIQUES...	20
3-1 Méthode d'étalonnage en laboratoire.....	20
3-2 Méthode d'étalonnage du terrain.....	21
3-3 Autocalibrage.....	21
3-3-1 Modèle mathématique de l'autocalibrage	22
a°) Aperçu général sur la théorie des...	22
compensations.....	
b°) Formulation du modèle mathématique..	28
b-1°) Existence de points de contrôle	32
b-2°) Paramètres d'orientation.....	33
extérieure.....	
b-3°) Paramètres d'orientation.....	35
intérieure.....	
3-3-2 Expression de la matrice des poids....	39
3-3-3 Compensation par moindres carrés.....	40
a°) Principe des moindres carrés.....	40

b°) Solution par moindres carrés.....	42
c°) Test statistique.....	44
Chapitre 4: DESCRIPTION DES TRAVAUX.....	46
4-1 Description des différents travaux de.....	46
simulation.....	
4-2 Test statistique.....	47
4-3 Présentation des programmes.....	50
4-3-1 Programme d'autocalibrage.....	50
4-3-2 Programme DECK.....	51
4-3-3 Programmes CONTROL et PHOTO.....	51
Chapitre 5: PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS.....	52
5-1 Travaux d'étalonnage.....	52
5-2 Travaux sur la précision de détermination.....	52
des points.....	
Chapitre 6: CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS.....	60
Bibliographie.....	62
Annexe A.....	63
Annexe B.....	69

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4.1	Valeurs initiales et déviations..... standards des paramètres pour les travaux du type 1	48
Tableau 4.2	Valeurs initiales et déviations..... standards des paramètres pour les travaux du type 2	49
Tableau 4.3	Région d'acceptation du facteur..... de variance à postériori	50
Tableau 5.1	Paramètres d'orientation intérieure..... (8 points sur 4 photos)	53
Tableau 5.2	Précision en fonction du nombre de..... de points fixes	56

## LISTE DES FIGURES

Figure 2-1	Illustration de la condition de..... colinéarité	6
Figure 2-2	Distorsion radiale de l'objectif.....	8
Figure 2-3	Réduction des coordonnées photo..... au point principal	12
Figure 5-1	Précision vs nombre de photos.....	55
Figure 5-2	Précision vs nombre de points fixes..... (sur les points fixes seulement)	57
Figure 5-3	Précision vs nombre de points fixes..... (sur tous les points)	58

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

La photogrammétrie, orientée essentiellement vers la cartographie à ses débuts, a connu un rapide développement et s'est imposée, entre autres, comme moyen efficace d'obtenir des informations quantitatives de haute précision dans l'étude d'un phénomène susceptible d'être photographié.

Au fil des années, ses applications non cartographiques se sont multipliées et diversifiées. Ayant pour cause, d'une part, une demande accrue de précision dans de nombreux domaines et, d'autre part, les avantages qu'offre la photogrammétrie et que nous énumérons ci-après:

- dispositif de prises de vues léger ne perturbant pas le phénomène étudié;
- prises de vues instantanées pouvant au besoin être synchronisées avec précision, pouvant aussi, dans certains cas, être multipliées pour suivre l'évolution d'un phénomène plus ou moins rapide;
- exploitation des clichés très souple : cette exploitation est faite en laboratoire et en atelier; le volume de l'information à extraire est fixé par l'utilisateur;

- "archivage" possible des divers états dans la temps d'un phénomène, de façon , en cas de besoin, à pouvoir en chiffrer l'évolution et de reprendre des mesures sur des états antérieurs;
- précision élevée des déterminations.

Des domaines aussi variés que l'ingénierie , l'architecture , la médecine , la géographie , l'océanographie , etc... sont touchés.

Dans cette foulée, la photogrammétrie analytique a connu un grand essor avec l'avènement de l'ordinateur. Par les méthodes analytiques, la reconstitution de la forme et des dimensions des objets photographiés se fait par calculs sur ordinateur sur la base de mesures faites sur les clichés.

Il va de soi que pour les travaux de grande précision l'utilisation des "chambres métriques" est nécessaire. A défaut de tels appareils des caméras non "métriques" bien étalonnées donnent des résultats satisfaisants. Le deuxième cas de figure ci-haut est d'un grand intérêt puisque les caméras utilisées sont très courantes et d'un coût assez abordable. Et, en plus, l'étalonnage de ces dernières, que nous allons faire à l'aide d'un programme d'ordinateur, devrait les rendre aptes à être utilisées pour des travaux de précision.

## CHAPITRE 2

### ELEMENTS DE BASE DE L'ETALONNAGE

Dans ce chapitre, nous aborderons les éléments dont la connaissance est nécessaire pour mener à bien l'étude d'un problème d'étonnage en photogrammétrie.

#### 2-1 INTRODUCTION

La photogrammétrie terrestre est une branche importante de la photogrammétrie. Elle se caractérise par la prise de photographies à partir de caméras positionnées à la surface de la terre. De ce fait, les positions et orientations des caméras peuvent être déterminées de façon directe (mesures) de sorte que les paramètres d'orientation extérieure des photographies, ainsi connus, puissent être utilisés comme connaissances à priori des dits paramètres au moment de l'autocalibrage.

Le terme photogrammétrie à courte distance est utilisé lorsque la profondeur du champ est inférieur ou égal à 100 m.

En photogrammétrie terrestre, les photographies sont obtenues à l'aide de deux types de caméras: les caméras métriques et les caméras non métriques.

Les caméras métriques sont celles dont les paramètres d'orientation intérieure (distance focale, point principal, distorsion des lentilles) sont connus et qui sont conçues pour des fins topographiques ou de mensurations précises.

Les caméras non métriques, quant à elles, sont conçues pour produire des images de qualité et de ce fait les renseignements qu'on en tire sont d'ordre qualitatif.

Cependant l'étalonnage de ces dernières, associé à des schémas de prises de vues bien étudiés, permet de tirer des photos des informations quantitatives d'une bonne fiabilité.

Nous étudions ci-après les éléments qui entrent en jeu dans l'étalonnage d'une caméra.

## 2-2 EQUATIONS DE COLINEARITE

Des équations utilisées en photogrammétrie, les équations de colinéarité sont parmi les plus utiles. Ces équations, reliant les coordonnées terrain aux coordonnées photographiques, constituent la base de l'autocalibrage.

Elles sont dérivées de la condition de colinéarité qui stipule que:

le centre de perspective, un point objet ainsi que son point image sont alignés (voir fig.2-1).

Ces équations se présentent sous la forme:

$$x_a = -f \frac{m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Z_A - Z_L) + m_{13}(Y_L - Y_A)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Z_A - Z_L) + m_{33}(Y_L - Y_A)} \quad (2-1a)$$

$$y_a = -f \frac{m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Z_A - Z_L) + m_{23}(Y_L - Y_A)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Z_A - Z_L) + m_{33}(Y_L - Y_A)} \quad (2-1b)$$

(ref. Paul R. Wolf: elements of photogrammetry)

dù: les  $m_{ij}$  sont les éléments de la matrice de rotation

$x_a, y_a$  sont les coordonnées photo du point image de A

$X_A, Y_A, Z_A$  sont les coordonnées terrain du point A

$X_L, Y_L, Z_L$  sont les coordonnées terrain du centre de perspective

### 2-3 LES ERREURS PHOTOGRAPHIQUES

Ce sont des erreurs qui suivent des lois mathématiques ou physiques. Une bonne connaissance de leur cause et de leur évolution permet de calculer les corrections à apporter et donc de les "éliminer".

Ces erreurs ont pour causes:

- la déformation (rétrécissement et agrandissement) du film
- la distorsion des lentilles (objectif)
- l'excentricité du point principal



-la courbure de la croûte terrestre

-etc...

Cependant ,dans le cas particulier de notre étude ,seules la distorsion des lentilles et l'erreur dans la détermination du point principal ont une influence non négligeable sur les valeurs de mesures.

### 2-3-1 DISTORSION DE L'OBJECTIF

La distorsion de l'objectif se présente sous deux formes:la distorsion radiale et la distorsion tangentielle .Elle est la cause de la détérioration des proportions géométriques des images.

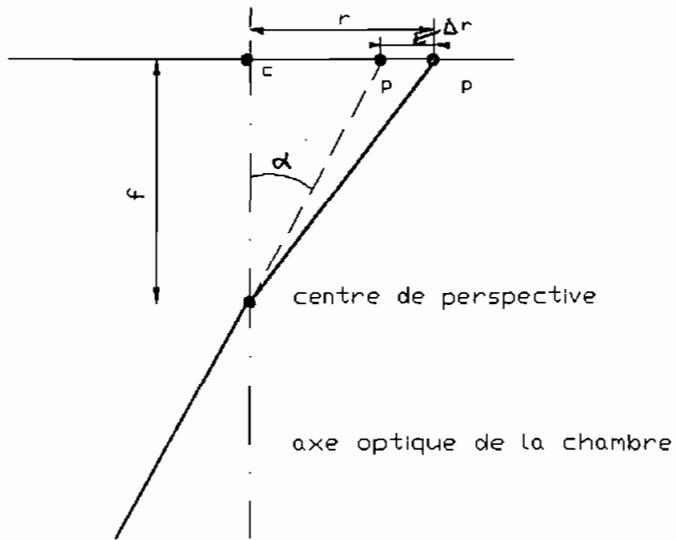
#### a°) DISTORSION RADIALE

Elle est responsable de la déformation (raccourcissement ou allongement) suivant les directions radiales (voir fig.2-2).

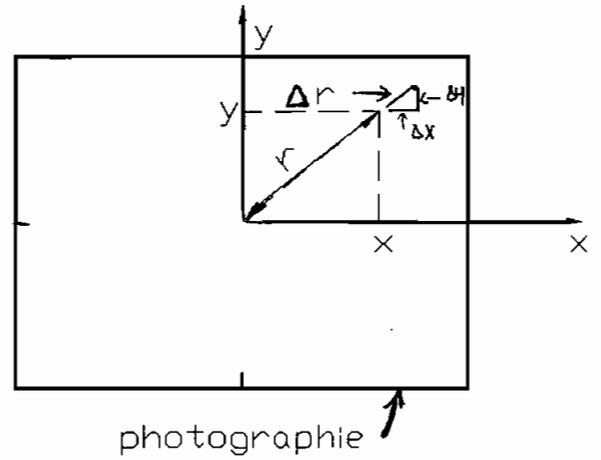
La distorsion radiale  $\Delta r$  est obtenue en fonction des coordonnées  $x,y$  ou en fonction de la distance radiale  $r$ .

Elle se calcule par l'une des trois méthodes suivantes:

- lecture sur la courbe de distorsion établie après étalonnage
- interpolation à partir de tables établies également après étalonnage



a-distorsion radiale de l'objectif



b-composantes de la distorsion radiale

Figure 2.2 : Distorsion radiale de l'objectif

-méthode numérique se prêtant bien à un calcul sur ordinateur qui consiste à expliciter le polynôme qui épouse le mieux la courbe de distorsion.

Ce polynôme a la forme suivante:

$$\Delta r = k_1 r + k_2 r^3 + k_3 r^5 + \dots \quad (2-2)$$

avec :  $\Delta r$  = distorsion radiale de la lentille à la distance radiale  $r$  du point principal

$k_1$  = coefficient définissant la forme de la courbe

Comme l'indique la relation 2-2, on a ordinairement un polynôme d'ordre impair. Une analyse permet de fixer le nombre de termes suffisants .

On corrige les coordonnées en appliquant les relations:

$$x' = x(1 - \Delta r / r) = x(1 - k_1 - k_2 r^2 - k_3 r^4 \dots) \quad (2-3a)$$

$$y' = y(1 - \Delta r / r) = y(1 - k_1 - k_2 r^2 - k_3 r^4 \dots) \quad (2-3b)$$

Les procédures ,énumérées ci-dessus ,supposent que la distorsion radiale est symétrique autour du point principal. Cette hypothèse n'est pas rigoureusement vraie mais elle conduit à des résultats satisfaisants pour la plupart des travaux photogrammétriques.

Pour les travaux instrumentaux on peut éliminer la distorsion

de l'objectif par un accessoire ou l'autre tel que:

un objectif de la même distorsion étant utilisé pour les dispositifs ou pour la projection (le principe Porro-Koppe)

les plaques compensatrices dans les instruments de restitution.

c°) autre installation quelconque (la came ,etc...).

#### b°) DISTORSION TANGENTIELLE

Elle est responsable du déplacement des points images suivant une direction perpendiculaire aux lignes radiales.

Elle a pour cause un mauvais centrage des lentilles

La distorsion tangentielle peut être exprimée par:

$$\Delta x = [p_1(r^2+2x^2)+2p_2xy][1+p_3r^2+p_4r^4+\dots] \quad (2-4a)$$

$$\Delta y = [2p_1xy+p_2(r^2+2Y^2)][1+p_3r^2+p_4r^4+\dots] \quad (2-4b)$$

où:

$\Delta x, \Delta y$  = composantes de la distorsion tangentielle

$r$  = distance radiale

$p_1 \dots p_4$  = paramètres des distorsions tangentielles

La distorsion tangentielle ,très petite (de l'ordre de 5µm) est souvent négligée dans les travaux courants en photogrammétrie aérienne.

### 2-3-2 EXCENTRICITE DU POINT PRINCIPAL

Du fait que le centre géométrique ,donné habituellement par les repères de fond de chambre ,et le point principal d'une photo ne sont pas nécessairement confondus ;il est important de déterminer le point principal avec précision et de réduire les coordonnées photo à ce point (voir fig.2-4 ) suivant les relations:

$$x'_a = x_a - x_o \quad (2-5a)$$

$$y'_a = y_a - y_o \quad (2-5b)$$

où:

$x'_a, y'_a$ =coordonnées du point 'a' par rapport au point principal

$x_a, y_a$ =coordonnées photo du point 'a' par rapport au centre géométrique

$x_o, y_o$ =coordonnées photo du point principal par rapport au centre géométrique de la photo

### 2-4 TRANSFORMATIONS DE COORDONNEES

Un des problèmes fréquemment rencontrés en photogrammétrie est le passage d'un système de coordonnées rectangulaire à un autre.

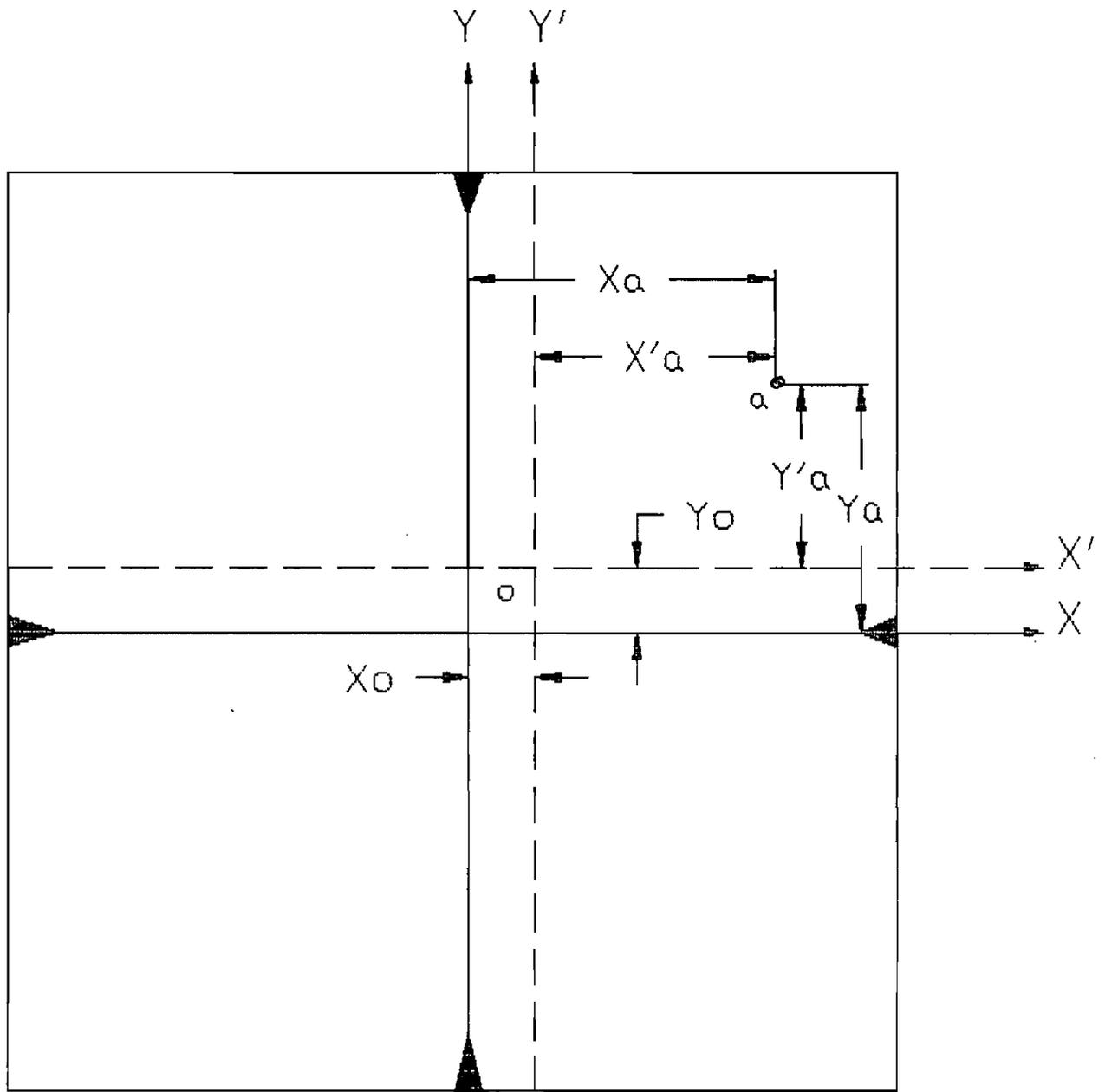


FIG 2.3: Reduction des coordonnees photo au point principal

En effet la méthodologie couramment utilisée consiste à déterminer, d'abord, les coordonnées des points inconnus dans un système de référence judicieusement choisi puis de transformer ces coordonnées en coordonnées absolues ou coordonnées terrain.

Cette procédure exige la connaissance préalable des coordonnées, dans les deux systèmes, d'un certain nombre de points appelés points d'appui .

Dans cette section nous aborderons les transformations conformes tri-dimensionnelle et bi-dimensionnelle .

#### 2-4-1 TRANSFORMATION CONFORME DE COORDONNEES.

Un système de transformation de coordonnées est dit conforme si les angles entre deux segments de droite sont conservés après la transformation.

##### a°) TRANSFORMATION CONFORME TRI-DIMENSIONNELLE

Une transformation de coordonnées tri-dimensionnelle consiste en un passage d'un système de coordonnées tri-dimensionnel xyz à un autre système de coordonnées tri-dimensionnel XYZ.

Ceci se fera au moyen d'équations de transformation . Lesquelles seront exprimées en fonction de sept facteurs de transformation indépendants : trois angles de rotation,  $\omega$  ( $\omega$ ),  $\phi$  ( $\phi$ )

et  $\kappa(k)$  ; un facteur d'échelle,  $(s)$  ; et trois facteurs de translation,  $T_x, T_y, T_z$  .

Les équation de transformation se présentent sous la forme :

$$X = s(m_{11}x + m_{21}y + m_{31}z) + T_x \quad (2-6a)$$

$$Y = s(m_{12}x + m_{22}y + m_{32}z) + T_y \quad (2-6b)$$

$$Z = s(m_{13}x + m_{23}y + m_{33}z) + T_z \quad (2-6c)$$

(voir Paul R. Wolf Elements of photogrammetry)

où les  $m_{ij}$  sont les éléments de la matrice de rotation M.

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$

avec:

$$m_{11} = \cos\phi \cos\kappa$$

$$m_{12} = \sin\omega \sin\phi \cos\kappa + \cos\omega \sin\kappa$$

$$m_{13} = -\cos\omega \sin\phi \cos\kappa + \sin\omega \sin\kappa$$

$$m_{21} = -\cos\phi \sin\kappa$$

$$m_{22} = -\sin\omega \sin\phi \sin\kappa + \cos\omega \cos\kappa$$

$$m_{23} = \cos\omega \sin\phi \sin\kappa + \sin\omega \cos\kappa$$

$$m_{31} = \sin\phi$$

$$m_{32} = -\sin\omega \cos\phi$$

$$m_{33} = \cos\omega \cos\phi$$

Les équations 2-6 contiennent sept inconnues (paramètres) qui sont les facteurs de transformation définis précédemment. Une solution unique est obtenue pour les inconnues (paramètres) si les coordonnées  $x, y$  de deux points du plan horizontal et la coordonnée  $z$  de trois points du plan vertical sont connus dans les deux systèmes.

Par ailleurs si le nombre d'observations (coordonnées) est supérieur au nombre minimum d'observations (7) pour définir de façon unique le système de transformation; il y a redondance d'observations et une compensation est dès lors nécessaire .

Supposons que trois points P,Q,R, ont leurs coordonnées connues dans les deux systèmes ; alors 9 équations du type 2-6 peuvent être écrites.

De ces équations si on élimine les facteurs de translation par soustraction deux à deux de ces équations on obtient :

$$X_P - X_Q = s[m_{11}(x_P - x_Q) + m_{21}(y_P - y_Q) + m_{31}(z_P - z_Q)] = F_Q \quad (2-7a)$$

$$Y_P - Y_Q = s[m_{12}(x_P - x_Q) + m_{22}(y_P - y_Q) + m_{32}(z_P - z_Q)] = G_Q \quad (2-7b)$$

$$Z_P - Z_Q = s[m_{13}(x_P - x_Q) + m_{23}(y_P - y_Q) + m_{33}(z_P - z_Q)] = H_Q \quad (2-7c)$$

$$X_P - X_R = s[m_{11}(x_P - x_R) + m_{21}(y_P - y_R) + m_{31}(z_P - z_R)] = F_R \quad (2-7d)$$

$$Y_P - Y_R = s[m_{12}(x_P - x_R) + m_{22}(y_P - y_R) + m_{32}(z_P - z_R)] = G_R \quad (2-7e)$$

$$Z_P - Z_R = s[m_{13}(x_P - x_R) + m_{23}(y_P - y_R) + m_{33}(z_P - z_R)] = H_R \quad (2-7f)$$

Après linéarisation par le développement de Taylors au premier

degré , les équations 2-7 donnent sous forme matricielle :

$$\begin{matrix} 6 & 4 & 4 & 1 \\ A & \cdot & \Delta X & = L + V_c \\ 6 & 4 & 1 & 6 & 1 & 6 & 1 \end{matrix} \quad (2-8)$$

avec:

A une matrice (6x4) dont les éléments sont définis comme  
6 4  
suit:

$$a_{11} = m_{11}(x_p - x_q) + m_{21}(y_p - y_q) + m_{31}(z_p - z_q)$$

$$a_{12} = 0$$

$$a_{13} = [(-\sin\phi\cos\kappa)(x_p - x_q) \sin\kappa(y_p - y_q) + \cos\phi(z_p - z_q)]s$$

$$a_{14} = [m_{21}(x_p - x_q) - m_{11}(y_p - y_q)]s$$

$$a_{21} = m_{12}(x_p - x_q) + m_{22}(y_p - y_q) + m_{32}(z_p - z_q)$$

$$a_{22} = [-m_{13}(x_p - x_q) - m_{23}(y_p - y_q) - m_{33}(z_p - z_q)]s$$

$$a_{23} = [(\sin\omega\cos\phi\cos\kappa)(x_p - x_q) + (-\sin\omega\cos\phi\sin\kappa)(y_p - y_q) + (\sin\omega\sin\phi)(z_p - z_q)]s$$

$$a_{24} = [m_{22}(x_p - x_q) - m_{12}(y_p - y_q)]s$$

$$a_{31} = m_{13}(x_p - x_q) + m_{23}(y_p - y_q) + m_{33}(z_p - z_q)$$

$$a_{32} = [m_{12}(x_p - x_q) + m_{22}(y_p - y_q) + m_{32}(z_p - z_q)]s$$

$$a_{33} = [(-\cos\omega\cos\phi\cos\kappa)(x_p - x_q) + (\cos\omega\cos\phi\sin\kappa)(y_p - y_q) + (-\cos\omega\sin\phi)(z_p - z_q)]s$$

$$a_{34} = [m_{23}(x_p - x_q) - m_{13}(y_p - y_q)]s$$

$$a_{41} = m_{11}(x_p - x_r) + m_{21}(y_p - y_r) + m_{31}(z_p - z_r)$$

$$a_{42} = 0$$

$$a_{43} = [(-\sin\phi\cos\kappa)(x_p - x_r) \sin\kappa(y_p - y_r) + \cos\phi(z_p - z_r)]s$$

$$a_{44} = [m_{21}(x_p - x_r) - m_{11}(y_p - y_r)]s$$

$$a_{51} = m_{12}(x_p - x_r) + m_{22}(y_p - y_r) + m_{32}(z_p - z_r)$$

$$a_{32} = [-m_{13}(x_p - x_r) - m_{23}(y_p - y_r) - m_{33}(z_p - z_r)]s$$

$$a_{33} = [(\sin w \cos \phi \cos k)(x_p - x_r) + (-\sin w \cos \phi \sin k)(y_p - y_r) + (\sin w \sin \phi)(z_p - z_r)]s$$

$$a_{34} = [m_{22}(x_p - x_r) + m_{12}(y_p - y_r)]s$$

$$a_{41} = m_{13}(x_p - x_r) + m_{23}(y_p - y_r) + m_{33}(z_p - z_r)$$

$$a_{42} = [m_{12}(x_p - x_r) + m_{22}(y_p - y_r) + m_{32}(z_p - z_r)]s$$

$$a_{43} = [(-\cos w \cos \phi \cos k)(x_p - x_r) + (\cos w \cos \phi \sin k)(y_p - y_r) + (-\cos w \sin \phi)(z_p - z_r)]s$$

$$a_{44} = [m_{23}(x_p - x_r) - m_{13}(y_p - y_r)]s$$

$$\text{et } \Delta X = \begin{bmatrix} ds \\ dw \\ d\phi \\ dk \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} (X_p - X_0) - (F_q)_0 \\ (Y_p - Y_0) - (G_q)_0 \\ (Z_p - Z_0) - (H_q)_0 \\ (X_p - X_0) - (F_r)_0 \\ (Y_p - Y_0) - (G_r)_0 \\ (Z_p - Z_0) - (H_r)_0 \end{bmatrix}$$

$V_c$  = vecteur des résiduelles.

$$V_e = \begin{bmatrix} V_{xq} \\ V_{yq} \\ V_{zq} \\ V_{xr} \\ V_{yr} \\ V_{zr} \end{bmatrix}$$

Les paramètres  $s, w, \phi, k$  ainsi que leurs précisions et celles des observations sont déterminées à l'aide des techniques de compensation par moindres carrés.

Les autres paramètres  $T_x, T_y, T_z$  sont par la suite obtenus aisément en transformant les équations 2-6.

D'où :

$$T_x = X - s(m_{11}x + m_{21}y + m_{31}z) \quad (2-9a)$$

$$T_y = Y - s(m_{12}x + m_{22}y + m_{32}z) \quad (2-9b)$$

$$T_z = Z - s(m_{13}x + m_{23}y + m_{33}z) \quad (2-9c)$$

Tous les paramètres de transformation étant connus; les coordonnées XYZ de tout point dont les coordonnées xyz sont connues sont déterminées facilement à l'aide des équations 2-6.

#### b°) TRANSFORMATION CONFORME BI-DIMENSIONNELLE

Le système de transformation de coordonnées bi-dimensionnelle est une simplification du système tri-dimensionnel. En faisant  $w \neq 0$  et  $z =$  une constante quelconque dans les équations de transformation du système tri-dimensionnel 2-6, on obtient les équations de transformation bi-dimensionnelle qui se présentent comme suit:

$$X = s(x \cos k - y \sin k) + T_x \quad (2-10a)$$

$$Y = s(x \sin k + y \cos k) + T_y \quad (2-10b)$$

Les équations 2-10 contiennent 4 inconnues: l'angle de rotation  $k$ , le facteur d'échelle  $s$  et les translations  $T_x$  et  $T_y$ . Une solution unique est obtenue si deux points ont leurs coordonnées connues dans les deux systèmes.

Si on dispose de plus de deux points, il y a redondance d'observations et le problème peut être solutionné par la technique de compensation par moindres carrés.

## CHAPITRE 3

### ETALONNAGE DES CHAMBRES PHOTOGRAPHIQUES

L'étalonnage consiste en la détermination précise des paramètres de la géométrie interne des chambres de prises de vues c'est à dire les éléments d'orientation interne de la chambre qui sont: la distance focale  $f$ , le point principal  $x_0, y_0$ , les paramètres de distorsion radiale  $K_1, K_2, K_3$  et distorsion tangentielle  $P_1, P_2, P_3$ .

La connaissance de ces dits paramètres est nécessaire pour les travaux où une bonne précision est exigée.

Différentes méthodes d'étalonnage ont été développées en photogrammétrie : les méthodes d'étalonnage en laboratoire, les méthodes d'étalonnage du terrain, et l'autocalibrage.

#### 3-1 METHODES D'ETALONNAGE EN LABORATOIRE

Ces méthodes utilisent des goniomètres sans recourir à la photographie du terrain. Mais l'équipement spécial qu'elles utilisent et les coûts qu'elles représentent font d'elles l'apanage des

constructeurs de chambres de prises de vue ou de certaines agences gouvernementales (pays du nord) .

### 3-2 METHODES D'ETALONNAGE DU TERRAIN

Ces méthodes consistent à déterminer ,par calcul,les caractéristiques de la chambre à partir des photographies du terrain dans lesquelles sont placés des repères dont la position est préalablement déterminée avec haute précision .

### 3-3 AUTOCALIBRAGE

Cette méthode consiste à mesurer d'abord les coordonnées ,sur plusieurs photographies ,d'un certain nombre de points apparaissant sur chacune d'elles .

L'utilisation d'un modèle mathématique adéquat permet ensuite de déterminer les paramètres dont l'influence est contenue dans les mesures .

Par rapport aux méthodes précédentes l'autocalibrage présente les avantages suivants :

Elle ne nécessite ni un équipement spécial et coûteux ,ni la détermination sur le terrain de contrôles absolus.

Son modèle mathématique permet l'exploitation judicieuse de l'information connue à priori sur les différents paramètres ,grâce

à l'introduction de contraintes fonctionnelles et de poids.

Sa flexibilité et son accessibilité en font un outil puissant et utilisable dans la plupart des laboratoires de photogrammétrie.

### 3-3-1 MODELE MATHEMATIQUE DE L'AUTOCALIBRAGE

#### a°) APERCU GENERAL SUR LA THEORIE DES COMPENSATIONS

"Le but de toute science expérimentale est de définir les éléments qui permettront de décrire un être ou un phénomène physique afin de connaître son comportement ou les relations qui le lient à son environnement ou de vérifier la validité de certaines théories physiques."

Ces éléments ou quantités peuvent être en général groupés en deux catégories:

Les éléments ou quantités qu'on peut mesurer directement et qu'on appelle les observations ou mesures

Les éléments qu'on ne peut pas observer directement appelés les paramètres

L'évaluation de ces paramètres constitue très souvent le principal objectif de l'expérience. Elle s'effectue en exprimant mathématiquement les relations qui existent entre ces paramètres et les observations.

Ces relations, définissant ce qu'on appelle un modèle mathématique, sont basées sur des lois physiques ou géométrique.

Si on dénote par X les paramètres et par L les quantités mesurées le modèle mathématique peut être présenté sous la forme:

$$F(X,L)=0 \quad (3-1)$$

Le modèle mathématique peut être simple ou très complexe dépendamment de la simplicité ou de la complexité du phénomène étudié.

Puisque les observations ont toujours un caractère aléatoire, la détermination exacte (valeur vraie) des éléments (observations et paramètres) constituant un modèle mathématique donné ne peut, pratiquement, jamais être réalisée.

Afin de minimiser ces erreurs et d'accroître la précision avec laquelle seront déterminés les paramètres inconnus, on effectue habituellement des observations en nombre surabondant c'est à dire que l'on effectue un nombre de mesures plus grand que celui requis pour la détermination des paramètres inconnus.

Le problème qui en résulte est que le modèle mathématique devient "surdéterminé" et plusieurs solutions sont dès lors possibles.

Le but des compensations est de traiter le modèle mathématique surdéterminé de façon à obtenir une solution unique (si elle existe) pour les paramètres et d'établir leur précision de même que celle des mesures.

On a vu précédemment qu'un modèle mathématique peut être représenté sous la forme:  $F(X,L)=0$

où:  $X$  est un vecteur de  $u$  éléments fonctionnellement indépendants  $(x_1, x_2, \dots, x_u)$  représentant les variables à déterminer (paramètres)

$L$  est un vecteur de  $n$  éléments fonctionnellement indépendants  $(l_1, l_2, \dots, l_n)$  représentant les observations

$F$  est un ensemble de  $r$  fonctions indépendantes  $(f_1, f_2, \dots, f_r)$

Pour un modèle mathématique donné, il existe toujours un nombre minimum de variables distinctes et fonctionnellement indépendantes qui permet de définir d'une façon unique le modèle mathématique.

Si on dénote par  $n_0$  le nombre minimum de variables fonctionnellement indépendantes et par  $n_{ob}$  le nombre d'observations fonctionnellement indépendantes définies par  $L$ ; trois situations peuvent se présenter.

1°)  $n_{ob} < n_0$  le modèle mathématique sera indéterminé.

2°)  $n_{ob} = n_0$  le modèle mathématique sera déterminé d'une façon unique.

3°)  $n_{ob} > n_o$  il ya redondance d'observations et le modèle mathématique sera surdéterminé; donc une compensation est nécessaire.

La différence  $v = n_{ob} - n_o$  est appelée degré de liberté de la redondance ou nombre de degré de liberté.

Il est important de noter qu'il est indispensable que ces observations se rapportent au nombre minimum de variables aléatoires distinctes, fonctionnellement indépendantes nécessaires pour la solution d'une expérience donnée.

Le modèle mathématique servant de base à la solution du problème de compensation est défini par un ensemble de fonctions indépendantes dont le nombre est déterminé en fonction du degré de redondance et du nombre de paramètres à déterminer.

Appelons par "r" le nombre de fonctions indépendantes du modèle mathématique. Ce nombre se calcule comme suit:

$$r = v + u$$

$$\text{ou } r = n_{ob} - n_o + u$$

De cette deuxième équation il apparait que le nombre de paramètres doit être limité à  $u = n_o$ . Si  $u > n_o$ , "r" devient plus grand que  $n_{ob}$  et une solution est impossible.

Deux cas limites peuvent se présenter :

1°)  $u = n_0$  (nombre maximum de paramètres)

On obtient  $r = n$ .

Le modèle mathématique peut prendre la forme  $L = F(X)$

si on peut exprimer chaque observation en fonction des paramètres.

2°)  $u = 0$  (il n'y a pas de paramètres).

On obtient  $r = v$

Le modèle mathématique aura la forme  $F(L) = C$

Dans le cas général ;  $0 < u < n_0$  ou  $v < r < n$  le modèle mathématique se présente sous la forme :

$$F(L, X) = 0$$

Si on dénote par  $L_m$  la valeur estimée pour  $L$  à partir des mesures ; le problème de compensation consistera à déterminer un nouvel estimé  $L_c$  pour  $L$  de façon à déterminer d'une manière unique le modèle mathématique qui s'écrira alors :

$$F(X_c, L_c) = 0 \quad (3-2)$$

ou  $L_c = F(X_c) \quad (3-3)$

ou encore  $F(L_c) = C \quad (3-4)$

où :  $X_c$  est l'estime obtenu pour  $X$  à partir de  $L_c$

Si on dénote par  $V_c = L_c - L_m$  (vecteur des résiduelles).

On peut également écrire:

$$F(X_c, L_m + V_c) = 0$$

$$L_m + V_c = F(X_c)$$

$$F(L_m + V_c) = C$$

Très souvent, le modèle mathématique n'est pas linéaire; il faut alors le linéariser à l'aide du développement en série de Taylor au premier degré près afin de pouvoir appliquer le critère des moindres carrés.

Soit:

$$F(L_m, X^0) + \frac{\partial F}{\partial X} \bigg|_{X^0, L_m} (X_c - X^0) + \frac{\partial F}{\partial L_m} \bigg|_{X^0, L_m} (L_c - L_m) = 0$$

où:

$L_m$  = vecteur des observations  
(n, 1)

$L_c$  = vecteur des observations compensées ou vecteur des  
(n, 1)  
estimés par moindres carrés des observations

$V_c$  = vecteur des estimés par moindres carrés des  
(n, 1)  
résiduelles

$$V_c = L_c - L_m$$

(n, 1) (n, 1) (n, 1)

$X_c$  = vecteur des estimés par moindres carrés des  
(u, 1)  
paramètres

$X^0$  = vecteur des valeurs approximatives des paramètres  
(u, 1)

Si on dénote par :

$$A = \frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{X^0, L_m} \quad (r, u)$$

$$B = \frac{\partial F}{\partial L_m} \Big|_{X^0, L_m} \quad (r, n)$$

$$\Delta X = X_e - X^0 \quad (u, 1) \quad (u, 1) \quad (u, 1)$$

$$W = F(L_m, X^0) \quad (r, 1)$$

La forme linéarisée du modèle sera :

$$A \cdot \Delta X + B \cdot V_e + W = 0 \quad (3-5)$$

(r, u) (u, 1) (r, n) (n, 1) (r, 1) (r, 1)

ou

$$V_e = A \cdot \Delta X + W \quad (3-6)$$

(n, 1) (n, u) (u, 1) (n, 1)

ou encore

$$B \cdot V_e + W = 0 \quad (3-7)$$

(r, n) (n, 1) (r, 1) (r, 1)

Il faudra choisir les valeurs approximatives  $X^0$  de façon adéquate, c'est à dire de façon à ce que les termes du second degré soient négligeables dans le développement en série de Taylor.

Si tel n'est pas le cas, il incombe de reprendre les calculs de compensation en utilisant comme valeur approximative  $X^0$  la valeur estimée  $X_e$ .

b°) FOMULATION DU MODELE MATHEMATIQUE

Les équations de colinéarité présentées à la section 2-2 reposent sur la condition de colinéarité et servent de base au modèle mathématique de l'autocalibrage que nous allons présenter dans cette section .

Ces équations sont les suivantes :

$$x_a - x_o = -f \frac{m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Z_A - Z_L) + m_{13}(Y_L - Y_A)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Z_A - Z_L) + m_{33}(Y_L - Y_A)}$$

$$y_a - y_o = -f \frac{m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Z_A - Z_L) + m_{23}(Y_L - Y_A)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Z_A - Z_L) + m_{33}(Y_L - Y_A)}$$

Les variables apparaissant sont définies précédemment dans la section 2-2.

Il est important de noter que le modèle mathématique qui découle de ces équations est parfaitement justifié du point de vue géométrique. Cependant dans la pratique des modifications sont nécessaires pour tenir compte des conditions d'observation, de l'imperfection des appareils utilisés ainsi que celle des opérateurs.

Toutefois, dans le cadre de notre étude, les corrections se rapportent essentiellement à la distorsion des lentilles ( $\Delta X, \Delta Y$ ) et aux observations (résiduelles:  $V_x, V_y$ ).

D'où les relations:

$$x_c - x_o = x_m + v_x - \Delta x - x_o \quad (3-8a)$$

$$y_c - y_o = y_m + v_y - \Delta y - y_o \quad (3-8b)$$

avec :  $x_c, y_c$  = coordonnées photo vraies (compensées)

$x_m, y_m$  = coordonnées photo observées

$v_x, v_y$  = résiduelles sur les observations

$\Delta x, \Delta y$  = influence des distorsions radiale et tangentielle

Les équations 3-8 peuvent s'écrire sous la forme fonctionnelle suivante:

$$x_c - x_o = f_1(x_m + v_x; y_c + v_y; I_1 \dots I_9; E_1 \dots E_6; X_i, Y_i, Z_i) \quad (3-9a)$$

$$y_c - x_o = f_2(x_m + v_x; y_c + v_y; I_1 \dots I_9; E_1 \dots E_6; X_i, Y_i, Z_i) \quad (3-9b)$$

où :

$I_i$  = paramètre d'orientation interne

$E_i$  = paramètre d'orientation externe

$X_i, Y_i, Z_i$  = coordonnées terrain du point  $i$

Les équations 3-9 étant non linéaires ; on les linéarise à l'aide du développement en série de Taylor au premier degré. Une solution de ces équations est obtenue par un procédé itératif.

Pour déterminer les paramètres inconnus des équations 3-9, il faut effectuer des mesures sur plusieurs photographies.

Appelons  $n$  le nombre de photographies sur lesquelles sont effectuées les mesures et  $m$  le nombre de points apparaissant sur chacune de ces photos .

Les équations d'observation sous forme matricielle se présentent comme suit , après linéarisation :

$$V + A^i \Delta^i + A^e \Delta^e + A^t \Delta^t = \epsilon \quad (3-10)$$

où :

Les dimensions dans l'équation 3-3 sont:

$(2mn, 1)$ ;  $(2mn, 9)$ ;  $(9, 1)$ ;  $(2mn, 6n)$ ;  $(6n, 1)$ ;  $(2mn, 3m)$ ;  $(3m, 1)$ ;  $(2mn, 1)$

$i, e, t$  réfèrent respectivement aux paramètres d'O.I, d'O.E, et aux coordonnées terrain des points considérés.

$V$  = vecteur des résiduelles sur les observations

$\Delta^i$  = vecteur des corrections aux éléments d'orientation interne

$\Delta^e$  = " " " " externe

$\Delta^t$  = " " " coordonnées terrain des points

$A^i$  = matrice des dérivés partielles des paramètres d'orientation interne

$A^e$  = matrice des dérivés partielles des paramètres d'orientation externe .

$A^t$  = matrice des dérivés partielles des coordonnées terrain .

$\epsilon$  = écart entre les équations 3-9 évalués avec les observations puis avec leurs estimés.

La possibilité d'avoir des connaissances à priori sur les paramètres nécessite l'introduction des contraintes fonctionnelles sur les paramètres .

## b-1 EXISTENCE DE POINTS DE CONTROLE

Supposons que , par un procédé de levé quelconque , les coordonnées terrain d'un point j soient connues .On obtient :

$$(X_c)_j = (X_m)_j + V_x$$

$$(Y_c)_j = (Y_m)_j + V_y$$

$$(Z_c)_j = (Z_m)_j + V_z$$

où :

$(X_c)_j, (Y_c)_j, (Z_c)_j$  sont les coordonnées terrain vraies (compensées)

$(X_m)_j, (Y_m)_j, (Z_m)_j$  sont les coordonnées terrain observées

$V_x, V_y, V_z$  sont les résiduelles sur les observations

D'autre part, les coordonnées du point j sont des paramètres dans l'équation 3-10 .D'où :

$$(X_c)_j = (X^o)_j + \Delta X$$

$$(Y_c)_j = (Y^o)_j + \Delta Y$$

$$(Z_c)_j = (Z^o)_j + \Delta Z$$

avec :  $(X^o)_j, (Y^o)_j, (Z^o)_j$  = valeurs approximatives des coordonnées terrain du point j

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  = corrections aux coordonnées terrain

Par conséquent il vient :

$$(X_m)_j + V_x = (X^o)_j + \Delta X$$

$$(Y_m)_j + V_y = (Y^o)_j + \Delta Y$$

$$(Z_m)_j + V_z = (Z^o)_j + \Delta Z$$

En réarrangeant les termes il vient :

$$V_x - \Delta X = (X^o)_j - (X_m)_j$$

$$V_y - \Delta Y = (Y^o)_j - (Y_m)_j$$

$$V_z - \Delta Z = (Z^o)_j - (Z_m)_j$$

Ce sont les équations d'observation pour les coordonnées mesurées du point j

Sous forme matricielle on a :

$$\begin{matrix} t & t & t \\ V_j - \Delta_j = \epsilon_j & (3-11) \end{matrix}$$

#### b-2 PARAMETRES D'ORIENTATION EXTERIEURE

Les équations d'observation pour les paramètres d'orientation extérieure sont obtenues de la même manière que précédemment.

Dénotons par  $(w_m)_i, (\phi_m)_i, (k_m)_i, (X_o)_i, (Y_o)_i, (Z_o)_i$  les valeurs mesurées des paramètres d'orientation extérieure de la photographie i et par  $(V_w)_i, (V_\phi)_i, (V_k)_i, (V_{X_o})_i, (V_{Y_o})_i, (V_{Z_o})_i$  leurs résiduelles correspondantes .

Les valeurs exactes de ces paramètres s'expriment comme suit :

$$(w_c)_i = (w_m)_i + (V_w)_i$$

$$(\phi_c)_i = (\phi_m)_i + (V_\phi)_i$$

$$\begin{aligned} \langle k_e \rangle_i &= \langle k_m \rangle_i + \langle V_k \rangle_i \\ \langle X_{oe} \rangle_i &= \langle X_{om} \rangle_i + \langle V_{Xo} \rangle_i \\ \langle Y_{oe} \rangle_i &= \langle Y_{om} \rangle_i + \langle V_{Yo} \rangle_i \\ \langle Z_{oe} \rangle_i &= \langle Z_{om} \rangle_i + \langle V_{Zo} \rangle_i \end{aligned}$$

Considérant ces 6 éléments comme paramètres on obtient :

$$\begin{aligned} \langle w_e \rangle_i &= \langle w^o \rangle_i + \langle \Delta w \rangle_i \\ \langle \phi_e \rangle_i &= \langle \phi^o \rangle_i + \langle \Delta \phi \rangle_i \\ \langle k_e \rangle_i &= \langle k^o \rangle_i + \langle \Delta k \rangle_i \\ \langle X_{oe} \rangle_i &= \langle X_{o^o} \rangle_i + \langle \Delta X_o \rangle_i \\ \langle Y_{oe} \rangle_i &= \langle Y_{o^o} \rangle_i + \langle \Delta Y_o \rangle_i \\ \langle Z_{oe} \rangle_i &= \langle Z_{o^o} \rangle_i + \langle \Delta Z_o \rangle_i \end{aligned}$$

D'où les équations d'observation pour les paramètres d'orientation extérieure :

$$\begin{aligned} \langle V_w \rangle_i - \langle \Delta w \rangle_i &= \langle w_m \rangle_i - \langle w^o \rangle_i \\ \langle V_\phi \rangle_i - \langle \Delta \phi \rangle_i &= \langle \phi_m \rangle_i - \langle \phi^o \rangle_i \\ \langle V_k \rangle_i - \langle \Delta k \rangle_i &= \langle k_m \rangle_i - \langle k^o \rangle_i \\ \langle V_{Xo} \rangle_i - \langle \Delta X_o \rangle_i &= \langle X_{om} \rangle_i - \langle X_{o^o} \rangle_i \\ \langle V_{Yo} \rangle_i - \langle \Delta Y_o \rangle_i &= \langle Y_{om} \rangle_i - \langle Y_{o^o} \rangle_i \\ \langle V_{Zo} \rangle_i - \langle \Delta Z_o \rangle_i &= \langle Z_{om} \rangle_i - \langle Z_{o^o} \rangle_i \end{aligned}$$

Ou encore :

$$\begin{matrix} e & e & e \\ V & - \Delta & = \epsilon \\ (6,1) & (6,1) & (6,1) \end{matrix} \quad (3-12)$$

### b-3 PARAMETRES D'ORIENTATION INTERIEURE

De même, on obtient les équations suivantes pour les éléments d'orientation intérieure

$$Vx_0 - \Delta x_0 = x_{0m} - x_{0^0}$$

$$Vy_0 - \Delta y_0 = y_{0m} - y_{0^0}$$

$$Vf - \Delta f = f_m - f^0$$

$$Vk_1 - \Delta k_1 = k_{1m} - k_{1^0}$$

$$Vk_2 - \Delta k_2 = k_{2m} - k_{2^0}$$

$$Vk_3 - \Delta k_3 = k_{3m} - k_{3^0}$$

$$Vp_1 - \Delta p_1 = p_{1m} - p_{1^0}$$

$$Vp_2 - \Delta p_2 = p_{2m} - p_{2^0}$$

$$Vp_3 - \Delta p_3 = p_{3m} - p_{3^0}$$

ou encore:

$$V - \Delta = \epsilon \quad (3-13)$$

Si on a  $m$  photographies et  $n$  points apparaissant à la fois sur chacune d'elles ; on peut écrire les équations d'observation 3-10:

$$V + A \cdot \Delta + A \cdot \Delta + A \cdot \Delta = \epsilon$$

Ces équations doivent être complétées par les équations d'observation sur les paramètres pour tenir compte des contraintes fonctionnelles .

Afin de rendre le modèle aussi général que possible , on supposera qu'on dispose de connaissance A priori sur tous les paramètres. D'où les équations d'observation sur les paramètres suivantes :

$$\begin{matrix} t \\ \vee \\ (3m,1) \end{matrix} - \begin{matrix} t \\ \Delta \\ (3m,1) \end{matrix} = \begin{matrix} t \\ \epsilon \\ (3m,1) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} e \\ \vee \\ (6n,1) \end{matrix} - \begin{matrix} e \\ \Delta \\ (6n,1) \end{matrix} = \begin{matrix} e \\ \epsilon \\ (6n,1) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} i \\ \vee \\ (9,1) \end{matrix} - \begin{matrix} i \\ \Delta \\ (9,1) \end{matrix} = \begin{matrix} i \\ \epsilon \\ (9,1) \end{matrix}$$

En combinant les équations 3-10,3-11,3-12et 3-13 on obtient un modèle mathématique plus complet.Ce modèle est le suivant :

$$\vee + A \cdot \begin{matrix} i \\ i \end{matrix} + A \cdot \begin{matrix} e \\ e \end{matrix} + A \cdot \begin{matrix} t \\ t \end{matrix} = \epsilon \quad (3-14a)$$

$$\begin{matrix} t \\ \vee \end{matrix} - \begin{matrix} t \\ \Delta \end{matrix} = \begin{matrix} t \\ \epsilon \end{matrix} \quad (3-14b)$$

$$\begin{matrix} e \\ \vee \end{matrix} - \begin{matrix} e \\ \Delta \end{matrix} = \begin{matrix} e \\ \epsilon \end{matrix} \quad (3-14c)$$

$$\begin{matrix} i \\ \vee \end{matrix} - \begin{matrix} i \\ \Delta \end{matrix} = \begin{matrix} i \\ \epsilon \end{matrix} \quad (3-14d)$$

Sous forme matricielle on a :

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ V \\ \vdots \\ i \\ V \\ \vdots \\ e \\ V \\ \vdots \\ t \\ V \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vdots \\ i & e & t \\ A & A & A \\ \vdots \\ -1 & 0 & 0 \\ \vdots \\ 0 & -1 & 0 \\ \vdots \\ 0 & 0 & -1 \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ i \\ \vdots \\ i \\ \Delta \\ \vdots \\ e \\ \Delta \\ \vdots \\ t \\ \Delta \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \epsilon \\ \vdots \\ i \\ \epsilon \\ \vdots \\ e \\ \epsilon \\ \vdots \\ t \\ \epsilon \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\text{ou } \bar{V} + \bar{A} \cdot \bar{\Delta} = \bar{\epsilon} \quad (3-15)$$

On a vu précédemment que pour un modèle mathématique donné, il existe un nombre minimum  $n_0$  de variables distinctes et fonctionnellement indépendantes qui permettent de définir de façon unique le modèle mathématique.

On a vu également que si le nombre d'observations, que nous avons dénoté  $n_{ob}$ , est supérieur à  $n_0$ , le modèle mathématique est surdéterminé et une compensation est nécessaire.

Pour le modèle mathématique de l'autocalibrage défini par l'équation 3-15, la connaissance des 9 paramètres d'orientation intérieure, des  $6n$  paramètres d'orientation extérieure et des  $3m$  coordonnées terrain des points permet de définir de façon unique le modèle mathématique.

$$\text{D'où } n_0 = 9 + 6n + 3m \quad (3-16)$$

Ce nombre donne également le nombre de paramètres  $u$

$$\text{Donc } u = 9 + 6n + 3m \quad (3-17)$$

On a les équations d'observation suivantes :

$2mn$  coordonnées photo

$9$  paramètres d'orientation interne

$6n$  paramètres d'orientation extérieure

$3m$  coordonnées terrain

$$\text{D'où } n_{ob} = 2mn + 9 + 6n + 3m \quad (3-18)$$

$n_{ob}$  étant plus grand que  $n_o$ , il y a surabondance d'observations et on peut appliquer le critère des moindres carrés:  
 $(V_c)^T P V_c = \text{minimum}$

Le nombre de degré de liberté est donné par :

$$v = n_{ob} - n_o = 2mn + 9 + 6n + 3m - (9 + 6n + 3m)$$

$$\text{D'où } v = 2mn \quad (3-19)$$

Le nombre d'équations " $r$ " fonctionnellement indépendantes définissant le modèle mathématique est donné par :

$$r = v + u = 2mn + 9 + 6n + 3m \quad (3-20)$$

Le nombre de variables  $n_v$  du modèle est :

$$\begin{aligned}
 n_v &= u + n_{ob} \\
 &= (9+6n+3m) + (2mn+9+6n+3m) \quad (3-21)
 \end{aligned}$$

### 3-3-2 EXPRESSIN DE LA MATRICE DES POIDS

Dans le modèle mathématique ainsi obtenu, on a considéré que l'on dispose de connaissances à priori sur tous les paramètres. Or ceci est très rarement vérifié dans la pratique. On tient compte de cet état de fait et de la précision avec laquelle sont connues les autres variables en introduisant des contraintes de poids.

Le poids d'une variable est une mesure de la fiabilité de la valeur qui lui est octroyée. Il est inversement proportionnel à la précision :  $P = \frac{(\sigma_o)^2}{\sigma^2}$  avec  $(\sigma_o)^2 =$  facteur d'échelle  
 $\sigma^2 =$  variance de la variable

Ainsi donc, les variables qui sont connues avec une bonne précision auront un grand poids, tandis que les paramètres inconnus seront affectés d'un très faible poids.

La matrice des poids, P, liée au système d'équations d'observations et de contraintes est composée de sous-matrices et elle est structurée de la même façon que la matrice des résiduelles sur les coordonnées photo observées, les paramètres d'orientation interne, les paramètres d'orientation externe et les coordonnées terrain des points.

Elle se présente sous la forme :

$$P = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ P & 0 & 0 & 0 \\ & i & & \\ 0 & P & 0 & 0 \\ & & e & \\ 0 & 0 & P & 0 \\ & & & t \\ 0 & 0 & 0 & P \end{pmatrix}$$

Où:

0  
P = sous matrice des poids des observations  
i

P = sous-matrice des poids des paramètres d'orientation intérieure

e  
P = sous-matrice des poids des paramètres d'orientation extérieure

t  
P = sous-matrice des poids des coordonnées terrain des points

### 3-3-3 COMPENSATION PAR MOINDRES CARRES

#### a°) PRINCIPE DES MOINDRES CARRES

Par suite de la redondance d'observations, il existe une infinité de possibilités d'estimer  $L_c$  (ou  $V_c$ ) qui vont satisfaire le modèle mathématique. Parmi toutes ces possibilités, il existe un estimé qui, en plus d'être compatible avec le modèle  $F(L_c, X_c) = 0$ , satisfait un autre critère qu'on appelle: le principe des moindres carrés.

Ce principe vise à assurer que le nouvel estimé  $L_e$  se rapproche le plus possible de l'estimé  $L_m$ , prenant en considération leurs caractéristiques aléatoires. Un tel critère est logique puisque  $L_m$  est le meilleur estimé dont on dispose bien qu'il ne soit pas compatible avec le modèle mathématique à cause de la surabondance.

Il en résulte donc que les corrections (résiduelles)  $V_e$  que l'on veut apporter à  $L_m$  pour le rendre compatible avec le modèle mathématique devront être aussi petites que possibles.

Le principe des moindres carrés se traduit par la minimisation de la fonction:  $\phi = (V_e)^T P V_e$

$V_e$  = vecteur des résiduelles

$P = \sigma^2 (\Sigma_L)^{-1} = (Q_L)^{-1}$  = matrice des poids des observations.

L'application du principe des moindres carrés consiste donc à rechercher parmi tous les estimés possibles de  $V_e$  (ou  $L_e$ ) celui qui rendra  $\phi = (V_e)^T P V_e$  minimum.

Cette condition est appelée condition des moindres carrés.

Par ailleurs, l'application des moindres carrés ne nécessite pas la connaissance préalable de la distribution associée aux observations. Il est seulement nécessaire de connaître la matrice des poids des observations  $P$  ou  $(Q_L)^{-1}$ .

Ceci s'explique par la première propriété de la moyenne arithmétique: "la moyenne arithmétique d'un échantillon d'une variable aléatoire est l'estimé qui va donner une variance minimum."

## b°) SOLUTION PAR MOINDRS CARRES

Le système d'équations normales se présente comme suit (voir GAGNON P. notes de cours de compensations géodésiques U.L.):

$$-P. \bar{V} + \bar{K} = 0 \quad (3-22a)$$

$$\bar{A}^T. \bar{K} = 0 \quad (3-22b)$$

$$\bar{V} + \bar{A}. \bar{\Delta} = \bar{\epsilon} \quad (3-22c)$$

Où encore sachant que:  $\bar{K} = -P(\bar{A}. \bar{\Delta} - \bar{\epsilon})$  (3-23)

$$(\bar{A}^T. P. \bar{A}) \bar{\Delta} = \bar{A}^T. P. \bar{\epsilon} \quad (3-24a)$$

$$\bar{V} + \bar{A}. \bar{\Delta} = \bar{\epsilon} \quad (3-24b)$$

D'où:

$$\bar{\Delta} = (\bar{A}^T. P. \bar{A})^{-1}. \bar{A}^T. P. \bar{\epsilon} \quad (3-25)$$

$$\bar{V} = [\bar{A}(\bar{A}^T. P. \bar{A})^{-1}. \bar{A}^T. P + I]. \bar{\epsilon} \quad (3-26)$$

Se rappelant que  $L_c = L_m + V_c$ , on obtient les observations compensées par l'expression :

$$\bar{L}_c = \bar{L}_m + [\bar{A}(\bar{A}^T. P. \bar{A})^{-1}. \bar{A}^T. P + I] \bar{\epsilon} \quad (3-27)$$

De même on a :  $\bar{X}_c = \bar{X}^o + \bar{\Delta}$

D'où, tenant compte de l'équation 3-25

$$\bar{X}_c = \bar{X}^o + (\bar{A}^T. P. \bar{A})^{-1}. \bar{A}^T. P. \bar{\epsilon} \quad (3-28)$$

## MATRICES DES VARIANCES-COVARIANCES DES DIFFERENTS ESTIMES

Elles sont données par les expressions qui suivent:

$$\bar{\Sigma}_{\Delta} = (\sigma_o)^2 \bar{Q}_{\Delta} = (\sigma_o)^2 (\bar{A}^T P \bar{A})^{-1} \quad (3-29)$$

Sachant que  $\bar{X}_c = \bar{X}^o + \bar{\Delta}$ , on aura que:

$$\bar{Q}_{X_c} = \bar{Q}_{\Delta}$$

$$\text{Donc: } \bar{\Sigma}_{X_c} = \bar{\Sigma}_{\Delta} = (\sigma_o)^2 (\bar{A}^T P \bar{A})^{-1} \quad (3-30)$$

$$\bar{\Sigma}_{K_c} = (\sigma_o)^2 \bar{Q}_{K_c} = (\sigma_o)^2 P [I - \bar{A} (\bar{A}^T P \bar{A})^{-1} \bar{A}^T P] \quad (3-31)$$

$$\bar{\Sigma}_{V_c} = (\sigma_o)^2 \bar{Q}_{V_c} = (\sigma_o)^2 [I - \bar{A} (\bar{A}^T P \bar{A})^{-1} \bar{A}^T P] P^{-1} \quad (3-32)$$

$$\bar{\Sigma}_{L_c} = (\sigma_o)^2 \bar{Q}_{L_c} = (\sigma_o)^2 [P^{-1} - [I - \bar{A} (\bar{A}^T P \bar{A})^{-1} \bar{A}^T P]] P^{-1} \quad (3-33)$$

#### ESTIMATEUR DU FACTEUR DE VARIANCE $(\sigma_o)^2$

L'estimateur de  $(\sigma_o)^2$  est donné par :

$$(\sigma_{eo})^2 = \frac{V^T P V}{r - u} = \frac{V^T P V}{v} \quad (3-35)$$

#### ESTIMES DES MATRICES DE VARIANCES-COVARIANCES DES ESTIMES PAR MOINDRES CARRES

Les estimés des matrices de variances-covariances des paramètres et des observations compensés sont donnés respectivement par:

$$(\bar{\Sigma}_{X_c})_c = (\sigma_{eo})^2 \bar{Q}_{X_c} = (\sigma_{eo})^2 (\bar{A}^T P \bar{A})^{-1} \quad (3-36)$$

$$(\bar{\Sigma}_{L_c})_c = (\sigma_{eo})^2 \bar{Q}_{L_c}$$

$$= (\sigma_{eo})^2 [P^{-1} - (I - \bar{A} (\bar{A}^T P \bar{A})^{-1} \bar{A} P)] P^{-1} \quad (3-37)$$

c°) TEST STATISTIQUE

Pour évaluer la fiabilité des résultats obtenus par moindres carrés on utilise habituellement le test de khi-deux ( $\chi^2$ ). Il s'agira de vérifier la compatibilité entre le facteur de variance à priori et le facteur de variance à postériori.

On pose l'hypothèse  $H_0 : (\sigma_0)^2 = (\sigma_{co})^2$

contre l'hypothèse  $H_1 : (\sigma_0)^2 \neq (\sigma_{co})^2$

Pour un niveau de risque de  $\alpha\%$  les limites du test sont:

$$Z_{\chi^2, \nu, \alpha/2} \cdot \sigma_0^2 / \nu < \sigma_{co}^2 < Z_{\chi^2, \nu, (1-\alpha/2)} \cdot \sigma_0^2 / \nu$$

schéma du processus de traitement par moindres carrés d'un problème de compensation.

Identification des variables.  
But de l'expérience.

|

Vérification de la surabondance .  
 $n_{ob} - n_o = > 0 ?$

|

Vérification des observations (correction des erreurs systématiques) et définition de la matrice des poids.  
 $P = (\sigma_o)^2 (\Sigma L_m)^{-1} = (Q L_m)^{-1}$

|

Formulation du modèle mathématique ;  
 $0 < u < n_o \quad F(X_c, L_c) = 0 \quad r = v + u$   
 $u = 0 \quad F(L_c) = 0 \quad r = v$   
 $u = n_o \quad L_c = F(X_c) \quad r = n$

|

Evaluation des valeurs approchées  $X^o$ .

|

Linéarisation du modèle mathématique .  
 $A \cdot X_c + B \cdot V_c + W = 0$   
 $B \cdot V_c + W = 0$   
 $V_c = A \cdot X_c + W$

|

Application du critère des moindres carrés .  
Formulation des équations normales .  
Estimateurs pour  $\Delta X, V_c, K_c, X_c, L_c, (\sigma_o)^2$

|

Propagation des variances-covariances pour chaque estimateur.

|

calcul des matrices de variances-covariances et analyse statistique.

## CHAPITRE 4

### DESCRIPTION DES TRAVAUX

#### 4-1 DESCRIPTION DES DIFFERENTS TRAVAUX DE SIMULATION

Au moment où nous terminons ce travail ,le laboratoire de photographie de l'école n'est pas encore tout à fait fonctionnel ;à cause principalement d'un retard dans la réception des commandes en équipements lancées au courant de cette année académique.

Aussi les prises de vues qui avaient été prévues dans le cadre de notre travail n'ont pas pu être réalisées.

D'un autre côté ,des données pour l'autocalibrage ne sont pas disponible au service du cadastre .

Ces deux raisons nous ont conduit à utiliser des données tirées de la bibliographie: (GHOSH 1987) .

Avec ces données ,nous avons fait plusieurs simulations de cas d'intérêt pratique.Ces travaux sont de deux types:

Le premier type est en rapport avec la détermination des paramètres de la géométrie intérieure des chambres de prises de vues et concerne donc l'étalonnage proprement dit. Pour ce cas ,les

paramètres d'orientation extérieure doivent être connus avec la meilleure précision disponible .De même ,seuls des points d'appui dont les coordonnées terrain ont été soigneusement déterminées , seront utilisés. Ces paramètres seront affectés d'un poids très fort tandisque ,les paramètres d'orientation intérieure ,qui sont ici les véritables inconnues ,auront un poids faible.

Le tableau 4-1 donne les valeurs initiales utilisées. Pour ce type d'expérience nous avons utilisé huit (8) points sur quatre (4) photos.

Les travaux du type deux (2) cherchent ,d'une part ,à mettre en évidence l'effet ,sur la précision de détermination des coordonnées terrestres de points ,d'une augmentation du degré de liberté par l'augmentation du nombre de photos,et,d'autre part ,à faire une étude comparative de la précision sur les coordonnées en fonction du nombre de points considérés comme fixes (points d'appui) .

Les travaux du premier cas sont faits avec huit (8) points considérés fixes; le nombre de photos variant de deux (2) à quatre (4). Le cas deux est fait avec un nombre fixe de quatre (4) photos alors que le nombre de points fixes varie de deux (2) à huit (8).

Le tableau 4.2 donne les valeurs initiales utilisées.

#### 4-2 TEST STATISTIQUE

Le test sur le facteur de variance développé dans le chapitre 3 est utilisé pour évaluer la fiabilité des résultats.

TABLEAU 4.1

Valeurs initiales et déviations standards des paramètres pour  
les travaux du type 1.

Paramètres	Valeurs	Ec. type
Obs. x,y	-----	0.1* mm
Orient. int.		
x <sub>0</sub>	0	1 mm
y <sub>0</sub>	0	1 mm
f	59.09 mm	1 mm
K <sub>1</sub> ,K <sub>2</sub> ,K <sub>3</sub>	0	0.0001
P <sub>1</sub> ,P <sub>2</sub> ,P <sub>3</sub>	0	0.0001
Orient. ext.		
X <sub>0</sub>	-----	0.01 m
Y <sub>0</sub>	-----	0.01 m
Z <sub>0</sub>	-----	0.01 m
w	-----	0.01 rad
φ	-----	0.01 rad
k	-----	0.01 rad
Points d'appui		
X	-----	5.10 <sup>-5</sup> m
Y	-----	5.10 <sup>-5</sup> m
Z	-----	5.10 <sup>-5</sup> m

\*les données ... contenaient 5µm comme valeur d'écart-type sur les coordonnées photo. Avec cette valeur le facteur de variance à posteriori ne vérifie pas le test de Khi-deux sur le facteur de variance. Ce qui doit mener au rejet des valeurs trouvées. Par contre, une valeur d'écart-type sur les observations de 0.1 mm aboutit à des facteurs de variance qui vérifie le test et à des précisions bien meilleures.

Ceci nous a conduit à la conclusion que; la contrainte de poids imposée sur les observations photographiques dans le premier cas (5 µm) est erronée.

Pour nos travaux nous avons donc utilisé une valeur d'écart-type de 0.1 mm sur les coordonnées photo.

TABLEAU 4.2

Valeurs initiales et déviations standards des paramètres pour les travaux du type 2.

Paramètre	CAS 1		CAS 2	
	Valeurs	Ec. type	Valeurs	Ec. type
Obs. x,y	-----	0.1 mm	-----	0.1 mm
Orient. int.				
$x_0$	0	1 mm	0	1 mm
$y_0$	0	1 mm	0	1 mm
f	58.09 mm	1 mm	59.09 mm	1 mm
$K_1, K_2, K_3$	0	0.0001	0	0.0001
$P_1, P_2, P_3$	0	0.0001	0	0.0001
Orient. ext.				
$X_0$	-----	0.01 m	-----	0.01 m
$Y_0$	-----	0.01 m	-----	0.01 m
$Z_0$	-----	0.01 m	-----	0.01 m
w	-----	0.01 rad	-----	0.01 rad
$\phi$	-----	0.01 rad	-----	0.01 rad
k	-----	0.01 rad	-----	0.01 rad
Points d'appui				
X	-----	$5 \cdot 10^{-8}$ m	-----	$5 \cdot 10^{-8}$ m
Y	-----	$5 \cdot 10^{-8}$ m	-----	$5 \cdot 10^{-8}$ m
Z	-----	$1 \cdot 10^{-4}$ m	-----	$1 \cdot 10^{-4}$ m
Points * inconnus				
X			-----	0.1 m
Y			-----	0.1 m
Z			-----	0.1 m

\* nous désignons par points inconnus les points dont les coordonnées terrain sont inconnues et qu'on cherche à déterminer.

Les valeurs limites du facteur de variance à postériori sont données dans le tableau 4.3 pour un niveau de risque  $\alpha = 5\%$ .

Tableau 4.3

Régions d'acceptation du facteur de variance à postériori

Degré de liberté $\nu$	Régions d'acceptation
64	$0.68 < (\sigma_{co})^2 < 1.37$
48	$0.64 < (\sigma_{co})^2 < 1.44$
32	$0.57 < (\sigma_{co})^2 < 1.54$

#### 4-3 PRESENTATION DES PROGRAMMES

##### 4-3-1 PROGRAMME D'AUTOCALIBRAGE

L'étalonnage comme précédemment défini consiste en la détermination précise des paramètres d'orientation intérieure des chambres de prises de vues. La connaissance des dits paramètres permet le calcul des coordonnées terrain à partir de mesures faites sur des photographies.

Le programme autocal1 calcule simultanément les caractéristiques des chambres de prises de vues, les coordonnées terrain ainsi que les précisions qui leur sont associées.

Ce programme reçoit pour input les données d'un fichier appelé "LECTURE.DAT" dans lequel les données ont été confi-

gérées suivant un format compatible avec le programme autocali par le programme deck.

Les output, dans le fichier "ECRIS1.DAT" sont les résultats de la dernière itération dont le nombre est fixé au préalable dans le fichier "LECTURE1.DAT". Ces résultats sont les différents estimés par moindres carrés et leur précision. Il s'agit (voir Annexe A):

- de l'estimé du facteur de variance  $(\sigma_0)^2$ ;
- des paramètres d'orientation interne;
- des paramètres d'orientation externe;
- des paramètres d'orientation extérieure de chaque photo
- des coordonnées terrain des points.

#### 4-3-2 PROGRAMME DECK (voir Annexe B)

Le programme deck rassemble les données du fichier des points de contrôle et celles des fichiers photo qu'il organise sous une forme utilisable par le programme autocali.

#### 4-3-3 PROGRAMMES CONTROL ET PHOTO (voir Annexe B)

Les programmes control et photo forment respectivement les fichiers des points de contrôle et des coordonnées photo à partir des données introduites manuellement.

## CHAPITRE 5

### PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS

Dans ce chapitre ,nous présenterons puis analyserons les résultats obtenus lors de nos travaux.

Les résultats seront donnés sous forme de tableaux et de graphiques.

#### 5-1 TRAVAUX D'ETALONNAGE

Les résultats de ces travaux sont présentés dans le tableau 5.1.

La valeur du facteur de variance à postériori est de 1.36 pour ces travaux. Cette valeur est dans la région d'acceptation (tableau 4.3) de l'hypothèse nulle  $H_0$  qui dit que les facteurs de variance à priori et à postériori sont égaux.

#### 5-2 TRAVAUX SUR LA PRECISION DE DETERMINATION DES POINTS

Dans ce volet ,nous étudions d'une part l'effet de la variation du nombre de photos et d'autre part celui de la variation du

TABLEAU S.1

Paramètres d'orientation intérieure  
( 8 points sur 4 photos )

Paramètres	Valeurs	Dev. standards
$x_0$	0.80 mm	0.30 mm
$y_0$	-0.10 mm	0.34 mm
$f$	-49.23 mm	0.29 mm
$K_1$	----	----
$K_2$	----	----
$K_3$	----	----
$P_1$	----	----
$P_2$	----	----
$P_3$	----	----

NOTE: les paramètres de distorsion ne sont pas affichés par le programme . Celui-ci les calcule mais ne les affiche pas .Il aurait fallu modifier le programme en conséquence. Le temps ne nous a permis de le faire .

nombre de points fixes sur la précision de détermination des coordonnées terrain de points.

L'évaluation de la précision sur les coordonnées (X,Y,Z) est faite en calculant pour chaque coordonnée la moyenne des écart-types obtenus.

La figure 5.1 donne la précision moyenne sur les coordonnées terrain en fonction du nombre de photos. Cette figure indique que la précision de détermination des coordonnées terrain de points s'améliore avec le nombre de photos utilisées.

Le tableau 5.2 donne la précision moyenne des coordonnées terrain en fonction du nombre de points fixes dans le cas où la moyenne des écart-types est évaluée sur les points fixes seulement et dans celui où elle l'est sur tous les points.

La figure 5.2 indique l'écart-type moyen sur les coordonnées des points fixes en fonction du nombre de ces derniers.

L'observation de cette figure montre que les coordonnées d'un poids fort varient peu lorsqu'elles sont mises avec d'autres coordonnées de faible poids.

La figure 5.3 donne la précision moyenne sur tous les points en fonction du nombre de points fixes. De cette figure il ressort que l'écart-type moyen sur tous les points diminue lorsque le nombre de points fixes augmente.

FIG 5.1

PRECISION VS NOMBRE DE PHOTOS

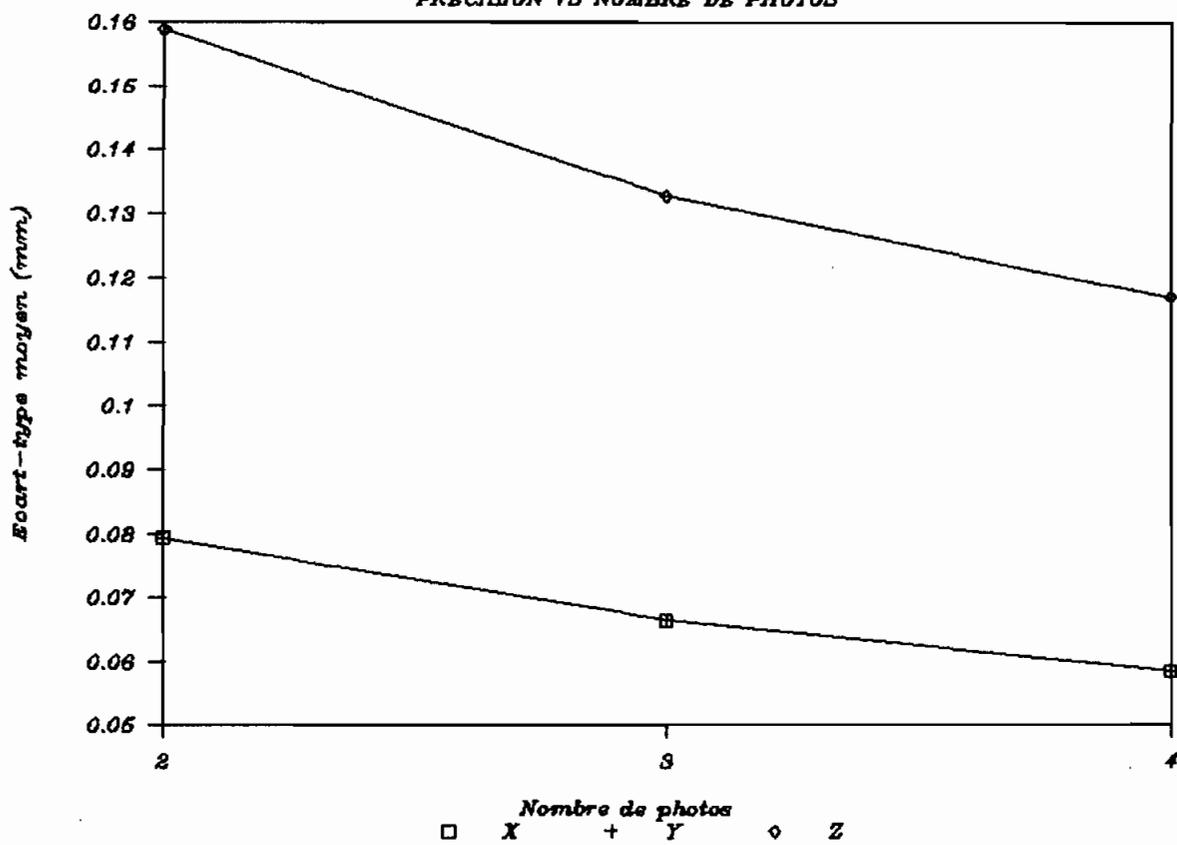


TABLEAU 5.2

Précision en fonction du nombre de points fixes.  
(valeurs en mm)

## 1. STATISTIQUE SUR LES POINTS FIXES SEULEMENT

points fixes	X	Y	Z
	Dev. std	Dev. std	Dev. std
2	0.057	0.057	0.114
4	0.057	0.057	0.115
6	0.058	0.058	0.116
8	0.058	0.058	0.117

## 2. STATISTIQUE SUR TOUS LES POINTS

points fixes	X	Y	Z
	Dev. std	Dev. std	Dev. std
2	1.426	1.450	2.532
4	0.876	0.873	1.627
6	0.444	0.443	0.865
8	0.058	0.058	0.117

FIG 5.2

PRECISION VS NOMBRE DE POINTS FIXES

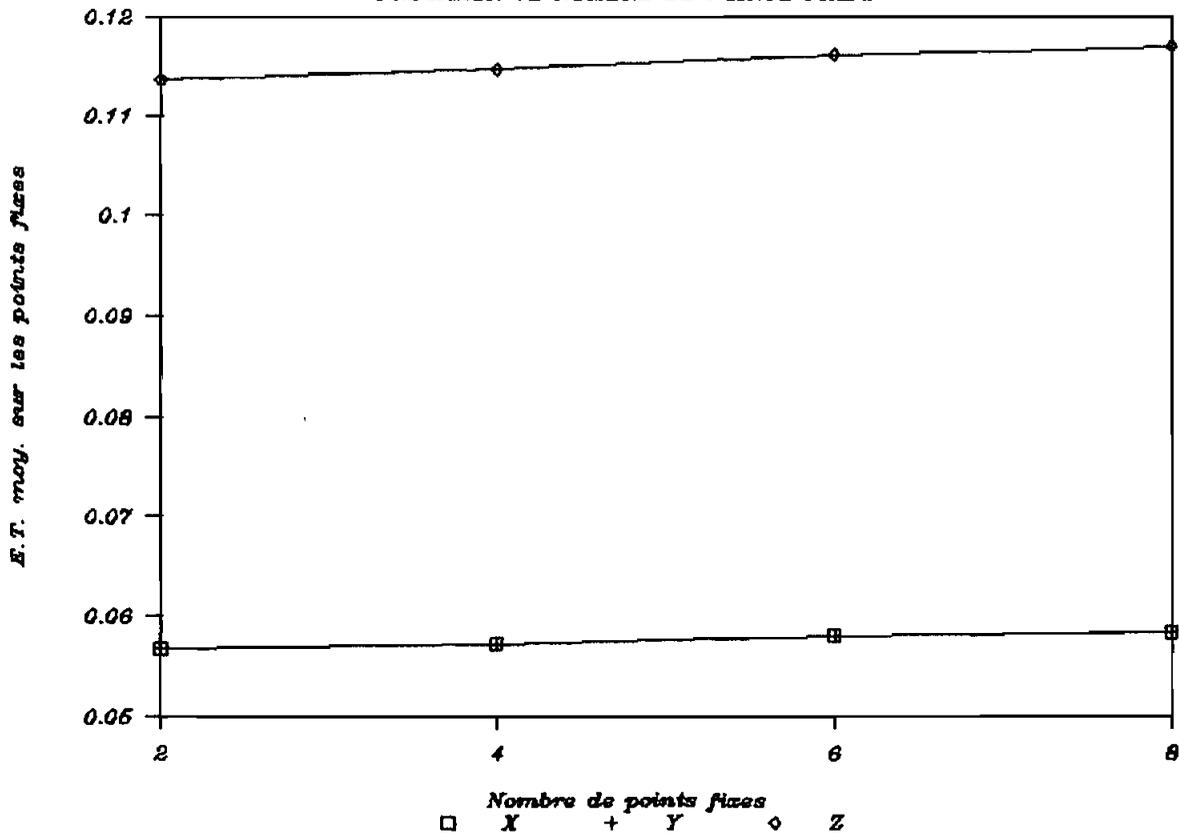
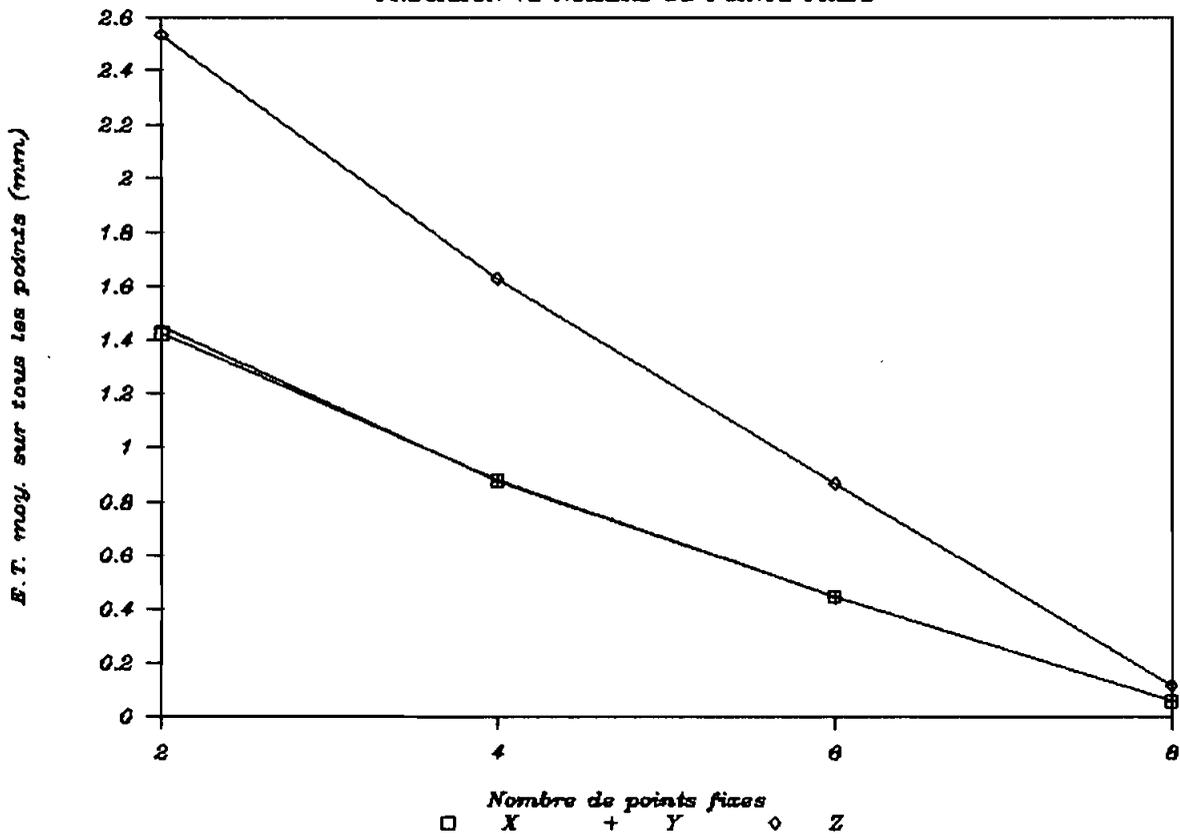


FIG 5.3

PRECISION VS NOMBRE DE POINTS FIXES



On pourra donc améliorer la précision de détermination des points en plaçant dans l'espace objet des points d'appui en nombre suffisant.

## CHAPITRE 5

### CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

De nos différents travaux il ressort que l'autocalibrage est d'un grand intérêt.

Sa souplesse est telle qu'il peut être utilisé pour des besoins d'étalonnage et de détermination de coordonnées terrain. Cependant on doit veiller, d'une part, à une bonne pondération des variables d'un même type et, d'autre part, d'un type de variable relativement aux autres. De cette distribution de poids dépend beaucoup la qualité des résultats obtenus.

Pour l'étalonnage, une bonne connaissance des paramètres d'orientation extérieure et des coordonnées terrain est nécessaire. Cela peut se faire en laboratoire. On utilisera un espace objet, qui peut être un simple écran, dans lequel seront placés des points repères bien répartis dans le champ à photographier et dont les coordonnées seront minutieusement déterminées. Des prises de vues seront effectuées sous plusieurs angles et à différentes positions de la caméra; on veillera à ce que les points repères apparaissent distinctement sur chaque photographie. L'orientation et la position de la caméra doivent être aussi relevées avec un grand soin à toutes les stations.

Pour la détermination de coordonnées terrain ,une bonne répartition des points d'appui dans l'espace objet et une bonne connaissance des paramètres d'orientation intérieure (étalonnage) et extérieure permettent d'atteindre des valeurs de précision très bonne.

Un autre avantage de l'autocalibrage réside dans son caractère bon marché et sa simplicité.En effet ,la méthode est applicable avec des équipements courants comme:

- un micro-ordinateur
- une caméra non métrique et accessoires
- des instruments de mesure dont le type dépend de la précision visée.

## BIBLIOGRAPHIE

1. AMERICAN SOCIETY OF PHOTOGRAMMETRY:  
Manual of photogrammetry 4<sup>th</sup> Ed., 1980
2. BONNEVAL, P.:  
Photogrammétrie générale Tome 4, 1972
3. GAGNON, P.:  
Notes de cours de compensation géodésique, U.L.  
non daté.
4. GHOSH, S.K.:  
Analytical photogrammetry; (2<sup>nd</sup> Ed.): Pergamon  
press; 1987.
5. MBAYE, M.:  
Etude des images de la chambre "LARGE FORMAT  
CAMERA" de la NASA comme support de la cartogra-  
phie aux petites et moyennes échelles.  
  
Notes de cours de photogrammétrie, 1988, EPT
6. WOLF, P.:  
Elements of photogrammetry, Mac Graw-Hill Com-  
pany, 2<sup>nd</sup> Ed.; 1983.

ANNEXE A

WT ON PHOTO COORD. = .10000E+03

PT NO	X	Y	Z	SURVEY COORD. AND STD ERROR		
				WX	WY	WZ
9	.8004	1.2004	1.0000	.5000E-04	.5000E-04	.1000E-03
11	1.0004	1.2002	1.0000	.5000E-04	.5000E-04	.1000E-03
13	1.2002	1.2001	1.0000	.5000E-04	.5000E-04	.1000E-03
23	.8006	1.0003	1.0000	.5000E-04	.5000E-04	.1000E-03
27	1.2002	1.0000	1.0000	.5000E-04	.5000E-04	.1000E-03
37	.8002	.8001	1.0000	.5000E-04	.5000E-04	.1000E-03
39	1.0002	.7999	1.0000	.5000E-04	.5000E-04	.1000E-03
41	1.2006	.7999	1.0000	.5000E-04	.5000E-04	.1000E-03

INPUT DATA FOR CALIB

PHOTO 2						
1.0000	1.5050	1.9040	.0000	.0000	-.5094	
1.00E+04						
9	-9.825	8.838				
11	.500	8.904				
13	10.845	8.910				
23	-8.841	-.181				
27	9.945	-.156				
37	-8.012	-7.684				
39	.546	-7.706				
41	9.164	-7.685				

PHOTO 4						
.4950	1.0000	1.9040	1.5708	-.5094	.0000	
1.00E+04						
9	11.311	9.060				
11	10.394	-.040				
13	9.595	-7.576				
23	.923	9.033				
27	.971	-7.584				
37	-9.417	8.967				
39	-8.447	-.070				
41	-7.611	-7.585				

PHOTO 5						
1.0000	.4950	1.9040	3.1416	.0000	.5094	
1.00E+04						
9	9.576	-7.615				
11	.967	-7.626				
13	-7.591	-7.584				

23	10.369	-.057
27	-8.438	-.072
37	11.304	9.033
39	.919	9.028
41	-9.426	8.946

PHOTO 7					
1.5050	1.0000	1.9040	-1.5708	.5094	.0000
1.00E+04	1.00E+04	1.00E+04	1.00E+04	1.00E+04	1.00E+04
9	-7.628	-7.704			
11	-8.452	-.232			
13	-9.399	8.757			
23	.938	-7.732			
27	.906	8.838			
37	9.541	-7.733			
39	10.350	-.214			
41	11.272	8.863			

ESTIMATES OF INTERIOR ORIENTATION ELEMENTS AND THEIR WEIGHTS

.000E+00	.000E+00	-5.809E+01
.000E+00	.000E+00	.000E+00
.000E+00	.000E+00	.000E+00
1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00
1.000E+08	1.000E+08	1.000E+08
1.000E+08	1.000E+08	1.000E+08

RESIDUAL AND OBSERVATION EQUATION BEFORE 1ST CYCLE

PHOTO	PT	RES. IN X	RES. IN Y
1	9	2.541	-1.994
1	11	.474	-1.921
1	13	-1.553	-1.904
1	23	2.34	-.193
1	27	-1.27	-.153
1	37	2.31	1.266
1	39	.533	1.252
1	41	-.119	1.274
2	9	1.095	-1.729
2	11	-.837	-.016
2	13	-.661	1.387
2	23	.906	-1.744
2	27	.971	1.379
2	37	2.960	-1.831
2	39	2.778	-.056
2	41	2.646	1.393
3	9	-.658	1.354
3	11	.989	1.338
3	13	2.672	1.373

3	23	-.817	-.041
3	27	2.794	-.070
3	37	-1.068	-1.770
3	39	.934	-1.789
3	41	2.996	-1.871
4	9	2.646	1.235
4	11	2.783	-.251
4	13	2.991	-2.065
4	23	.952	1.199
4	27	.905	-1.986
4	37	-.707	1.212
4	39	-.877	-.223
4	41	-1.125	-1.982

ICYCLE= 4      VARIANCE= 1.367910D+00      NDF= 64

CALIBRATION OF THE

NO. OF PHOTOS: 4  
 NO. OF CONTROL POINTS: 8  
 DEGREES OF FREEDOM: 64  
 NO. OF CYCLES: 4  
 VARIANCE OF UNIT WEIGHT = 1.36791E+00

RESULTS  
 INTERIOR ORIENTATION

	X	Y	F
STD ERROR	.80	-.10	-49.23
WEIGHT	.30	.34	.29
	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00

EXTERIOR ORIENTATION

PHOTO NO. 1

	VALUE	STD ERROR	WEIGHT
XO	1.003596E+00	7.630685E-03	1.000000E+04
YO	1.510860E+00	6.941983E-03	1.000000E+04
ZO	1.913702E+00	7.242468E-03	1.000000E+04
KAPPA(RAD)	-1.967495E-03	3.955699E-03	1.000000E+04
PHI(RAD)	-2.110811E-03	7.778026E-03	1.000000E+04
OMEGA(RAD)	-5.082055E-01	7.888298E-03	1.000000E+04

RESIDUALS ON CONTROL POINTS  
(MICROMETER UNITS)

POINT NO.	RESIDUALS IN X	RESIDUALS IN Y
9	37.5	-37.3
11	-17.1	18.4
13	-25.4	17.6
23	12.3	3.0
27	2.1	3.0
37	28.3	20.5
39	-24.2	-14.0
41	-22.2	-12.3
RMS =	23.4	18.8

EXTERIOR ORIENTATION

PHOTO NO. 2

	VALUE	STD ERROR	WEIGHT
XO	4.914125E-01	6.936571E-03	1.000000E+04
YO	9.993139E-01	7.505645E-03	1.000000E+04
ZO	1.913011E+00	7.229808E-03	1.000000E+04
KAPPA(RAD)	1.566711E+00	4.595597E-03	1.000000E+04
PHI(RAD)	-5.093851E-01	7.893657E-03	1.000000E+04
OMEGA(RAD)	-2.820123E-03	8.219621E-03	1.000000E+04

RESIDUALS ON CONTROL POINTS  
(MICROMETER UNITS)

POINT NO.	RESIDUALS IN X	RESIDUALS IN Y
9	-37.1	9.1
11	2.3	-7.2
13	-1.7	-20.5
23	-26.6	25.0
27	-3.0	-7.8
37	25.6	-26.4
39	17.5	6.0
41	30.6	23.4
RMS =	22.4	17.8

EXTERIOR ORIENTATION

PHOTO NO. 3

	VALUE	STD ERROR	WEIGHT
XO	9.998659E-01	7.628317E-03	1.000000E+04
YO	4.909853E-01	6.937769E-03	1.000000E+04
ZO	1.913277E+00	7.232431E-03	1.000000E+04
KAPPA(RAD)	3.139461E+00	3.955522E-03	1.000000E+04
PHI(RAD)	-3.579218E-03	7.781720E-03	1.000000E+04
OMEGA(RAD)	5.090290E-01	7.892530E-03	1.000000E+04

RESIDUALS ON CONTROL POINTS  
(MICROMETER UNITS)

POINT NO.	RESIDUALS IN X	RESIDUALS IN Y
9	-16.2	-21.8
11	-4.3	-23.9
13	36.1	26.0
23	1.0	4.3
27	10.6	17.9
37	-30.2	8.8
39	-21.6	21.0
41	28.2	-31.7
RMS =	22.0	21.2

EXTERIOR ORIENTATION

PHOTO NO. 4

	VALUE	STD ERROR	WEIGHT
XO	1.511997E+00	6.945344E-03	1.000000E+04
YO	1.000620E+00	7.513133E-03	1.000000E+04
ZO	1.913955E+00	7.245978E-03	1.000000E+04
KAPPA(RAD)	-1.573818E+00	4.599641E-03	1.000000E+04
PHI(RAD)	5.078499E-01	7.886362E-03	1.000000E+04
OMEGA(RAD)	2.550858E-03	8.211243E-03	1.000000E+04

RESIDUALS ON CONTROL POINTS  
(MICROMETER UNITS)

POINT NO.	RESIDUALS IN X	RESIDUALS IN Y
9	32.7	34.0

11	13.1	1.8
13	31.1	-33.7
23	-3.1	-13.8
27	-24.0	22.6
37	-11.2	-15.0
39	-1.3	-5.5
41	-31.8	7.7

RMS = 22.2 20.3

ADJUSTED SURVEY COORDINATES

POINT	X	Y	Z
9	.8004	1.2004	1.0000
11	1.0004	1.2002	1.0000
13	1.2002	1.2000	1.0000
23	.8006	1.0003	1.0000
27	1.2002	1.0000	1.0000
37	.8002	.8001	1.0000
39	1.0002	.7999	1.0000
4	1.2006	.7999	1.0000

STD. DEV. OF SURVEY COORDINATES (MM)

POINT	X	Y	Z
9	.0584	.0584	.1169
11	.0584	.0584	.1169
13	.0584	.0584	.1169
23	.0584	.0584	.1169
27	.0584	.0584	.1169
37	.0584	.0584	.1169
39	.0584	.0584	.1169
41	.0584	.0584	.1169

ANNEXE B

```

C*****
C          PROGRAMME DECK.FOR          *
C  Ce programme configure les données suivant un *
C  un format compatible avec le programme AUTOCAL1 *
C*****
PROGRAM DECK
IMPLICIT INTEGER*4(I-N)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
CHARACTER lectur*20,cont*20,photo*20,rep*5
WRITE(*,*) 'formation du deck des cartes:'
WRITE(*,*) 'nombre d''iterations?'
READ(*,*) iter
f=55
WRITE(*,*) 'rms des lectures au comparateur'
READ(*,*) sl
sl=sl/1000
C*****
C  Lecture et stockage des valeurs á priori des *
C  coordonnées terrain *
C*****
lectur='b:LECTURE1.DAT'
OPEN(2,FILE=lectur,STATUS='NEW')
dev=1
WRITE(*,*) 'nom du fichier des points de controle'
READ(*,*) cont
OPEN(3,FILE=cont,STATUS='OLD')
WRITE(2,100) iter
100  FORMAT(43X,I3)
WRITE(2,200) f,sl,dev
200  FORMAT(3F10.3)
300  READ(3,400,END=600) ipt,x,y,z,sx,sy,sz
400  FORMAT(I8,6F8.0)
WRITE(2,500) ipt,x,y,z,sx,sy,sz
500  FORMAT(I8,6F8.5)
GOTO 300
600  CLOSE(3)
ipt=-99
WRITE(2,700) ipt
700  FORMAT(I8)
C*****
C  Paramètres d'orientation extérieure *
C*****
710  WRITE(*,*) 'numero de la photo?'
READ(*,*) iph
WRITE(2,800) iph
800  FORMAT(I10)
1200 WRITE(*,*) 'X0,Y0,etZ0(m)'
READ(*,*) X0,Y0,Z0
WRITE(*,*) 'W0,P0,K0(rad)'
READ(*,*) W0,P0,XK0
WRITE(*,*) 'rms sur X0,Y0,Z0(m)'

```

```

      READ(*,*) SX0,SY0,SZ0
1250  WRITE(*,*) 'rms sur W0,P0 et K0(rad)'
      READ(*,*) SW0,SP0,SK0
      WRITE(2,1300) X0,Y0,Z0,W0,P0,XK0
1300  FORMAT(6F10.5)
      WRITE(2,1300) SX0,SY0,SZ0,SW0,SP0,SK0
C*****
C Coordonnées photographiques *
C*****
      WRITE(*,*) 'nom du fichier photo'
      READ(*,*) photo
      OPEN(3,FILE=photo,STATUS='OLD')
1400  READ(3,1500,END=1600) iph,ip,x,y
1500  FORMAT(2I5,2F10.4)
      IF (ip.GT.100) GOTO 1600
      WRITE(2,1500) iph,ip,x,y
      GOTO 1400
1600  CLOSE(3)
      iph=-99
      WRITE(2,800) iph
      WRITE(*,*) 'autre photo(o/n)?'
      READ(*,*) rep
      IF (rep.EQ.'o') GOTO 710
      iph=-999
      WRITE(2,800) iph
C*****
C Paramètres d'orientation intérieure *
C*****
      P1=0.0
      P2=0.0
      P3=0.0
      XK1=0.0
      XK2=0.0
      XK3=0.0
      SP=0.0001
      SK=0.0001
      WRITE(*,*) 'orientation interieure:'
      WRITE(*,*) 'xo,yo et f(mm)'
      READ(*,*) xo,yo,f
      WRITE(*,*) 'rms sur xo,yo et f(mm)'
      READ(*,*) sxo,syo,sf
1700  FORMAT(F8.4)
1800  FORMAT(F6.2)
      WRITE(2,1700) xo
      WRITE(2,1700) yo
      WRITE(2,1700) f
      WRITE(2,1800) P1
      WRITE(2,1800) P2
      WRITE(2,1800) P3
      WRITE(2,1800) XK1
      WRITE(2,1800) XK2
      WRITE(2,1800) XK2

```

```
2000 WRITE(2,2000) sxo,syo,sf,SP,SP,SP,SK,SK,SK
      FORMAT(9F8.4)
      CLOSE(2)
      END
```

```

C*****
C          PROGRAMME CONTROL.FOR          *
C  Ce programme forme les fichiers de points de controle *
C*****
      PROGRAM    control
      implicit real(a-h,o-z)
      implicit integer(i-n)
      character cont*20,rep*5
      write(*,*)'formation des fichiers de points de controle'
      open(2,FILE ='b:cont1.dat',STATUS='NEW')
C*****
C  Lecture des coordonnées des points et de leur          *
C  precision          *
C*****
      read(*,100) sxy
100    format(1X,'rms XY(mm)')
      read(*,200) sz
200    format(1X,'rms z(mm)')
      sxy=sxy/1000
      sz=sz*/1000
      write
250    read(*,300) ipt
300    format(1X,'donner le numero de points')
      read(*,400) x,y,z
400    format(1X,'donner les coordonnees x,y,z(m)')
C*****
C  Ecriture des données sur fichier          *
C*****
      write(*,500) ipt,x,y,zsxy,sxy,sz
      format(I8,6F8.5)
      read(*,500) rep
500    format(1X,'autre point (o/n)')
      if(rep.EQ.'o') goto 250
      close(2)
      end

```

```

C*****
C          PROGRAMME PHOTO.FOR          *
C  Ce programme forme les fichiers des coordonnees      *
C  photo                                          *
C*****
PROGRAM PHOTO
implicit real(a-h,o-z)
implicit integer(i-n)
character photo*20,rep*5
write(*,*)'Formation du fichier des coordonnees photo'
50  read(*,100) photo
100  format(1X,'Donner le nom du fichier des coord. photo'
open(2,FILE='photo',STATUS='NEW')
C*****
C  Lecture des coordonnées photo          *
C*****
      read(*,'numero de la photo') iph
150  read(*,200) ipt,x,y
200  format(1X,'numero du point, coord. x, coord. y')
C*****
C  Ecriture des données sur fichier      *
C*****
      write(2,300) iph,ipt,x,y
300  format(2I5,2F10.4)
      read(*,'autre point(o/n)?') rep
      if(rep.EQ.'o') goto 150
      close(2)
      read(*,'autre photo(o/n)?') rep
      if(rep.EQ.'o') goto 50
end

```