ECOLE POLYTECHNIQUE DE THIES

Dept: GENIE CIVIL

PROJET DE FIN D'ETUDES

titre: Comparaison des Normes Canadiennes aux Etats Limites avec les Normes Fran-çaises aux Contraintes admissibles (CCBA 68) en Béton Armé

auteur: M. Ibra FALL

directeur du projet: M. Roger LUPIEN

ANNEE: 1981

Je dédie ce modeste travail à :

- Notre génie poétique de la langue arabe : Cheikh Ahmadou BAMBA M'Backé (Paix sur lui) fondateur de la confrérie des mourides à Touba (R_ sénégal)
- tous mes chers parents
- tous mes amis et copains ayant pour vertus : Travail - Discipline - Prière.

Remerciements :

Je tiens à remercier très sincèrement

- Mr ROGER Lupien

qui après avoir proposé le sujet a bien voulu nous faire l'honneur de diriger ce projet, pour les conseils le soutien constant, les encouragements qu'il s'est toujours donnés la peine de nous fournir tout au long de l'elaboration de ce projet

- Mr SAMI Boulos :

Chef du Departement Genie Civil

- Mr CHERIF oumar Diagne

Responsable de la bibliothèque de l'E.P.T

- Mes remerciements vont egalement à tous ceux qui de près où de loin ont participé à l'elaboration de ce rapport

SOMMAIRE

Nous avons orienté notre comparaison des normes Canadiennes et les normes Françaises en deux grands Volets

A) - Principes et caractéristiques des matériaux

B) - Etudes des sollicitations principales (flexion, compression, cisaillement) en une procédure subdivisée en trois étapes :

1) Faire ressortir les hypothèses de base et la méthode de calcul

2) Appliquer ces principes à un exemple numérique concret

3) Faire une analyse détaillée des résultats obtenus pour en déduire des conclusions objectives

Pour mener à terme l'élaboration de ce rapport nous avons jugé essentiel de faire une recherche bibliographique dans les bibliothèques des trois grandes écoles suivantes

- Ecole Polytechnique de Thies
- Institut Universitaire de Technologie
- Université de DAKAR

L'explotation des differents resultats nous a permis de tirer les conclusions suivantes :

- Les considerations des contraintes admissibles ne sont en fait qu'une minoration des resistances ultimes des materiaux

- Les calculs menés selon les normes canadiennes permettent une economie remarquable d'acier pour des niveaux élevés de sollicitations ; bien que la norme canadienne utilise des coefficients de majoration des charges plus élevés

- La norme Française des contraintes admissibles offre un coefficient de sécurité global plus élevé que la norme Canadienne

Table des matières

Remerciements i
Sommaire ii
Principales notations iIX
Introduction 1

Chapitre I. sollicitations

1) facteur de securité 5
2) facteur de performance ϕ 8

Chapitre II . caracteristiques des matériaux

A) Béton

1) Resistance à la compression 9
2) resistance à la traction 11
3) Diagramme Contraintes - deformations 11
4 Module d'elasticité 12
5) Coefficient de Poisson 12
Explications et Discussions 14

B) Acier

1) Resistance à la traction 18
2) Resistance a la compression 19
3) Diagramme Contraintes - deformations 19
4) Module d'elasticité 19
5) Coefficient de Poisson 19

Chapitre III Hypothèses fondamentales

1) Hypothèses de la resistance des Materiaux 22
2) Hypothèses particuliers au Beton Armé 23
3) Differences essentielles 24

Chapitre IV Flexion

1) flexion d une section Rectangulaire 25
2) flexion d'une section en Té 37
3) flexion d'une section necessitant de l'armature Comprimée 47
4) Design d' une poutre 52
5) Acier minimal 54

Chapitre V Sections Comprimées

1) Conditions d' elancement 63
2) Colonnes courtes 64
3) Colonnes elancées 65
Exemples numeriques.

Chapitre VI Cisaillement

1) Contrainte de cisaillement 79
2) Calcul des armatures transversales 79
Exemples numériques 82

Chapitre VII Flèche et fissuration

1) flèche 89

2) fissuration 91
exemples numériques

Chapitre VIII

Conclusions et Discussions 100

Annexes

Annexe N° 1 TAbleau N° 5 du livre de Pierre CHARON : " Exercices de Beton Armé avec leurs solutions 105

Annexe N° 2 : figure 3.53 du Metric Design HANDBook (M.D.H.) 108

BiBLiographie 109

Liste des Exemples numériques :

- Exemple N° 1 Design d'une section Rectangulaire 27
- Ex N° 2 Analyse d'une section Rectangulaire 28
- Ex N° 3 Analyse d'une section en Té 40
- Ex N° 4 Section Rectangulaire nécessitant de l'armature comprimée 47
- Ex N° 5 Design d'une poutre 52
- Ex N° 6 Acier minimal pour les dalles poutres et colonnes 58
- Ex N° 7 Analyse d'un poteau court 66
- Ex N° 8 Design d'un poteau court 69
- Ex N° 9 Design d'un poteau élancé 71
- Ex N° 10 Design d'une colonne avec charge excentrée 74
- Ex N° 11 Design d'un cisaillement variable 82
- Ex N° 12 Design d'un cisaillement uniforme 85
- Ex N° 13 Calcul de la flèche d'une console 94
- Ex N° 14 Calcul relatif à la fissuration 96

Liste des figures :

- figure N° I · Diagramme Contraintes - Déformations du béton 13
- figure N° II Diagramme Contraintes - Déformations de l'acier (20)
- figure N° III : Analyse d'une section rectangulaire 33
- figure N° IV · Moment de service M_s en fonction du pourcentage d'Acier ($\rho = A_s/bd$) 34
- figure N° V Analyse d'une section en Té 45
- figure N° VI Analyse d'un poteau - court 76
- figure N° VII Design d'un cisaillement uniforme 87

Principales Notations

Principales notations:

Significations	CC BA 68	A.23.3.7.77
Aire de la section droite de l'armature comprimée (cm^2)	A'	A'_s
Aire de la section droite de l'armature tendue (cm^2)	A	A_s
Somme des aires d'armatures transversales "	A_t	A_t
module d'elasticité de l'acier (MPa)	E_a	E_s
module d'elasticité du béton (MPa)	E_b	E_c
charge permanente	G	D
charge d'exploitation	P	L
moment d'inertie de la section du béton seul (m^4)	I	I_g
Moment flechissant dans une poutre simplement fléchie	M	M_f
Moment flechissant maximal dans une travée independante	M_0	M_0
Moment de torsion (kNm)	M_t	M_t
effort normal $kN = 100\ Kgf$	N	P
charge critique d'Euler kN	N_E	P_{cr}

Principales notations (suite)

Significations	CCBA 68	A 23.3.M 77
Sollicitation totale pondérée	(S)	U
effort tranchant (kN)	T	V
Charge de rupture (kN)	U	P_u
déformation longitudinale relative en général	ε	ε
déformation longitudinale en traction de l'acier	ε_a	ε_s
déformation longitudinale en traction du béton	ε_b	ε_c
élancement d'une pièce comprimée	λ	λ
rapport de la charge permanente à la charge totale pondérée	ξ	β_D
rapport du volume de certains aciers au volume de béton	ϖ	ρ
rapport des armatures comprimées à la section totale	ϖ'	ρ'
limite nominale d'élasticité de l'acier (MPa)	σ_{en}	f_y
contrainte de traction de l'acier MPa	σ_a	f_s

Principales notations (suite)

Significations	CCBA 68	A 23.3.M77
contrainte de compression du béton à 28 jours (MPa)	σ'_b, σ'_{28}	f'_c
contrainte de traction de référence du béton (MPa)	$\bar{\sigma}_b$	f_{cT}
contrainte de traction admissible pour l'acier (MPa)	$\bar{\sigma}_a$	f_y
contrainte de compression admissible du béton "	$\bar{\sigma}'_b$	$.85 f'_c$
contrainte de compression admissible du béton en compression simple	$\bar{\sigma}'_{bo}$	$.85 f'_c$
contrainte tangente "	τ_b	v_u
contrainte tangente admissible du béton "	$\bar{\tau}_b$	v_c
contrainte d'adhérence "	τ_d	u
Coefficient de frottement de l'acier sur le béton (–)	φ	μ
coefficient d'équivalence (–)	n	n
rayon de courbure d'un polygone de barres	r	r
espacement d'armatures transversales d'âme (cm)	t	s
largeur d'une fissure (cm)	$\bar{\omega}$	l_f

Principales notations (suite)

Significations	CCBA 68	A 23.3.77
ordonnée par rapport à l'axe neutre d'un point de la section	y	y
valeur maximale de y du côté comprimé	y_1	a
bras de levier du couple élastique dans la section	z	$d - \frac{a}{2}$
largeur d'une section fléchie	b	b_0
longueur de scellement droit en traction et en compression	l_d	l_d
longueur de flambement d'une pièce comprimée	l_c	kL_u
rayon de giration de la section droite	i	r
hauteur totale d'une section fléchie	h_t	h
flèche	f	Δ
excentricité de l'effort normal par rapport au centre de gravité	e	e
distance (hauteur) utile d'une section fléchie	h	d
distance de l'armature comprimée à la face comprimée	d'	d'
coefficient de majoration des charges	γ	α

Indices:

Significations	CC BA 68	A 23.3 M 77
Acier	a	s
béton	b	c
élément critique au flambement	c	c_r
adhérence	d	d_c
une valeur moyenne	m	m
une valeur minimale	min	min
une valeur maximale	max	max
une surcharge	p	l
Acier transversal	t	t
état limite ultime (rupture)	u	u
vent à une longue durée	v	w

InTroducTION

Il existe actuellement deux grandes theories d'analyse :

- la theorie elastique ancienne mais actuelle
- la theorie plastique datant des années 1960

La première suppose que les materiaux demeurent toujours dans le domaine elastique Elle considere la rupture quand la limite elastique est atteinte

La seconde methode est plus recente et est peu utiliseé. Elle est certes plus rationnelle car elle respecte mieux le comportement réel des structures en se basant sur la formation de rotules plastiques et une redistribution des efforts.

Cette methode : la seconde est plus developpeé en constructions metalliques et est tres avanta-geuses pour des structures hyperstatiques

En Beton Armé la theorie plastique ne trouve pas sa justification car les flêches et les fissures engendrent des problèmes secondaires

De cette première theorie d'analyse, la theorie elastique sont derivées deux methodes de calcul

— la methode des contraintes admissibles (celle utilisée en FRANCE)

— la methode de la resistance ultime (celle utilisée au Canada)

Ce sont ces deux methodes de calcul que nous allons comparer durant notre sujet

- la methode des contraintes admissibles Francaises
  - les charges de service sont majorées : 1,0 pour la charge permanente 1,2 pour la surcharge
  - Un facteur de securité sur les contraintes
    - reduction de la resistance du beton à moitié
    - reduction de la resistance de l'acier aux 2/3
- la methode de la résistance ultime (Canada)
  - les charges de service sont grandement majorées 1,4 pour la charge permanente 1,7 pour la surcharge d'exploitation
  - Les contraintes ultimes sont corrigées par un coefficient de performance ϕ.

Objectifs du Projet

Ce projet a pour but essentiel de comparer deux methodes de calcul donc en effet deux normes differentes.

- la norme Francaise des contraintes admissibles intitulée: « Règles Techniques de Conception et de Calcul des ouvrages et Constructions en Béton Armé » ou $CCBA_{68}$ (1968 - 1970)
- la norme Canadienne aux etats limites intitulée : « CAN3. A23.3. M77 . C.S.A « Règles de calcul des ouvrages en béton dans les batiments » par Canadian Standard Association »

Il s'avère necessaire de connaitre l'importance d'une norme dans un pays car elle est un document de reference fixant la terminologie, certaines methodes de calcul les caracteristiques des materiaux les methodes d'essais ...

Dans la mesure où à l'heure actuelle tous les projets de construction en B.A. doivent être conformes au $CCBA_{68}$ une attention particulière merite d'être retenue

Le choix de ce projet dans une ecole comme la notre revêt donc plusieurs aspects

- Vues nos relations historiques avec les pays d'Europe et precisemment avec la France
- Vu le developpement scientifique et technique des constructions des ouvrages en Beton Armé étroitement lié aux règles des pays d'Europe
- Vues les tâches et les difficiles rôles que doivent jouer les ingenieurs diplomés de cette ecole pour mieux prévoir l'expansion et l'ouverture culturelle des Bureaux d'Etudes de la place sous la responsabilite des etrangers.

Il est donc indispensable pour tout ingenieur diplome de cette école d'essayer de s'adapter et d'intégrer le plus rapidement possible son milieu professionnel, en comprenant les textes et regles en vigueur bien sur.

Ce projet constitue donc pour nous un document de base important pour le milieu professionnel

Chapitre I : Sollicitations

1) facteurs de securité

2) facteur de performance ϕ

notation	Signification	Coefficients de securite
G	: charge permanente	1
P	Surcharge d'exploitation	1,2
V	surcharges climatiques naturelles	1
W	" " extrêmes	1
SI	surcharge due aux séismes	1
T	surcharge due à la temperature et au retrait	1

Les coefficients de majorations des charges sont ceux des sollicitations du 1er genre donc servant pour le calcul habituel

Notation	Signification	Facteur de Securite
D	. charge permanente	1.4
L	: surcharge d'exploitation	1.7
Q	Surcharges dues aux vents	1.7
H	Poussée des Terres	1.4
E	: surcharge due aux seismes	1.8
T	surcharge due à la T° et au retrait	1.4

CCBA 68	Combinaison de charge	A 23.3 77

formule générale :

$$S = \gamma_g G + \gamma_p P + \gamma_T T + \gamma_w W + \gamma_{SI} SI$$

Quelques combinaisons de charge

- $S_0 = G + 1{,}2P$

- **Sollicitations du 1er genre**

$$S_1 = G + 1{,}2P + T$$

$$S'_1 = G + P + V + T$$

- **Sollicitations du 2e genre**

$$S_2 = G + 1{,}5P + 1{,}5V + T$$

$$S'_2 = G + P + \gamma_w W + T$$

si $P_a < 0{,}2G$ $\gamma_w = 1 - 0{,}5\frac{P_G}{G}$; $\gamma_w = 1$ autrement

$$S''_2 = G + P + T + SI$$

formule générale

$$(S) = \alpha_D D + \gamma\varphi(\alpha_L L + \alpha_q \varphi + \alpha_T T)$$

quelques combinaisons de charge

- $S_{01} = 1{,}4D + 1{,}7L$

$S_{02} = 1{,}4D + 1{,}7\varphi$

-

$$S_1 = 1.4D + 1\times0{,}7(1{,}7L + 1.4T) = 1.4D + 1.19L + T$$

$$S'_1 = 1.4D + 1\times0{,}6(1.7L + 1.7\varphi + 1.4T)$$

$$= 1.4D + L + \varphi + 0{,}84T$$

-

$$S_2 = S'_1 = 1.4D + L + \varphi + 0{,}84T$$

$$S'_2 = 1{,}4D + 1{,}19L + 0{,}84H + T$$

$$S''_2 = 1{,}4D + L + 0{,}84T + 1{,}08E$$

Explications et discussions

1) Norme Française : CCBA 68

Elle distingue 2 types de combinaisons de charges

a) Les sollicitations totales pondérées du premier genre qui servent pour le design

calcul habituel

b) Les sollicitations totales pondérées du second genre qui servent pour la vérification des contraintes

Toutes ces sollicitations sont munies de facteur de sécurité (majoration des charges)

Le second type de sollicitations permettant la vérification des contraintes constitue en fait un pas vers la considération des états limites

2) Norme canadienne A 23.3.M77

En plus des coefficients de majorations des charges elle tient compte d'autres facteurs

- le coefficient de risque ou d'importance γ

$\gamma = 1$ pour les bâtiments importants grande occupation (habitations, usines..)

$\gamma = .8$ pour les bâtiments agricoles

- Le coefficient de simultaneite ψ.
  Il tient compte de la propabilité que 2, 3 à 4 charges soient presentes
  $\psi = 1$ pour une seule surcharge
  $\psi = .7$ pour 2 surcharges
  $\psi = .6$ pour les autres cas

La norme canadienne travaillant aux etats limites possède des coefficients de majorations des charges plus élevés 1,4 et 1,7 à comparer à 1 et 1,2 pour les charges courantes.
Le code français fait la diffirence entre les charges climatiques normales et extrêmes alors alors que le Code National du Batiment utilisant les charges extrêmes introduit une probabilité d'occurence simultannée et de plus tient compte de l'importance de la construction.

9) Le facteur de performance ϕ

Une diminution de la resistance s'explique par les variations inévitables dans la resistance des matériaux, la main d'œuvre les dimensions et dans le degré de supervision. L'autre volet du facteur de securité consiste en une reduction de la resistance nominale des materiaux par le facteur de performance ϕ

Le facteur ϕ exprime en fait le degré de confiance que l'on a à l'egard des capacités déduites des essais experimentaux. Il depend du mode de sollicitation :

a) flexion avec ou sans tension axiale $\phi = 0{,}9$
b) tension axiale $\phi = 0{,}9$
c) cisaillement et torsion $\phi = 0{,}85$
d) elements comprimés (avec spirales) $\phi = 0{,}75$
e) elements comprimés (ligaturés) $\phi = 0{,}70$
f) pression de contact sur le béton $\phi = 0{,}70$
g) flexion dans le beton non armé $\phi = 0{,}65$

CCBA 68	Chapitre II Resistances Caracteristiques des Materiaux	A 23.3 M 77

CCBA 68	A 23.3 M 77
1) **Béton**	1) **Beton**
Resistance à la compression	Resistance à la Compression
Elle est egale au quotient de l'effort maximal supporté par l'eprouvette par l'aire de sa section droite.	Elle est egale au quotient de l'effort maximal supporté par l'eprouvette par l'aire de sa section droite.
L'eprouvette utilisée est un cylindre tel que la hauteur fait deux fois le diametre $H = 2D$	L'eprouvette utilisée est un cylindre tel que la hauteur fait deux fois le diametre $H = 2D$
Ses dimensions sont : (160 x 320 mm)	Ses dimensions sont ; (150 x 300 mm).
La resistance se note : σ'_b ou σ'_{28}	La resistance se note f'_c
elle est exprimée en bars et le test est effectué après 28 jours de durcissement du béton	Elle est exprimée en MPa et le test est effectué après 28 jours de durcissement du béton

Chapitre II

Resistances Caracteristiques des matériaux

A)	Béton	9
B)	Acier	18

CCBA 68		$A_{23.3.M77}$

<u>Resistance à la compression (suite)</u>

Dans le calcul des contraintes admissibles on utilise plutôt la contrainte de compression admissible designée par le symbole $\bar{\sigma}'_b$

Elle est une fraction ρ'_b de la resistance nominale σ'_n

$$\bar{\sigma}'_b = \rho'_b \sigma'_n$$

La fraction ρ'_b est definie comme le produit des 5 facteurs sans dimensions

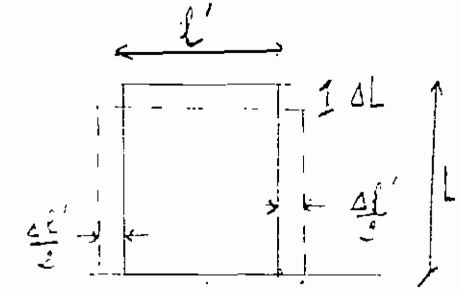
$$\rho'_b = \alpha \beta \gamma \delta \varepsilon$$ d'ou

$$\bar{\sigma}'_b = \alpha \beta \gamma \delta \varepsilon \sigma'_n$$

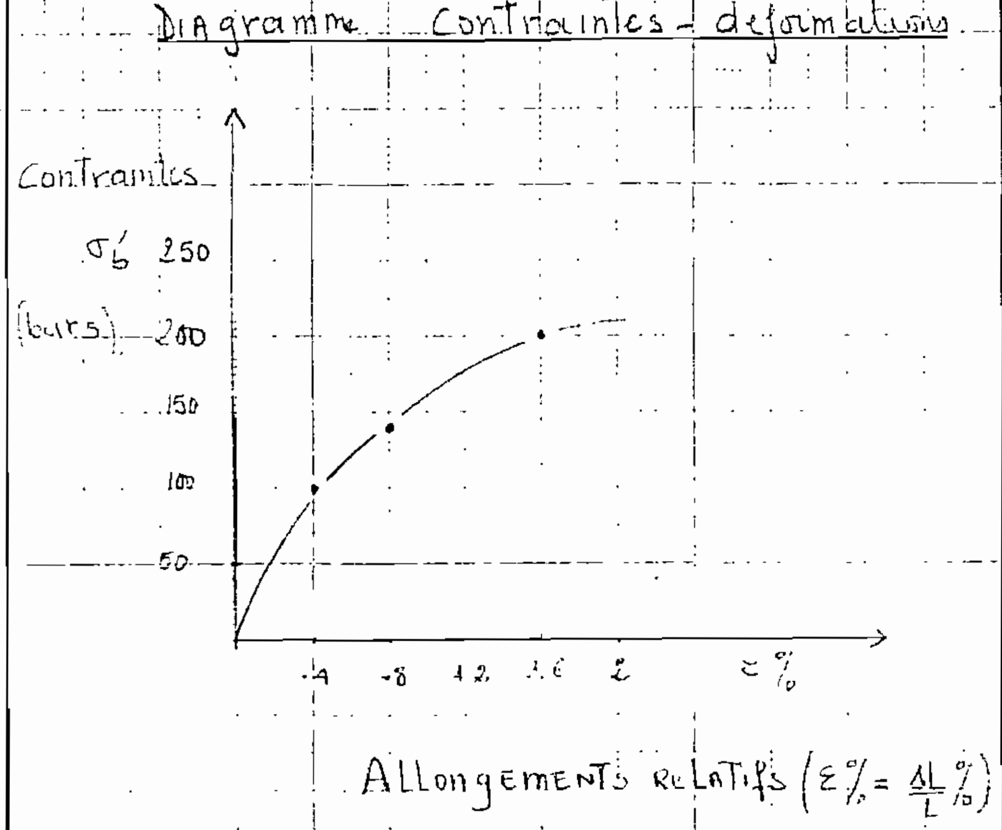
<u>Resistance à la compression</u>

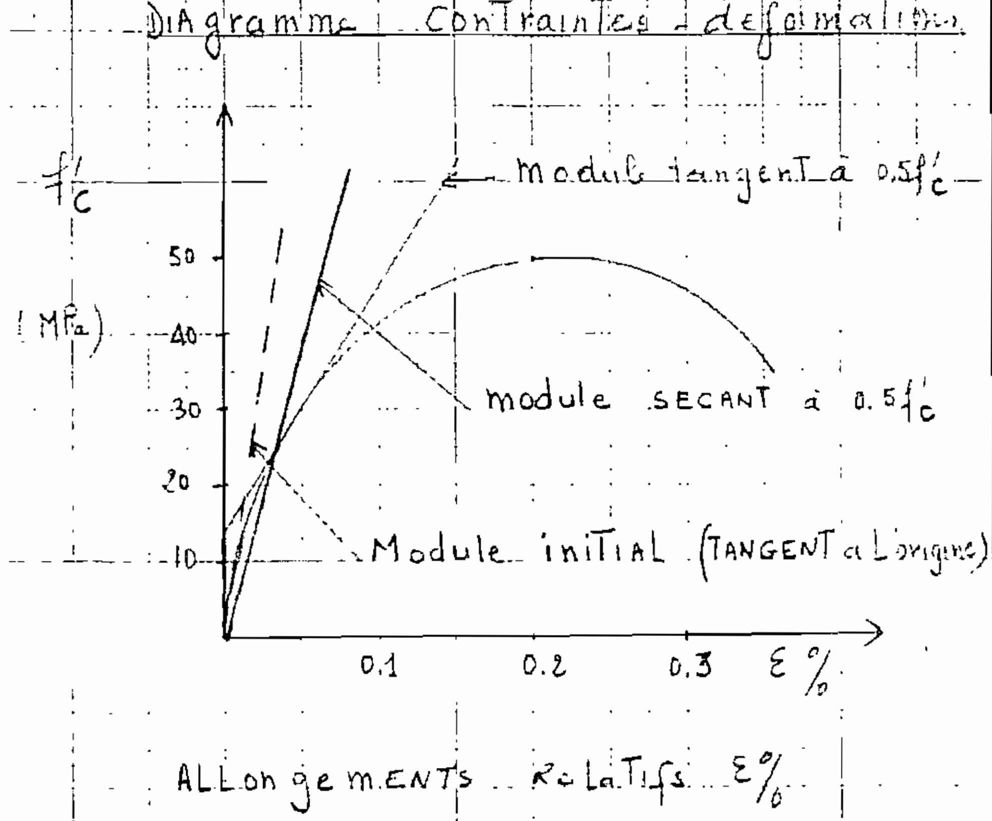
Pour le calcul de la theorie à la rupture la contrainte de compression f'_c du béton est entierement utilisée.

CCBA 68	A 23.3 M 77
Resistance à la traction du béton	**Resistance à la traction du beton**
Elle est designée par $\bar{\sigma}_b$	Elle est designeé par f_{cT}
$\bar{\sigma}_b = \rho_b \, \sigma'_n$	Elle peut être determineé par 3 tests
ρ_b est le produit de 4 constantes	- test bresilien
$\rho_b = \alpha \beta \gamma \theta$	- test de tension pure
	- test de module de rupture
	on l'estime generalement par $f_{cT} = \frac{1}{10} f'_c$
Diagramme contraintes deformations	**Diagramme contraintes deformations**
(voir figure)	(voir figure)

CCBA 68	A23.3 M77
Module d'elasticité E_b	**Module d'elasticité E_c**
$E_b = \frac{\sigma_b}{\varepsilon}$ pente de la droite de Hooke	$E_c = f_c/\varepsilon$
Strictement parlant le béton n'a pas un rapport contraintes - deformations (σ_b/ε) Constant	
Pour les charges et surcharges permanents $E_v = 7000\sqrt{\sigma_j'}$	Pour un béton normal $E_c = 5000\sqrt{f_c'}$
Pour les " rapidement variables $E_i = 21000\sqrt{\sigma_j'}$	
σ_j' (bars) E (bars) $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$	E_c (MPa) f_c' (MPa)
Coefficient de Poisson η	**Coefficient de Poisson η**
$\varepsilon = \eta \frac{\sigma'}{E_b}$ $\eta = \frac{\varepsilon_y E_b}{\sigma'}$	$\eta = \frac{\varepsilon_y E_c}{f_c}$
generalement on prend $\eta = 0,15$	generalement on prend $\eta = 0,17$

CCBA 68	figure N°1 Diagrammes contraintes - déformations du béton	A 23 3 M 77





Explications et Discussions :

Selon les deux normes Canadiennes et Françaises la base du calcul est la resistance en compression du béton
Le developpement et l'avantage du complexe béton Armé resident essentiellement au fait que le béton resiste bien à la compression et l'acier resiste bien à la traction et à la compression
La resistance à la traction du béton n'intervient que dans le calcul relatif à la fissuration

C.C.BA 68 : Norme Française :

La resistance en compression du béton s'effectue sur un cylindre ayant $200\ cm^2$ de section et ayant une hauteur egale au double du diametre $h = 2d$
Soit un cylindre (160 x 320 mm)
La resistance minimale considerée est de 192 bars
Les valeurs de la resistance en compression σ'_j à j jours pour j très grand supérieur à 28 jours sont escomptées à

$\sigma'_j = 1,2\, \sigma'_{28}$ pour les ciments de la classe 325

$\sigma'_j = 1,1\, \sigma'_{28}$ pour les ciments de classe supérieure

Un ciment de la classe 325 est un ciment offrant une résistance minimale à la compression égale à 325 bars s'il s'agit du mortier normalisé à 28 jours d'âge.

- Contraintes admissibles :

La résistance à la compression σ'_{28} c'est-à-dire à 28 jours est réduite par le produit des constantes : adimmensionnels $\alpha \beta \gamma \delta \varepsilon$ ayant pour significations ;

- le coefficient α tient compte de la classe du ciment : $\alpha = 1$ pour le ciment de classe 325
  $\alpha = \frac{9}{10}$ pour un ciment de classe 400
  $\alpha = \frac{5}{6}$ pour un ciment de classe 500
- le coefficient β tient compte du contrôle du béton – $\beta = 1$ pour les bétons strictement contrôlés
  – $\beta = \frac{5}{6}$ pour les bétons ayant un contrôle atténué
- le coefficient γ tient compte du granulat utilisé pour le béton

$\gamma = 1$ si $a \geqslant \frac{a}{4c_g}$

$\gamma = \frac{a}{4c_g}$ si $\frac{a}{4c_g} < 1$

a = plus petite dimension de la pièce

c_g = grosseur du granulat constitutif

- Le coefficient δ est fonction du mode de sollicitation considéré. Pour les sollicitations totales pondérées du premier genre on a

$\delta = 0,30$ dans le cas de la compression simple

$\delta = 0,60$ dans le cas de la flexion simple

- Le coefficient ε est pris égal à 1 pour la compression simple

La valeur de ε est toujours supérieure à 0,5 inférieure ou égale à 1

d'où l'utilisation habituelle de ces contraintes

$\bar{\sigma}'_b = 0,30\ \sigma'_{28}$ dans le cas de la compression simple

$\bar{\sigma}'_b = 0,60\ \sigma'_{28}$ dans le cas de la flexion simple

- Le coefficient θ intervient dans le calcul de la contrainte de traction du béton

$\theta = 0,018 + \dfrac{2,1}{\sigma'_n}$ (σ'_n est la résistance à la compression du béton à 28 jours)

- Pour les sollicitations totales pondérées du second genre les valeurs de δ et θ sont multipliées par 1,5

Norme canadienne A 23.3.M77

Pour cette norme la résistance en compression s'effectue sur un cylindre ayant une hauteur égale au double du diamètre ($h = 2d$) soit un cylindre 150 x 300 mm

La valeur de la résistance en compression à 28 jours f'_c prise en contact dans le calcul n'est pas une moyenne comme dans le cas de la norme Française CCBA 68 mais plutôt un minimum absolu qui sera égalé ou dépassé par la moyenne de n'importe quelle série de 3 essais consécutifs concluants (écart maximum 3,5 MPa)

Selon la norme canadienne calculant aux états limites la valeur prise en compte pour le calcul est la valeur réelle de la résistance ultime du béton qui est l'ordre de $0,85 f'_c$.

En vue de simplifier les calculs et remplacer le diagramme réel par le diagramme rectangulaire équivalent on a introduit un coefficient β_1

$$\beta_1 = 0,85 \quad \text{pour} \quad f'_c \leq 27,5 \text{ MPa}$$

$$\beta_1 = 0,85 - 0,05\left(\frac{f'_c - 27,5}{6,9}\right) \quad \text{si } f'_c > 27,5 \text{ MPa}$$

CC BA 68	Resistances caracteristiques des materiaux	A 23.3.7.77

Acier

Resistance à la traction

En fonction de la limite elastique σ_{en} les aciers sont classes en nuance et en deux catégories

- aciers ronds lisses

Exemples FeE_{22} $\sigma_{en} = 22\ kgf/cm^2$

FeE_{34} $\sigma_{en} = 34\ kgf/cm^2$

- Aciers a haute adherence

Exemple : $Fe\ 40$ $\sigma_{en} = 40\ kgf/cm^2$

La contrainte de traction admissible :

$\bar{\sigma}_a = \rho_a \sigma_{en}$ a.

Avec $\rho_a = \frac{2}{3}$ pour les sollicitations du 1er genre et $\rho_a = 1$ pour le 2eme genre

Acier

resistance à la traction

La limite d'elasticité ou d'ecoulement de l'acier est designée par le symbole f_y.

elle est exprimée en MPa

C'est cette resistance qui est entierement utilisee par la theorie à la rupture

CCBA 68		A 23.3 M 77

Resistance à la compression $\bar{\sigma}'_a$	**Resistance à la compression f'_s**
La contrainte de compression admissible de l'acier designée par le symbole $\bar{\sigma}'_a$ est egale aux $\frac{2}{3}$ de la limite d'elasticité nominale en compression	La contrainte de compression de l'acier se note de façon generale par f'_s
$\bar{\sigma}'_a = \frac{2}{3} \sigma'_{en}$	
diagramme contraines - deformations	**Diagramme contraintes - deformations**
voir courbe	voir courbe
Module d'elasticité E_a	**module d'élasticité E_s**
$E_a = \frac{\sigma_a}{\varepsilon} = 200\,000$ MPa	$E_s = \frac{f_s}{\varepsilon} = 200\,000$ MPa
Coefficient de Poisson η	**Coefficient de Poisson η**
$\eta = 0.3$	$\eta = 0.3$

CCBA 68	figure N° 2	Diagramme Contraintes - Deformations	Acier	$A_{23.3}$	M. 77

Diagramme Contraintes - deformations

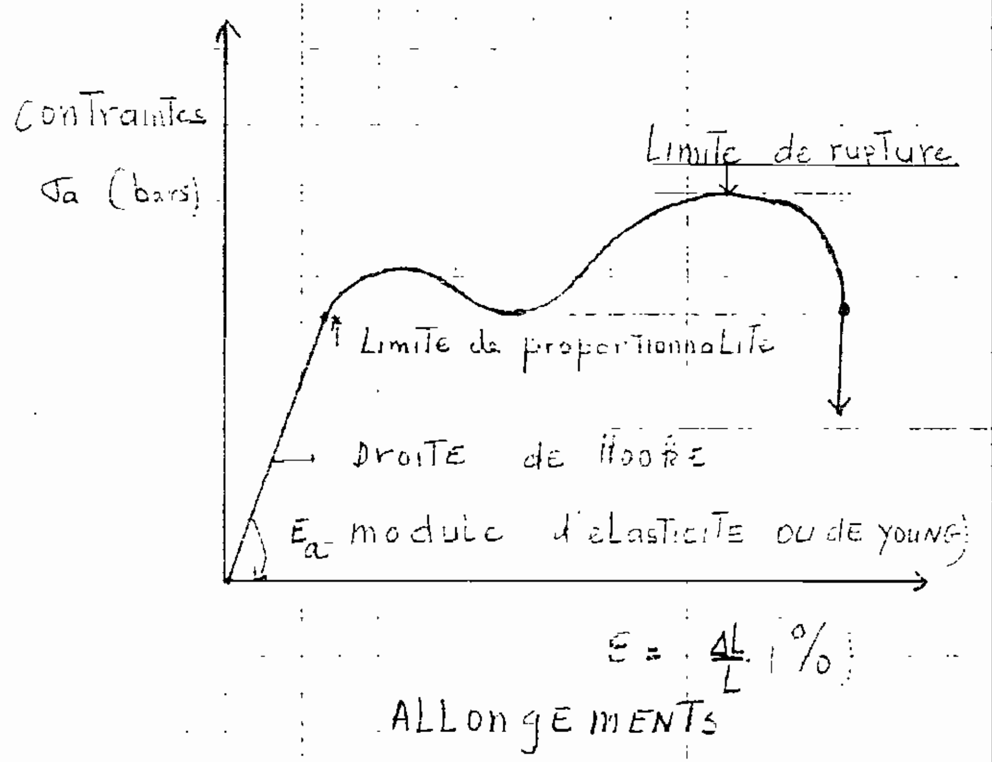
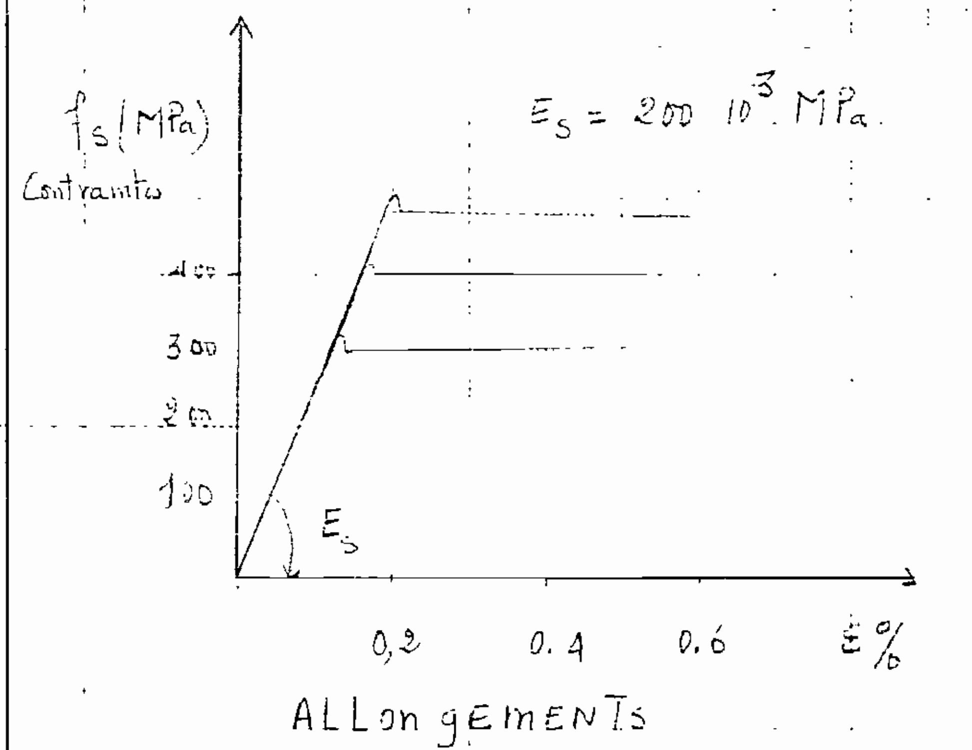


Diagramme Contraintes - Deformations



Explications et discussions :

En ce qui concerne les caractéristiques de l'acier les deux normes Françaises et Canadiennes offrent beaucoup de ressemblances car l'acier est un matériau homogène dont les propriétés sont communes sur le plan international et faciles à prédire.

Le critère de base du calcul est la limite élastique. Elle correspond à la charge pour laquelle l'effort indiqué par le dispositif de mesure est stationnaire pour la première fois ou diminue bien que la déformation de l'éprouvette augmente

si la limite élastique f_y ou σ_E est difficile à saisir ou n'existe pas comme le cas des aciers écrouis on prend la limite conventionnelle d'élasticité à 0,2% de déformation.

Pour la norme Française calculant aux contraintes admissibles la valeur prise pour le calcul proprement dit est

$\overline{\sigma}_a = \frac{2}{3}\,\sigma_{en}$: $\overline{\sigma}_a$ = contrainte admissible en traction

σ_{en} = limite d'élasticité nominale.

Chapitre III — Hypothèses fondamentales

1) Hypothèses de la Résistance des Matériaux

2) Hypothèses particuliers au Béton Armé

Chapitre III Hypothèses fondamentales

III 1 - Hypothèses de la Résistance des MATériaux (R.D.M)

les hypothèses sont les mêmes pour les 2 normes

a) Pour une section quelconque

- L'aire d'une section demeure constante
- Les dimensions d'une section sont petites par rapport à leur longueur
- Le rayon de courbure de la ligne moyenne est grand par rapport aux dimensions transverses
- Le matériau constituant le corps est homogène continu, isotrope et élastique
- Les forces sont appliquées très lentement sur une surface et il ne se produit pas de déformations locales permanentes
- Les forces internes sont en équilibre avec l'action des charges extérieures

b) Hypothèses de Navier Bernoulli

Tant que la limite d'élasticité du matériau constituant ce corps n'est pas dépassée toute section plane transversale reste après déformation plane et identique à elle même

c) La loi de Hooke

La contrainte en un point quelconque est proportionnelle à la deformation unitaire qui se produit en ce point

III - 2 - Hypothèses particulières au Béton Armé

III - 2 - 1 Ressemblances

a) béton tendu

La resistance à l'extension du béton est faible on neglige par mesure de securité le béton tendu dans les calculs relatifs à la determination des contraintes normales et de celles des armatures

b) Pas de glissement relatif entre l'acier et le béton

c) homogenisation de la section

Le béton Armé est heterogène on remplace dans les calculs les sections d'acier d'aire A par des sections de béton equivalentes d'aire A x n où n est le coefficient d'equivalence.

III-2-2 : Differences essentielles pour les hypothèses en B.A.

– Pour le $CCBA_{68}$ le diagramme considéré pour l'equilibre des forces est une repartition triangulaire alors que pour la norme Canadienne, la distribution rectangulaire de Whitney à $0{,}85\,f'_c$ sera adoptée.

– Selon le $CCBA_{68}$ le coefficient d'equivalence n entre l'acier et le béton est pris egal à 15 alors que la norme canadienne quand elle definit $n = \frac{E_a}{E_b} = \frac{200\,10^3\ MPa}{5000\sqrt{f'_c}}$

Cette valeur de n varie generalement entre 7 à 9

– Au delà de la contrainte admissible de l'acier tendu le $CCBA_{68}$ suggère de mettre de l'acier comprimé tandis que la norme canadienne considère l'acier jusqu'à la limite d'elasticité f_y dans les calculs et même au delà dans la pratique et suggère l'acier de compression à partir d'une valeur de $0{,}75\,\rho_b$ (ρ_b representant le pourcentage d'acier correspondant à la condition balancée ou rupture ductile dans le cas des pièces fléchiés; simultannement l'acier s'ecoule et le béton s'ecrase)

Chapitre IV Flexion

1°) flexion d'une section rectangulaire 25

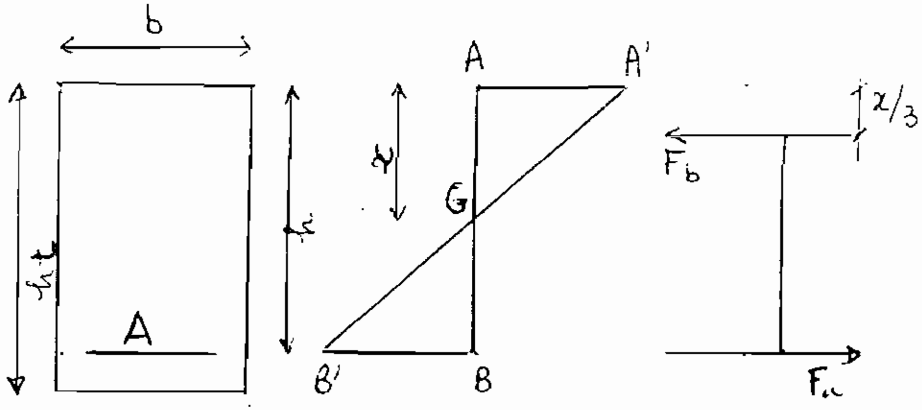
2) flexion d'une section en Té 37

3) flexion d'une section avec Acier comprimé 47

4) Design d'une poutre 52

5) Acier minimal 54

IV-1-1 Methode de calcul



a) Forces internes

$$F_b = \sigma_b \frac{bx}{2}$$

$$F_a = \sigma_a A$$

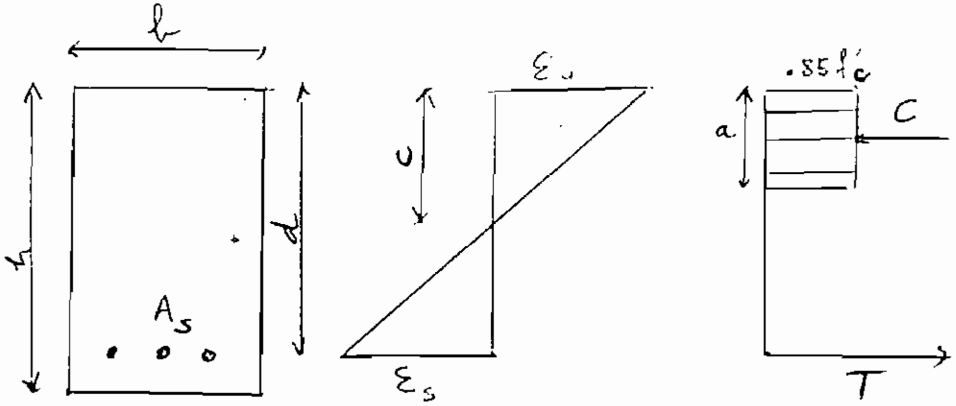
- equilibre interne

$$F_b = F_a$$

- axe neutre

$$x = \frac{15}{15 + \frac{15\,\sigma_a}{n\,\sigma_b}}\,h = \alpha h$$

Methode de calcul



a) Forces internes

$$C = 0{,}85 f'_c\, b\, a$$

$$T = A_s f_y$$

- equilibre interne

$$C = T$$

- axe neutre

$$a = \frac{A_s f_y}{.85 f'_c\, b}$$

Méthode de calcul (suite)

b) bras de levier : (z)

$$z = h - \frac{x}{3} = h\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)$$

en posant $z = \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)$ on aura

$$z = \varepsilon h$$

c) calcul du moment résistant

$$M = A\,\sigma_a\,z$$

ou

$$M = \frac{\alpha\varepsilon}{2}\,\sigma_b\,b h^2 \qquad \text{on pose } \mu = \frac{\alpha\varepsilon}{2}$$

$$\mu' = \frac{15\,\mu}{k}$$

on utilise les abaques en Annexe.

. en calculant $\mu = \dfrac{15 \cdot M}{\bar{\sigma}_a\, b h^2}$.

le tableau 5 en Annexe donne ε

d) Détermination des armatures

$$A = \frac{M}{\bar{\sigma}_a\,\varepsilon\,h}$$

Méthode de calcul

b) bras de levier : $\left(d - \frac{a}{2}\right)$

$$d - \frac{a}{2} = d - \frac{A_s f_y}{2 \times 0{,}85\, f'_c\, b} = d - 0{,}59\,\frac{A_s f_y}{f'_c\, b}$$

c) calcul du moment résistant

$$M = \phi A_s F_y \left(d - 0{,}59\,\frac{A_s F_y}{f'_c\, b}\right)$$

$$\phi = 0{,}9$$

d) Détermination des armatures

$$A_s = \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4\,M_r}{1{,}7\,\phi\, b\, d^2 f'_c}}\right] \frac{0{,}85\, f'_c\, b\, d}{f_y}$$

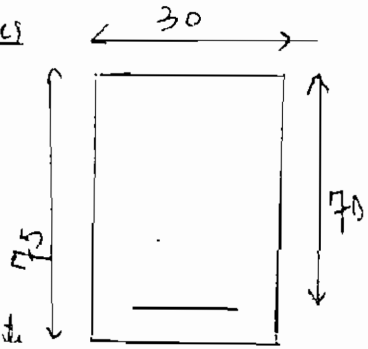
CCBA 68	EXEMPLE N° 1 DESIGN d'une section Rectangulaire	$A_{23.3}$ M 77

Détermination d'armatures

Section 30 × 75

$M_{T.d.S}$ 16500 kg m

60% du moment de service est dû à la charge permanente



$\bar{\sigma}_b = 135\ kgf/cm^2$ $\quad \bar{\sigma}_a = 2000\ kgf/cm^2$

Calculer A ?

$M = 1 \times (0{,}6 \times 165) + 1{,}2 \times (0{,}4 \times 165) = 178{,}2$ kNm

$$\mu = \frac{15\ M}{\bar{\sigma}_a\ b h^2} = \frac{15 \times 1782000\ kgf\,cm}{(2000\ kgf/cm^2)\ (30\ cm) \cdot (70)^2\ cm^2}$$

$$= 0{,}0909$$

Le tableau 5 en Annexe donne pour $\mu = 0{,}0909$

$\varepsilon = 0{,}8789$; $k = 26{,}3 \Rightarrow \sigma_b = \frac{2000}{26{,}3} = 76\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b$

$$A = \frac{M}{\bar{\sigma}_a\ \varepsilon\ h} = \frac{1782000}{2000 \times 0{,}8789 \times 70} = 14{,}48\ cm^2 = A$$

Détermination d'armatures

Soit une section de 30 × 75 devant supporter un moment de service $M_s = 165$ kNm

On suppose que 60% du moment est dû à la charge permanente

On a $f'_c = 20$ MPa $\quad f_y = 300$ MPa

Calculer A_s ?

$M_r = 1{,}4 \times (0{,}6 \times 165) + 1{,}7\,(0{,}4 \times 165) = 250{,}3$ kNm

$$A_s = \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4\ M_r}{1{,}7\ \phi\ b d^2 f'_c}}\right] \frac{0{,}85 f'_c\ bd}{f_y}$$

$$A_s = \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times 0{,}2503\ MNm}{1{,}7 \times 0{,}9 \times 0{,}3 \times (0{,}7)^2 \times 20\ MPa}}\right] \frac{0{,}85 \times 20\ MPa \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7}{300}$$

$A_s = 13{,}98\ cm^2$ soit une diminution de 3,5% de A

C.C. BA 68	Exemple N° 2 Analyse d'une section Rectangulaire	$A_{23.3}$ M77

Analyse d'une section fléchie

Determiner en fonction du pourcentage d'Acier $\bar{\omega}$ et du rapport de la charge permanente sur la charge de service totale, le Moment de service M_s que peut reprendre une section 30 x 60 cm et des materiaux tels que $\bar{\sigma}_b = 150\ kgf/cm^2$ $\bar{\sigma}_a = 2300\ kgf/cm^2$

1) $A = 2\#30 = 14\ cm^2$

$\bar{\omega} = 0,88$ le tableau 5 en Annexe nous donne $\mu = 0,1145$ $\mu' = 0,1723$

$M_b = \mu' b h^2 \bar{\sigma}_b = 0,1723 \cdot 30 (53)^2 \cdot 150$

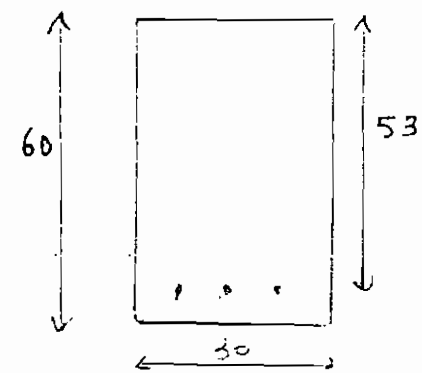
$= 218\ kNm = M_b$

$M_a = \frac{\mu}{n} b h^2 \bar{\sigma}_a = \frac{0,1145}{15} \times 30 (53)^2 \cdot 2300 = 1036\ kNm$

Le moment est le plus petit des 2 valeurs M_b et M_a

Analyse d'une section fléchie

Determiner M_s en fonction de ρ (pourcentage d'acier) et M_D / M_s



$f'_c = 30\ MPa$

$f_y = 350\ MPa$

1) $A = 2\#30 = 14\ cm^2$

$M_r = \phi A_s f_y \left(d - 0,59 \frac{A_s f_y}{f'_c b} \right)$

$= 0,9 \cdot 1,4\ 10^{-3} \cdot 350 \left(0,53 - 0,59 \cdot \frac{1,4\ 10^{-3} \cdot 350}{30 \times 0,3} \right)$

$= \underline{220\ kNm = M_r}$

CCBA 68	A23.3 M77
<u>Analyse d'une section fléchie</u> 2) Cas $A = 4 \neq 30 = 28\ cm^2$ $\bar{\omega} = 1{,}76\%$ Le tableau 5 en Annexe donne pour $\bar{\omega} = 1{,}76\%$ $\varepsilon = 0{,}8305$ $k = 14{,}5$ $\mu' = 0{,}2112$ $\mu = 0{,}2184$ Le moment resistant sera la plus petite des valeurs $M_b = \mu' \bar{\sigma}'_b b h^2 = 0{,}8305 \times 150 \times 30 \times (53)^2$ $= 26\,810\ kgm = 268\ kNm$ $M_a = \frac{\mu \bar{\sigma}_a b h^2}{15} = \frac{0{,}2184 \times 2300 \times 30 \times (53)^2}{15}$ $M_a = 282\ kNm$ $\Rightarrow M_r = M_b = 268\ kNm$	<u>Analyse d'une section rectangulaire</u> 2) Cas $A_s = 4 \neq 30 = 28\ cm^2$ $\rho = 1{,}76\%$ $M_r = \phi A_s f_y \left(d - 0{,}59 \frac{A_s f_y}{f'_c b} \right)$ $M_r = 0{,}9 \times 2{,}8\,10^{-3} \times 350 \left(0{,}53 - 0{,}59 \frac{\times 2{,}8\,10^{-3} \times 350}{30 \times 0{,}3} \right)$ $M_r = 423\ kNm$. deformation verifiée $\rho = 1{,}76\%$ $\rho_b = 3{,}82\%$ $\rho < 0{,}75\ \rho_b$ $M_r = 423\ kNm$

CCBA 68		$A_{23.3.M77}$

2°) Cas (suite)

calcul du moment de service

$$M_r = 1 \times M_G + 1{,}2\, M_P$$

- $\underline{M_G = 30\%\, M_s}$

$$M_r = 1 \times M_G + 1{,}2\, M_P$$

$$M_r = 1 \times (0{,}3\, M_s) + 1{,}2\,(0{,}7\, M_s) = 268 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow M_s = 235 \text{ kNm}$$

- $\underline{M_G = 40\%\, M_s}$

$$M_r = 1 \times (0{,}4\, M_s) + 1{,}2\,(0{,}6\, M_s) = 268 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow M_s = 239 \text{ kNm}$$

- $\underline{M_G = 50\%\, M_s}$

$$M_r = 1 \times 0{,}5\, M_s + 1{,}2\,(0{,}5\, M_s) = 268 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow M_s = 243 \text{ kNm}$$

- $\underline{M_G = 60\%\, M_s} \Rightarrow M_s = 248 \text{ kNm}$

2°) Cas (suite)

- calcul du moment de service

$$M_r = 1{,}4\, M_D + 1{,}7\, M_L$$

- $\underline{M_D = 30\%\, M_s}$

$$M_r = 1{,}4\, M_D + 1{,}7\, M_L$$

$$M_r = 1{,}4\,(0{,}30\, M_s) + 1{,}7\,(0{,}7\, M_s) = 423 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow M_s = 263 \text{ kNm}$$

- $\underline{M_D = 40\%\, M_s}$

$$M_r = 1{,}4\,(0{,}4\, M_s) + 1{,}7\,(0{,}6\, M_s) = 423 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow M_s = 267 \text{ kNm}$$

- $\underline{M_D = 56\%\, M_s}$

$$M_r = 1{,}4\,(0{,}5\, M_s) + 1{,}7\,(0{,}5\, M_s) = 423 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow M_s = 273 \text{ kNm}$$

- $\underline{M_D = 60\%\, M_s} \Rightarrow M_s = 278 \text{ kNm}$

CCBA 68	A 23.3.M.77

Analyse d'une section fléchie

3°) Cas $A = 6 \# 30 = 42\ cm^2$ $\bar{\omega} = 2,6\%$

Le tableau 5 en Annexe donne

pour $\bar{\omega} = 2,6\%$ $\mu = 0,3139$ $\mu' = 0,2323$

Le moment sera la plus petite des 2 valeurs

$$M_b = \mu' \bar{\sigma}_b' bh^2 = 0,2323 \times 150 \times 30 \times (53)^2 = 293\ kNm$$

$$M_a = \mu \frac{\bar{\sigma}_a bh^2}{15} = 0,3139 \times \frac{2300}{15} \times 30 \times (53)^2 = 405\ kNm$$

$$M_r = M_b = 293\ kNm$$

- Calcul du moment de service :

- $M_G = 30\% M_s \Rightarrow M_s = 257\ kNm$
- $M_G = 40\% M_s \Rightarrow M_s = 262\ kNm$
- $M_G = 50\% M_s \Rightarrow M_s = 266\ kNm$
- $M_G = 60\% M_s \Rightarrow M_s = 271\ kNm$

Analyse d'une section Rectangulaire

3°) Cas $A_s = 6 \# 30 = 42\ cm^2$ $\rho = 2,6\%$

$$M_r = \phi A_s f_y \left(d - \frac{0,59 A_s f_y}{f'_c\ b} \right)$$

$$M_r = 0,9 \times 4,2\ 10^{-3} \times 350 \left(0,53 - \frac{0,59 \times 4,2\ 10^{-3} \times 350}{30 \times 0,3} \right)$$

$$= 0,573\ MNm$$

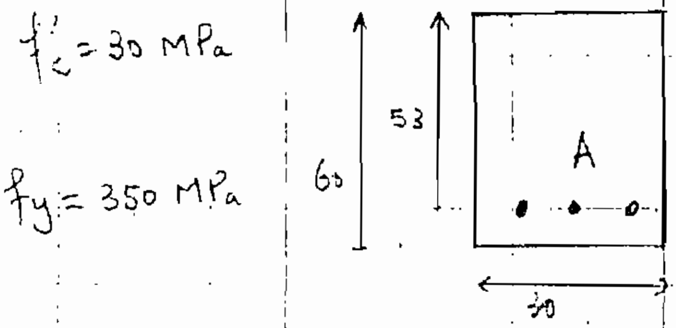
$$= 573\ kNm$$

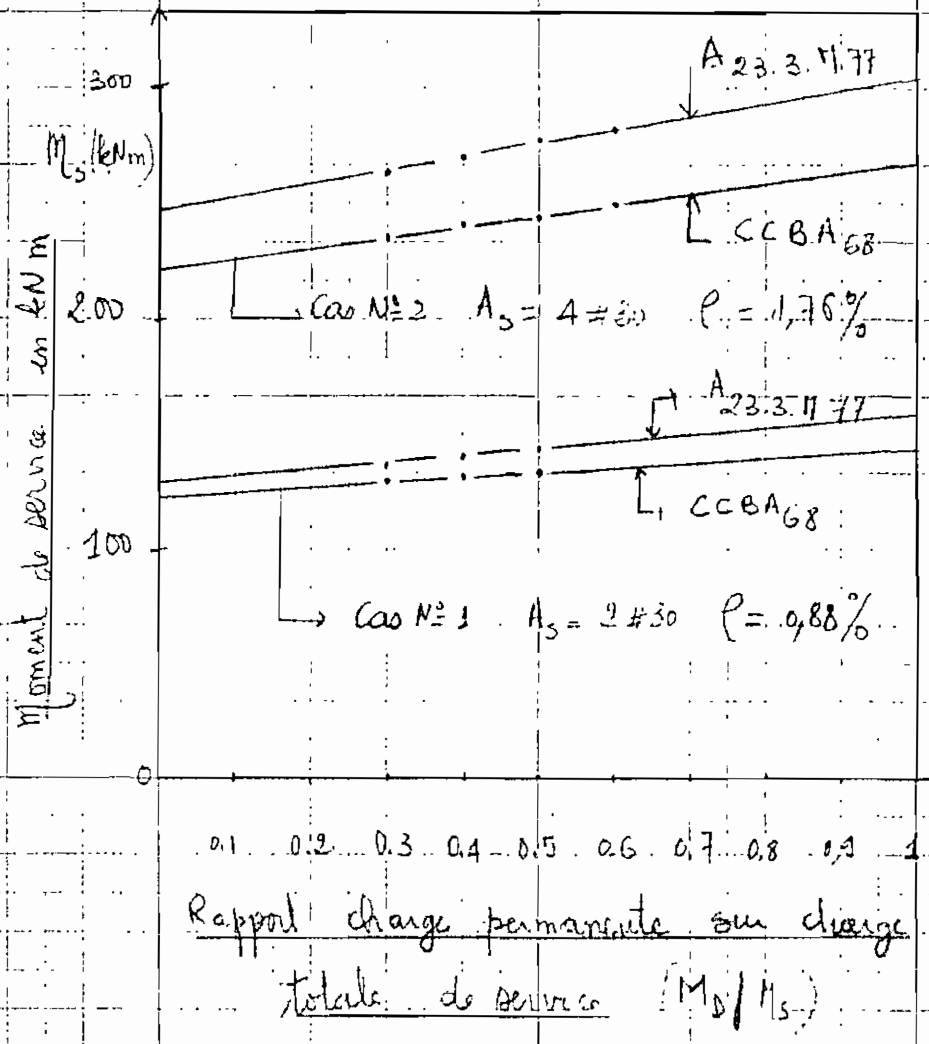
$$M_r = 573\ kNm$$

- Calcul du moment de service :

- $M_D = 30\% M_s \Rightarrow M_s = 356\ kNm$
- $M_D = 40\% M_s \Rightarrow M_s = 363\ kNm$
- $M_D = 50\% M_s \Rightarrow M_s = 370\ kNm$
- $M_D = 60\% M_s \Rightarrow M_s = 377\ kNm$

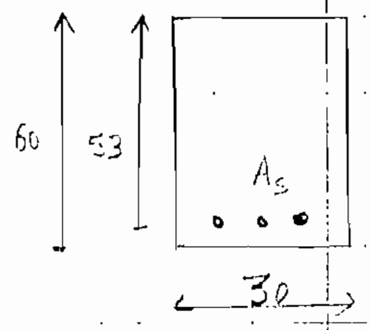
figure N° III Analyse d'une section Rectangulaire





Moment de service M_s en fonction de $\rho = \frac{A_s}{bd}$ et du rapport charge permanente sur charge de service (M_D/M_S)

$f'_c = 30\,MPa$ $f_y = 350\,MPa$



$$\frac{\text{Charge permanente}}{\text{Charge de service}} = \frac{M_D}{M_s} = 0{,}6$$

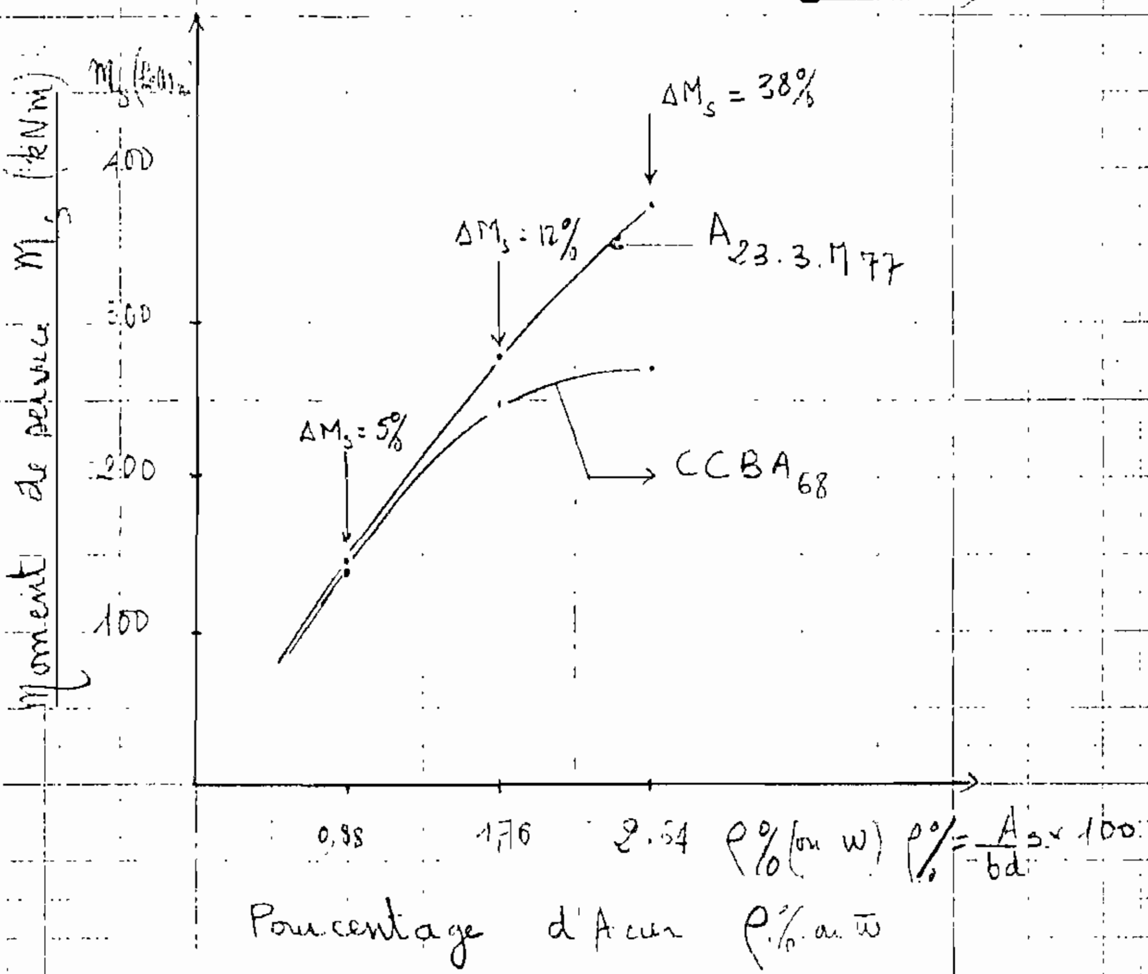


Figure N° IV Moment de service M_s en fonction du pourcentage d'acier $\left(\rho = \frac{A_s}{bd}\right)$

Explications et Discussions

D'apres le graphique on voit que pour de faibles pourcentages d'acier aux environs de 1% les deux methodes : Canadiennes et Françaises fournissent le même moment de service pour une section et des qualités d'acier et de béton donnés

Au pourcentage d'acier optimal selon la methode des contraintes admissibles ($\bar{\omega} = 1{,}63\%$) la norme Canadienne fournit un supplement de 4,7% du moment de service selon l'analyse des contraintes admissibles $CCBA_{68}$

Au delà de cette limite les variations de resistances deviennent de plus en plus importantes. Ceci s'explique par le fait selon l'approche des contraintes admissibles (Norme Française) le moment est determiné par la composante qui cède la premiere

- soit le béton atteint sa contrainte admissible $\bar{\sigma}_b'$
- soit l'acier atteint sa contrainte admissible $\bar{\sigma}_a$

Alors que selon le C.S.A. A 23.3. M_{77} Code canadien les materiaux Acier et béton travaillent ensemble jusqu'a la rupture

Ainsi à pourcentage d'acier élevé $\rho = 2,64\%$ la norme Canadienne permet un surplus de 35% pour le moment de service calculé à partir du $CCBA_{68}$: D'où un gain remarquable malgré des coefficients de majoration des charges plus élevés

La disparité des resultats s'explique par le fait que la Norme Française utilise les matériaux à des contraintes faibles supposées admissibles tandis que selon la norme Canadienne la deformation ultime à la fibre extrême comprimée pour le béton est toujours supposée egale à 0,003

IV 2 -. Largeur de semelle à considérer

La largeur de hourdis à considérer de chaque coté de la nervure ne doit pas dépasser la plus petite de ces 4 valeurs :

- la moitié de l'intervalle existant entre les faces les plus voisines des 2 nervures
- le 1/10 de la portée libre de la nervure entre nus des appuis
- les 2/3 de la distance de la section considerée à l'appui le proche.
- le 1/6 de la distance entre points de moment nul d'une travée.

IV-2 - Largeur de semelle à considérer

La largeur effective de la semelle à considérer dans le calcul doit remplir ces conditions suivantes :

- $b_F \leq d$ = distance centre à centre des poutres adjacentes
- $b_F \leq \frac{1}{4}$ de la longueur de la poutre continue
- $b_F \leq 0.4$ de la longueur de la poutre simple
- $b_F \leq b_w + 24\,h_F$

b_w = largeur de la nervure

h_F = hauteur de la nervure

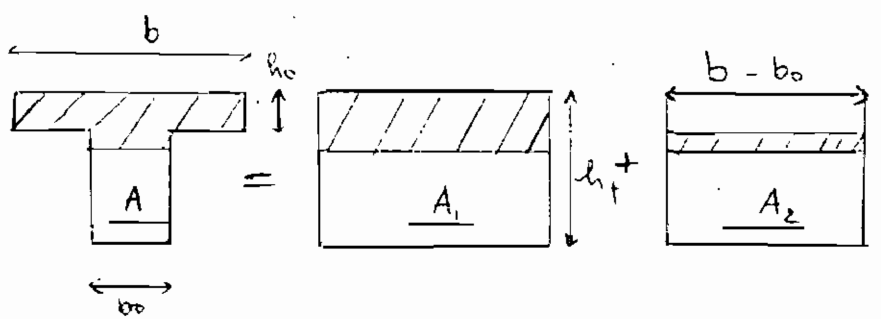
CCBA 68	Flexion d'une section en Té	A 23.3 M 77

- méthode de calcul

- l'axe neutre est dans la Table

idem

- l'axe neutre tombe dans la nervure

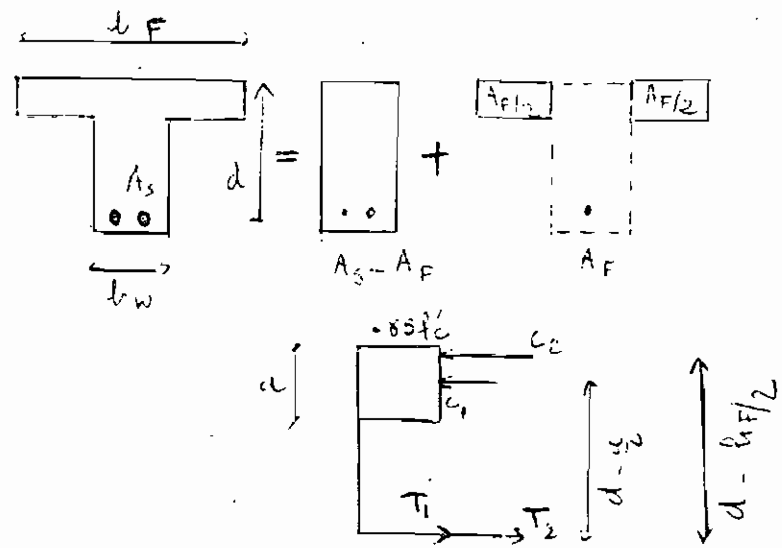


- Méthode de calcul

- l'axe neutre est dans la table

le calcul se fait de la même façon qu'une section rectangulaire et en prenant $b = b_F$ = largeur de la semelle

- l'axe neutre tombe dans l'âme



CCBA 68	Flexion d'une section en Té	$A_{23.3.M77}$

<u>methode de calcul</u>

On pose $\theta = \frac{h_0}{h}$; $\beta = \frac{b_0}{b}$ · $\alpha = \frac{y_1}{h}$

- <u>bras de levier Z</u>

$$Z = \left(1 - \frac{\theta}{2} + C\alpha\right) h \quad \text{avec}$$

$$\rho = \frac{\theta}{\alpha} \qquad C = \frac{\rho^3 - \beta(1-\rho)^2(2+\rho)}{6\left[1 - (1-\beta)(1-\rho)^2\right]}$$

- Le moment resistant est

$$M = A\,\bar{\sigma}_a\,Z$$

<u>Methode de Calcul</u>

l'equilibre implique

$$A_F = \frac{.85\, f'_c\,(b - b_w)\,h_F}{f_y}$$

$$a = \frac{(A_s - A_F)\,F_y}{0{,}85\, f'_c\, b_w}$$

Le moment resistant est

$$M_r = \phi\left[(A_s - A_F)F_y\left(d - \frac{a}{2}\right) + A_F F_y\left(d - h_F/2\right)\right]$$

Enoncé Determiner en fonction du pourcentage d'acier $\bar{\omega}$ et du rapport de la charge permanente sur la charge de service totale (M_G/M_S) le moment de service total M_S que peut reprendre la section en Té avec les caracteristiques ci-contre et des matériaux tels que

$\bar{\sigma}'_b = 135\ kgf/cm^2 \qquad \bar{\sigma}_a = 2600\ kgf/cm^2$

1er Cas $A = 6\ \#30 = 42\ cm^2$

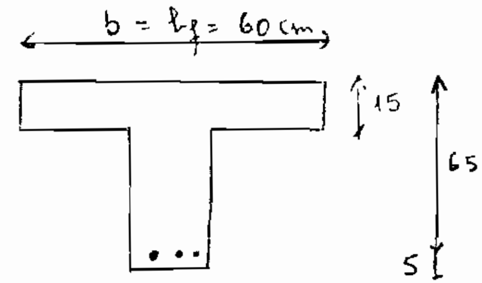
$$\bar{\omega} = \frac{A}{bh} = \frac{42}{60 \times 65} = 0{,}0107 = 1{,}07\%$$

le tableau 5 en Annexes donne

pour $\bar{\omega} = 1{,}07\% \quad \varepsilon = 0{,}857 \quad \mu = 0{,}1378$

$\mu' = 0{,}1837$

$$Z = \varepsilon h = 65 \times 0{,}857 = 55{,}7\ cm$$



Determiner le moment de service M_S en fonction de ρ pourcentage d'Acier et du rapport M_D/M_S charge permanente sur charge totale

$f'_c = 20\ MPa \qquad f_y = 400\ MPa$

1er Cas $A_s = 6\ \#30 = 42\ cm^2$

La section comprimée est-elle rectangulaire

$$a = \frac{A_s f_y}{.85 f'_c\, b} = \frac{4{,}2\ 10^{-3} \times 400}{.85 \times 20 \times 0{,}6} = 0{,}165$$

$a = 16{,}5\ cm > h_F = 15\ cm$

La partie comprimée est en forme de Té

$d - z = 9{,}3$ cm $< h_w = 15$ cm

Il s'agit donc d'une section rectangulaire

Le moment sera la plus petite de ces 2 valeurs

$$M_a = \frac{\mu \bar{\sigma}_a b h^2}{15} = \frac{0{,}1378 \times 2600 \times 60 \times (65)^2}{15}$$

$$= 605\,4932 \text{ kg cm} = 606 \text{ kN m}$$

$$M_b = \mu' \sigma'_b b h^2 = 0{,}1837 \times 135 \times 60 \times (65)^2$$

$$= 628\,6673 \text{ kg cm} = 629 \text{ kN m}$$

Le moment est donné donc

$$M_r = M_a = 606 \text{ kNm}$$

$$M_r = 606 \text{ kNm}$$

$$A_F = \frac{0{,}85 f'_c (b - b_w) h_F}{f_y} = \frac{0{,}85 \times 20 (0{,}6 - 0{,}25) \times 0{,}15}{400}$$

$$= 2{,}23 \; 10^{-3} \text{ m}^2 \Rightarrow \rho_F = 0{,}0137$$

$\rho_b = 0{,}0217$ $\qquad \rho_w = 0{,}0258$ $\qquad \rho_{min} = 0{,}0035$

$$\rho_{min} \overset{?}{\leq} \rho_w \overset{?}{\leq} 0{,}75 (\rho_b + \rho_F)$$

$$0{,}0035 < 0{,}00258 < 0{,}0266$$

O. K. La rupture sera ductile

- Calcul du moment résistant

$$a = \frac{(A_s - A_F) f_y}{0{,}85 f'_c b_w} = \frac{1{,}97 \, 10^{-3} \times 400}{0{,}85 \times 20 \times 0{,}25}$$

$$= 0{,}185 > 0{,}15 \text{ m}$$

$$M_r = \phi \left[(A_s - A_F) f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) + A_F f_y \left(d - h_F/2\right) \right]$$

$$M_r = 0{,}9 \left[1{,}97 \, 10^{-3} \times 400 \left(0{,}65 - \frac{0{,}185}{2}\right) + 2{,}23 \, 10^{-3} \times 400 \left(0{,}65 - \frac{0{,}15}{2}\right) \right]$$

$$= 0{,}857 \text{ MNm} = \underline{857 \text{ kNm} = M_r}$$

CCBA 68		$A_{23.3\text{:}M77}$

Calcul de M_s

$M_r = 1 \times M_G + 1,2\, M_P$

– $M_G = 0,60\, M_s$

$M_r = 1 \times (0,60\, M_s) + 1,2\,(0,40\, M_s) = 606$ kNm

$\Rightarrow M_s = 561$ kNm

– $M_G = 0,50\, M_s$

$M_r = 1 \times (0,50\, M_s) + 1,2\,(0,50\, M_s) = 606$ kNm

$\Rightarrow M_s = 551$ kNm

– $M_G = 0,40\, M_s$

$M_r = 1 \times (0,4\, M_s) + 1,2\,(0,60\, M_s) = 606$ kNm

$\Rightarrow M_s = 541$ kNm

Calcul de M_s

$M_r = 1,4\, M_D + 1,7\, M_L$

– $M_D = 0,60\, M_s$

$M_r = 1,4\,(0,60\, M_s) + 1,7\,(0,40\, M_s) = 857$ kNm

$\Rightarrow M_s = 564$ kNm

$M_D = 0,50\, M_s$

$M_r = 1,4\,(0,50\, M_s) + 1,7\,(0,50\, M_s) = 857$ kNm

$\Rightarrow M_s = 553$ kNm

$M_D = 0,40\, M_s$

$M_r = 1,4\,(0,40\, M_s) + 1,7\,(0,60\, M_s) = 857$ kNm

$M_s = 542$ kNm

Les moments de service sont egaux selon les 2 normes à 0,5% près

CCBA 68		$A_{23.3}$ M77

2°) Cas $A = 3 \# 30 = 21\ cm^2$

$\omega = \frac{A}{bh} = \frac{21}{60 \times 65} = 0{,}0054 = 0{,}54\%$

Pour $\bar{\omega} = 0{,}54\%$ le tableau 5 en annexes donne

$\varepsilon = 0{,}8901 \quad \mu = 0{,}0721 \quad \mu' = 0{,}1467$

Le moment sera la plus petite des 2 valeurs

$M_a = \mu \frac{\bar{\sigma}_a}{15} bh^2 = \frac{0{,}0721 \times 2600 \times 60 \times (65)^2}{15}$

$= 303\ kNm$

$M_b = \mu' bh^2 \bar{\sigma}'_b = 0{,}1467\ 60 \times (65)^2 \times 135$

$M_b = 502\ kNm$

$\underline{M_r = M_a = 303\ kNm}$

2°) Cas $A_s = 3 \# 30 = 21\ cm^2$

La partie comprimée est elle rectangulaire ?

$a = \frac{A_s f_y}{0{,}85 f'_c b} = \frac{2{,}1\ 10^{-3} \times 400}{0{,}85 \times 20 \times 0{,}8} = 0{,}0525$

$a < h_F$ la partie comprimée est rectangulaire

. deformation de l'acier

$\varepsilon_s = \frac{d-c}{c} \times \varepsilon_u = \frac{0{,}65 - 0{,}097}{0{,}097} \times 0{,}003 = 0{,}017$

$\varepsilon_s = 0{,}017 > \varepsilon_y = \frac{F_y}{E_s} = 0{,}002$

l'acier s'écoule, donc

$M_r = \phi A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) = 0{,}9 \times 2{,}1\ 10^{-3} \times 400 \times$

$= 0{,}9 \times 2{,}1\ 10^{-3} \times 400 \left(0{,}65 - \frac{0{,}0525}{2}\right)$

$M_r = 0{,}460\ MNm =$

$\underline{M_r = 460\ kNm}$

$CCBA_{68}$	$A_{23.3.M.77}$

– calcul de M_s

$M_r = 1 \times M_G + 1{,}2\, M_P$

$\underline{M_G = 0{,}30\, M_s}$

$M_r = 1 \times (0{,}3 M_s) + 1{,}2\,(0{,}7 M_s) = 303$ kNm

$\Rightarrow M_s = 266$ kNm

$\underline{M_G = 0{,}50\, M_s}$

$M_r = 1 \times (0{,}50 M_s) + 1{,}2\,(0{,}50 M_s) = 303$ kNm

$\Rightarrow M_s = 275$ kNm

$\underline{M_G = 0{,}70\, M_s}$

$M_r = 1 \times (0{,}70 M_s) + 1{,}2\,(0{,}3 M_s) = 303$ kNm

$\Rightarrow M_s = 286$ kNm

– calcul de M_s

$M_r = 1{,}4\, M_D + 1{,}7\, M_L$

$\underline{M_D = 0{,}30\, M_s}$

$M_r = 1{,}4\,(0{,}3 M_s) + 1{,}7\,(0{,}7 M_s) = 460$ kNm

$\Rightarrow M_s = 285$ kNm

$\underline{M_D = 0{,}50\, M_s}$

$M_r = 1{,}4\,(0{,}50 M_s) + 1{,}7\,(0{,}50 M_s) = 460$ kNm

$\Rightarrow M_s = 297$ kNm

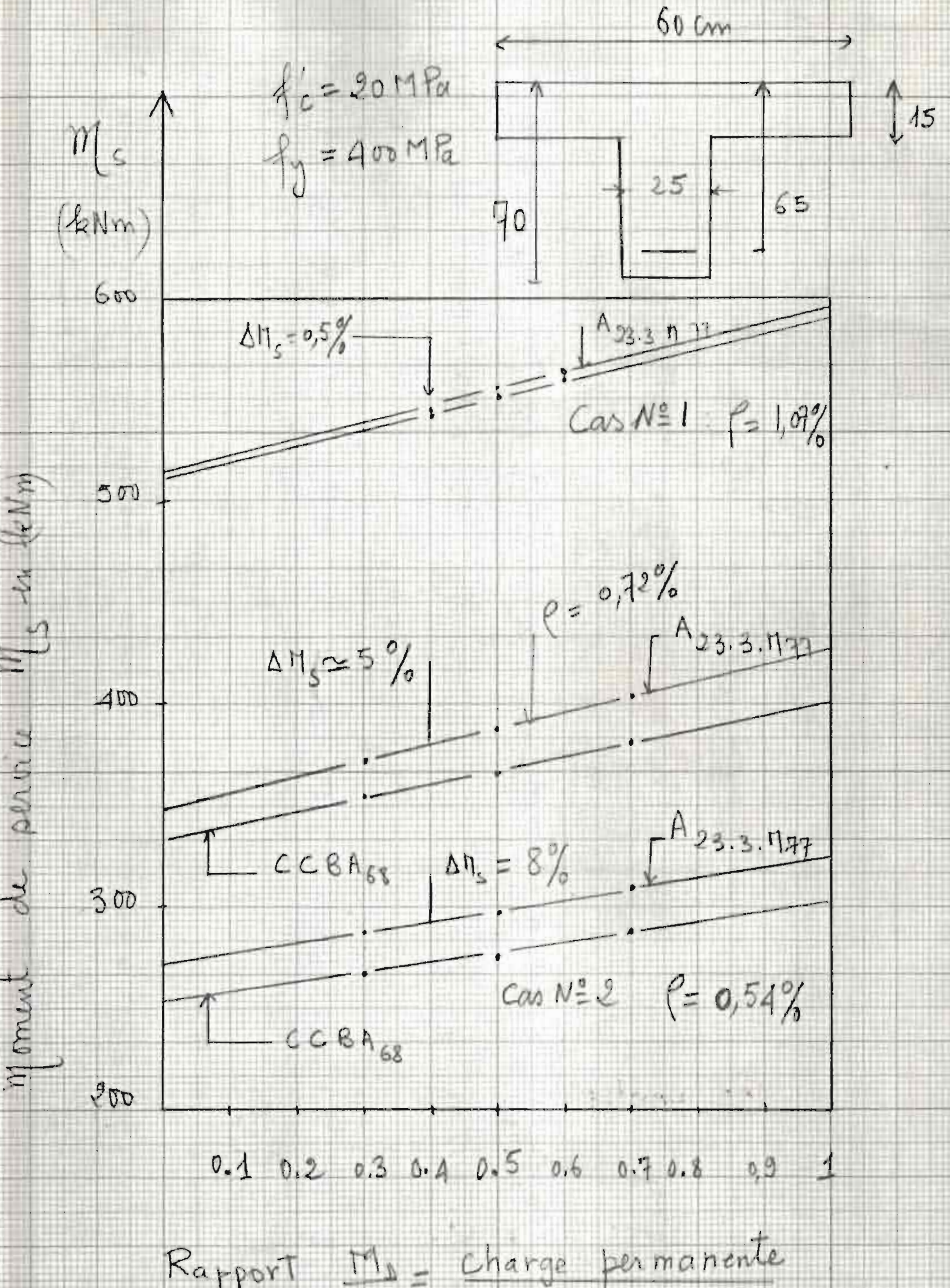
$\underline{M_D = 0{,}70\, M_s}$

$M_r = 1{,}4\,(0{,}70 M_s) + 1{,}7\,(0{,}30 M_s) = 460$ kNm

$\Rightarrow M_s = 309$ kNm

On a une augmentation de 8% du moment de service par rapport au $CCBA_{68}$

figure N° V — Analyse d'une section en Té



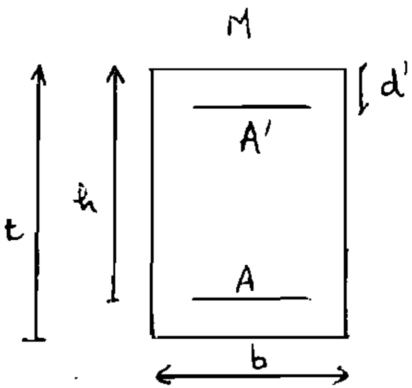
Moment de service M_s en fonction du pourcentage d'Acier $\rho\% = \frac{A_s}{bd} \times 100$ et du rapport M_D/M_s

Explications et Discussions

D'après cette famille de courbes on voit que le moment de service augmente à mesure que la charge permanente augmente. Ceci étant dû au fait que le coefficient de majoration des surcharges d'exploitation tenant compte des effets dynamiques est plus élevé.

D'autre part plus la quantité d'acier augmente au niveau de la section plus les 2 méthodes se rapprochent
variation de 0,5% du moment de service pour $\rho_w = 2,58\%$ = pourcentage d'acier
Ceci est dû au fait l'âme reprend une bonne partie de la compression déjà à ce taux d'acier élevé. Selon les contraintes admissibles, la section en Té est analysée comme étant une section rectangulaire de largeur effective b en entier alors que tel n'est pas le cas selon le Code Canadien C.S.A. $A_{23.3.M.77}$
A faible pourcentage d'acier l'analyse du Code Canadien devient plus économique (voir figure)

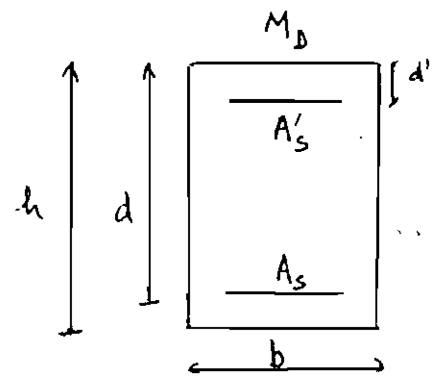
CCBA 68	Exemple N° 4 Flexion d'une section Rectangulaire avec Acier comprimé	A 23.3 M77



On demande de déterminer A et A' pour un moment M et une section et les caractéristiques des matériaux donnés $\bar{\sigma}_a$ et $\bar{\sigma}'_b$ connues

– On calcule $\mu = \dfrac{15\,M}{\bar{\sigma}_a\, b h^2}$ et à l'aide du tableau 5 en Annexes on détermine k

– Calculer $\sigma'_b = \dfrac{\bar{\sigma}_a}{k}$



On demande de calculer A_s et A'_s pour un moment M_D et une section donnée

f'_c et f_y données

– On calcule les paramètres suivants

* – $\beta_1 = 0{,}85$ si $f'_c \le 27{,}5$ MPa

– $\beta_1 = 0{,}85 - 0{,}05\left(\dfrac{f'_c - 27{,}5}{6{,}9}\right)$ si $f'_c > 27{,}5$ MPa

* – $\rho_b = 0{,}85\, \beta_1 \cdot \dfrac{f'_c}{f_y} \times \dfrac{600}{600 + f_y}$

* $A_s = \left[1 - \sqrt{1 - \dfrac{4 M_r}{1.7\,\phi\, b d^2 f'_c}}\right] \dfrac{0{,}85\, f'_c\, b\, d}{f_y}$

C.C.B.A 68	Eléments fléchis nécessitant de l'Acier comprimé	A 23.3 M 77

Critère de décision

si $\sigma'_b > \bar{\sigma}'_b$ il faut mettre de l'acier comprimé

- il faut faire travailler les matériaux à leurs contraintes admissibles
- on calcule $k = \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\sigma}'_b}$ on a d'après le tableau 5 en Annexes les valeurs $\bar{\omega}$ et μ'
- calculer $M_b = \mu' \bar{\sigma}'_b b h^2$
- $\Delta M = M - M_b$
- calculer σ'_a
- calculer $A' = \frac{\Delta M}{(h - d')\sigma'_a}$
- calculer $A = A' + \frac{\bar{\omega} b h}{100}$

- calculer : $A_{s\,max}$ permis par le code $A_{s\,max} = 0{,}75 \cdot \rho_b \cdot b \cdot d$

critère de décision

- si $A_s > A_{s\,max}$ il faut mettre de l'acier comprimé
- Calculer le moment M_{r_1} qui agit avec le béton seul $\rho_{max} = 0{,}75\,\rho_b$
- on pose $A_s - A'_s = \rho_{max} \cdot b \cdot d$
- calculer $a = \frac{(A_s - A'_s)\,f_y}{0{,}85\,f'_c\,b}$
- $M_{r_1} = \phi\,(A_s - A'_s)\,f_y \times \left(d - \frac{a}{2}\right)$
- $M_{r_2} = M_D - M_{r_1}$
- calculer f'_s
- calculer $A'_s = \frac{M_{r_2}}{\phi\,f'_s\,(d - d')}$
- " $A_s = \rho_{max}\,b\,d + A'_s$

CCBA 68	Flexion d'1 section rectangulaire avec Acier comprimé	A.23.3.1/77

Determiner l'acier requis pour une section de 30 x 40 devant reprendre les charges suivantes

$M_G = 7240$ kgm

$M_p = 4800$ kgm

$\bar{\sigma}'_b = 137$ kgf/cm² $\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}'_a = 3000$ kgf/cm²

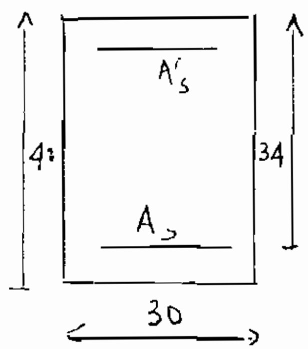
– 1) Verifions si des armatures comprimées sont necessaires

$\mu = \dfrac{n\,M}{\bar{\sigma}_a \; b\,h^2} =$ $n = 15$

$M = 1 \times 7240 + 1,2 \times 4800 = 13\,000$ kgm

$\mu = \dfrac{15 \times 1\,300\,000}{3000 \quad 30 \cdot (34)^2} = 0,1874$

Pour cette valeur de μ le tableau 5 en annexe donne $k = 16,2$



Determiner A_s et A'_s

si $M_D = 72,4$ kNm

$M_L = 48$ kNm

$f'_c = 27$ MPa

$f_y = 400$ MPa

1) Verifions si de l'acier comprimé est necessaire

$M_r = 1,4\,M_D + 1,7\,M_L$

$= 1,4 \times 72,4 + 1,7 \times 48 = 182,96$ kNm

– Calcul de $A_{s\,max}$

$\rho_b = 0,85\,\beta_1 \dfrac{f'_c}{f_y} \dfrac{600}{600 + f_y}$ $\beta_1 = 0,85$

$\rho_b = 0,85 \times 0,85 \times \dfrac{27}{400} \times \dfrac{600}{600 + 400} = 0,02477$

CCBA 68	Flexion d'une section rectangulaire avec acier comprimé	A 23.3 M 77

La contrainte dans le béton serait

$\sigma_b = \frac{3000}{16,2} = 185 \ kgf/cm^2 > 137$

$\sigma'_b > \bar{\sigma}'_b$ il faut de l'acier de compression.

On utilise les contraintes admissibles

$k = \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\sigma}_b} = \frac{3000}{137} = 21,9$

le tableau 5 en Annexe donne

$\mu' = 0,1757 \quad \alpha = 0,4065 \quad \bar{\omega} = 0,928$

Le moment repris par le beton sera

$M_0 = \mu' b h^2 \bar{\sigma}'_b = 0,1757 \times 30 \times 34 \times 137$

$= 834\ 779 \ kg\,cm$

$\Delta M = M - M_0 = 465\ 221 \ kg\,cm$

$\bar{\sigma}'_a = m\left(\frac{\alpha - \delta'}{\alpha}\right)\bar{\sigma}'_b = 15 \ \frac{0,4065 - \frac{4}{34}}{0,4065} \times 137$

$= 1460 \ kgf/cm^2 < \bar{\sigma}_a$

$A_{s\,max} = 0,75 \rho_b \, b \, d$

$= 0,75 \times 0,02477 \times 30 \times 34 = 18,94 \ cm^2$

$$A_s = \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 M_r}{1,7 \phi b d^2 f'_c}}\right] \frac{0,85 f'_c \, b d}{f_y}$$

$$A_s = \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times 0,18296}{1,7 \times 0,9 \times 0,3 \times (0,34)^2 \times 27}}\right] \frac{0,85 \times 27 \times 0,3 \times 0,34}{400}$$

$A_s = 1,7596 \ 10^{-3} \ m^2$

$A_s = 17,6 \ cm^2 < A_{s\,max} = 18,94 \ cm^2$

CCBA 68	Flexion d'une section rectangulaire avec acier comprimé	$A_{23.3}$ 777

$A' = \dfrac{\Delta M}{(h - d')\,\sigma'_a} = 10{,}62\ cm^2$ $A = \bar{\omega}\dfrac{bh}{100} + A' = 0{,}928 \cdot \dfrac{30 \times 34}{100} + 10{,}62$ $A = 20{,}08\ cm^2$ $A_T = A + A' = 30{,}70\ cm^2$	$A'_s = 0$: Pas besoin d'armatures comprimées $A_s = 17{,}6\ cm^2$ $A_T = 17{,}6\ cm^2 = A_s$ soit une economie de 42% d'Acier

Les 2 normes suggerent de mettre de l'acier comprimé uniquement si c'est necessaire. mais la norme Française travaillant aux contraintes admissibles atteint sa limite bien avant

CCBA 68 || Exemple N° 5. DESIGN d'une poutre || A 23.3 M 77

Problème Dimmensionner une poutre simple de 6 m de longueur devant supporter une charge permanente de 450 kg/m et une surcharge de 1050 kg/m

$\bar{\sigma}'_b = 125 \text{ kgf/cm}^2$ $\bar{\sigma}_a = 2600 \text{ kgf/cm}^2$

$\gamma_b = 2350 \text{ kg/m}^3$

Poids propre. Choix arbitraire 20 × 40

$0,4 \times 0,2 \times 1\text{m} \times 2350 \text{ kg/m}^3 = 190 \text{ kgf/ml}.$

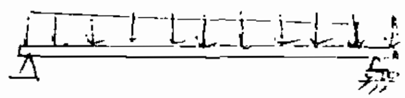
$q_d = 1\,(450 + 190) + 1,2 \times 1050$

$= 1900 \text{ kgf/ml}.$

$M = \dfrac{q l^2}{8} = \dfrac{1900 \times 6^2}{8} = 8550 \text{ kg m}$

Les resultats sont compilés sur le tableau de la page suivante

Faire plusieurs choix de sections et leurs armatures nécessaires



$q_d = 4,5 \text{ kN/m}$ $q_L = 10,5 \text{ kN/m}$

$f'_c = 25 \text{ MPa}$ $f_y = 400 \text{ MPa}$

Poids propre :

$0,4 \times 0,2 \times 1\text{m} \times 23,5 \text{ kN/m}^3 = 1,9 \text{ kN/ml}.$

$w_d = 1,4\,(4,5 + 1,9) + 1,7 \times 10,5$

$= 26,8 \text{ kN/m}$

$M_u = \dfrac{w_u l^2}{8} = 120,6 \text{ kNm}.$

$\rho_b = 0,85\,\beta_1 \dfrac{f'_c}{f_y} \dfrac{600}{600 + f_y} = 0,0271$

Les résultats ainsi trouvés dépendant de la valeur de d et de b utilisée.

d	b	B = b.d	A	A_{Totale}
cm	cm	cm²	cm²	cm²
45	23	1035	8,41	8,41
43	22	946	8,88	8,88
42	21	882	9,49	10
41	20,5	840	9,80	11,1
34.5	19	655	13,74	20,87

$A_{Totale} = A + A'$

$$K_u = \phi \rho f_y \left(1 - \frac{0{,}59\, \rho f_y}{f'_c}\right)$$

$$b d^2 = \frac{M_D}{K_u} 10^6$$

ρ/ρ_b	ρ	d	b	A_s
-	-	cm	cm	cm²
.3	0,0081	45	23	8.38
.35	0,0095	43	22	8.99
.375	0,0102	42	21	9.
.4	0,0108	41	20,5	9.08
.75	0.0203	34.5	19	13,3

Pas d'acier de compression

CCBA 68	Acier minimal	A 23.3 M77

Renforcissement pour la temperature et le retrait

a) dalles

Pour les plaques rectangulaires appuyées sur leur contour si ϖ_x et ϖ_y sont les % par bande de largeur b des armatures longitudinales tendues disposées suivant les 2 portées l_x et l_y avec $\rho = \frac{l_x}{l_y} \leq 1$ et de hauteurs utiles h_x et h_y

-1) quelle que soit la valeur de ρ

$$\varpi_x \geq \frac{\psi_4}{2}(2-\rho)\frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_a}\left(\frac{h_0}{h_x}\right)^2$$

-2) - pour $\rho \leq 0,40$

$$\varpi_y \geq 0,35\,\psi_4\,\frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_a}\left(\frac{h_0}{h_y}\right)^2$$

- pour $0,4 < \rho \leq 1$

$$\varpi_y \geq \frac{\psi_4}{4}(1+\rho)\frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_a}\left(\frac{h_0}{h_y}\right)^2$$

Renforcement pour la T° et le retrait

a) dalles

Pour les dalles unidirectionnelles l'acier dans la direction perpendiculaire à la direction principale doit remplir les exigences suivantes donc $\frac{l_x}{l_y} < 0,5$

-1) $\rho_{min} = 0,0014$ et dans aucun cas jamais espacés de plus de 5 fois l'épaisseur de la dalle et jamais plus que 500 mm

-2). Dependant du type d'acier utilisé

a) Acier ordinaire	0,0025
b) Acier ayant $f_y < 400$ MPa	0,0020
c) Acier soudé et ordinaire ($f_y = 400$ MPa)	0,0018
d) Acier $f_y \geq 400$ MPa ; $\varepsilon = 0,35\%$	$\frac{0,0018 \times 400}{f_y}$

CCBA 63	Acier minimal	A 23.3 M 77

b) Poutres

$$\bar{\omega}_{min} \geq \psi_4 \frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_a} \left(\frac{h_t}{h}\right)^2$$

- $b (= b_0)$ largeur de la nervure
- $\bar{\sigma}_b$ et $\bar{\sigma}_a$ représentent respectivement les contraintes de traction du béton et admissible de l'acier
- h_t ou h_0 = hauteur totale
- h, h_x, h_y hauteur utile de la pièce
- ψ_4 un coefficient qui prend les valeurs ci-après

$\psi_4 = 0,36$ pour les aciers bruts de laminage

$\psi_4 = 0,54$ pour les aciers écrouis

b) poutres

$$\rho_{min} = \frac{1,4}{f_y}$$

f_y = limite d'élasticité de l'acier utilisé exprimée en MPa

c) Colonnes

$$\bar{\omega}_\ell \geq \frac{1{,}25}{1000}\,\theta_1\,\theta_2\,\theta_3\,\frac{\sigma'_n}{\bar{\sigma}'_{bo}}$$

$$\bar{\omega}_t \geq \frac{1{,}5}{1000}\,\theta_1\,\theta_2\,\frac{\sigma'_n}{\bar{\sigma}'_{a}}$$

et

$$\bar{\omega}_t \geq 6/1000$$

Le coefficient θ_1 tient compte des possibilités d'excentricité de la charge

$\theta_1 = 1.8$ poteau d'angle

$\theta_1 = 1.4$ poteau de rive

$\theta_1 = 1.$ autres poteaux

Le coefficient θ_2 tient compte des dimensions de la pièce

$$\theta_2 = 1 + \frac{l_c}{4a - 2c}$$

c) Colonnes

$$\rho_{min} = 1\,\%$$

- colonnes (suite)

Le coefficient θ_3 tient compte de l'acier utilisé

$$\theta_3 = 1 + \frac{2160}{\sigma_{en}}$$

σ_{en} limite d'élasticité nominale de l'acier en bars

a = plus petite dimension transversale de la pièce

σ'_m : contrainte moyenne de compression

σ'_{b0} = contrainte de compression simple admissible

l_c = longueur de flambement dépend des conditions de restreintes

CCBA 68	Acier minimal	A 23.3.1777

a) <u>dalles</u> exemple numerique

Determiner l'acier minimal pour une dalle sur appuis simples de longueur 4 m et de largeur 1,40 m d'épaisseur 0,20 m, on a de l'acier brut de laminage

on a $\bar{\sigma}_o = 7$ bars $\bar{\sigma}_a = 1600$ bars

acier brut de laminage $\varphi_4 = .35$

$\rho = \frac{l_x}{l_y} = \frac{1,4}{4,0} = 0,35$ $h_o = 20$ cm

$h_x = 20 - (2 + 0,6) = 17,4$ cm

$- \bar{\omega}_x \geq \frac{0,35}{2}(2 - 0,35)\frac{7}{1600}\left(\frac{20}{17,4}\right)^2$

$\omega_x \geq 0,00171$

$\bar{\omega}_y \geq 0,35 \times 0,35 \times \frac{7}{1600}\left(\frac{20}{17,1}\right)^2$

$\omega_y \geq 0,000754$

a) <u>dalles</u>: exemple numerique.

dalle unidirectionnelle $\alpha = 0,35 < 0,5$

$f_y = 300$ MPa < 400 MPa

on suppose qu'on a de l'acier ordinaire

$\rho_{min} = 0,0020$

CCBA 68	Acier minimal	A23.3 M77

b) poutres : exemple numérique

Déterminer l'acier minimal pour la poutre telle que

$b_f = 50$ cm $\quad h = 46$ cm $\quad b_0 = 20$ cm

on suppose que $\bar{\sigma}_b = 7$ bars

l'acier est écrou $\bar{\sigma}_a = 2800$ bars

d'où $\varphi_4 = 0,54$

$$\bar{\omega}_{min} = 0,54\left(\frac{7}{2800}\right)\left(\frac{50}{46}\right)^2$$

$$= 0,0016$$

b) poutres : exemple numérique

déterminer l'acier minimal de température et de retrait d'une poutre en Té ayant les dimensions suivantes :

$b_f = 50$ cm $\quad d = 46$ cm $\quad b_0 = 20$ cm

Acier $f_y = 400$ MPa

$$\rho_{min} = 1,4/400$$

$$= 0,0035$$

c) colonnes

Soit un poteau intérieur de longueur $l = 3\,m$ et de dimension 50×15 cm supportant une charge axiale de 40 tonnes la contrainte $\sigma'_{b0} = 57,5$ kgf/cm² :

$$\bar{\omega}_l \geq \frac{1,25}{1000}\,\theta_1\,\theta_2\,\theta_3\,\frac{\sigma'_m}{\sigma_{b0}}$$

$\theta_1 = 1$ $\quad$ $\theta_3 = 1 + \frac{2160}{4000} = 1,54$

$$\theta_2 = 1 + \frac{0,7 \times 300}{4 \times 15 - 2 \times 3} = 4,9$$

$$\bar{\omega}_l \geq \frac{1,25}{1000} \times 1 \times 4,9 \times 1,54 \times \frac{40000}{50 \times 15} \times \frac{1}{57,5}$$

$$\omega_l \geq 0,00875$$

$$\omega_t \geq \frac{1,5}{1000}\,\theta_1\,\theta_2\,\frac{\sigma'_m}{\sigma'_b} = 0,009$$

Mais $\omega_t \leq 0,006 \Rightarrow \omega_{t\,min} = 0,006$

c) colonnes

$\rho_{min} = 1\%$

Conclusions sur la flexion

Pour ce mode de sollicitation : flexion nous remarquons que chacune des deux normes possedent un optimum appele conditions balancees pour le code Canadien

Cette condition correspond à une armature de tension telle que l'ecoulement de l'acier se fait simultannement avec l'ecrasement du béton

L'equivalent de cette cette condition balancee canadienne n'est pas très explicite dans le code Français ou il correspond à une armature de tension telle que l'acier et le béton atteignent simultannement leurs contraintes admissibles respectives $\bar{\sigma}_a$ et $\bar{\sigma}'_b$

Pour de faibles sollicitations ne cessitant que le minimum d'acier la norme française permet une economie d'acier

Tel est le cas pour l'acier minimal :

- des colonnes
- des poutres pour le moment avant fissuration du beton tendu
- des dalles Acier de temperature et de retrait

Chapitre V

Sections Comprimées

V-1 Condition d'élancement

L'élancement est défini comme étant le rapport λ

$$\lambda = \frac{l_c}{i}$$

l_c = longueur de flambement

i = rayon de giration

Pièce courte

Une pièce est dite courte si

$$\lambda = \frac{l_c}{i} < 50$$

Ceci équivaut pour une colonne rectangulaire à $\frac{l_c}{a} < 14.4$

a = plus petite dimension

– Autrement la colonne est élancée

V 1 Condition d'élancement

L'élancement est défini comme étant le rapport λ $\lambda = \frac{k L_u}{r}$

k coefficient dépendant des restraints

L_u longueur non supportée

r rayon de giration

– Pièce courte

Une colonne est dite courte si :

- élément contreventé $\frac{k L_u}{r} < 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$
- élément non contreventé $\frac{k L_u}{r} < 22$

M_1, M_2 représentent respectivement les plus petits et plus grands moment d'extrémités

. Autrement la colonne est dite élancée

CCBA 68	Eléments comprimés	A 23.3 M 77

- colonne courte

$N = \sigma_b' (B + 15A)$

B section de béton   A = section d'Acier

mais $A \geq A_{min}$

$A_{min} \geq \frac{1,25}{100} \theta_1 \theta_2 \theta_3 \frac{N}{\sigma_{b0}'}$

N = effort normal

$\theta_1 = 1$ poteau intérieur

$\theta_1 = 1.4$ poteau de façade

$\theta_1 = 1.8$ poteau d'angle

$\theta_2 = 1 + \frac{l_c}{4a - 2c}$

$\theta_3 = 1 + \frac{2160}{\sigma_{en}}$

l_c = longueur de flambement

a = plus petite dimension de la pièce

c = enrobage.

colonne courte

- Colonne ligaturée

$P_u = 0,6 f_c' (A_g - A_{ST}) + 0,7 f_y A_{ST}$

- Colonne spiralée

$P_u = 0,64 f_c' (A_g - A_{ST}) + 0,75 f_y A_{ST}$

P_u : charge axiale

A_g = section de béton totale

A_{ST} section d'acier

- colonne ligaturée

$$A_s = \frac{P_u - 0,6 f_c' A_g}{0,7 f_y - 0,6 f_c'}$$

- colonne spiralée

$$A_s = \frac{P_u - 0,64 f_c' A_g}{0,75 f_y - 0,64 f_c'}$$

CCBA 68	Eléments Comprimés	A 23.3 M 77

<u>Colonnes élancées</u>

- Si $\lambda > 50$ il faut une excentricité f_c pour la charge :

$$f_c = \frac{8 r^2}{v}(1+\xi) \times 10^{-3} (\lambda - 50)^{3/2}$$

ξ : rapport de la charge permanente sur la charge vive

v ordonnée maximale du contour de la section du côté le plus comprimé

r : rayon de giration

D'où un moment fléchissant additionnel

$$M_f = N \cdot f_c$$

<u>Colonnes élancées</u>

Il faut un facteur d'amplification δ pour le moment

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\phi P_{cr}}}$$

Système non contreventé $C_m = 1$

Système contreventé,

- avec charges latérales $C_m = 1$
- avec moments d'extrémités seulement

$$C_m = 0,6 + 0,4 \frac{M_1}{M_2} \quad ; \quad C_m \geq 0,4$$

P_u = charge axiale ultime de service

P_{cr} = charge critique d'Euler

C_m transforme les moments en un moment équivalent uniforme $M_{max} = M_2 \times \delta$

CCBA 68	Exemple N° 7. Analyse d'un poteau - court	A 23.3 M 77

Determiner en fonction du pourcentage d'acier ϖ_ℓ la charge de service totale que peut supporter un poteau supposé court de 25×25 cm sachant que la charge permanente represente 60% de la charge de service.

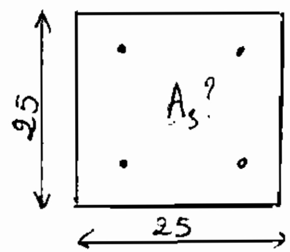
$\bar{\sigma}'_{b0} = 82{,}5$ kgf/cm² $\bar{\sigma}'_a = 2670$ kgf/cm²

$l_c = 250$ cm

1°) Cas $A' = 4\phi 25 = 19{,}63\ cm^2 \Rightarrow \varpi_\ell = 3{,}14\%$

$$N'_1 = \bar{\sigma}'_{b0}\,(B + nA)$$
$$= 82{,}5\,(625 + 15 \times 19{,}63)$$
$$= 75{,}8\ T = 758\ kN$$

Determiner en fonction de ρ le pourcentage d'Acier la charge de service que peut supporter un poteau court de 25×25 cm sachant que



$f'_c = 27$ MPa $f_y = 400$ MPa

1) Cas $A_s = 19{,}63\ cm^2 \Rightarrow \rho = 3{,}14\%$

$$P_u = 0{,}6\, f'_c\,(A_g - A_{sT}) + 0{,}7\, f_y\, A_{sT}$$
$$= \left[0{,}6 \times 27\,(625 - 19{,}63) + 0{,}7 \times 400 \times 19{,}63\right] 10^{-4}$$
$$= 1{,}53\ MN$$
$$\Rightarrow P_u = 1530\ kN$$

CCBA 68	Elements Comprimés	A 23.3 M77

calculons la charge à partir de l'Acier minimal :

- on a un poteau intérieur $\theta_1 = 1$
- $\theta_2 = 1 + \frac{l_c}{4a - 2c} = 1 + \frac{250}{4 \times 25 - 2 \times 3} = 3,65$
- $\theta_3 = 1 + \frac{2160}{\sigma_{en}} = 1,54$

$N_2' = \frac{1000 \cdot A_m' \times \bar{\sigma}_{b0}'}{1,25 \times 1 \times 3,65 \times 1,55} = 229000\ kg$

$N_2' = 2290\ kN > N_1'$

$\Rightarrow N = N_1' = 758\ kN$.

$N_u = 1 \times N_G + 1,2 N_P$

$N_u = 1 \times (0,6 N_s) + 1,2\,(0,4 N_s) = 758\ kN$

$\Rightarrow \underline{\underline{N_s = 702\ kN}}$.

$P_u = 1530\ kN$

$P_u = 1,4\, P_D + 1,7\, P_L$

$P_u = 1,4\,(0,6\, P_s) + 1,7\,(0,4\, P_s) = 1530\ kN$

$\Rightarrow \underline{\underline{P_s = 1006\ kN}}$

CCBA 68	Elements Comprimés	$A_{23.3}$ M77

CCBA 68	$A_{23.3}$ M77
2) Cas $A = 6{,}25\ cm^2$ $\bar{\omega}_\ell = 1\%$:	2) Cas $A_s = 6{,}25$ $\rho = 1\%$
En remplaçant A par sa valeur on trouve $N_u = 593$ kN	on trouve également $P_u = 1177$ kN
$N_u = 1 \times N_G + 1{,}2\, N_p \Rightarrow N_S = 549$ kN	$1{,}4\,(0{,}6 P_s) + 1{,}7\,(0{,}4 P_s) = 1177$
$N_s = 774$ kN	$\Rightarrow P_S = 774$ kN
3) Cas $A = 12{,}5\ cm^2$ $\bar{\omega}_\ell = 2\%$ -	3) Cas $A_s = 12{,}5$ $\rho = 2\%$
on trouve $N_u = 670$ kN. $N_S \doteq 620$ kN	$P_u = 1342$ kN $\Rightarrow P_S = 882$ kN.
4) Cas $A = 25\ cm^2$ $\omega_\ell = 4\%$	4') Cas $A_s = 25\ cm^2$ $\rho = 4\%$
on trouve $N_u = 825$ kN	$P_u = 1672$ kN
$\Rightarrow N_s = 764$ kN	$\Rightarrow P_S = 1100$ kN
	On trouve une augmentation en moyenne de 42% par rapport au CCBA 68

CCBA 68	Exemple N° 8 Design d'un poteau - court	A23.3 M77

Determiner les armatures A_s d'un poteau devant supporter une charge de service de 34,1 T et P = 34,1 T

$B = 30 \times 30$ cm Acier : Fe 30

Par hypothèse la colonne est courte

$\bar{\sigma}'_a = \frac{2}{3}\sigma_{en} = \frac{2}{3} \times 3000 = 2000$ kgf/cm²

On suppose que le béton a 350 kg/m³ et possède une contrainte $\bar{\sigma}'_{b0} = 68,5$ kgf/cm²

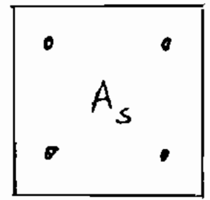
$$\sigma'_b = \frac{\bar{\sigma}'_a}{15} = \frac{2000}{15} = 133 \text{ kgf/cm}^2$$

$\sigma'_b > \bar{\sigma}'_{b0}$ on utilisera $\bar{\sigma}'_{b0}$ dans le calcul de A'

$$N = \bar{\sigma}'_{b0}\,(B + 15A')$$

$$A' = \frac{1}{15}\left[\frac{N}{\bar{\sigma}'_{b0}} - B\right]$$

Determiner A_s si la charge est telle que



$D = L = 341$ kN

$f'_c = 20$ MPa $f_y = 300$ MPa

Par hypothèse la colonne est courte

Nous avons une colonne ligaturée

$$P_u = 0{,}60 f'_c\,(A_g - A_{ST}) + 0{,}70 f_y A_{ST}$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{P_u - 0{,}6 f'_c A_g}{0{,}7 f_y - 0{,}6 f'_c}$$

CCBA 68	A 23.3 M 77
$N = 3410 + 1,2 \times 34100 = 75\,000$ kg	$P_u = 341 \times 1,4 + 1,7 \times 341 = 1057$ kN
$A' = \frac{1}{15}\left[\frac{75\,000}{68.5} - 900\right] = 13$ cm^2	$A_s^{\circ} = \frac{1.057 - 0,6 \times 20 \times 0,09}{.7 \times 300 - 0,6 \times 20} < 0$
calculons l'Acier minimal	La section de béton peut à elle seule
poteau intérieur $\theta_1 = 1$	reprendre la charge nous avons
$\theta_2 = 1 + \frac{l_c}{4a - 2c} = 1 + \frac{0,7 \times 280}{4 \times 30 - 2 \times 3} = 2,58$	donc le minimum d'Acier pour la
$\theta_3 = 1 + \frac{\sigma_{en}}{2160} = 1 + \frac{3000}{2160} = 2,4$	température et le retrait soit $\rho = 1\%$
$A'_{min} = \frac{1,25}{1000} \times \theta_1 \times \theta_2 \times \theta_3 \frac{N}{\bar{\sigma}'_{bo}}$	$A_{min} = 1\% = \frac{1 \times 30 \times 30}{100} = 9$ cm^2
$= \frac{1,25}{1000} \times 1 \times 2,58 \times 2,4 \times \frac{75\,000}{68,5} = 8,47$ cm^2	
$A' > A_{min}$	$\underline{A = A_{min} = 9 \text{ cm}^2}$
d'où	
$\underline{\underline{A' = 13 \text{ cm}^2}}$	Soit une économie de 30% d'Acier

CCBA 68	Exemple N° 9 DESIGN d'un poteau élancé	A23.3 M77

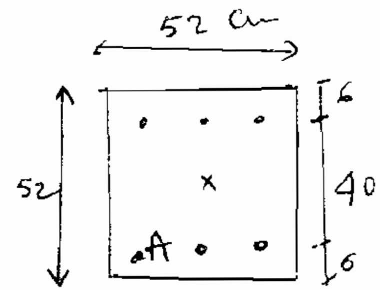
Problème Déterminer les armatures d'une colonne A devant supporter une charge axiale de 70 T et un moment de service également de 25 T m

On suppose que la charge permanente représente 50% de la charge totale

$\bar{\sigma}'_b = 90 \ kgf/cm^2 \qquad \bar{\sigma}_a = 2000 \ kgf/cm^2$

Charges de design

- $N_u = 1 \times 35 + 1{,}2 \times 35 = 77 \ t$
- $M_u = 1 \times 12{,}5 + 1{,}2 \times 12{,}5 = 27{,}5 \ T m$
- La colonne est-elle élancée ?



Déterminer les armatures de cette colonne A sachant que

$D = L = 350 \ kN$

$M_D = M_L = 125 \ kN m$

Charges de design

- $P_u = 1{,}4 \times 350 + 1{,}7 \times 350 = 1085 \ kN$
- $M_u = 1{,}4 \times 125 + 1{,}7 \times 125 = 381{,}5 \ kN m$

La colonne est elle élancée ?

Estimation de k $(k l_u / r)$

$I_{g \, colonne} = (0{,}52)^4 / 12 = 6{,}09 \ 10^{-3} \ m^4$

$EI_{colonne} = 0{,}2 E_c I_g + E_s I_s$

On prend le même résultat de l'analyse

$$\lambda = \frac{kL_u}{r} = \frac{l_c}{i} = \frac{kL_o}{a\frac{\sqrt{3}}{6}} = \frac{1{,}38 \times 600}{52 \times \frac{\sqrt{3}}{6}} = 57$$

$\lambda = 57 > 50$ la colonne est élancée

L'excentricité de la charge sera

$$f_c = \frac{8i^2}{v}(1+\varepsilon)\,10^{-3}(\lambda - 50)^{3/2}$$

$$= 8 \times \left(\frac{52\sqrt{3}}{6}\right)^2 \times \frac{1}{26}(1+0{,}5)10^{-3} \times (57-50)^{3/2}$$

$$= 2\text{ cm} = 0{,}02\text{ m}$$

$$EI_{col} = 0{,}2 \times 5000\sqrt{f'_c} + 200\,000\text{ MPa} \times 257\ 10^{-6}\text{ m}^4$$

$$= 84{,}76\ \text{MN m}^2$$

$$\Psi_{haut} = \frac{84{,}76/6 + 84{,}76/4}{7{,}96\ 10^3 \times 5000\sqrt{30}/9} = 1{,}46$$

$\Psi_{bas} = 1$

Le nomographe

$k = 1{,}38$

$$\frac{kL_u}{r} = \frac{1{,}38 \times 6}{0{,}3 \times 0{,}52} = 53 > 22$$

La colonne est donc élancée.

<u>Calcul du facteur d'amplification δ</u>

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL_u)^2/1+\beta_d} = \frac{\pi^2 \times 84{,}76}{(1{,}38 \times 6)^2/1{,}5}$$

$$= 8135\ \text{kN}$$

CCBA 68		$A_{23.3}$ 777

Le moment total M sera

$M_u = M_0 + N f_c =$

$M_u = 2750\,000 + 77\,000 \times 2 = 2\,904\,000$ kg cm

$N_u = 77\,000$ kg

on pose $\delta = \frac{d'}{h} = \frac{6}{52} = 0,115$

$\rho = \frac{\bar{\sigma}_b\, b h_t}{N} = \frac{90 \times 52 \times 52}{77\,000} = 3,16$

$\beta = \frac{6\, M_{GB}}{N\, h_t} = 4,35$

$C = 0,27\,(1 - 2\delta)^2 \rho = 0,506$

$D = 0,30\,(\rho - \beta) - 0,9\,(1 - \rho)\,(1 - 2\delta)^2 = 0,7955$

$E = -(1 + \beta - \rho) = -2,19$

$\bar{\omega} = \frac{-D \pm \sqrt{D^2 - 4\,C\,E}}{2\,C} = 1,4373$

$\Rightarrow A = A' = 34,39\ cm^2 \Rightarrow \underline{A_T = 68,78\ cm^2}$

$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\phi\, P_{cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{1085}{0,7 \times 8135}} = 1,235$

$M_{max} = M_i \times \delta$

$= 387,5 \times 1,235 = 478,6$ kN m

La figure 3 - 53 du Metric Design HANDBook en Annexe donne pour :

$\frac{M_u}{A_g h} = 7,71$ et $\frac{P_u}{A_g} = 1,77$

une valeur de $\rho = 2,35$

$\Rightarrow A_s = 63,54\ cm^2$

soit une diminution de 7,6 % d'acier par rapport au CCBA 68

Determiner les armatures d'une colonne rectangulaire devant supporter une charge telle que

$N_G = 94,4\ T \qquad N_p = 63\ T$

excentrée de 10 cm

$\bar{\sigma}_a = 2000\ kgf/cm^2 \qquad \bar{\sigma}'_{bo} = 68,5\ kgf/cm^2$

$N = 1 \times N_G + 1,2\ N_p = 170\ T$

$e_0 = 10\ cm < \frac{h_t}{6} = \frac{70}{6} = 11,6\ cm$

La section est donc entierement comprimée

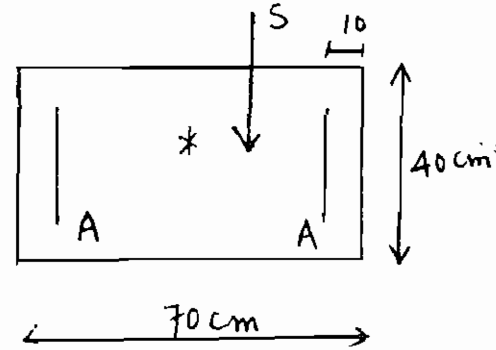
$\bar{\sigma}'_b = \bar{\sigma}'_{bo}\left(1 + \frac{e_0}{3e_1}\right) = \bar{\sigma}'_{bo}\left(1 + \frac{e_0 \times 6}{3 h_t}\right) = 88\ kgf/cm^2$

$\rho = \frac{\sigma'_b b h_t}{N} = 1.449 \ ; \quad \beta = \frac{6 M_{GB}}{N' h_t} = \frac{6 e_0}{h_t} = 0,857$

$\delta' = \frac{d'}{h_t} = \frac{10}{70} = 0,1428$

Determiner A

Sachant que la Section $B = 40 \times 70\ cm$



$P_D = 944\ kN$

$P_L = 630\ kN$

excentricite $e_0 = 10\ cm$

$f_y = 300\ MPa \qquad f'_c = 30\ MPa$

$P_u = 1,4\ P_D + 1,7\ P_L$

$P_u = 1,4 \times 944 + 1,7 \times 630$

$P_u = 2393\ kN$

CCBA 68	$A_{23.3}$ M 77
Colonne avec charge excentrée (suite)	

Colonne avec charge excentrée (suite)

$C = 0{,}27\,(1 - 2\delta')^2\rho = 0{,}2$

$E = -(1 + \beta - \rho) = -0{,}408$

$D = 0{,}3(\rho - \beta) - 0{,}9\,(1-\rho)\,(1 - 2\delta')^2 = 0{,}495$

$$\bar{\omega} = \frac{-D + \sqrt{D^2 - 4CE}}{2C} = 0{,}652$$

$A = A_1 = A_2 = 0{,}652 \times \frac{b\,h_t}{100}$

$A = 18{,}25\ \text{cm}^2$

$A_T = 36{,}5\ \text{cm}^2$

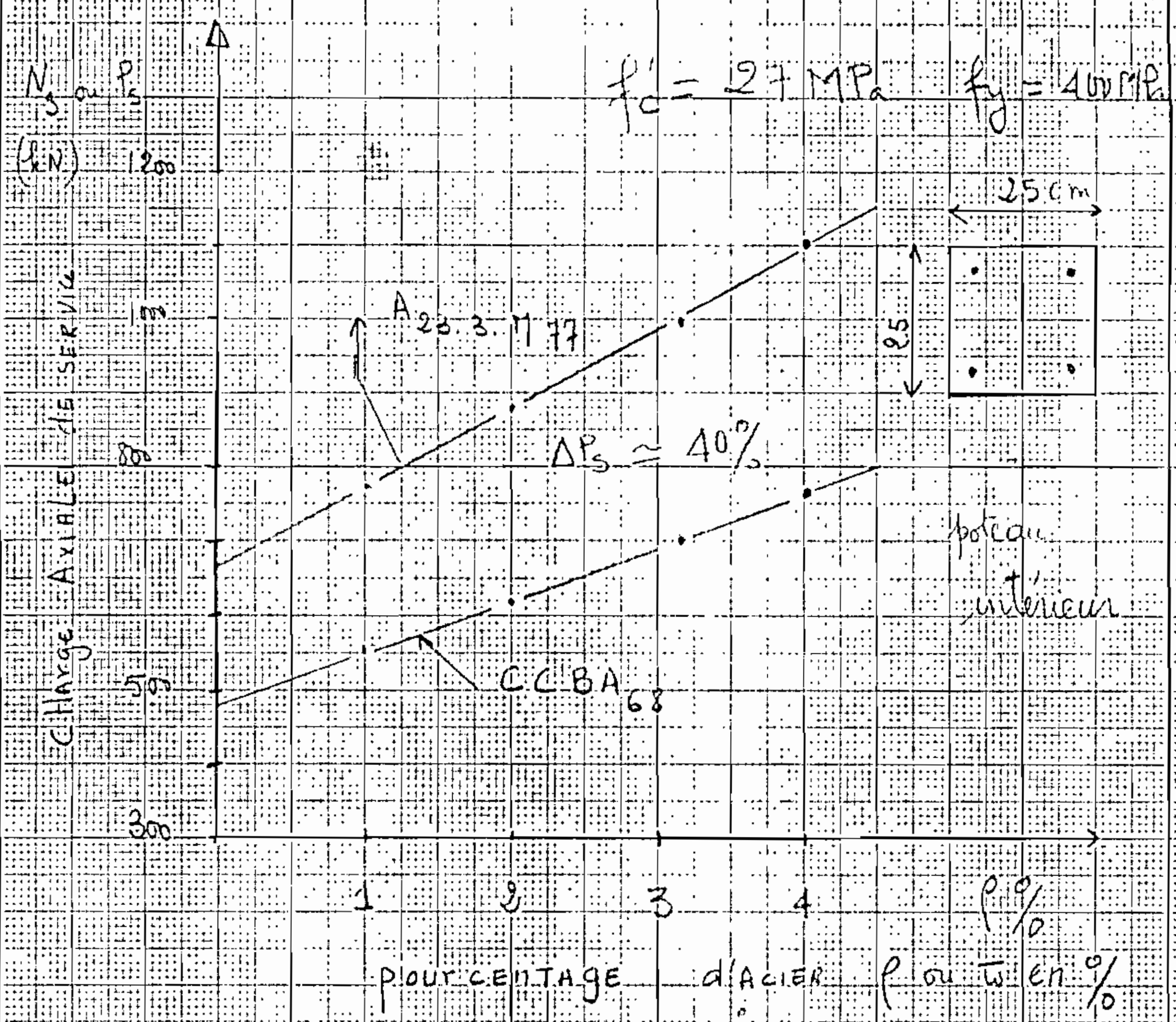
$$\frac{P_u}{A_g} = \frac{2{,}393\ \text{MN}}{0{,}4 \times 0{,}7} = 8{,}546$$

$$\frac{e}{h} = \frac{10}{70} = 0{,}142$$

La figure 3.53 du Metric Design HANDBOOK MDH donne pour ces valeurs $\rho = 1\%$ voir Annexe

$A_S = 28\ \text{cm}^2$

soit une diminution de 23 % d'Acier par rapport au $CCBA_{68}$



CHarge AxiALE de SERVICE P_s VERSUS

Le pourcentage d'ACIER ρ

figure N° VI Analyse d'un poteau court

EXPLICATIONS ET DISCUSSIONS

La courbe tracée à partir de l'analyse des poteaux courts nous prouve que : Pour des poteaux ayant un pourcentage d'acier raisonnable variant entre 1 et 4% la norme canadienne permet une augmentation en moyenne de 40% de la charge axiale par rapport au CCBA 68.

Ceci est dû au fait que la contrainte admissible en compression simple est très faible par rapport à la contrainte ultime, elle est presque le tiers de la limite d'elasticité nominale adoptée par la norme canadienne ($\bar{\sigma}'_{b0} = 0,30\,\sigma'_b$) bien que la norme canadienne reduit egalement la contrainte de compression du béton par le coefficient ϕ qui tient compte de la performance $\phi = 0,70$ pour les colonnes ligaturées

Les deux normes n'ont pas les mêmes limites pour la demarcation des colonnes courtes et des colonnes elancées

- Selon la norme Française (CCBA 68) une colonne devient elancée si l'elancement $\frac{kL_u}{r} = \frac{l_c}{i}$ est superieur à 50

k est fonction des restreintes de la colonne

L_u = longueur totale non supportée

L_c = longueur de flambement $= kL_u$

r = rayon de giration $\simeq (i)$

- Selon la norme Canadienne la limite pour que la colonne soit elancée est $\frac{kL_u}{r} > 22$ si tel est le cas la norme canadienne prevoit une amplification du moment initial par un facteur δ tandis que le CCBA 68 prevoit une excentricité f_c de la charge pour tenir compte de l'elancement

DAns le cas present egalement l'exemple etudié montre que le code canadien permet une economie de 23% des armatures longitudinals pour une grande charge

Chapitre VI

Cisaillement

CCBA 68

1)- <u>Contrainte de cisaillement τ_b</u>

$\tau_b = \frac{T}{bz}$ section rectangulaire

$\tau_b = \frac{T}{b_0 z}$ section en Té

T effort tranchant

$z = \frac{7}{8}h$ (bras de levier

2)- <u>Calcul des armatures transversales</u>.

- Pour les dalles et hourdis si :
  - $\tau_b \leq 1,15\,\bar{\sigma}_b$ Pas d'armatures transversales
- Dans les pièces fléchies autres que les dalles et hourdis l'espacement est le maximum des 2 valeurs

$$T = \max\left[h\left(1 - \frac{0,3\,\tau_b}{\sigma_b}\right);\ 0,2h\right]$$

A 23.3.M77

<u>Contrainte de cisaillement</u> v_u

$v_u = \frac{V_u}{\phi\, b\, d}$ section rectangulaire

$v_u = \frac{V_u}{\phi\, b_w\, d}$ section en Té

V_u effort tranchant

d = distance Acier tendu – fibre supérieure

$\phi = 0,85$. Coefficient de performance

<u>calcul des armatures transversales</u>

On definit d'abord la contrainte v_c reprise par le béton par

$v_c = 0,17\sqrt{f'_c}$ methode simplifiée

$v_c = 0,16\sqrt{f'_c} + 17\,\rho_w \frac{V_u d}{M_{u}}$ methode detaillée

Les criteres suivants doivent etre respectés

CCBA 68	cisaillement	$A_{23.3}$ M77

L'espacement des étriers doit respecter les valeurs ci dessus si

- $\tau_b \leq 3{,}5\,\bar{\sigma}_b$ lorsque $\sigma'_b \leq \bar{\sigma}'_{b_0}$
- $\tau_b \leq \left(4{,}5 - \frac{\sigma'_b}{\bar{\sigma}'_{b_0}}\right)\bar{\sigma}_b$ lorsque $\bar{\sigma}'_{b_0} \leq \sigma'_b \leq 2\,\bar{\sigma}'_{b_0}$

σ'_b contrainte maximale en compression

$\bar{\sigma}_b$ contrainte admissible en traction

– <u>Dans le cas de la flexion simple</u>

l'écartement t des étriers est :

$$t = \frac{A_t\, Z\, \bar{\sigma}_{at}}{T}$$

par des étriers perpendiculaires à la ligne moyenne

A_t = Aire droite de l'armature de cisaillement

1) Si $0 < V_u \leq \frac{V_c}{2}$ Pas d'acier transversal

2) Si $\frac{V_c}{2} < V_u \leq V_c + 0{,}35$ MPa

il faut un renforcement minimal tel que

$$A_v = .35\,\frac{b_w\, S}{f_y}$$

A_v = Aire droite de l'armature de cisaillement

S = écartement des étriers

M_{uv} = le moment agissant simultanément avec V_u

- Pour des barres inclinées à 45°

$$t = \frac{A_t\, z\, \bar{\sigma}_{at} \sqrt{2}}{T}$$

$\bar{\sigma}_{at}$: contrainte admissible en traction de l'acier transversal.

- Dans le cas de la compression

Lorsque les armatures longitudinales ne comportent pas de recouvrement

t = minimum des 2 valeurs

$$t_1 = (100\,\phi_t - 15\,\phi_{\ell\,max})\left(2 - \frac{\bar{\sigma}'_b}{\bar{\sigma}_{b0}}\right)$$

$$t_2 = 15\left(2 - \frac{\sigma_b}{\sigma_b}\right)\phi_{\ell\,min}$$

$\phi_{\ell\,max}$ = diamètre de la plus grande barre longitudinale

ϕ_t = diamètre de l'acier transversal.

3°) Si $0{,}35\ MPa < V_u - V_c \le 0{,}33\sqrt{f'_c}$

$s = s$ requis

$s \le \frac{d}{2}(1 + \cot g\,\alpha)$

4°) $0{,}33\sqrt{f'_c} < V_u - V_c \le 0{,}67\sqrt{f'_c}$

$s = s_{requis}$ et $s \le \frac{d}{4}(1 + \cot g\,\alpha)$

5) $V_u - V_c > 0{,}67\sqrt{f'_c}$

non permis par la norme il faut changer la section

$$s_{requis} = \frac{A_v f_y}{(V_u - V_c)\, b_w}$$

α = inclinaison des étriers

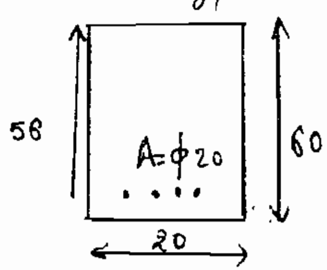
CCBA 68	Exemple N° 11 DESign d'un cisaillement variable	$A_{23.3.M77}$

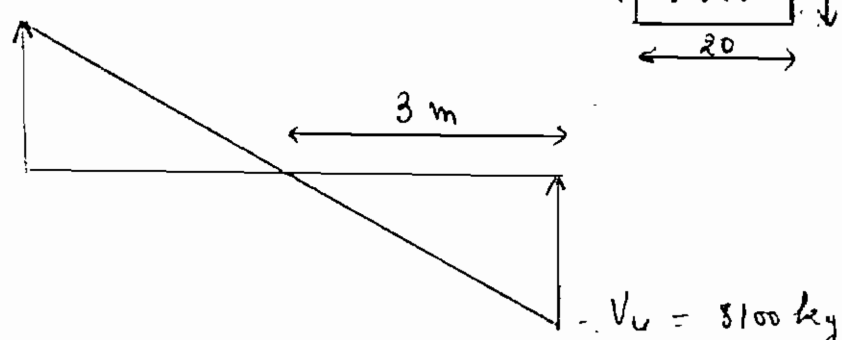
<u>Problème:</u> Déterminer les armatures transversales d'une poutre de 6 m de longueur soumise à un chargement uniforme tel que

$g = 964$ kg/m $\quad p = 1446$ kg/m

$\bar{\sigma}'_{bc} = 65,5$ kgf/cm²

$\sigma_{at} = 2000$ kgf/cm²

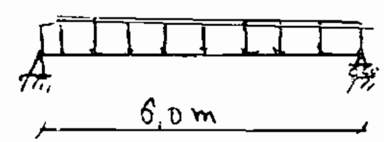




$S = 1 \times g + 1,2\, p = 2700$ kg/m

$T_{max} = \dfrac{S \times L}{2} = 8100$ kg

$T_x = S\left(\dfrac{l}{2} - x\right)$

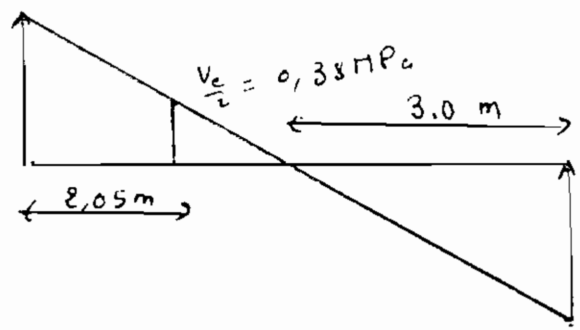


Déterminer les armatures transversales de cette poutre sachant que

$q_d = 9,64$ kN/m $\quad q_L = 14,46$ kN/m

$f'_c = 20$ MPa

$f_y = 300$ MPa



$q_0 = 1,4\, q_d + 1,7\, q_L = 38$ kN/m

$N_u = \dfrac{qL}{2} = 114$ kN

$V_{ux} = q\left(\dfrac{l}{2} - x\right)$

CCBA 68	A 23.3.M77

calcul des contraintes de cisaillement

$$\tau_{b_{max}} = \frac{T_{max}}{b\,z} = \frac{T_{max}}{b \times \frac{7}{8} h} = \frac{8\,T_{max}}{7\,b \cdot h}$$

$$\tau_{b_{max}} = \frac{8 \times 8100}{7 \times 20 \times 56} = 8{,}26 \text{ kg/cm}^2$$

L'écartement est donné par la formule

$$t_x = \frac{A_t \cdot z\, \bar{\sigma}_{at}}{T_x} = \frac{2 \times 1 \times \frac{7}{8} \times 56 \times 2000}{T_x}$$

$$t_x = \frac{196\,000}{T_x}$$

Les calculs des écartements et des contraintes sont complés au tableau suivant

contraintes de cisaillement $(\phi = 0{,}85)$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi\, b_w\, d} = \frac{114}{.85 \times 0{,}20 \times 0{,}50} = 1{,}197 \text{ MPa}$$

· **calcul de v_c**

$$v_c = .17\sqrt{f'_c} = 0{,}76 \text{ MPa}$$

calcul de $v_u - v_c$

$$v_u - v_c = 0{,}436 \text{ MPa} \Rightarrow 3^e \text{ cas}$$

$$S_{requis} = \frac{A_v\, f_y}{(v_u - v_c)\, b_w} = \frac{2 \times 10 \times 300}{0{,}436 \times 200} = 688 \text{ mm}$$

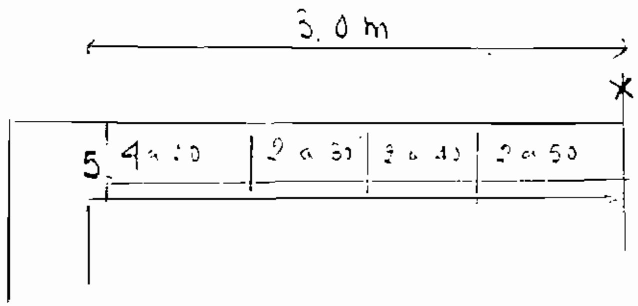
$$S_{max} = \min \begin{cases} \frac{d}{2} = \frac{560}{2} = 280 \text{ mm} \\ 3b = 600 \text{ mm} \\ 600 \text{ mm} \end{cases}$$

$S = 280$ mm on prend $\underline{S = 28 \text{ cm}}$

si $v_u \le \frac{v_c}{2} = 0{,}38$ MPa Pas besoin d'étriers

CCBA 68 | $A_{23.3}$ M77

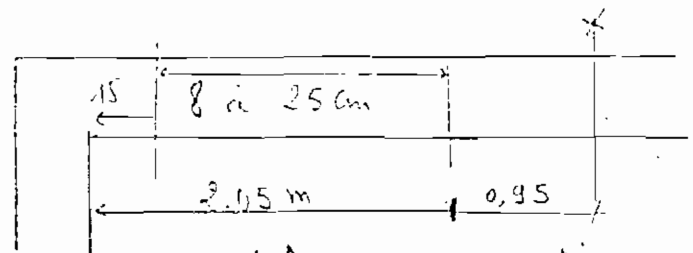
absic	T_x (kg)	t (cm)	$\sigma_{at} = \frac{t\,T}{A_v z}$ (kg/cm²)
$x = 0$	8100	20	1653 kg/cm²
$x = 0{,}63$	6399	30	1958
$x = 1{,}23$	4779	40	1950
$x = 1{,}98$	2754	50	1405



Soient au total <u>19 etriers</u>

$V_u = \frac{V_c}{2} = 0{,}38$ MPa à une distance $x = 2{,}05$ m de l'appui calcul par triangles semblables

On partir de $x = 2{,}05$ on ne mettra plus d'étriers



Soient au total <u>16 etriers</u>

CCBA 68	Exemple N° 12 Design de cisaillement uniforme	A 23.3 M 77

On demande de tracer la courbe de l'espacement S en fonction du cisaillement de service V_s à partir de la poutre de l'exemple précédent. On suppose le cisaillement constant

$g = 964$ kg/m $p = 1446$ kg/m

1°) Cas : $V_{s1} = 1 \cdot V_g + 1{,}2\, V_p = 2700$ kg m

$S = 2700$ kg/m $T_{max} = 8100$ kg

$$t = \frac{A_t \cdot Z \times \bar{\sigma}_{at}}{T} = \frac{2 \times 1 \times 49 \times 2000}{8100} > 24 \text{ cm}$$

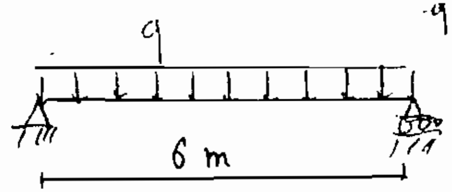
$$t_{max} = h\left(1 - .3\frac{\tau_b}{\bar{\sigma}_b}\right) \quad \bar{\sigma}_b = 6{,}85 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\tau_b = \frac{T_{max}}{bz} = 8{,}26 \text{ kgf/cm}^2$$

$$t_{max} = 56\left(1 - .3 \times \frac{8.26}{6.85}\right) = 35{,}7 \text{ cm}$$

Tracer la courbe de S en fonction du cisaillement de service $q_s = 24$ kN/m

$q_D = 9{,}64$ kN/m



$q_L = 14{,}46$ kN/m

1er Cas $V = V_{s_1} = 1{,}4\, q_D + 1{,}7\, q_L = 38$ kN/m

$q = 38$ kN/m $V_u = 114$ kN

$$S = \frac{A_v f_y}{(v_u - v_c)\, b_w} = \frac{2 \times 100 \times 300}{(1.197 - 0{,}76) \times 200} = 68{,}6 \text{ cm}$$

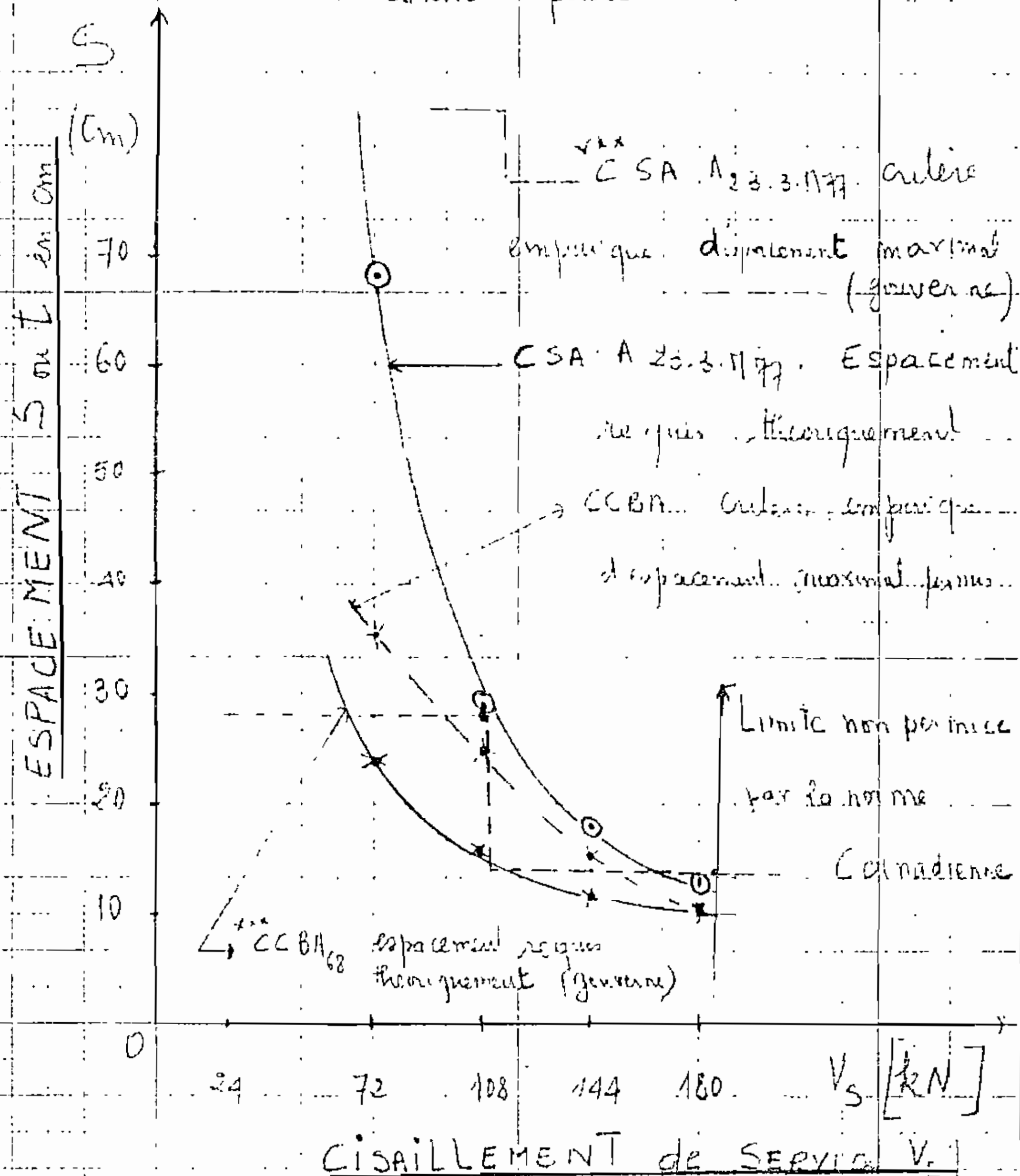
$v_u - v_c = 0{,}437 > 0{,}35$ MPa

C'est le troisième cas

$s \leq \frac{d}{2} = 28$ cm

CCBA 68	A 23.3.M77
1er Cas $V = V_{s1} = 72\,kN$ $t = 24$ cm	1er Cas $V = V_{s1}$ $s = 28$ cm
2e Cas $V = 1.5 V_{s1} = 108\,kN$	2e Cas $V = 1,5 V_{s1} = 108\,kN$.
$T_{max} = \frac{3}{2} \times 8100 = 12\,150$ kg	$v_u = \frac{3}{2} \times 1,197 = 1,796$ MPa
$t = \frac{A_t\, z\, \bar{\sigma}_{at}}{T} = \frac{2 \times 1 \times 49 \times 2000}{12\,150} = 16$ cm	$s = \frac{A_v f_y}{(v_u - v_c) \times b_w} = \frac{2 \times 100 \times 300}{(1,796 - 0,76) \times 200} = 29$ cm
$\tau_b = \frac{3}{2} \times 8,26 = 12,39\ kgf/cm^2$	$v_u - v_c = 1,036$ MPa
$t_{max} = h\left(1 - \frac{\tau_b}{\bar{\sigma}_b} \times 0,3\right) = 25$ cm	$0,35 < v_u - v_c < 0,33\sqrt{f'_c} = 1,476$ MPa
	- Cas 3 $s_{max} = \frac{d}{2} = 28$ cm
$t = 16$ cm	$s = 28$ cm
3e Cas $V = 2 V_{s1} = 144\,kN$	3e Cas $V = 2 V_{s1} = 144\,kN$
$t = 12$ cm $t_{max} = 15$ cm	s requis = 18 cm $s_{max} = \frac{d}{4} = 14$ cm
$t = 12$ cm	$s = 14$ cm
4e cas $V = 2.5 V_s = 180\,kN$ $t = 9,6$ cm	4e Cas $V = 2,5 V_s$ $s = 13.4$ cm
$t_{min} = 11,2$ cm	$s_{max} = 14$ cm

Figure N° VII DESIGN de cisaillement uniforme le long d'une poutre



Espacement t (ou S) en cm en fonction du cisaillement de service V_S (en kN)

Pour chacune des deux normes la courbe la plus sécuritaire est celle qui est qui est en dessous et elle gouverne

Explications et discussions

on voit egalement pour le cas du cisaillement comme montré sur la figure précédente, il existe un critere empirique et un critere d'espacement requis theoriquement pour chacune des deux normes.
Les resultats de l'exemple precedent montrent que c'est le critere empirique qui gouverne pour la norme canadienne et quant à la norme Française le critere d'espacement requis theoriquement est plus sécuritaire
Ces criteres empiriques ont été developpés dans le but d'eviter au maximum la fissuration diagonale à une distance $\frac{d}{2}$

La norme canadienne tolère des armatures transversales plus espacées que la Norme Française
Ceci s'explique par le fait que selon la norme canadienne, une partie de la contrainte de cisaillement est reprise par le beton ($V_c = 0{,}17\sqrt{f'_c}$). Le reste $V_u - V_c$ est repris par les aciers transversaux donc on a des etriers plus espacés ...

Chapitre VII : flèche et fissuration

1) flexion 89

2) fissuration 91

CCBA 68	Chapitre VII Flèche et Fissuration	A 23.3 M77

1) Flèche

Il n'est pas necessaire de justifier la flèche si $\frac{h_t}{\ell} \geq \max\left(\frac{1}{10}\frac{M_t}{M_0} ; \text{et } \frac{1}{16}\right)$

h_t = hauteur de l'element

ℓ = longueur de l'element

M_t moment maximal dans la travée

M_0 moment maximal poutre simple : $\frac{q\ell^2}{8}$

- Calcul de flèche

$$f_\infty = \frac{1}{r_\infty} = \frac{M}{E_v I_{fv}}$$

$$I_{fv} = \frac{I_0}{1 + \lambda\mu}$$

1) Flèche

Si l'epaisseur de l'element ne remplit pas la valeur recommandée pour les hauteurs minimales (environ 6 cm par metre de longueur) la flèche doit être verifiée, par un calcul detaillé. Le Code National du Batiment (C.N.B) propose de faire ce calcul si

$$\rho > .18\, f_c' / f_y$$

Calcul de flèche

$$\Delta L_T = \Delta_L + \lambda_\infty \Delta_D$$

$$\Delta = k \frac{M\ell^2}{E_c I_e}$$ (Resistance des MATERIAUX RDM)

Flèche (suite)

$E_v = 7000 \sqrt{\sigma'_j}$ module d'elasticité différé

σ'_j resistance en compression en bars à j jours

$$\mu = \max\left(0, \quad 1 - \frac{5\,\bar\sigma_b}{4\,\bar\omega\,\sigma_a + 3\,\bar\sigma_b}\right)$$

I_{fv} moment d'inertie reduite par la fissuration

$$\lambda = \frac{\bar\sigma_b}{180\left(2 + 3\frac{b_0}{b}\right)\bar\omega}$$

$$\bar\omega = \frac{A}{b_0 h}$$

$b_0 = b$ = largeur de la nervure ou de la table de compression

flèche suite

$E_c = 5000 \sqrt{f'_c}$

f'_c resistance en compression en MPa

$\lambda_\infty = 2 - 1{,}2\,(A'_s / A_s)$

$$I_e = I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 (I_g - I_{cr}) \leq I_g$$

$M_{cr} = f_r I_g / y_t \qquad f_r = 0{,}6 \sqrt{f'_c}$

$$I_{cr} = \frac{bc^3}{3} + n A_s (d-c)^2 + (n-1) A'_s (c-d')^2$$

I_{cr} = inertie fissurée transformée

I_e = inertie effective de la partie

Δ_D flèche dûe à la charge permanente

Δ_L = flèche dûe à la surcharge

CCBA 68		A 23.3 777

2) Fissuration

Il n'existe pas de theorie satisfaisante pour le calcul des largeurs de fissures

Pour une membrure tendue afin de limiter la largeur des fissures, on verifie

$$\sigma_a \leq \max(\sigma_1, \sigma_2)$$

$$\sigma_1 = k \frac{\eta}{\phi} \frac{\bar{\omega}_f}{1 + 10\bar{\omega}_f}$$

$$\sigma_2 = 2,4\sqrt{k \frac{\eta}{\phi} \bar{\sigma}_b}$$

$\bar{\omega}_f$ = pourcentage d'acier

2) Fissuration

Des etudes au laboratoire ont permit d'etablir la formule suivante celle de Gergely et Lutz 1968

- $L_f = 11,1 \; 10^{-6} \beta_h f_s \sqrt[3]{d_c A}$
- L_f = largeur des fissures
- $\beta_h = h_2/h_1$ le rapport des distances de l'axe neutre (de la methode elastique) et du centroïde de l'acier principal
- f_s Contrainte de service en MPa

$$f_s = 0,6 f_y$$

Fissuration (suite)

Le coefficient η tient compte de l'adhérence des barres

- $\eta = 1,6$ pour les aciers à haute adhérence
- $\eta = 1$ pour les ronds lisses

Le coefficient k tient compte du niveau de l'acier considéré au sein de la section

$K = 1,5 \; 10^6$ pour 1 ligne supérieure

$K = 1 \; 10^6$ pour " " intermédiaire

$K = 0,5 \; 10^6$ " " " inférieure

$\bar{\sigma}_b$ résistance admissible en traction du béton

ϕ diamètre de la barre

Fissuration (suite)

d_c = épaisseur d'enrobage de la fibre extrême jusqu'au centre des barres les plus proches

A : surface effective en mm^2

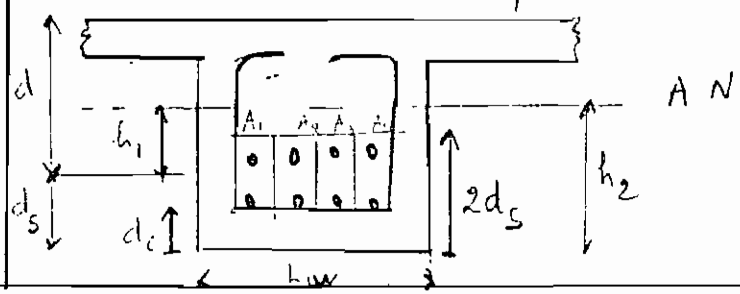
- Si on a une seule rangée de barres

$$A = \frac{\Sigma A_i}{N} = \frac{2 d_c b_w}{N} \; (mm^2)$$

- Si on a 2 rangées de barres

$$A = \frac{\Sigma A_i}{N} = \frac{2 d_s b_w}{N}$$

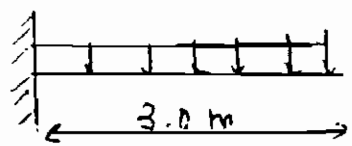
$$l_f \leq \begin{cases} 0,40 \text{ mm} & \text{pour une exposition extérieure} \\ 0,33 \text{ mm} & \text{pour une exposition intérieure} \end{cases}$$



CCBA 68	Exemple N° 13 : calcul de flèche d'une console	A 23.3.M 77

Déterminer la flèche f_∞ d'une poutre encastrée de 3 m de longueur et ayant un chargement tel que

$g = p = 520$ daN/m charge uniforme



$\bar{\sigma}'_b = 75$ bars

$\bar{\sigma}_a = 2750$ bars

$\bar{\sigma}_b = 5,2$ bars

L'aire totale sera Béton $22 \times 50 = 1100$

Acier $15 \times 4,02 = 60,3$

$1160,3 \text{ cm}^2$

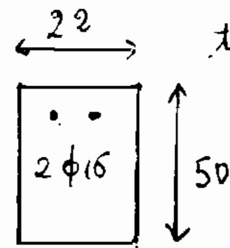
Le moment statique sera

$1100 \times 25 + 60,3 \times 47 = 30320 \text{ cm}^3$

L'inertie I_0 sera

$$I = \frac{2}{3} \times 50 \times 27500 + 47 \times 2820 = 1050\,000 \text{ cm}^4$$

Déterminer la flèche Δ d'une poutre encastrée de 3 m de longueur et ayant une charge de service telle que $D = L = 5,2$ kN/m



$f'_c = 20$ MPa $f_y = 400$ MPa

$$a = \frac{A_s f_y}{.85 f'_c b} = 45 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = 53 \text{ mm}$$

$$n = \frac{E_a}{E_b} = \frac{200\,000 \text{ MPa}}{5000\sqrt{20}} = 9,5$$

$$I_{cr} = \frac{b c^3}{3} + n A_s (d - c)^2 + (n-1) A'_s (c - d')^2$$

$$= \frac{22 \times (0,053)^3}{3} + 9,5 \times 4,02\, 10^{-4} (0,47 - 0,053)^2$$

$$= 6,84 \quad 10^{-4} \text{ m}^4$$

1) $A_s = 2\#30 = 14\ cm^2$ (suite)

$M_r = 148$ kNm

- Contraintes dans le béton

Le tableau 5 en Annexe donne pour $\omega = 0,53$

$k = 22,65 \Rightarrow \sigma_b = \frac{\bar{\sigma}_a}{k} = \frac{2300}{22,65} = 102 < 150\ kg/cm^2$

$\sigma_b < \bar{\sigma}_b$ OK.

- Détermination de M_s

• $M_G = 0.3\ M_s$

$1 \times 0,3 M_s + 1,2 \times 0,7 M_s = 148 \Rightarrow M_s = 130$ kNm

• $M_G = 0.4\ M_s$

$1 \times 0,4 M_s + 1,2(0,6 M_s) = 148 \Rightarrow M_s = 132$ kNm

• $M_G = 0,5\ M_s$

$1 \times 0,5 M_s + 1,2(0,5 M_s) = 148 \Rightarrow M_s = 134$ kNm

1) $A_s = 2\#30 = 14\ cm^2$ (suite)

$M_r = 220$ kNm

- déformation de l'acier

$\varepsilon_s = \frac{d - c}{c}\varepsilon_u = \frac{.53 - 0,069}{.53}\varepsilon_u = 0,02$

$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E} = \frac{350\ MPa}{200\ GPa} = 0,0018 < \varepsilon_s$

l'acier s'écoule OK

- Détermination de M_s

• $M_D = 0.3\ M_s$

$1.4(0,3 M_s) + 1,7(0,7 M_s) = 220 \Rightarrow M_s = 136$ kNm

• $M_D = 0.4\ M_s$

$1.4 \times (0,4 M_s) + 1,7(0,6 M_s) = 220 \Rightarrow M_s = 139$ kNm

• $M_D = 0,5\ M_s$

$1,4(0,5 M_s) + 1,7(0,5 M_s) = 220 \Rightarrow M_s = 142$ kNm

- calcul de flèche (suite)

- distance du centre de gravité à la fibre inférieure

$$\frac{\text{moment statique}}{\text{Aire totale}} = \frac{30320}{1160} = 26,15\,cm$$

$$I_o = 1050000 - 30320 \times 26,15 = 256\,000\ cm^4$$

$$\mu = \max\left(0,\ 1 - \frac{5\,\bar\sigma_b}{4\varpi\,\bar\sigma_a + 3\,\bar\sigma_b}\right)$$

$$\varpi = A/bh = \frac{4,02}{22 \times 50} = 0,0038$$

$$\mu = \max\left(0\ ,\ 1 - \frac{5 \times 5,2}{4 \times 0,0038 \times 2750 + 3 \times 5,2}\right)$$

$$\mu = \max(0,\ 0,547) = 0,547$$

$$\lambda = \frac{\bar\sigma_b}{180\left(2 + 3\,\frac{b_o}{b}\right)\varpi} = \frac{5,2}{180 \times 5 \times 0,0038} = 1.5$$

calcul de flèche suite

$$I_g = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} \times 0,22 \times (0,5)^3 = 2,29\ 10^{-3}\ m^4$$

$$M_{cr} = \frac{f_r\, I_g}{y_t} = \frac{0,6\sqrt{20} \times 2,29\ 10^{-3}}{0,25}$$

$$= 0,02457\ MNm = 24,57\ kNm$$

- calcul de la flèche Δ_D due à la charge permanente :

$$\text{Moment } M_a = \frac{q L^2}{2} = \frac{520 \times 3^2}{2} = 23,4\ kNm$$

$$I_e = I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 (I_g - I_{cr}) \overset{?}{\leq} I_g$$

$$I_e = 6,84\ 10^{-4} + \left(\frac{24,57}{23.4}\right)^3 \left(2,29\ 10^{-3} - 6,84\ 10^{-4}\right) =$$

$$= 2,54\ 10^{-3}\ m^4 > I_g = 2,29\ 10^{-3}\ m^4$$

$$I_e = I_g = 2,29\ 10^{-3}\ m^4$$

$$\lambda_\infty = 2 - 1,2\,\frac{A'_s}{A_s} = 2 \quad (A'_s = 0)$$

Calcul de la flèche (suite)

$$I_{fv} = \frac{I_0}{1 + \lambda_u} = \frac{256\,000}{1 + 1{,}5 \times 0{,}547} =$$

$$= 140\,600 \quad cm^4$$

$$E_v = 7000\sqrt{\sigma_j'} = 7000\sqrt{1{,}2 \times 230} = 116\,000 \text{ bars}$$

$$M = \frac{q\ell^2}{2} = \frac{1040 \times 3^2}{2} = 4700 \text{ daNm}$$

$$f_\infty = \frac{M\ell^2}{4E_v I_{fv}} = \frac{470\,000 \times 9000}{4 \times 116\,000 \times 140\,660}$$

$$f_\infty = 0{,}65 \text{ cm} = 6{,}5 \text{ mm}$$

$$f_\infty = 6{,}65 \text{ mm}$$

$$f_{permise} = \frac{L}{250} = \frac{3000}{250} = 12 \text{ mm} > f_\infty$$

$$\Delta_D = \frac{M\ell^2}{4E_c I_e} = \frac{0{,}0234 \times 3^2}{4 \times 5000 \times \sqrt{23} \times 2{,}29\ 10^{-3}}$$

$$\Delta_D = 9{,}58\ 10^{-4}\ m \qquad (\lambda_\infty = 2)$$

Calcul de la flèche due à la charge vive

$$M_a = M_L = \frac{q\ell^2}{2} = \frac{520 \times 3^2}{2} = 23{,}4 \text{ kNm}$$

$$I_e = I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 (I_g - I_{cr})$$

$$= 9{,}16\ 10^{-4}\ m^4 < I_g$$

$$\Delta_L = \frac{M\ell^2}{4E_c I_e} = \frac{0{,}0234 \times 3^2}{4 \times 5000\sqrt{23} \times 9{,}16\ 10^{-4}} = 2{,}5 \text{ mm}$$

$$\Delta_{LT} = \Delta_L + \lambda_\infty \Delta_D$$

$$\Delta_{LT} = 2{,}5 \text{ mm} + 2 \times 0{,}958 = 4{,}41 \text{ mm}$$

$$\Delta_{LT} = 4{,}41 \text{ mm}$$

$$\Delta_D = \Delta_{LT} + \Delta_D = 5{,}37 \text{ mm}$$

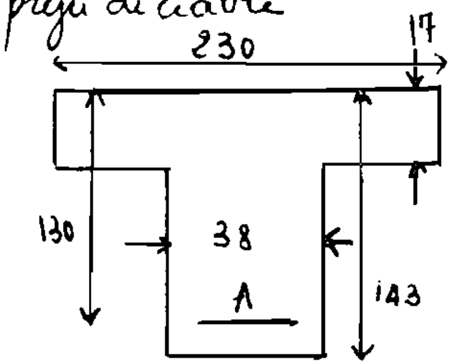
$$\Delta_{permise} = \frac{L}{250} = 12 \text{ mm} > \Delta_{LT}$$

CCBA 68	Exemple N° 1A - calcul de fissuration	$A_{23.3}$ M77

Déterminer la valeur que ne doit pas dépasser la contrainte de l'acier compte tenu des considérations relatives à la fissuration

La fissuration est préjudiciable

$\bar{\sigma}_b = 7$ bars



L'acier est de haute adhérence

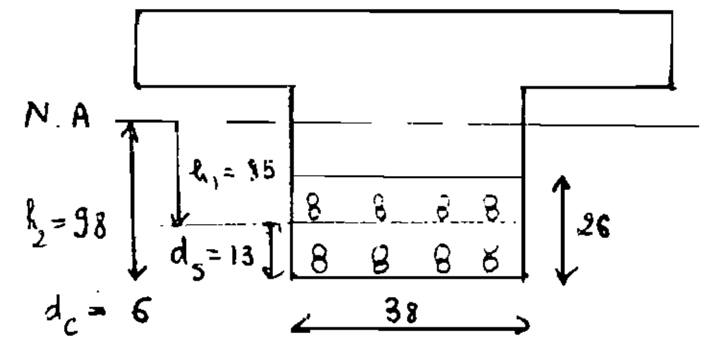
$$\bar{\omega}_f = \frac{A}{B_f} = \frac{A}{b \times 2d_s} = \frac{128{,}67}{988} = 0{,}13$$

$\phi = 32$ $\eta = 1{,}6$ $k = 10^6$

Déterminer la largeur des fissures correspondantes sachant que

$F_y = 400$ MPa

$A = 16\phi32$



$$L_f = 11{,}1 \; 10^{-6} \; \beta_h \, f_s \sqrt[3]{d_c A}$$

$$\beta_h = \frac{h_2}{h_1} = \frac{98}{85} = 1{,}15$$

$$f_s = 0{,}6 \, f_y = 240 \text{ MPa}$$

CCBA 68	$A_{23.3\ M\ 77}$
$\sigma_1 = k \frac{\eta}{\phi} \frac{\bar{\omega}_f}{1 + 10\bar{\omega}_f}$	$A = \frac{2 d_s b_w}{N} = \frac{2 \times 26 \times 38}{32}$
$\sigma_1 = 10^6 \frac{1,6}{32} \frac{0,13}{1 + 10 \times 0,13} = 2826$ bars	$= 61,75\ cm^2 = 6175\ mm^2$
$\sigma_2 = 2,4 \sqrt{k \frac{\eta}{\phi} \bar{\sigma}_b}$	$L_f = 11,1\ 10^{-6} \times 1,15 \times 240 \times \sqrt[3]{60 \times 6175}$
$= 2,4 \sqrt{10^6 \frac{1,6}{32} \times 7} = 1420$ bars	$= 0,22\ mm$
La contrainte ne doit pas dépasser	$L_f = 0,22\ mm$
$\max(\sigma_1, \sigma_2) = 2826$ bars	$L_f < L_{f\,max} = 0,33^{mm}$ pour l'exposition extérieure
valeur supérieure à la contrainte	Autre méthode
admissible 2610 bars (on avait	$Z = f_s \sqrt[3]{d_c A} = 0,6 \times 400 \sqrt[3]{60 \times 6175}$
$\sigma_a = 2583$ bars	$Z = 17\ 237\ N/mm$
	$Z < Z_{max} = 25\ 000\ N/mm$ exposition extérieure

Explications et Discussions :

Dans le calcul relatif à la flèche également les deux normes ont beaucoup de points communs

- les charges utilisées sont celles de service
- l'inertie considérée est l'inertie fissurée transformée de la section homogeneisée pour la norme Canadienne ou l'inertie reduite pour le CCBA 68

Ceci est dû au fait que la base du calcul de flèche est la resistance des materiaux et elle est générale.

Il importe de noter que le module considéré par la norme Canadienne (E_c) est environ le double du module consideré par la norme Française E_a ($E_c \simeq 2E_a$)

Ceci justifie le fait que le coefficient d'equivalence n de l'acier par rapport au béton passe de 15 pour le CCBA 68 à une valeur comprise entre 7 à 9 pour la norme Canadienne

Pour le calcul relatif à la fissuration selon la norme Française il n'existe pas de théorie assez satisfaisante pour le calcul de la largeur des fissures il convient donc de limiter leur largeur afin d'éviter les ruines immédiates. pour cela il est fortement conseillé d'utiliser dans chaque cas si on le peut le plus petit diamètre c'est à dire le plus grand nombre de barres compatible avec une mise en place assez correcte.

Ainsi la norme se contente de dire que la contrainte de l'acier tendu ne doit pas dépasser le maximum des 2 contraintes σ_1, σ_2 calculées empiriquement

La norme Canadienne quant à elle dispose d'equations permettant d'evaluer la largeur de fissures. Ces valeurs étant à comparer aux maximums permis dependant de l'exposition considérée.

$$L_f \leq \begin{cases} 0{,}40 \text{ mm} & \text{pour exposition intérieure} \\ 0{,}33 \text{ mm} & \text{pour exposition extérieure} \end{cases}$$

Chapitre VIII

Conclusions et Discussions

Conclusions ET DISCUSSIONS

De tout ce qui précède il ressort que globablement les deux normes (norme canadienne aux etats limites et norme Française aux contraintes admissibles) sont fondées sur les mêmes bases de la theorie elastique bien qu'il existe souvent une disparité des resultats finaux

Nous resumons ci dessous l'essentiel des resultats que nous avons etablis

– Hypothèses et Caracteristiques des materiaux

La base du calcul est la resistance en compression du béton

L'approche des contraintes admissibles n'est qu'une reduction des resistances ultimes des materiaux

Par exemple la contrainte admissible en compression du beton est la resistance ultime modifiée par le produit de 5 constantes sans dimensions $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$

$$\bar{\sigma}'_b = (\alpha . \beta . \gamma . \delta . \varepsilon)\, \sigma'_n \quad (\sigma'_n = f'_c)$$

Ceci justifie à juste titre que les contraintes admissibles ne respectent pas le comportement réel des materiaux

Pour l'acier sa contrainte est reduite aux 2/3 $\quad \bar{\sigma}_a = 2/3\,(\sigma_{en}) \quad (\sigma_{en} = f_y)$

Les coefficients de majoration des charges ne sont pas les mêmes.

Les hypothèses de Resistance des materiaux et ceux relatifs au Béton Armé different essentiellement du diagramme Contraintes deformations adopté :

- diagramme triangulaire pour le $CCBA_{68}$
- diagramme rectangulaire de Whiteney selon la norme canadienne

- *flexion simple*

Pour de très faible sollicitations nécessitant que très peu d'acier la norme Française est avantageuse C'est le cas de l'acier minimal pour la temperature et le retrait dans les dalles, les poutres, les colonnes.

Pour les sections rectangulaires fortement sollicitées necessitant de l'armature comprimée la norme Canadienne peut permettre une economie de 42% d'acier

Pour les sections en Té les resultats sont inversés car la norme Canadienne n'est avantageuse que pour les petites sollicitations

Compression

Pour le cas de la compression simple la norme Canadienne est nettement plus avantageuse car le $CCBA_{68}$ impose un facteur de securité global au moins egal à 3 pour la sollicitation la plus défavorable. tandis que celui de la norme Canadienne varie de 2 à 2,4 pour une colonne ligaturée

A même taux d'acier la norme Canadienne fournit 40% de plus que la charge axiale fournie par le $CCBA_{68}$

Une colonne est dite élancée si le rapport $\lambda = \frac{KL_u}{r}$ est superieur a 22 selon la norme canadienne ou 50 selon le $CCBA_{68}$.

Cisaillement

Chacune des 2 normes dispose de deux critères déterminant les espacements
- critère d'espacement théorique qui gouverne généralement pour le CCBA$_{68}$
- critère d'espacement empirique qui gouverne généralement pour le Code Canadien

La norme canadienne tolère des armatures transversales plus espacées que la Norme Française, car selon la première une partie de la contrainte de cisaillement est reprise par le béton alors que tel n'est pas le cas pour le CCBA$_{68}$

Critères de ruine

Les calculs de flèche sont presque identiques car basés sur les principes de la Résistance des Matériaux.

La fissuration bien qu'elle engendre des problèmes secondaires n'est étudiée que de façon empirique

Les deux normes suggèrent d'utiliser plus que possible le petit diamètre pour les barres longitudinales

Dans l'ensemble et pour le domaine d'utilisation courant du batiment (niveaux de sollicitations élevés) la norme canadienne aux etats limites est plus avantageuse que la norme Française aux contraintes admissibles

Pour les sollicitations usuelles comme la compression et la flexion l'avantage peut aller jusqu'à 40% d'economie d'Acier.

- Annexe
- BiBLIO GRAPHIE

ANNEXE N° 1

$$\alpha = \frac{15}{15 + k} \quad ; \quad \varepsilon = 1 - \frac{\alpha}{3} = \frac{z}{h} \quad ; \quad \mu' = \frac{M}{\sigma_b' \, b h^2} \quad ;$$

$$\varpi = \frac{100 A}{b h} \quad ; \quad k = \frac{\sigma_a}{\sigma_b'} \quad ; \quad \mu = \frac{15 M}{\sigma_a \, b h^2}$$

TAbleau N° 5 :

Par ordre k, α, ε, μ', μ, ϖ

Tiré du livre de P. CHARON : Exercices de Béton Armé avec leurs solutions : Eyrolles : 1973

Tableau 5 : Sections rectangulaires : Valeurs de :

$$\alpha = \frac{15}{15 + k}; \qquad \varepsilon = 1 - \frac{\alpha}{3} = \frac{z}{h}; \qquad \mu' = \frac{M}{\sigma'_b b h^2}; \qquad \mu = \frac{15M}{\sigma_a b h^2};$$

$$\varpi = \frac{100A}{bh}, \text{ en fonction de } k = \frac{\sigma_a}{\sigma'_b}.$$

(Nota : Les valeurs de α en fonction de k sont valables quelle que soit la forme de la section.)

k	α	ε	μ'	μ	ϖ	k	α	ε	μ'	μ	ϖ
0,0	1,0000	0,6667	0,3333	∞	∞	3,5	0,8108	0,7297	0,2958	1,268	11,58
0,1	0,9934	6689	3322	49,83	496,7	3,6	8064	7312	2948	1,228	11,20
0,2	9868	6711	3311	24,83	246,7	3,7	8021	7326	2938	1,191	10,84
0,3	9804	6732	3300	16,50	163,4	3,8	7979	7340	2928	1,156	10,50
0,4	9740	6753	3289	12,33	121,7	3,9	7936	7355	2918	1,122	10,17
0,5	0,9677	0,6774	0,3277	9,831	96,77	4,0	0,7895	0,7369	0,2909	1,091	9,869
0,6	9615	6795	3266	8,165	80,12	4,1	7853	7382	2899	1,060	9,577
0,7	9554	6815	3255	6,975	68,24	4,2	7812	7396	2889	1,032	9,300
0,8	9494	6835	3244	6,082	59,34	4,3	7772	7409	2879	1,004	9,036
0,9	9434	6855	3233	5,389	52,41	4,4	7732	7423	2869	0,9781	8,786
1,0	0,9375	0,6875	0,3223	4,834	46,87	4,5	0,7692	0,7436	0,2860	0,9533	8,547
1,1	9317	6894	3212	4,380	42,35	4,6	7653	7449	2850	9293	8,319
1,2	9259	6914	3201	4,001	38,58	4,7	7614	7462	2840	9054	8,101
1,3	9202	6933	3190	3,681	35,39	4,8	7576	7475	2831	8847	7,892
1,4	9145	6951	3179	3,406	32,66	4,9	7538	7487	2822	8639	7,692
1,5	0,9091	0,6970	0,3168	3,168	30,30	5,0	0,7500	0,7500	0,2812	0,8436	7,500
1,6	9036	6988	3157	2,960	28,24	5,1	7463	7512	2803	8244	7,317
1,7	8982	7006	3146	2,776	26,42	5,2	7426	7525	2794	8059	7,140
1,8	8929	7024	3136	2,613	24,80	5,3	7389	7537	2784	7879	6,971
1,9	8876	7041	3125	2,467	23,36	5,4	7353	7549	2775	7706	6,808
2,0	0,8823	0,7059	0,3114	2,335	22,05	5,5	0,7317	0,7561	0,2766	0,7544	6,652
2,1	8772	7076	3104	2,217	20,89	5,6	7281	7573	2757	7385	6,500
2,2	8721	7093	3093	2,109	19,82	5,7	7246	7585	2748	7231	6,356
2,3	8670	7110	3082	2,010	18,85	5,8	7211	7596	2739	7083	6,217
2,4	8621	7126	3072	1,920	17,96	5,9	7177	7608	2730	6941	6,082
2,5	0,8571	0,7143	0,3061	1,837	17,14	6,0	0,7143	0,7619	0,2721	0,6802	5,952
2,6	8523	7159	3051	1,760	16,39	6,1	7109	7630	2712	6669	5,827
2,7	8474	7175	3040	1,689	15,69	6,2	7075	7642	2703	6540	5,705
2,8	8427	7191	3030	1,623	15,05	6,3	7042	7653	2694	6414	5;594
2,9	8380	7207	3020	1,562	14,45	6,4	7009	7664	2686	6295	5,475
3,0	0,8333	0,7222	0,3009	1,504	13,89	6,5	0,6977	0,7674	0,2677	0,6178	5,367
3,1	8287	7238	2999	1,451	13,37	6,6	6944	7685	2668	6064	5,261
3,2	8242	7253	2989	1,401	12,88	6,7	6912	7696	2659	5953	5,158
3,3	8197	7268	2979	1,354	12,42	6,8	6881	7706	2651	5848	5,059
3,4	8152	7283	2968	1,310	11,99	6,9	6849	7717	2642	5742	4,963

105

k	α	ε	μ'	μ	ϖ	k	α	ε	μ'	μ	ϖ
7,0	0,6818	0,7727	0,2634	0,5642	4,870	11,0	0,5769	0,8077	0,2330	0,3177	2,622
7,1	6787	7738	2626	5546	4,779	11,1	5747	8084	2323	3139	2,589
7,2	6757	7748	2617	5452	4,692	11,2	5725	8092	2316	3102	2,556
7,3	6726	7758	2609	5361	4,607	11,3	5703	8099	2309	3065	2,524
7,4	6696	7768	2600	5269	4,524	11,4	5682	8106	2303	3030	2,492
7,5	0,6666	0,7778	0,2592	0,5184	4,444	11,5	0,5660	0,8113	0,2296	0,2995	2,461
7,6	6637	7788	2584	5101	4,366	11,6	5639	8120	2289	2960	2,431
7,7	6608	7797	2576	5018	4,291	11,7	5618	8127	2282	2925	2,401
7,8	6579	7807	2568	4938	4,217	11,8	5597	8134	2276	2893	2,372
7,9	6550	7817	2560	4851	4,145	11,9	5576	8141	2270	2861	2,343
8,0	0,6522	0,7826	0,2552	0,4785	4,076	12,0	0,5555	0,8148	0,2263	0,2829	2,315
8,1	6493	7836	2544	4711	4,008	12,1	5535	8155	2256	2797	2,287
8,2	6465	7845	2536	4639	3,942	12,2	5515	8152	2250	2766	2,261
8,3	6438	7854	2528	4568	3,878	12,3	5494	8169	2244	2736	2,234
8,4	6410	7863	2520	4500	3,815	12,4	5474	8175	2237	2706	2,207
8,5	0,6383	0,7872	0,2512	0,4433	3,754	12,5	0,5454	0,8182	0,2231	0,2677	2,182
8,6	6356	7881	2504	4367	3,675	12,6	5435	8188	2225	2649	2,157
8,7	6329	7890	2496	4303	3,637	12,7	5415	8195	2219	2621	2,132
8,8	6302	7899	2489	4242	3,581	12,8	5396	8201	2212	2592	2,108
8,9	6276	7908	2481	4182	3,526	12,9	5376	8208	2206	2564	2,084
9,0	0,6250	0,7917	0,2474	0,4123	3,472	13,0	0,5357	0,8214	0,2200	0,2538	2,060
9,1	6224	7925	2466	4065	3,419	13,1	5338	8221	2194	2512	2,037
9,2	6198	7934	2458	4008	3,368	13,2	5319	8227	2188	2486	2,015
9,3	6173	7942	2451	3953	3,318	13,3	5300	8233	2182	2461	1,993
9,4	6148	7951	2444	3900	3,271	13,4	5262	8239	2176	2436	1,971
9,5	0,6122	0,7959	0,2436	0,3846	3,223	13,5	0,5263	0,8245	0,2170	0,2411	1,949
9,6	6097	7968	2429	3795	3,177	13,6	5245	8252	2164	2387	1,928
9,7	6073	7976	2422	3245	3,131	13,7	5226	8258	2158	2363	1,907
9,8	6048	7984	2414	3695	3,084	13,8	5208	8264	2152	2339	1,887
9,9	6024	7992	2407	3647	3,042	13,9	5190	8270	2145	2315	1,867
10,0	0,6000	0,8000	0,2400	0,3600	3,000	14,0	0,5172	0,8276	0,2140	0,2292	1,847
10,1	5976	8008	2393	3554	2,958	14,1	5155	8282	2134	2270	1,828
10,2	5952	8016	2385	3508	2,917	14,2	5137	8288	2129	2249	1,809
10,3	5929	8024	2378	3453	2,878	14,3	5119	8294	2123	2227	1,790
10,4	5905	8032	2371	3419	2,839	14,4	5102	8299	2117	2205	1,772
10,5	0,5882	0,8039	0,2364	0,3377	2,801	14,5	0,5085	0,8305	0,2112	0,2184	1,754
10,6	5859	8047	2357	3335	2,764	14,6	5068	8311	2106	2164	1,736
10,7	5836	8055	2350	3294	2,727	14,7	5050	8317	2100	2143	1,718
10,8	5814	8062	2343	3254	2,692	14,8	5033	8322	2094	2123	1,700
10,9	5791	8070	2336	3215	2,65[illegible]	[illegible]	5017	8328	2089	2103	1,683

k	α	ε	μ'	μ	ϖ
15,0	0,5000	0,8333	0,2083	0,2083	1,667
15,1	4983	8339	2077	2063	1,650
15,2	4967	8344	2072	2044	1,634
15,3	4950	8350	2066	2025	1,618
15,4	4934	8355	2061	2007	1,602
15,5	0,4918	0,8361	0,2056	0,1989	1,587
15,6	4902	8366	2050	1971	1,571
15,7	4886	8371	2045	1954	1,556
15,8	4870	8377	2040	1937	1,541
15,9	4854	8382	2034	1919	1,526
16,0	0,4839	0,8387	0,2029	0,1902	1,512
16,1	4823	8392	2024	1886	1,498
16,2	4808	8397	2018	1869	1,484
16,3	4792	8403	2013	1852	1,470
16,4	4777	8408	2008	1836	1,456
16,5	0,4762	0,8413	0,2003	0,1821	1,443
16,6	4747	8418	1998	1806	1,430
16,7	4732	8423	1993	1790	1,417
16,8	4717	8428	1988	1775	1,404
16,9	4702	8433	1982	1759	1,391
17,0	0,4687	0,8438	0,1977	0,1744	1,378
17,1	4673	8442	1972	1729	1,366
17,2	4658	8447	1967	1715	1,354
17,3	4644	8452	1962	1701	1,342
17,4	4630	8457	1957	1687	1,330
17,5	0,4615	0,8462	0,1952	0,1673	1,319
17,6	4601	8466	1947	1659	1,307
17,7	4587	8471	1942	1645	1,296
17,8	4573	8475	1938	1633	1,285
17,9	4559	8480	1933	1620	1,274
18,0	0,4545	0,8485	0,1928	0,1607	1,263
18,1	4537	8489	1923	1594	1,252
18,2	4518	8494	1918	1581	1,241
18,3	4504	8499	1914	1568	1,230
18,4	4491	8503	1909	1557	1,220
18,5	0,4477	0,8508	0,1905	0,1545	1,210
18,6	4464	8512	1900	1532	1,200
18,7	4451	8516	1895	1520	1,190
18,8	4438	8521	1891	1509	1,180
18,9	4425	8525	1886	1497	1,171

k	α	ε	μ'	μ	ϖ
19,0	0,4412	0,8529	0,1881	0,1485	1,162
19,1	4399	8534	1877	1474	1,152
19,2	4386	8538	1872	1463	1,142
19,3	4373	8542	1867	1451	1,133
19,4	4360	8547	1863	1440	1,124
19,5	0,4348	0,8551	0,1859	0,1430	1,115
19,6	4335	8555	1854	1419	1,106
19,7	4323	8559	1850	1409	1,097
19,8	4310	8563	1845	1398	1,089
19,9	4298	8567	1841	1388	1,080
20,0	0,4285	0,8571	0,1837	0,1378	1,071
20,1	4273	8576	1832	1367	1,063
20,2	4261	8580	1828	1357	1,055
20,3	4249	8584	1824	1348	1,046
20,4	4237	8588	1819	1338	1,038
20,5	0,4225	0,8592	0,1815	0,1328	1,030
20,6	4213	8596	1811	1318	1,022
20,7	4202	8599	1807	1309	1,015
20,8	4190	8603	1802	1300	1,007
20,9	4178	8607	1798	1290	1,000
21,0	0,4166	0,8611	0,1794	0,1281	0,992
21,1	4155	8615	1790	1272	985
21,2	4144	8619	1786	1263	977
21,3	4132	8623	1782	1255	970
21,4	4121	8626	1777	1246	963
21,5	0,4109	0,8630	0,1773	0,1237	0,956
21,6	4098	8634	1769	1228	949
21,7	4087	8638	1755	1220	942
21,8	4076	8641	1761	1212	935
21,9	4065	8645	1757	1203	928
22,0	0,4054	0,8649	0,1753	0,1195	0,921
22,1	4043	8652	1749	1187	914
22,2	4032	8656	1745	1179	908
22,3	4021	8660	1741	1171	902
22,4	4011	8663	1737	1163	895
22,5	0,4000	0,8667	0,1733	0,1155	0,888
22,6	3989	8671	1729	1147	882
22,7	3979	8674	1726	1140	876
22,8	3968	8677	1722	1132	870
22,9	3958	8681	1718	1125	864

k	α	ε	μ'	μ	ϖ
23,0	0,3947	0,8684	0,1714	0,1118	0,858
23,1	3937	8688	1710	1111	852
23,2	3927	8691	1706	1103	846
23,3	3916	8695	1702	1096	840
23,4	3906	8698	1699	1089	835
23,5	0,3895	0,8701	0,1695	0,1082	0,829
23,6	3886	8705	1691	1075	823
23,7	3876	8708	1687	1068	818
23,8	3866	8711	1684	1061	813
23,9	3856	8715	1680	1055	807
24,0	0,3846	0,8718	0,1676	0,1048	0,801
24,1	3835	8721	1672	1041	795
24,2	3826	8725	1669	1034	791
24,3	3817	8728	1666	1028	785
24,4	3807	8731	1662	1022	780
24,5	0,3797	0,8734	0,1658	0,1015	0,775
24,6	3788	8737	1655	1009	770
24,7	3778	8741	1651	1003	755
24,8	3769	8744	1648	0997	760
24,9	3759	8747	1644	0991	755
25,0	0,3750	0,8750	0,1641	0,0985	0,750
25,1	3740	8753	1637	0979	745
25,2	3731	8756	1633	0972	740
25,3	3722	8759	1630	0965	736
25,4	3713	8762	1627	0951	731
25,5	0,3704	0,8765	0,1623	0,0955	0,726
25,6	3695	8768	1620	0950	722
25,7	3686	8771	1616	0944	717
25,8	3677	8774	1613	0938	713
25,9	3668	8777	1610	0932	709
26,0	0,3659	0,8780	0,1606	0,9225	0,704
26,1	3650	8783	1603	0921	699
26,2	3641	8786	1599	0915	695
26,3	3632	8789	1596	0910	691
26,4	3623	8792	1593	0905	686
26,5	0,3614	0,8795	0,1589	0,0899	0,682
26,6	3606	8798	1586	0894	678
26,7	3597	8801	1583	0889	674
26,8	3588	8804	1579	0884	669
26,9	3580	8807	1576	0879	665

k	α	ε	μ'	μ	ϖ
27,0	0,3571	0,8810	0,1573	0,0874	0,661
27,1	3563	8812	1570	0869	657
27,2	3555	8815	1567	0864	652
27,3	3546	8818	1564	0859	649
27,4	3538	8821	1560	0854	646
27,5	0,3529	0,8824	0,1557	0,0849	0,642
27,6	3521	8826	1554	0845	638
27,7	3513	8829	1551	0840	634
27,8	3505	8832	1548	0835	630
27,9	3497	8834	1545	0831	627
28,0	0,3488	0,8837	0,1541	0,0826	0,623
28,1	3480	8840	1538	0821	619
28,2	3472	8843	1535	0816	615
28,3	3454	8845	1532	0812	612
28,4	3456	8848	1529	0808	608
28,5	0,3448	0,8851	0,1526	0,0803	0,605
28,6	3440	8853	1523	0799	601
28,7	3432	8856	1520	0794	598
28,8	3425	8858	1517	0790	595
28,9	3417	8861	1514	0786	591
29,0	0,3409	0,8864	0,1511	0,0782	0,588
29,1	3401	8866	1508	0777	584
29,2	3394	8869	1505	0773	581
29,3	3386	8871	1502	0769	578
29,4	3378	8874	1499	0765	574
29,5	0,3371	0,8876	0,1496	0,0761	0,571
29,6	3363	8879	1493	0757	568
29,7	3356	8881	1490	0753	565
29,8	3348	8884	1487	0749	562
29,9	3341	8886	1484	0744	559
30,0	0,3333	0,8889	0,1481	0,0740	0,555
30,1	3326	8891	1478	0736	552
30,2	3319	8894	1475	0733	549
30,3	3311	8896	1473	0729	546
30,4	3304	8899	1470	0725	543
30,5	0,3297	0,8901	0,1467	0,0721	0,540
30,6	3290	8903	1464	0718	538
30,7	3282	8906	1461	0714	535
30,8	3275	8908	1458	0710	532
30,9	3268	8911	1456	0707	529

k	α	ε	μ'	μ	ω̄	k	α	ε	μ'	μ	ω̄
31,0	0,3261	0,8913	0,1453	0,0703	0,526	35,0	0,3000	0,9000	0,1350	0.0579	0,429
31,1	3254	8915	1450	0699	523	35,2	2988	9004	1345	0573	424
31,2	3247	8918	1448	0696	520	35,4	2975	9008	1340	0568	420
31,3	3240	8920	1445	0693	518	35,6	2964	9012	1335	0563	416
31,4	3233	8922	1442	0689	515	35,8	2953	9016	1331	0558	412
31,5	0,3226	0,8925	0.1440	0,0686	0,512	36,0	0,2941	0,9020	0,1326	0,0553	0,409
31,6	3219	8927	1437	0682	509	36,2	2930	9023	1322	0548	405
31,7	3212	8929	1434	0679	507	36,4	2918	9027	1317	0543	401
31,8	3205	8932	1431	0675	504	36,6	2907	9031	1312	0538	397
31,9	3198	8934	1428	0672	501	36,8	2896	9035	1308	0533	394
32,0	0,3191	0,8936	0,1425	0,0668	0,499	37,0	0,2885	0,9038	0,1304	0,0529	0,390
32,1	3185	8938	1423	0665	496	37,2	2874	9042	1299	0524	386
32,2	3178	8941	1420	0662	494	37,4	2863	9045	1295	0519	383
32,3	3171	8943	1418	0659	491	37,6	2852	9049	1290	0515	379
32,4	3165	8945	1415	0655	488	37,8	2841	9053	1286	0511	376
32,5	0,3158	0,8947	0,1412	0,0652	0,486	38,0	0,2830	0,9057	0,1282	0,0506	0,372
32,6	3151	8950	1410	0649	483	38,2	2820	9060	1277	0502	369
32,7	3145	8952	1408	0646	481	38,4	2809	9064	1273	0497	366
32,8	3138	8954	1405	0642	479	38,6	2799	9067	1269	0493	363
32,9	3132	8956	1402	0639	476	38,8	2768	9071	1265	0489	359
33,0	0,3125	0,8958	0,1399	0,0636	0,474	39,0	0,2778	0,9074	0,1260	0,0485	0,356
33,1	3119	8960	1397	0633	471	39,2	2768	9077	1256	0481	353
33,2	3112	8963	1394	0630	469	39,4	2757	9081	1252	0477	350
33,3	3106	8965	1392	0627	466	39,6	2747	9084	1247	0472	347
33,4	3099	8967	1389	0624	464	39,8	2737	9088	1243	0468	343
33,5	0,3093	0,8969	0,1387	0,0621	0,462	40,0	0,2727	0,9091	0,1239	0,0464	0,341
33,6	3086	8971	1384	0618	459	40,2	2717	9094	1235	0461	338
33,7	3080	8973	1382	0615	457	40,4	2707	9098	1231	0457	335
33,8	3074	8975	1379	0612	455	40,6	2598	9101	1228	0454	332
33,9	3068	8977	1377	0609	453	40,8	2688	9104	1224	0450	330
34,0	0,3061	0,8980	0,1374	0,0606	0,450	41,0	0,2678	0,9108	0,1220	0,0446	0,327
34,1	3055	8982	1372	0604	448	41,2	2669	9111	1216	0443	324
34,2	3049	8984	1369	0601	446	41,4	2659	9114	1212	0439	321
34,3	3043	8986	1367	0598	444	41,6	2650	9117	1208	0436	318
34,4	3036	8968	1364	0595	441	41,8	2641	9120	1204	0432	316
34,5	0,3030	0,8990	0,1362	0,0592	0,439	42,0	0,2632	0,9123	0,1200	0,0429	0,313
34,4	3024	8992	1359	0589	437	42,2	2622	9126	1196	0425	311
34,7	3018	8994	1357	0586	435	42,4	2613	9129	1192	0422	308
34,8	3012	8996	1355	0584	433	42,6	2604	9132	1189	0419	306
34,9	3006	8998	[illegible]	0581	431	42,8	2595	9135	1185	0416	303

107

k	α	ε	μ'	μ	ω̄	k	α	ε	μ'	μ	ω̄
43,0	0,2586	0,9138	0,1181	0,0412	0,301	52,5	0,2222	0,9259	0,1029	0,0294	0,212
43,2	2577	9141	1128	0409	298	53,0	2206	9265	1022	0289	208
43,4	2568	9144	1174	0406	296	53,5	2190	9270	1015	0285	205
43,6	2560	9147	1171	0403	294	54,0	2174	9275	1005	0280	201
43,8	2551	9150	1167	0400	291	54,5	2158	9281	1001	0275	198
44,0	0,2542	0,9153	0,1163	0,0397	0,289	55,0	0,2143	0,9286	0,0995	0,0271	0,195
44,2	2534	9155	1160	0394	287	55,5	2128	9291	0989	0267	192
44,4	2525	9158	1156	0391	284	56,0	2113	9296	0982	0263	189
44,6	2517	9161	1153	0388	282	56,5	2098	9301	0976	0259	186
44,8	2508	9164	1149	0385	280	57,0	2083	9306	0969	0255	183
45,0	0,2500	0,9167	0,1146	0,0382	0,278	57,5	0,2069	0,9310	0,0963	0,0251	0,180
45,2	2492	9169	1142	0379	276	58,0	2055	9315	0957	0247	177
45,4	2483	9172	1139	0376	274	58,5	2041	9320	0951	0244	175
45,6	2475	9175	1135	0373	271	59,0	2027	9324	0945	0240	172
45,8	2467	9178	1132	0371	269	59,5	2013	9329	0939	0237	169
46,0	0,2459	0,9180	0,1128	0,0368	0,267	60,0	0,2000	0,9334	0,0933	0,0233	0,167
46,2	2451	9183	1125	0365	265	60,5	1987	9338	0928	0230	164
46,4	2443	9186	1122	0363	263	61,0	1974	9342	0922	0227	162
46,6	2435	9188	1118	0360	261	61,5	1961	9346	0916	0223	160
46,8	2427	9191	1115	0357	259	62,0	1948	9351	0911	0220	157
47,0	0,2419	0,9194	0,1112	0,0355	0,257	62,5	0,1935	0,9355	0,0905	0,0217	0,155
47,2	2411	9196	1109	0352	255	63,0	1923	9359	0900	0214	152
47,4	2404	9199	1105	0350	254	63,5	1911	9363	0895	0211	150
47,6	2396	9201	1102	0347	252	64,0	1899	9367	0889	0208	149
47,8	2388	9204	1099	0345	250	64,5	1887	9371	0884	0206	[illegible]
48,0	0,2381	0,9206	0,1096	0,0342	0,248	65,0	0,1875	0,9375	0,0879	0,0203	0,144
48,2	2373	9209	1092	0340	246	65,5	1863	9379	0874	0200	142
48,4	2366	9211	1089	0337	244	66,0	1852	9383	0869	0197	140
48,6	2358	9214	1086	0335	243	66,5	1840	9387	0864	0195	138
48,8	2351	9216	1083	0333	241	67,0	1829	9390	0859	0193	136
49,0	0,2344	0,9219	0,1080	0,0331	0,239	67,5	0,1818	0,9394	0,0854	0,0190	0,135
49,2	2336	9221	1077	0328	237	68,0	1807	9398	0849	0187	133
49,4	2329	9224	1074	0326	236	68,5	1795	9401	0844	0185	131
49,6	2322	9226	1071	0324	234	69,0	1786	9405	0840	0183	129
49,8	2315	9228	1068	0322	232	69,5	1775	9408	0835	0180	128
50,0	0,2308	0,9231	0,1065	0,0319	0,231	70,0	0,1765	0,9412	0,0831	0,0178	0,126
50,5	2290	9237	1057	0314	227	70,5	1754	9415	0826	0176	124
51,0	2273	9242	1050	0309	223	71,0	1744	9419	0822	0174	123
51,5	2256	9248	1043	0304	219	[illegible]	1734	9422	0817	0171	121
52,0	2239	9254	1036	0299	215	72,0	1724	9425	0812	0169	120

Annexe N° 2

Figure 3.53 du

Metric Design Handbook

M. D. H

Annexe N° 2 figure 3.53 du M.O.H

108

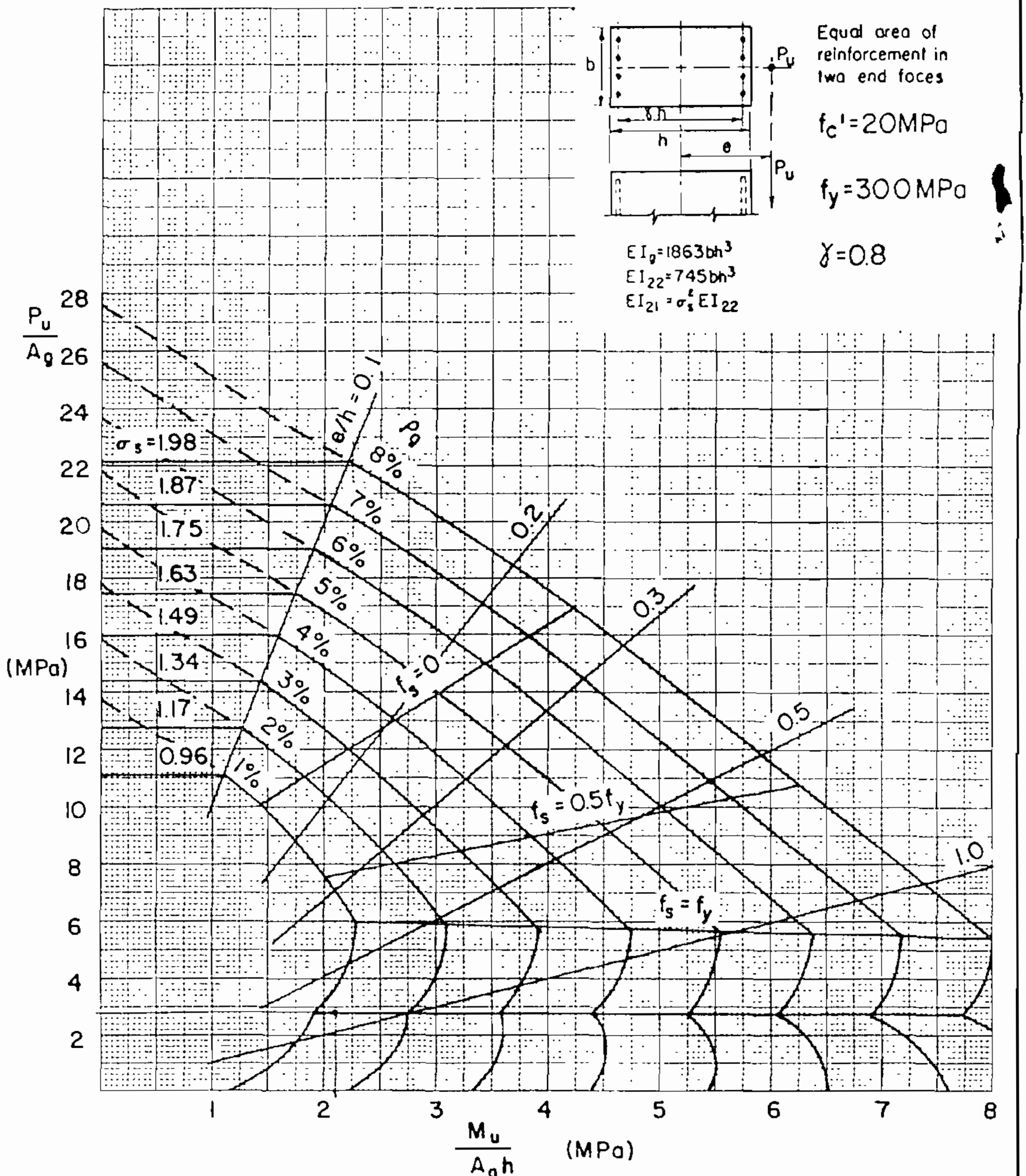


Fig. 3.53 Column Interaction Diagram
Rectangular Tied Columns

BIBLIOGRAPHIE

- [N] Mr ROGER LUPIEN
Notes de cours Structures (Beton) 421
STRUCTURES 511 (1980 - 1981)

- 1 - C.S.A. Can 3. $A_{23.3}$ M.77
Regles de Calcul des ouvrages en béton dans les Batiments.
CANADIAN STANDARD ASSOCIATION (1977)

- 2 - C.S.A Can3 $A_{23.1}$ et A 23.2 M_{77}
Béton - Constituants et exécution des travaux - ESSAIS concernant le béton (1977)

- 3 - P. C. A: (ASSOCIATION CANADIENNE DU CIMENT PORTLAND)
Metric Design Handbook for reinforced concrete Elements
(1977)

- 4 - WINTER G. ; NILSON A

Design of concrete structures

Mc Graw Hill (1979)

- 5 - REgles CCBA 68

Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages en B.A

Eyrolles (1976)

- 6 - PIERRE CHARON

Exercices de béton Armé avec leurs solutions (Conformes au CCBA 68)

Eyrolles (1973)

- 7 - André Guerrin ; LAVAUR. R. C

"Traité de Béton Armé"

Tome 2 et 4

Dunod.

- 8 - MECHDOUDJAN. ARMAND

Cours de béton Armé. Règles BAEL 80 et CCBA 68

EYROLLES (1980)