ECOLE POLYTECHNIQUE DE THIES

PROJET DE FIN D'ETUDES:

FIABILITE_USURE_RENOUVELLEMENT DES EQUIPEMENTS PROBLEMES DES STOCKS

REGIE DES CHEMINS DE FER DU SENEGAL

DIRECTEURS DE PROJET: MM. J.C. WARMOES
A. LELONG

AUTEUR: NOEL MINGOU

GENIE: MECANIQUE

DATE: JUIN 1985

Remerciements

Au terme de ces huit mois de recherche, de discussion et de concertation avec toutes les personnes concernées par le projet, le tout matérialisé par ce présent rapport, il me revient le devoir de remercier très sincèrement :

– M^r^. Jean Claude Warmoes, mon directeur interne de projet, pour l'assistance indispensable dont il n'a cessé de m'apporter tout au long de cette étude ;

– M^r^. Lelong, mon directeur externe, pour sa grande disponibilité et ses conseils et suggestions et par delà sa personne, toutes les autorités de la Régie des Chemins de Fer du Sénégal qui, en me confiant ce projet, ont une fois de plus montré toute l'importance qu'elles accordent à la bonne formation des élèves de l'E.P.T. ;

– le personnel de la Division du Matériel Roulant pour la compréhension et la disponibilité dont il a fait preuve à mon égard ;

– Mes promotionnaires pour leur soutient moral ;

– D'une façon générale, tous ceux qui de près ou de loin, directement ou indirectement ont contribué à la réussite de cette étude.

SOMMAIRE

La fiabilité d'un système n'est souvent que le résultat d'un bon entretien, lequel peut être tributaire de la disponibilité des pièces de rechange. Ainsi, avant d'aborder l'approche mathématique de la fiabilité des différents systèmes, nous présenterons d'abord les éléments de base de la gestion de l'entretien notamment le programme d'entretien, les coûts, les systèmes, ...; le tout constituant avec la question du renouvellement la première partie de cette étude.
La seconde partie sera consacrée à l'épineux problème des stocks. Nous verrons tour à tour les méthodes de gestion surtout la méthode ABC, les systèmes de gestion des stocks en passant par les différents coûts relatifs aux stocks avant d'aborder l'étude analytique où l'on passera en revue les différents modèles pour finalement déboucher sur les problèmes de l'application pratique de ces modèles dans le contexte de la Régie des Chemins de Fer du Sénégal (R.C.F.S.).

Table des Matières

Annexes

Introduction Générale

Dire qu'une locomotive rapporte quotidiennement 15 à 20 millions de nos francs, c'est admettre implicitement la réaction qui consisterait à accroître la disponibilité des locomotives qui est fonction du taux d'immobilisation lequel n'est rien d'autre qu'un indice de performance du Système de gestion de l'entretien.
Mais rendre performant un système d'entretien, c'est aussi réduire le taux des réparations accidentelles par le biais de l'entretien préventif ou, en d'autres termes, augmenter la fiabilité des locomotives.
Si la fiabilité est le résultat d'une bonne gestion de l'entretien, celle-ci comporte, entre autres aspects, le choix judicieux des périodes de renouvellement du matériel.
Cependant, l'on ne saurait traiter un problème, aboutir à de bons résultats (une grande fiabilité) si au départ on ne dispose pas de bonnes données de base (les stocks).
Pour résoudre tous ces problèmes inter-dépendants, nous avons, parmi plusieurs solutions, la méthode de la Recherche Opérationnelle. Mais les mathématiques n'étant que le produit de la pensée humaine, indépendante de l'expérience, l'on devra nécessairement répondre à la question de savoir comment adapter les modèles mathématiques aux choses réelles ; une question qui interpellera plusieurs niveaux de responsabilité dans l'entreprise.

PARTIE I

GESTION DE L'ENTRETIEN FIABILITE _ USURE _ RENOUVELLEMENT DES EQUIPEMENTS

L'importance du transport ferroviaire au Sénégal n'étant plus à démontrer du point de vue socio-économique, la maîtrise de son fonctionnement doit être un souci permanent. Cependant, une telle maîtrise n'est réaliste que si elle tient compte de certains facteurs, souvent aléatoires, qui l'affectent. Dès lors, cette maîtrise implique en particulier celle de la garantie de fonctionnement du matériel, c'est-à-dire de la fiabilité de locomotives surtout. Mais l'on ne saurait parler de fiabilité sans pour autant parler de l'élément de base qui est la Gestion de l'Entretien.
Le problème étant ainsi posé, il convient de souligner que la fiabilité du matériel n'est pas, pour la cause, l'aspect primordial de l'étude du fonctionnement du transport ferroviaire, mais qu'elle en est partie intégrante ; son développement rejaillissant sur d'autres aspects : choix du matériel, dimension du parc, organisation, ... Toutefois, pour des raisons de temps, de moyens, l'objectif direct de l'étude sera limité à la détermination d'un modèle mathématique de la fiabilité globale.

GESTION DE L'ENTRETIEN

I Généralités

1 - Exploitation et Entretien

La capacité du système d'exploitation à honorer ses contrats à temps, la qualité et la quantité d'unités requises dépendent de la disponibilité et du bon fonctionnement de l'équipement. Elles dépendent donc de la fonction entretien dont les principales responsabilités sont de :

a) Maintenir en état de "bon fonctionnement" toutes les ressources matérielles de l'établissement ;

b) Remettre en état de fonctionnement les éléments en panne ;

c) Assurer ou sous-traiter l'exécution des travaux neufs ;

d) Assurer l'exploitation et l'entretien des services généraux

2- Choix de l'equipement

L'entretien ou sa planification commence avec le choix de l'équipement, sa conception ou son achat. En effet, un mauvais choix, une mauvaise décision à ce stade peut avoir pour effet un entretien difficile, fréquent et couteux. C'est pourquoi les aspects suivants doivent être pris en considération lors de l'achat d'un équipement :

a) Maintenabilité : elle comprend :

- la réduction des besoins et fréquences d'entretien ;
- l'accessibilité des organes et pièces lors de l'entretien de l'équipement facilitant la détection rapide d'une défectuosité ainsi que sa correction ;
- la modularité, soit le regroupement des composantes en modules, qui permet de minimiser les temps d'arrêt pour causes d'entretien. Le module défectueux étant vite remplacé ;
- la disponibilité sur le marché des pièces de rechange

b) Standardisation : A qualité égale, on préfèrera l'achat d'un équipement standard, ou du même fabricant, ce qui permet la facilité d'entretien et l'utilisation d'un stock réduit de pièces de rechange .

c) Fiabilité : On dira qu'un équipement est fiable quand la probabilité qu'il tombe en panne pour une période de temps donnée est réduite.

3. Utilisation de l'équipement

a) Mauvaise utilisation : Un équipement utilisé pour des fins autres que celles pour lesquelles il a été conçu ou dans des conditions plus sévères, tombera en panne plus fréquemment et nécessitera un entretien plus couteux.

b) Sous ou Sur utilisation : Pour un groupe d'équipements dont l'utilisation n'est pas planifiée on assistera toujours à une sur-utilisation de certains équipements et à une sous-utilisation des autres.

4. Gestion de l'entretien

Alors que pendant le choix de l'équipement et de son utilisation, les responsables essayent de minimiser, éliminer ou réduire l'entretien, ils doivent par la suite optimiser les activités d'entretien qui permettront au système d'exploitation de disposer de la qualité et quantité de locomotives requises à temps et aux meilleurs coûts. Pour se faire, ils doivent mettre sur pied un système de gestion qui se traduirait par un véritable programme d'entretien qui soit applicable et réellement appliqué.

II Programme d'Entretien

1. Catégories d'Entretien

a) Inspections (ou visites) : Elles sont déclenchées à partir d'un critère de fonctionnement, le plus souvent le temps calendaire. Elles peuvent être visuelles comme elles peuvent se faire à l'aide d'instruments. Elles peuvent avoir pour but de mesurer la performance ou consister en la mesure du taux d'usure d'une pièce par rapport à l'original

b) <u>Services</u>: Parmi les services courants on peut citer : le graissage, le nettoyage, la lubrification et d'autres services généraux comme l'alimentation en électricité, les systèmes de protection, ...

c) <u>Réparations</u>: Elles comprennent les ajustements faits à l'équipement, les modifications et remplacements de pièces, ainsi que les révisions générales.

2- Types d'Entretien

Ce sont seulement l'entretien préventif et l'entretien correctif

a) <u>Entretien préventif</u>: Il doit être exécuter par intervalles de temps réguliers (jours, semaines, mois), d'utilisation, de taux d'usure. Établi par une équipe de maintenance en liaison avec les unités d'exploitation, le document des opérations préventives doit comprendre

- la liste, pour chaque équipement, des opérations préventives à exécuter et leurs critères de déclenchement
- les dossiers de préparation des opérations préventives comportant la gamme, les bons de travail et de sorties.

Les opérations préventives ainsi identifiées sont déclenchées à partir d'un critère de fonctionnement de l'équipement et qui peut être :

- le temps calendaire par exemple : la semaine, le mois, ...
- la longueur du parcours effectué
- l'apparution de certains défauts de fabrication, symptômes d'une déterrioration ou d'un déréglage.

Les informations concernant le fonctionnement des équipements bénéficiant d'opérations préventives sont reportées sur un planning d'entretien préventif qui, par comparaison avec les limites de fonctionnement adoptées, indique s'il faut déclencher une opération sur l'un des organes de l'équipement. Le planning d'entretien préventif reçoit trois autres

Sortes d'informations :

– Informations sur les arrêts des équipements, quelle qu'en soit la raison, de façon à en profiter éventuellement pour faire exécuter avec une anticipation acceptable certaines opérations préventives ;

– Informations sur l'exécution des opérations préventives de façon à prendre éventuellement des mesures nécessaires, notamment pour relancer les opérations retardées ;

– Informations sur les opérations curatives exécutées à la suite d'accidents de façon à tenir éventuellement compte de remplacements d'organes n'ayant pas atteint la limite de fonctionnement.

Le but de l'entretien préventif est de :

- limiter le vieillissement du matériel ;
- Améliorer son état, son rendement ;
- Intervenir avant que le coût de l'intervention ne soit trop onéreux
- Diminuer les coûts d'arrêt et d'entretien.

b) Entretien Correctif

C'est l'entretien exécuté lors d'une panne, d'un arrêt, d'une baisse de la qualité du service due à l'équipement. Son objectif est de remettre en état de bon fonctionnement l'équipement défectueux dans les plus courts délais. L'urgence de cet entretien dépendra de l'impact de l'arrêt de l'équipement défectueux sur le système d'exploitation. Un équipement isolé qui tombe en panne ne présente pas la même importance, donc la même urgence de remise en état qu'un équipement dont l'arrêt immobilise toute une chaine de montage, voire toute la marche du service.

3. Objectifs d'un programme d'entretien

– Minimiser les pertes de temps productif et les coûts d'entretien ;

– Accroître la durée de vie de l'équipement ;

- Optimiser le remplacement de l'équipement, du matériel ;
- Améliorer l'esthétique et maximiser la sécurité (protection contre les accidents)

III Coûts de la Maintenance

C'est la somme de deux termes :

1 - Le manque à gagner de l'établissement à la suite du non respect du programme de transport, conséquence des arrêts de l'équipement.

- Le manque à gagner dû aux arrêts de production de services peut varier dans de larges limites suivant les caractéristiques d'emploi des équipements ;
- Le manque à gagner dû aux contrats perdus peut être calculé comme suit :

Soient :
* P le kilométrage (ou tonnage) annuel prévu
* V le tarif moyen par kilomètre (ou tonne)
* C le taux moyen des coûts variables du transport
* D le montant des frais fixes annuels
* p le kilométrage (ou tonnage) perdu dans l'année

le résultat net prévu pour l'exploitation est : $R = P(V-C)-D$

le résultat net réel de l'exploitation est : $R-r = (P-p)(V-C)-D$

la perte de résultat est : $R_o = p(V-C)$

En d'autres termes, la perte pour l'entreprise est égale à la marge brute c'est-à-dire le prix de vente des services diminué des coûts variables de transport.

A défaut de pouvoir calculer R_o faute de données, nous nous contenterons de mentionner les propos du Directeur du Matériel Roulant qui disait dans le Journal "Le Soleil" du 30 Janvier 1985, je le cite :

"... le train qui revient à 700 millions de francs peut procurer quotidionnement 15 à 20 millions à la R.C.F.S."

A noter que la perte de résultat due aux arrêts de la production des services dépend notamment :

- De la durée de ces arrêts, de leur fréquence et de leur gravité, mais aussi de la rapidité et de l'efficacité des unités chargées de la remise en état de fonctionnement des équipements défaillants et surtout de la disponibilité du matériel nécessaire pour les interventions ;
- De l'apparution plus ou moins aléatoire des défaillances.

2- Coûts d'Entretien

Les coûts d'entretien varient avec le type d'installations et d'équipements. Ils sont proportionnels au nombre et à la complexité des éléments à entretenir. Ils sont affectés par l'âge des éléments, leur utilisation et par la qualité de l'entretien. Ces coûts dépendent également de l'organisation et de la gestion des unités de maintenance.

a) Coûts directs d'entretien : Ils comprennent :

- les coûts de main-d'œuvre affectée aux travaux d'entretien ;
- le coût des installations, équipements et outillage affectés à l'entretien ;
- le coût du magasin et des stocks de pièces de rechange, fournitures et matériel servant à l'entretien.

b) Coûts indirects : Ils ne sont pas tous quantifiables ce qui représente une difficulté quand il s'agit d'estimer le cout total de l'entretien.

i) Coûts quantifiables (ou tangibles) :

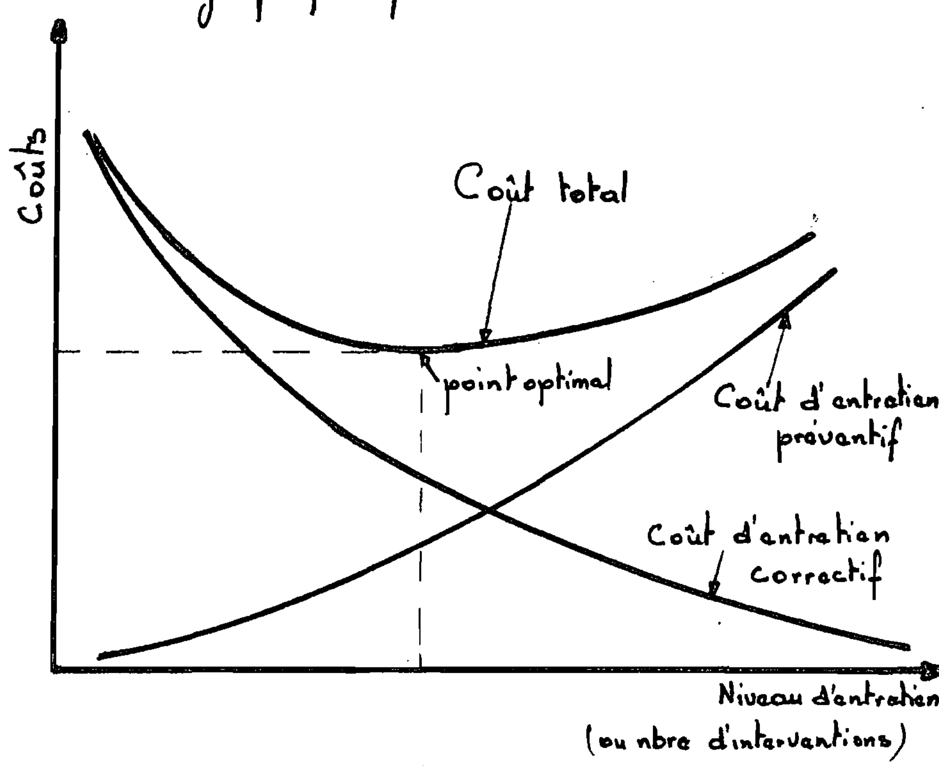
- Perte de contrat durant un arrêt directement imputable à l'entretien ;
- Temps improductifs, soit les salaires payés au personnel inactif ;
- Temps nécessaire à la remise en course de l'équipement, après l'entretien
- Coûts de rattrapage suite à une période d'immobilisation de l'équi-

pament pour fin d'entretien.

ii) Coûts intangibles :

- Effet des retards, du non respect des délais de livraison ce qui peut conduire soit à des pénalités, soit à des pertes de contrats ou de clients ;
- Réajustement des stocks ;
- Ré.ordonnancement du transport. ...

Si on sépare les coûts totaux d'entretien en coûts d'entretien préventif et coûts d'entretien correctif, on peut estimer les variations de ces coûts comme le montre le graphique qui suit.



Si on ne fait aucun entretien préventif, le risque de panne est élevé et le coût d'entretien correctif est à son maximum. Au fur et à mesure que l'entretien préventif augmente, le risque de panne diminue ainsi que le coût de l'entretien correctif. Le point le plus bas sur la courbe du coût total représente le coût optimal de l'entretien.

IV Système de Gestion de l'entretien

Après avoir défini l'entretien, expliqué son importance, exposé les différents types et identifié ses coûts, nous abordons le système de gestion de l'entretien qui représente la synthétisation et l'application de ces concepts et principes.

a) Système parallèle :

L'entretien peut être considéré comme un second système de l'exploitation fonctionnant en parallèle avec le système d'exploitation de l'entreprise. En effet comme ce dernier, le système d'entretien doit être planifié ; ses activités requièrent un ordonnancement du matériel et des pièces qu'il faut acheter et stocker. Pour s'assurer de la qualité de l'entretien, il faut, tout comme le système d'exploitation appliquer des techniques de controle de la qualité. Fonctionnant en parallèle avec le système d'exploitation, le système d'entretien peut entrer en " conflit " avec celui-ci vu que les deux systèmes utilisent ou agissent sur les mêmes installations, équipements, le même matériel et outillage. En effet, pour transporter, il faut que l'équipement soit en marche et pour entretenir, il faut qu'il soit immobilisé. Une autre difficulté concernant le système d'entretien est l'évaluation des coûts d'une panne en comparaison aux coûts d'un entretien. Des techniques de files d'attente et de simulation ont été utilisées pour régler ce problème mais là encore on buta sur les coûts intangibles.

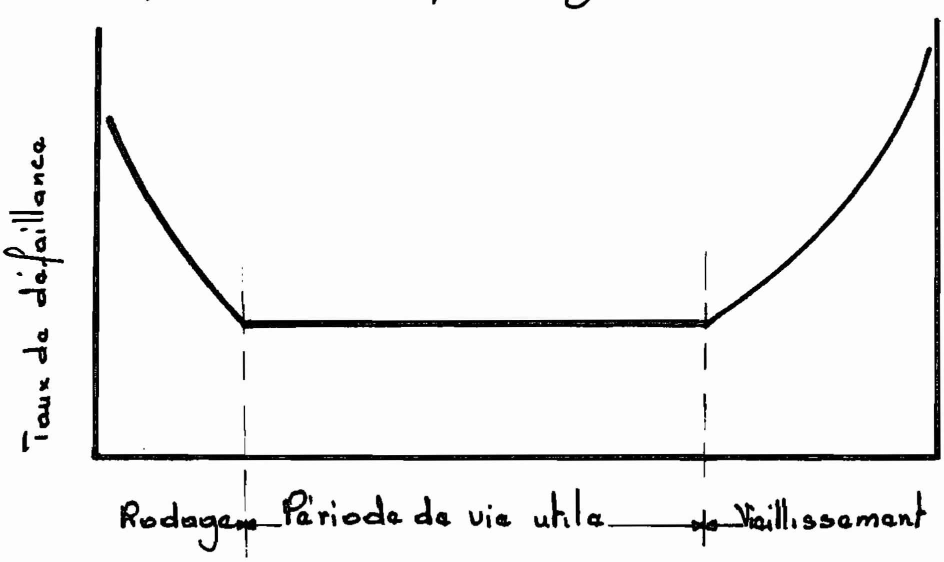
b) Ellaboration du Système :

1) Inventaire dynamique : La première étape consiste à savoir sur quoi portera l'entretien. Tout système d'entretien commence par un inventaire dynamique, donc continuellement mis à jour (achats, retraits, modifications d'éléments). Cet inventaire comprend une serie complète de fiches techniques. La fiche technique comportera toutes les informations techniques concernant un élément telles les spécifications techniques, les dates

d'achat et de mise en service, les modifications qu'il a subies, ...

2) Niveau d'entretien :

Pour chaque famille d'éléments, il faut déterminer le niveau d'entretien préventif. Vu que la courbe du coût total d'entretien et le point optimal d'entretien varient suivant l'âge d'une unité, son utilisation ainsi que d'autres facteurs, il n'est certainement pas pratique d'identifier pour chaque élément d'une famille, le point optimal d'entretien. On tracera donc des courbes moyennes pour chaque famille et on tentera d'isoler les unités neuves ou trop anciennes vu que ces deux types requièrent plus d'entretien que la moyenne.



A noter que cette courbe reflète l'allure générale des composantes électroniques. Pour les composantes mécaniques, la "Période de vie utile" est beaucoup plus courte.

Le caractère empirique de cette courbe fait qu'il n'est pas toujours permis à une entreprise d'en faire elle-même. D'une façon ou d'une autre, c'est à partir de cette courbe qu'on évalue le niveau et le calendrier d'entretien préventif.

L'entretien préventif se fera donc à partir des normes spécifiant :

- la fréquence et les types d'inspections (ou visites);
- les services (graissage, lubrification, nettoyage, ...);
- les remplacements, modifications ou ajustements de pièces

Ces normes sont basées sur, ou affectées par:

- les suggestions des fabricants;
- l'expérience des responsables;
- les conditions d'utilisation du matériel;
- le rendement du matériel;
- le "feed-back" du système d'entretien.

3) Calendrier d'entretien:

Ayant déterminé les niveaux d'entretien, on dressera un calendrier préliminaire d'entretien, montrant les activités d'entretien préventif et les dates auxquelles elles seront exécutées. Ce calendrier est alors comparé avec celui de l'exploitation; les responsables de l'entretien doivent, avec ceux de l'exploitation, arriver à un accord sur l'immobilisation des locomotives pour fin d'entretien. En cas de "conflit," c'est à la direction de trancher et de choisir entre les risques de pannes majeures dues à un manque d'entretien et les risques de retards causés à l'exploitation lors de l'immobilisation de l'équipement. On produit alors un calendrier définitif d'entretien.

4) Bon de travail:

C'est le document clé du système. Toute activité d'entretien doit être muni d'un document. Le bon de travail recueillera l'information concernant toute l'activité d'entretien préventif ou correctif.
Les bons de travail concernant l'entretien préventif peuvent être préparés un peu à l'avance et servir à l'ordonnancement du travail d'entretien.

5) <u>Fiches historiques</u> (ou Fiches techniques) :
Une fois l'entretien exécuté, la fiche historique est mis à jour. On doit y retrouver toutes les informations permettant de suivre l'évolution de l'équipement et de dresser des statistiques.

6) <u>Statistiques et Rapports</u> :
Les informations cumulées et compilées sous différentes formes, peuvent donner différents rapports de gestion tels que :

- $\dfrac{\text{Coût d'entretien correctif}}{\text{Coût d'entretien total}}$ ou $\dfrac{\text{Coût d'entretien préventif}}{\text{Coût d'entretien total}}$

- $\dfrac{\text{Coûts estimés (préventif, correctif, total)}}{\text{Coûts réels}}$

- $\dfrac{\text{heures non productives (attente + entretien)}}{\text{heures totales}}$

- Coûts d'entretien par unité (heure, kilomètre, locomotive,)

7) <u>Mesure de l'efficacité</u> :
C'est le système de gestion de l'entretien qui permet d'avoir des informations sur l'efficacité du service d'entretien. On peut penser à un grand nombre de ratios, indicateurs de l'efficacité :

- $\dfrac{\text{Heures estimées (ou standard) pour l'entretien}}{\text{Heures effectives}}$

- $\dfrac{\text{Nombre de pannes (mois courant)}}{\text{Nombre de pannes (mois précédent)}}$

- $\dfrac{\text{Temps d'entretien}}{\text{Temps d'attente + Temps d'entretien}}$

8) <u>Gestion par exception</u> :
Plutôt que de produire des rapports réguliers contenant toute l'information disponible sur l'entretien et le fonctionnement de l'équipement,

le système pourrait, selon la portée de l'une ou l'autre méthode, être conçu pour produire des rapports dits d'exception, qui, s'ils sont publiés au besoin, ne contient que l'information déclencheuse d'actions (indices déclencheurs de décisions) et ne s'adressent qu'aux responsables concernés par des aspects spécifiques de la gestion de l'entretien. En effet, des systèmes fort bien conçu peuvent être inutilisables non par manque d'informations, mais plutôt par le volume immense d'informations qu'ils généraient et qui rendraient impossible son analyse, encore moins son utilisation pour prendre une quelconque décision.

V Execution des Opérations

Rappelons que les opérations de maintenance peuvent être exécutées par :

- le personnel de conduite ;
- les unités spécialisées organiques ;
- des sous-traitants.

Les opérations exécutées par le personnel de conduite sont généralement simples et ne méritent pas de procédures formalisées ;
Les opérations sous-traitées entrent dans une procédure analogue à celle des achats ;
Les opérations exécutées par les unités organiques sont declenchées par :

- le planning d'entretien préventif ;
- le planning des inspections ;
- les accidents de fonctionnement, ce qui entraine des opérations curatives.

Au total, les unités de maintenance sont mises en action par des demandes d'intervention que nous pouvont rattacher à deux catégories :
- les opérations curatives déclenchées par la constatation d'une

avarie ou d'un mauvais fonctionnement de l'équipement. Pour ces opérations, il convient tout d'abord d'effectuer une première étude en vue d'une serie de décisions. Il faut :

. A la suite d'une expertise technique, déterminer l'opération à effectuer : remplacement d'un organe ou d'un ensemble d'organes ou d'une pièce, remise en état d'une ou plusieurs pièces, -- (c'est-à-dire : répondre à la question Quoi Faire ?);

. En application des politiques générales de gestion de la maintenance et de l'exploitation, déterminer la priorité à donner à l'exécution de l'intervention (c'est-à-dire Quand le Faire ?);

. Toujours en application des politiques générales et notamment en fonction de la priorité donnée à l'intervention, choisir l'organe d'exécution, unité de l'entreprise ou sous-traitant (Qui va le Faire?)

Ces décisions étant prises, il faut constituer le document d'ordonnancement soit :

+ A partir d'un dossier (ou fichier) de préparation pré-établi ;
+ Par analogie avec les interventions antérieures, par consultation d'un dosier "machine" donnant notamment, pour chaque équipement, l'historique de l'entretien des principaux organes ;
+ En effectuant la préparation du travail avec la précision requise.

Le dossier d'ordonnancement sert ensuite de support :

α) A l'approvisionnement des "matières" nécessaires, soit à partir des stocks, soit par achat direct, soit par confection des pièces ;

β) Au lancement et au controle de l'avancement des opérations.

L'intervention terminée, il convient :

D'en controler la bonne exécution technique ;

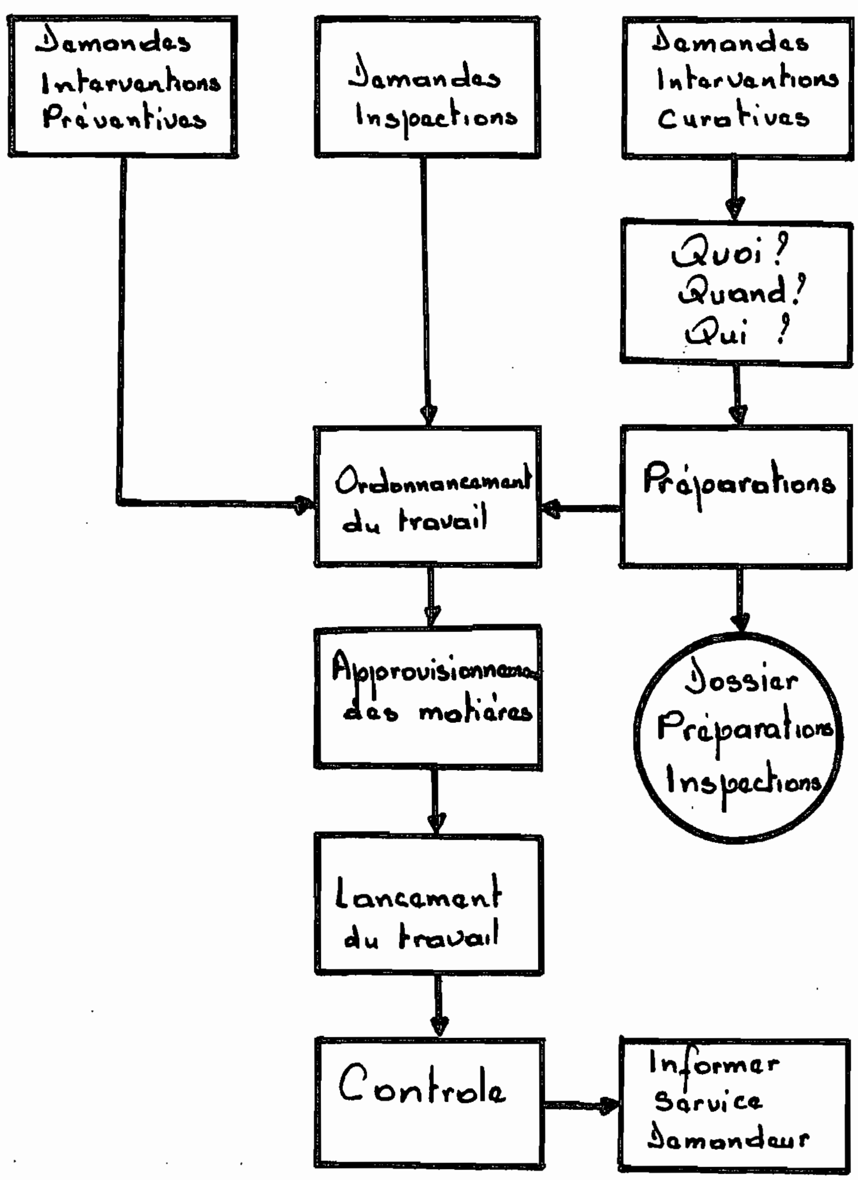
D'informer le service demandeur (Compte rendu au

planning d'entretien ou mise à la disposition de l'exploitation) ;
d'enregistrer les informations nécessaires au dossier-machine.

– les opérations préventives déclenchées par une unité spécialisée à partir de critères pré-établis et dont la préparation technique a été réalisée à l'avance.

Procédures de Gestion :

Exécution des Opérations d'Entretien



FIABILITE

I Définition :

D'une façon générale, la fiabilité peut être définie comme étant la probabilité de bon fonctionnement d'un système en opération utilisé dans des conditions pour lesquelles il a été conçu.

II Fonction de Fiabilité :

$$P_r(A) = \frac{N_a}{N_t} = \frac{N_a}{N_a + N_b}$$

A représente la survie du système

B représente le bris du système

Soient : N_t : le nombre d'éléments identiques que l'on va considérer,

$N_s(x)$: le nombre d'éléments ayant survécu au "test" après un parcours de x kilomètres,

$N_f(x)$: le nombre d'éléments ayant failli après x kilomètres.

Si l'on définit la fiabilité comme la probabilité que le système ait survécu à la distance x, on a :

$$R(x) = \frac{N_s(x)}{N_t} = \frac{N_s(x)}{N_s(x) + N_f(x)} = 1 - \frac{N_f(x)}{N_t}$$

A présent, examinons de quelle manière varie la fiabilité :

$$\frac{dR(x)}{dx} = \frac{d}{dx}\left(1 - \frac{N_f(x)}{N_t}\right) = -\frac{1}{N_t} \times \frac{dN_f(x)}{dx}$$

ou $$\frac{dN_f(x)}{dx} = -N_t \frac{dR(x)}{dx}$$

soit $$r(x) = \frac{1}{N_s(x)} \times \frac{dN_f(x)}{dx}$$

$$= -\frac{N_t}{N_s(x)} \times \frac{dR(x)}{dx}$$

$$\boxed{r(x) = -\frac{1}{R(x)} \times \frac{dR(x)}{dx}}$$

$$r(x)\,dx = -\frac{dR(x)}{R(x)}$$

$$\int_0^x r(t)\,dt = -\int_0^x \frac{1}{R(t)} \cdot dR(t) = -\operatorname{Log} R(x)$$

d'où $\boxed{R(x) = e^{-\int_0^x r(t)\,dt}}$ (1)

$r(x)$ = fonction du taux de bris

$R(x)$: fiabilité = probabilité de survie du système après x.

Si le système a une distribution de densité de bris $f(x)$, alors la distribution cumulative de bris est:

$$F(x) = \int_0^x f(t)\,dt \qquad : \text{non fiabilité}$$

la fiabilité du système sera:

$$\boxed{R(x) = 1 - F(x)} \qquad (2)$$

En comparant les équations (1) et (2) on a:

$$1 - F(x) = \exp\left(-\int_0^x r(t)\,dt\right)$$

ou $\operatorname{Log}[1 - F(x)] = -\int_0^x r(t)\,dt$

En dérivant les deux membres de l'égalité on obtient:

$$\boxed{r(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)}} \qquad (3)$$

où $f(x)\,dx$ = probabilité qu'il ait un bris entre x et $x + dx$

De l'équation (3) on a:

$$[1 - F(x)]\,r(x)\,dx = f(x)\,dx$$

$r(x)\,dx$ est la probabilité d'avoir un bris entre x et $x + dx$ sachant que le système a survécu jusqu'à la distance x.

NB. $r(x)$ n'est pas une fonction de densité.

Pour avoir f fonction de densité, il faut que :

$$\lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$$

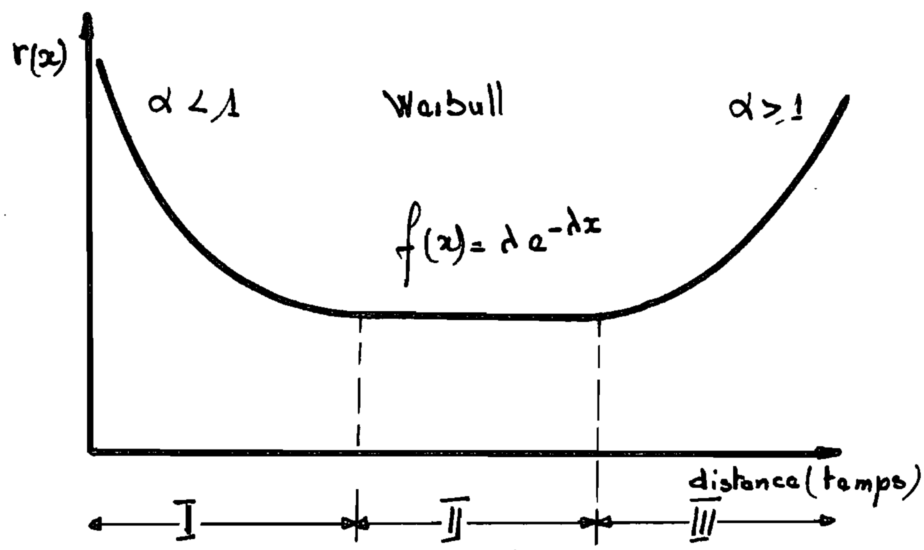
avec $F(x) = 1 - \exp\left(-\int_0^x r(t)\,dt\right)$,

il faut que $\int_0^x r(t)\,dt \to +\infty$ quand $t \to \infty$

pour que $F(x) = 1$

or $\lim_{x \to +\infty} \int^x f(t)\,dt = 1$

III Fonction de hasard d'un Système



De nombreuses données expérimentales ont montré que pour de nombreux éléments, la fonction $r(x)$ présente l'allure de la courbe ci-dessus.

On voit de ce graphique que l'axe des distances parcourues peut être divisé en 3 parties. Sur le segment I la fonction $r(x)$ commence par des valeurs élevées. Cela est dû au fait que dans un grand lot d'éléments, il y a toujours des éléments possédant des défauts cachés, qui tombent rapidement en panne après la mise en marche. Cette première partie correspond généralement à la période dite de rodage.

La seconde partie est appelée période de fonctionnement normal. Elle est caractérisée par une valeur relativement constante du risque de panne.
La partie III est celle du vieillissement. Les phénomènes physico-chimiques irréversibles provoquent la dégradation de la qualité de l'élément; l'élément " vieillit". Dans cette période le risque de panne augmente considérablement.
Ce tableau des variations du risque de panne n'est, naturellement, pas universel. Il existe des éléments pour lesquels la période de rodage est nulle (par exemple, si un controle d'acceptation rigoureux élimine tous les éléments défectueux), et d'autres qui ne vieillissent pratiquement pas. Toutefois, pour la grande majorité des éléments, il existe, en règle générale, une période, plus ou moins longue, pour laquelle le risque de panne est pratiquement constant. On peut négliger la période de rodage (si elle existe) en estimant que le fonctionnement de l'élément débute quand cette période se termine. En effet, l'élément et le système auquel il appartient sont soumis habituellement à un entrainement préliminaire, ils subissent des essais de vérification et ce n'est qu'après cela que commence leur exploitation. Par ailleurs la durée de service de nombreux éléments se termine avant que ne commence la vieillissement notable de ces éléments.
Les considérations que nous venons de rapporter montrent que pour une large classe d'éléments (surtout les composantes électroniques) nous pouvons adopter que $r(x)$ = constante.
Lorsque $r(x)$ = constante, on a une distribution exponentielle : on n'a pas besoin d'entretien préventif. Les causes de bris sont

extérieures au système. Il en découle que la fonction de fiabilité est de la forme : $R(x) = e^{-\lambda x}$ $\quad \alpha = 1$

$$f(x) = -\frac{dR(x)}{dx} = \lambda e^{-\lambda x}$$

Notons que presque toutes les formules de la théorie de la fiabilité se simplifient notablement dans le cas d'une loi exponentielle. La raison principale en est que la loi exponentielle de la fiabilité possède l'importante propriété suivante : pour la loi exponentielle, la probabilité de fonctionnement sans défaillance dans l'intervalle $[x, x+\tau]$ ne dépend pas de la période antérieure de fonctionnement x mais dépend uniquement de la longueur de l'intervalle de τ. En d'autres termes, si l'on sait qu'à x donné l'élément est en bon état, son comportement futur ne dépend pas du passé. En effet, la probabilité de fonctionnement sans défaillance dans l'intervalle $[x, x+\tau]$ est donnée par :

$$R(x, x+\tau) = \frac{R(x+\tau)}{R(x)} = \frac{e^{-\lambda(x+\tau)}}{e^{-\lambda x}} = e^{-\lambda \tau}$$

Temps moyen de bon fonctionnement (T_0) :

$$T_0 = \int_0^\infty x f(x)\, dx = -\int_0^\infty x \frac{dR(x)}{dx}\, dx = -\int_0^\infty x\, dR(x)$$

En utilisant la forme : $\int u\,dv = uv - \int v\,du$

avec $dv = dR(x) \longrightarrow v = R(x)$

et $u = x \longrightarrow du = dx$

on obtient : $T_0 = -\; x R(x)\Big|_0^\infty + \int_0^\infty R(x)\, dx$

$$= \int_0^\infty R(x)\, dx = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dx$$

$$= -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x}\Big|_0^\infty = \frac{1}{\lambda}$$

$$\boxed{T_0 = \frac{1}{\lambda} \quad \text{et} \quad \sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}}$$

Il a été prouvé empiriquement que cette loi est assez valable pour les pannes subites présentant un caractère aléatoire.
Cependant, pour les pannes résultant de l'usure provenant de modifications physico-chimiques irréversibles des paramètres physiques de l'élément (pannes dites graduelles), elles sont mieux décrites par la loi normale de fiabilité.

Loi de Waibull

La fonction de fiabilité est de la forme : $R(x) = e^{-\lambda x^\alpha}$

le temps moyen de bon fonctionnement est : $T_0 = \int_0^\infty e^{-\lambda x^\alpha} dx = \frac{\Gamma(\frac{1}{\alpha}+1)}{\lambda^{1/\alpha}}$

la variance du temps de bon fonctionnement est :

$$\sigma^2 = \frac{\Gamma(2/\alpha+1) - \Gamma^2(1/\alpha+1)}{\lambda^{2/\alpha}} \qquad \text{où } \Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt$$

le risque de panne est : $r(x) = \alpha\lambda x^{\alpha-1}$

Quand $\alpha > 1$, le risque de panne croît de façon monotone à partir de zéro (0) ;

Quand $\alpha < 1$, le risque de panne décroît de façon monotone et n'est pas borné pour $x = 0$.

La loi exponentielle est un cas particulier de la loi de Waibull pour $\alpha = 1$. Si $\alpha \ll 1$, on peut utiliser la formule approchée

$R(x) = 1 - \lambda x^\alpha$. α étant un paramètre physique.

Loi Gamma

la fonction de fiabilité est de la forme : $R(x) = \int_{\lambda x}^\infty \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-t} dt$

la densité de probabilité des pannes est :

$$f(x) = \frac{\lambda^\alpha x^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{\lambda x} \quad ; \qquad \sigma^2 = \frac{\alpha}{\lambda^2}$$

le temps moyen de bon fonctionnement : $T_0 = \int_0^\infty \frac{\lambda^\alpha x^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\lambda x} dx = \frac{\alpha}{\lambda}$

IV Fonction de hasard d'un système : Cas de certains éléments mécaniques

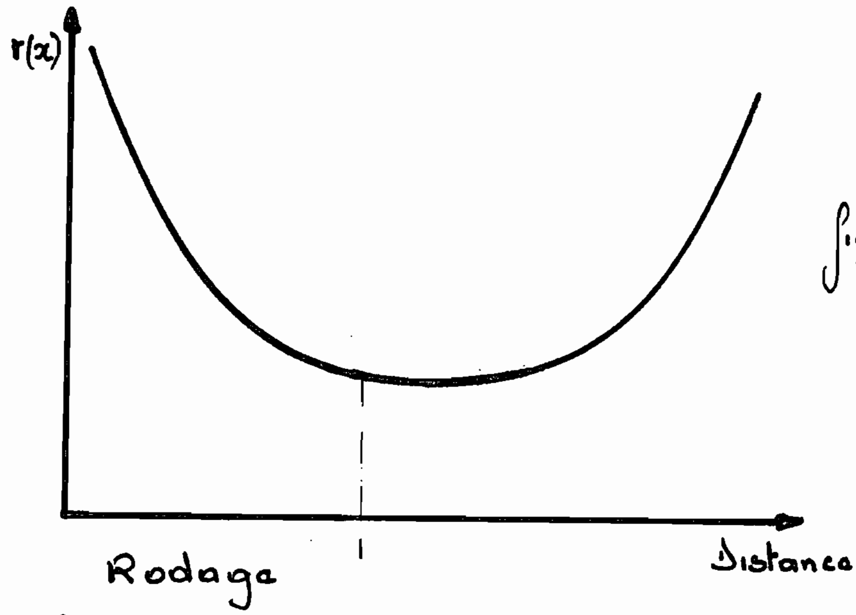


fig. A

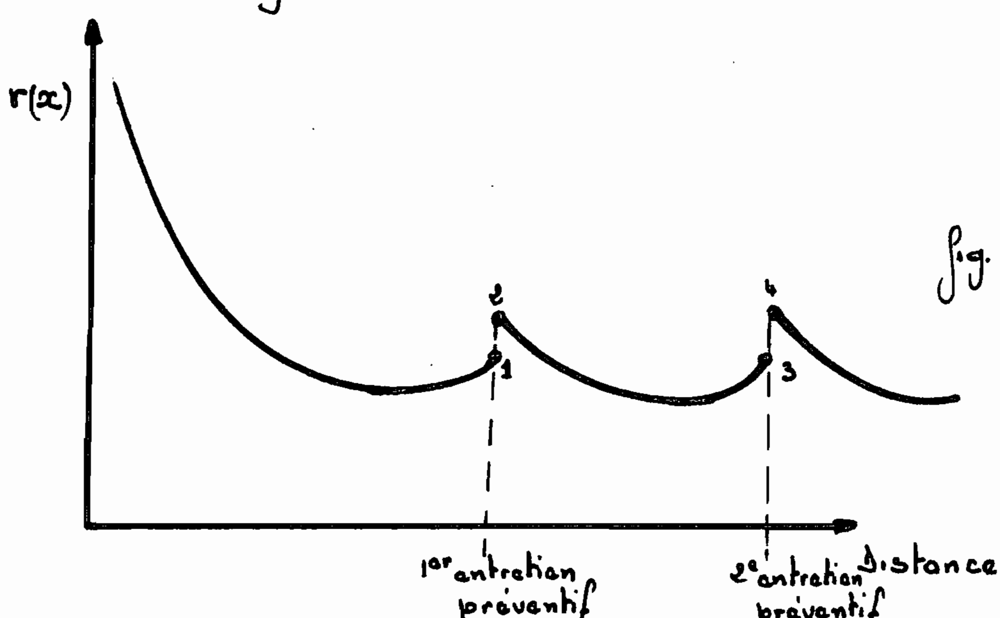


fig. B

Pour ces éléments mécaniques, la période d'opération qui correspond à un taux de bris constant est presque nulle. Pour remédier à ce problème, on fait appel à l'entretien préventif.
La figure B illustre l'effet de l'entretien sur le taux de bris.
Comme on le constate sur la figure, après l'entretien, le taux de bris (point 2) ne descend pas immédiatement au dessous du point (1) mais se trouve nettement au dessus du dit point. Cela s'explique:

- Par la qualité du travail d'entretien effectué sur le système en question (par exemple, un mauvais montage, des boulons n'ayant pas été bien serrés, ...) ;
- Par la qualité des éléments de remplacement ;
- Par l'inadaptation des nouveaux éléments aux conditions d'utilisation ; ...

C'est à partir de ces courbes tracées en fonction des données statistiques que l'on détermine le calendrier d'entretien préventif. A signaler que dans les entreprises, les données ne sont généralement pas suffisantes pour réaliser de telles études statistiques ; aussi est on obligé de se rabattre aux recommandations des fabricants qu'on pourra modifier aux besoins pour mieux tenir compte des conditions de travail du lieu d'opération.

V Fiabilité des différents types de Montages

1 - Montage en Série

Soient : $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ le temps de survie des composantes $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ montées et constituant un système

$$Y = \operatorname{Min}(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

$$P(Y > x) = P(X_1 > x) \times P(X_2 > x) \times \dots \times P(X_n > x)$$

s'il y a indépendance

En posant $R_{X_i}(x) = P(X_i > x)$

on a : $R_Y(x) = R_{X_1}(x) \times R_{X_2}(x) \times \dots \times R_{X_n}(x)$

C'est-à-dire que la fiabilité du système est le produit des fiabilités des éléments du système.

$$R_Y(x) = \prod_{i=1}^{n} R_{X_i}(x) = \prod_{i=1}^{n} \left[1 - F_{X_i}(x)\right]$$

$$F_Y(x) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left[1 - F_{X_i}(x)\right]$$: non-fiabilité du système

Fonction de densité :

$$f_Y(x) = \frac{dF_Y(x)}{dx}$$

En appliquant le résultat de la dérivée d'un produit de plusieurs fonctions : par exemple,

$$\frac{d(uvw)}{dx} = uvw' + uv'w + u'vw = uvw\left(\frac{w'}{w} + \frac{v'}{v} + \frac{u'}{u}\right)$$

on a :

$$f_Y(t) = \left\{-\prod_{i=1}^{n}\left[1 - F_{X_i}(x)\right]\right\} \times \sum_{i=1}^{n} \frac{-f_{X_i}(x)}{1 - F_{X_i}(x)}$$

Fonction de hasard

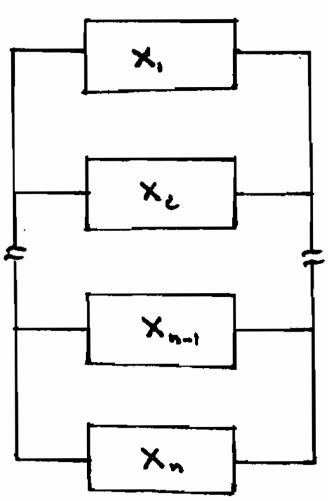
$$r_Y(x) = \frac{f_Y(x)}{R_Y(x)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{f_{X_i}(x)}{1 - F_{X_i}(x)}$$

le taux d'usure de la $i^{ème}$ composante sera :

$$r_{X_i}(x) = \frac{f_{X_i}(x)}{1 - F_{X_i}(x)}$$

d'où $$r_Y(x) = \sum_{i=1}^{n} r_{X_i}(x)$$

2- Montage en parallèle :



n éléments en parallèle
Si un seul fonctionne, le système fonctionne. Par conséquent :

$$Y = \mathrm{Max}(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

$$P(y \leq x) = P(x_1 \leq x, x_2 \leq x, \dots, x_n \leq x)$$
$$= P(x_1 \leq x) \times P(x_2 \leq x) \times \cdots \times P(x_n \leq x)$$
$$= F_{x_1}(x) \times F_{x_2}(x) \times \dots \times F_{x_n}(x)$$
$$= \prod_{i=1}^{n} F_{x_i}(x)$$

$$R_y(x) = 1 - \prod_{i=1}^{n} F_{x_i}(x)$$

$$= 1 - \prod_{i=1}^{n} \left[1 - R_{x_i}(x)\right]$$

$$F_y(x) = \prod_{i=1}^{n} \left[1 - R_{x_i}(x)\right]$$

$$= \prod_{i=1}^{n} F_{x_i}(x)$$

Fonction de densité

$$f_y(x) = \frac{dF_y(x)}{dx} = \left[\prod_{i=1}^{n} F_{x_i}(x)\right] \sum_{i=1}^{n} \frac{f_{x_i}(x)}{F_{x_i}(x)}$$

Fonction de hasard

$$r_y(x) = \frac{f_y(x)}{R_y(x)} = \left[\prod_{i=1}^{n} F_{x_i}(x)\right] \sum_{i=1}^{n} \frac{f_{x_i}(x)}{F_{x_i}(x)} \Big/ \left[1 - \prod_{i=1}^{n} F_{x_i}(x)\right]$$

On peut relier la fonction du taux de bris du système aux fonctions du taux de bris des différentes composantes.

En revenant à l'équation de base de la fiabilité c'est-à-dire : $R(x) = \exp.\left[-\int_0^x r(t)\,dt\right]$

on a : $$\exp.\left[-\int_0^x r(t)\,dt\right] = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left[1 - e^{-\int_0^x r_{x_i}(t)\,dt}\right]$$

lorsque les composantes sont identiques, on a tout simplement :

$$F_Y(x) = [F(x)]^n$$

$$R_Y(x) = 1 - [F(x)]^n = 1 - [1 - R(x)]^n$$

$$f_Y(x) = \frac{d[F(x)]^n}{dx} = n[F(x)]^{n-1} \times f(x)$$

avec : $F_{x_1}(x) = F_{x_2}(x) = \cdots = F_{x_n}(x) = F(x)$

$R_{x_1}(x) = R_{x_2}(x) = \cdots = R_{x_n}(x) = R(x)$

$f_{x_1}(x) = f_{x_2}(x) = \cdots = f_{x_n}(x) = f(x)$

<u>Exemple</u> : Pour une distribution exponentielle avec un taux de bris λ et n composantes identiques en parallèle on a :

$$F(x) = \int_0^x f(t)\,dt = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t}\,dt = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$R(x) = 1 - F(x) = e^{-\lambda x}$$

$$R_Y(x) = 1 - [1 - R(x)]^n = 1 - (1 - e^{-\lambda x})^n$$

le temps moyen de bon fonctionnement est :

$$T_0 = \int_0^\infty R_Y(x)\,dx = \int_0^\infty [1 - (1 - e^{-\lambda x})^n]\,dx$$

Faisons un changement de variable en posant :

$$\left.\begin{aligned} z &= 1 - e^{-\lambda x} \\ \text{et} \quad dz &= \lambda e^{-\lambda x} dx \end{aligned}\right\} \Rightarrow dx = \frac{dz}{\lambda e^{-\lambda x}} = \frac{dz}{\lambda(1-z)}$$

Par conséquent :

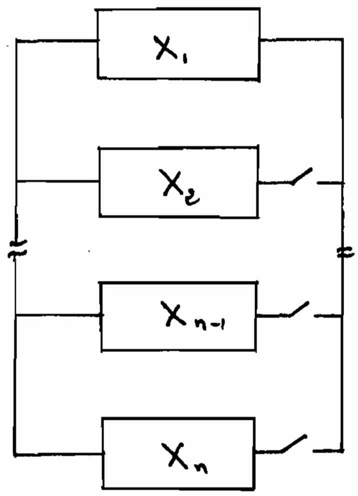
$$T_0 = \frac{1}{\lambda}\int_0^1 \frac{1-z^n}{1-z}\,dz$$

$$= \frac{1}{\lambda}\int_0^1 (1 + z + z^2 + \cdots + z^{n-1})\,dz$$

$$= \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n} \frac{z^i}{i}\Big|_0^1 = \frac{1}{\lambda}\left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}\right)$$

Pour n assez grand, $T_0 \simeq \frac{1}{\lambda} \operatorname{Log} n$.

3. Montage en stand.by



Pour que le système ne fonctionne pas, il faut que toutes les composantes soient brisées.
Par conséquent :

$$Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

On démontre que :

$$f_Y(x) = f_{X_1}(x) * f_{X_2}(x) * \cdots * f_{X_n}(x)$$

(Voir annexe)

Ainsi : $$F_Y = \int_0^x f_{X_1}(t) * f_{X_2}(t) * \cdots * f_{X_n}(t)\, dt$$

$$R_Y(x) = \int_x^\infty f_{X_1}(t) * f_{X_2}(t) * \cdots * f_{X_n}(t)\, dt$$

$$E(Y) = \sum_{i=1}^{n} E(X_i)$$

$$Var.(Y) = \sum_{i=1}^{n} Var.(X_i)$$

Si toutes les composantes sont identiques on a :

$$F_Y(x) = \int_0^x f_*^{(n)}(t)\, dt$$

$$R_Y(x) = \int_x^\infty f_*^{(n)}(t)\, dt$$

$$f_Y(\cancel{x}) = f_*^{(n)}(t)$$

$$E(Y) = n\, E(X)$$

$$Var.(Y) = n\, Var(X)$$

Pour une distribution exponentielle on a :

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

$$f_Y(x) = \frac{(\lambda x)^{n-1}}{\Gamma(n)} \longrightarrow$$ distribution de Erlang pour n entier

$$R_Y(x) = \int_x^{\infty} \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} \cdot \lambda e^{-\lambda t}$$

En intégrant successivement par partie on obtient finalement :

$$R_Y(x) = \sum_{r=0}^{n-1} e^{-\lambda x} \times \frac{(\lambda x)^r}{r!}$$

4. Méthodes d'amélioration de la fiabilité

a) Décroître l'intensité des bris par l'amélioration de la technologie ;

b) Introduction de la redondance, soit en disposant les éléments en parallèle, soit en les disposant en stand-by ;

c) Amélioration du design général pour obtenir un maximum de fiabilité, ...

5. Quelques Considérations technologiques

a) Simplification du système ;

b) Sélection des composantes les plus fiables ;

c) Elimination des éléments de faible fiabilité ;

d) Standardisation des composantes ;

e) Contrôle statistique de la qualité ;

f) Minimisation des bris du type d'usure par un entretien préventif adéquat ;

g) Chercher à réduire les erreurs humaines

h) Elimination des bris du type initial, ...

Renouvellement d'un Equipement

Pour un équipement qui se déprécie en vieillissant,
Soit A_0 le prix d'achat et,
$A_0\varphi(t)$ est le prix de revente après un certain temps t, où $\varphi(0)=1$ et $\varphi(t)$ est monotone et décroissante,
$\psi(t)$ est le coût des réparations et de l'entretien (Coût cumulé), où $\psi(0) = 0$ et $\psi(t)$ est monotone et croissante.
le coût de l'équipement pour une durée t a pour expression :

$$\Gamma(t) = A_0 - A_0\varphi(t) + \psi(t)$$

et le coût moyen d'utilisation :

$$\gamma(t) = \frac{\Gamma(t)}{t} = \frac{1}{t}\left[A_0 - A_0\varphi(t) + \psi(t)\right]$$

le minimum de $\gamma(t)$ a lieu pour :

$$\gamma'(t) = \frac{1}{t^2}\left[t\,\Gamma'(t) - \Gamma(t)\right] = 0$$

soit $\Gamma'(t) = \frac{1}{t} \times \Gamma(t)$,

ou encore :

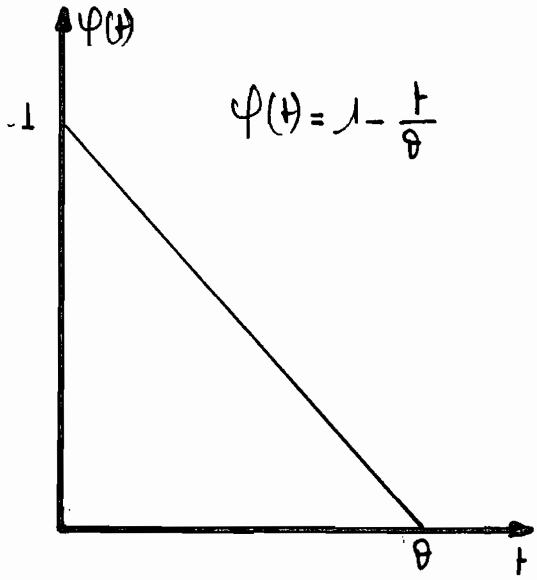
$$\boxed{A_0\left[1-\varphi(t)+t\varphi'(t)\right] + \psi(t) - t\,\psi'(t) = 0}$$

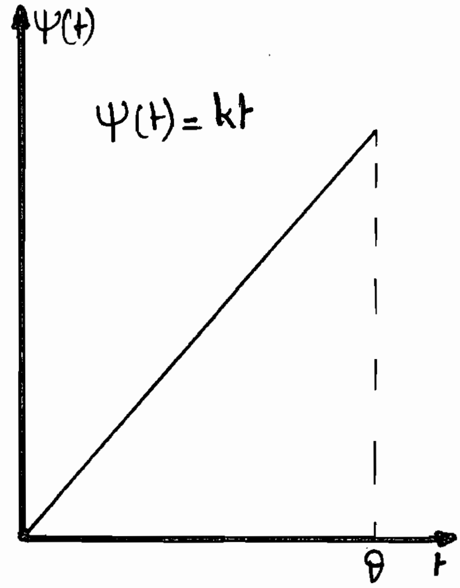
Comme les fonctions $\varphi(t)$ et $\psi(t)$ sont données, de façon générale par valeurs numériques, la recherche de la valeur optimum de $\Gamma(t)$ est faite directement par calcul numérique. Cependant, nous pouvons faire l'étude analytique de certains cas particuliers.

<u>Premier exemple</u> : $\varphi(t)$ et $\psi(t)$ sont linéaires

$$\varphi(t) = 1 - \frac{t}{\theta} \quad \text{et} \quad \psi(t) = kt$$

les fonctions $\varphi(t)$ et $\psi(t)$ sont prises dans l'intervalle $0 < t < \theta$





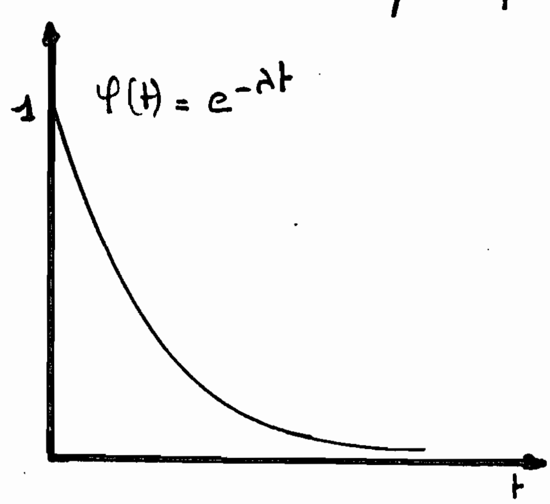
$$\gamma(t) = \frac{1}{t}\left[A_0 - A_0\left(1 - \frac{t}{\theta}\right) + kt\right]$$

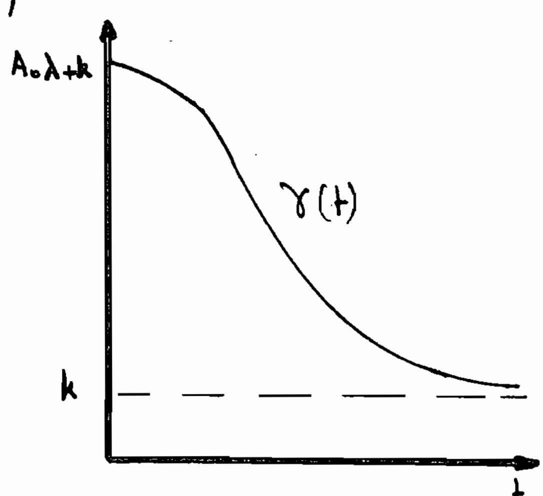
$$= \frac{1}{t}\left[A_0 \frac{t}{\theta} + kt\right] = \frac{A_0}{\theta} + k \qquad 0 < t < \theta$$

Ainsi le coût moyen d'utilisation est constant si les deux fonctions $\varphi(t)$ et $\psi(t)$ sont linéaires.

En interprétant cette conclusion, nous pouvons dire que si l'on veut que le temps de remplacement soit presque indifférent, il suffit que les courbes caractéristiques $\varphi(t)$ et $\psi(t)$ soient quasiment des droites.

<u>Deuxième exemple</u> : φ exponentielle et $\psi(t)$ linéaire





$$\lim_{t \to +\infty} \gamma(t) = k \quad \text{et} \quad \lim_{t \to 0} \gamma(t) = A_0\lambda + k$$

$$\varphi(t) = e^{-\lambda t} \quad \text{et} \quad \psi(t) = kt$$

Il vient : $\gamma(t) = \frac{1}{t}\left[A_0 - A_0 e^{-\lambda t} + kt\right]$

En dérivant on a :

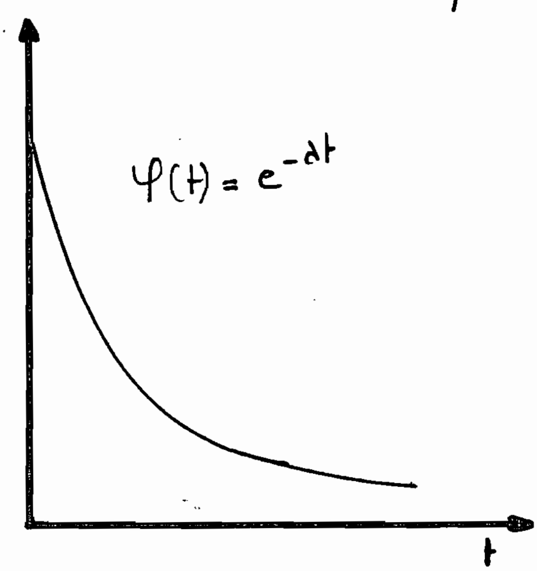
$$\gamma'(t) = \frac{A_0}{t^2}\left[\lambda t e^{-\lambda t} + e^{-\lambda t} - 1\right]$$

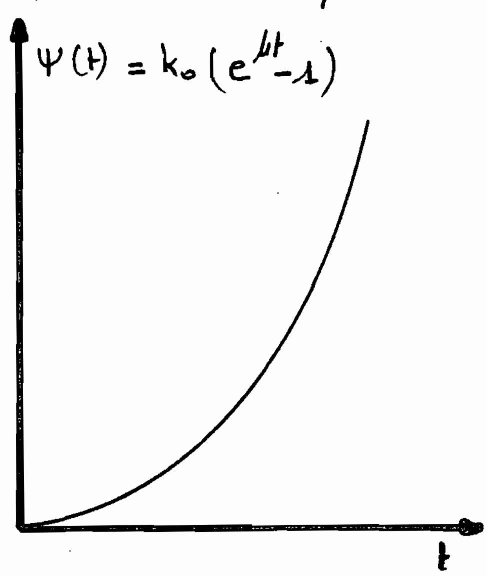
Cette dérivée ne s'annule pour aucune valeur positive de t. En plus, $\gamma(t)$ est monotone, décroissante ; en effet :

$$\gamma'(t) = A_0 e^{-\lambda t}\left(-\frac{\lambda^2}{2!} - \frac{\lambda^3 t}{3!} - \frac{\lambda^4 t^2}{4!} - \dots\right)$$

Il n'y a donc pas de minimum et dans ces conditions on a intérêt à maintenir en service l'équipement le plus longtemps possible.

<u>**Troisième exemple**</u> : $\varphi(t)$ et $\psi(t)$ sont exponentielles





$$\gamma(t) = \frac{1}{t}\left[A_0(1 - e^{-\lambda t}) + k_0(e^{\mu t} - 1)\right]$$

$$\gamma'(t) = \frac{(A_0\lambda e^{-\lambda t} + k_0\mu e^{\mu t})t - \left[A_0(1 - e^{-\lambda t}) + k_0(e^{\mu t} - 1)\right]}{t^2}$$

Cette dérivée s'annule lorsque :

$$A_0\lambda t e^{-\lambda t} + A_0 e^{-\lambda t} - A_0 + k_0\mu t e^{\mu t} - k_0 e^{\mu t} + k_0 = 0$$

c'est-à-dire : $A_o(\lambda t e^{-\lambda t} + e^{-\lambda t} - 1) = k_o(-\mu t e^{\mu t} + e^{\mu t} - 1)$

ou encore : $$\frac{k_o}{A_o} = \frac{1 - e^{-\lambda t}(1+\lambda t)}{1 - e^{\mu t}(1-\mu t)}$$

Considérons la fonction : $\phi(x) = 1 - e^{-x}(1+x)$

alors $$\frac{k_o}{A_o} = \frac{\phi(\lambda t)}{\phi(-\mu t)}$$

On peut dresser un tableau qui donne les valeurs de $\phi(x)$ et $\phi(-x)$ de $x = 0$ à $x = 5$. A l'aide de ce tableau, on construira un tableau à double entrées donnant $\rho = \frac{\phi(-\mu t)}{\phi(\lambda t)}$ pour λt et μt. Le dit tableau permet de construire un abaque sur lequel se retrouvent les courbes correspondant à $\frac{A_o}{k_o} = 10, 15, \ldots 45, 50$. Une échelle, à droite de la figure, donne les rapports λ/μ.

<u>Exemple</u> :

Soient $\lambda = 0.4$; $\mu = 0.7$; $\frac{A_o}{k_o} = 35$; $\frac{\lambda}{\mu} = \frac{0.4}{0.7} = 0.57$

La droite passant par l'origine des axes $(0, \lambda t)$ et $(0, \mu t)$ coupe la courbe $\rho = \frac{A_o}{k_o} = 35$ à un point qui, projeté sur l'axe $(0, \mu t)$, donne $\mu t = 2.27$.

Par conséquent : $t^* = \frac{\mu t^*}{\mu} = \frac{2.27}{0.7} = 3$ ans et 3 mois environ.

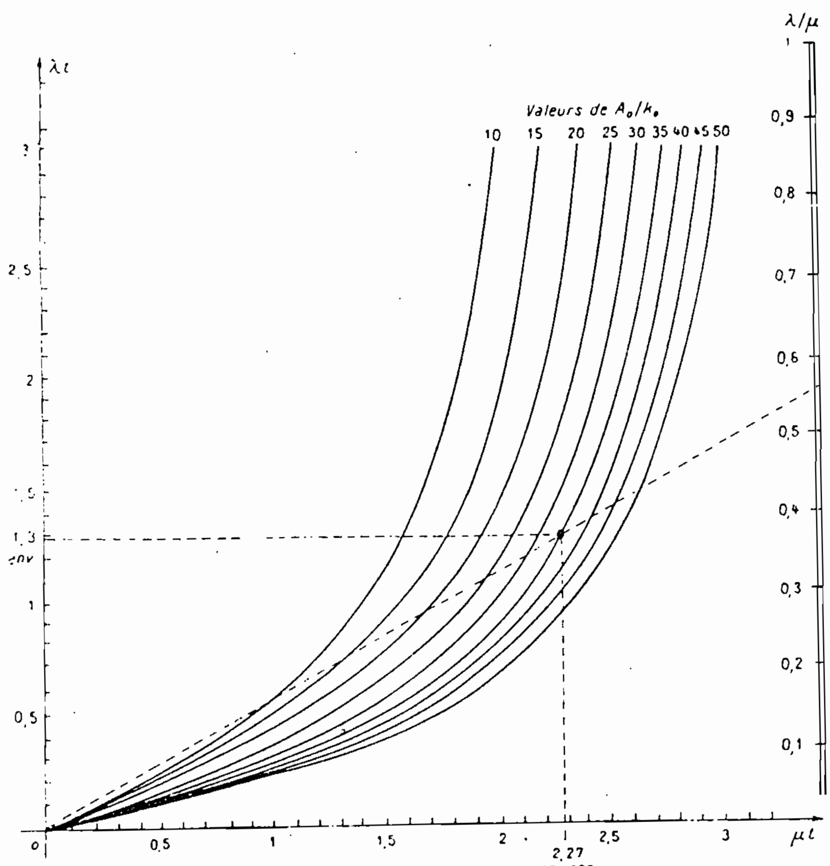
(t^* correspond à l'optimum).

Cet abaque (figures de la page suivante) permet de résoudre très commodément le problème de recherche de l'optimum. Il rend la discussion très facile. Par exemple, si l'on double le taux k_o avec A_o, λ et μ inchangés alors $t^* = \frac{1.5}{0.7} = 2$ ans et 2 mois environ.

On remarquera le rôle très caractéristique et représentatif de ces paramètres.

x	$\Phi(x)$	$\Phi(-x)$	x	$\Phi(x)$	$\Phi(-x)$	x	$\Phi(x)$	$\Phi(-x)$	x	$\Phi(x)$	$\Phi(-x)$	x	$\Phi(x)$	$\Phi(-x)$
0	0	0	1	0,264	1	2	0,594	8,38	3	0,802	41,2	4	0,909	165
0,1	0,005	0,005	1,1	0,301	1,30	2,1	0,621	9,98	3,1	0,816	47,6	4,1	0,916	188
0,2	0,018	0,023	1,2	0,337	1,66	2,2	0,646	11,8	3,2	0,829	54,9	4,2	0,922	214
0,3	0,038	0,055	1,3	0,373	2,10	2,3	0,668	14,0	3,3	0,842	63,3	4,3	0,928	244
0,4	0,062	0,106	1,4	0,409	2,62	2,4	0,690	16,5	3,4	0,853	72,9	4,4	0,933	278
0,5	0.090	0,175	1,5	0,442	3,25	2,5	0,713	19,3	3,5	0,864	83,8	4,5	0,939	316
0,6	0,124	0,273	1,6	0,475	3,97	2,6	0,733	22,5	3,6	0,874	96,2	4,6	0,944	359
0,7	0,156	0,397	1,7	0,507	4,83	2,7	0,751	26,3	3,7	0,884	110	4,7	0,948	408
0,8	0,192	0,556	1,8	0,358	5,83	2,8	0,769	30,6	3,8	0,893	127	4,8	0,952	463
0,9	0,228	0,754	1,9	0,566	7,02	2,9	0,786	35,5	3,9	0,901	144	4,9	0,957	525
												5	0,960	595

$\lim_{x \to \infty} \Phi(x) = 1$ $\lim_{x \to \infty} \Phi(-x) = \infty.$



PARTIE II

GESTION DES STOCKS PROBLES DE L'APPLICATION PRATIQUE

PROBLEMES DES STOCKS

L'analyse de la gestion des stocks montre que l'approvisionnement en pièces de rechange des locomotives de la R.C.F.S. dépend, au premier plan, de l'octroi de moyens financiers par l'Etat. Ainsi un stockage qui, selon les règles de la gestion scientifique des approvisionnements, permettrait l'approvisionnement continu du matériel roulant est loin d'être assuré de toujours mettre les articles nécessaires à la disposition des services demandeurs,

- Au moment opportun,
- En état impecable,
- En quantité suffisante,
- En qualité adéquate,
- A des coûts raisonnables,
- D'une manière économique.

Ces conditions préalables d'une bonne gestion des stocks et des approvisionnements ne peuvent être garanties que par des moyens financiers suffisants et disponibles. Toutefois, l'insuffisance des moyens pourrait être, dans certaines mesures, compensée par l'utilisation optimale de ces derniers. Il faudrait entre autres solutions :

a) Introduire un système de gestion basé sur :
- Des méthodes standardisées de prévision,
- Des calculs standardisés des quantités optimales à acheter,
- Une procédure moins lourde de passation de commandes, de contrats avec les fournisseurs

b) Mettre sur pied des méthodes de financement des pièces "stratégiques" de manière à tenir compte des réalités de la société.

I Généralités

La fourniture des équipements nécessaires à l'entretien, les disponibilités raisonnables en pièces de rechange posent des problèmes variés ; encore qu'il est difficile de faire un classement cohérent et logique des problèmes des stocks. Cependant, il convient de reconnaître avant tout la nature de la demande qui peut être :

- Déterminée (prévisible avec une certaine précision) ;
- Aléatoire, mais statistiquement stable ;
- Aléatoire, mais statistiquement instable (saisonnière) ;
- Inconnue.

Tout problème de stock fait apparaître :

a) Une demande de certains articles ;

b) Des objectifs à atteindre ou des contraintes qui interviennent en raison de la nature même du problème ;

c) L'existence d'un stock d'articles pour satisfaire la demande, ce stock s'épuisant et devant être renouvellé. Le réapprovisionnement peut être continu, périodique ou encore réalisé à des intervalles quelconques ;

d) Des coûts associés à ces opérations et qui permettent de se donner une fonction économique que l'on se proposera d'optimiser.

II Représentation graphique

Pour décrire un problème de stock, il est commode d'utiliser une

représentation graphique comme celle de la figure ci-après où apparaissent le stock initial S_i, le stock final S_f, l'intervalle de temps θ séparant les instants où l'on a relevé S_i et S_f.
Comme nous l'avons déjà noté, les demandes sont, en général, des quantités aléatoires ; c'est pourquoi elles sont représentées par un tracé en échelons.

Il est commode de remplacer ce tracé par une courbe (droite) qui donnera une description analytique plus commode de la demande

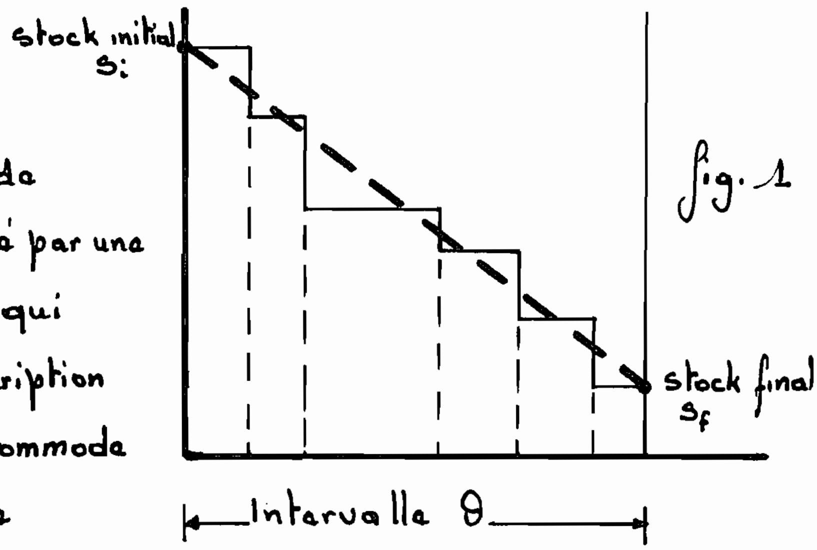


fig. 1

III Méthode ABC

1 - Principes et Fonctionnement

D'une façon générale, dans une entreprise d'une taille même relativement modérée, le nombre de produits gardés en stock peut se chiffrer par centaines ou par milliers. Généralement l'entreprise ne dispose pas de ressources administratives suffisantes pour gérer chacun de ces produits à l'aide des modèles appropriés, modèles destinés à aider le gestionnaire à minimiser la somme des coûts liés à la gestion de tout stock. Pour un produit de peu d'importance monétaire ou non critique pour l'exploitation (ou la production d'une façon générale) l'emploi d'un modèle sophistiqué, exigé par la situation propre de ce produit, se justifierait diffici-

lement si cela entrainait des coûts supérieurs (Coûts de dévelop-pement du modèle, de collecte des données nécessaires, ...) aux économies qu'il peut procurer quant aux coûts de gestion des stocks. Aussi, convient-il que l'entreprise ait recours à une méthode pour classer les produits en stock par ordre d'importance afin de doser les efforts qu'elle consacrera à leur gestion respective. On serait tenté de ne considérer, comme critère d'un tel classement, que la valeur monétaire d'utilisation du produit; autrement dit son coût d'achat annuel. Ce critère possède l'avantage d'être facile d'application, de refléter assez bien l'importance réelle des produits et d'indiquer assez fidèlement la grandeur des économies pouvant être tirées d'une saine gestion des stocks. Cependant, ce critère pourra se révéler trompeur : une pièce peu coûteuse peut s'avérer essentielle à l'exploitation (ou production) et son absence (pénurie) peut entrainer un arrêt partiel de l'exploitation. Aussi, pour corriger cette insuffisance, devra-t-on utiliser un critère plus global, la "CRITICALITE", dont les paramètres devont être pondérés individuellement selon les réalités propres à l'entreprise.
Nous n'avons pas la prétention de dresser une liste exhaustive des paramètres pouvant définir la criticalité d'un produit ou plus exactement d'une pièce de rechange pour ce qui concerne la R.C.F.S. ; encore moins de dresser un quelconque ordre d'importance mais notre but est seulement de citer quelques éléments de référence :

- le coût d'achat,
- la disponibilité sur le marché local,
- Fréquence d'utilisation,
- Quantité (ou qualité) nécessaire,

- Taux d'usure (durée de vie),
- Exigences technologiques (conditions d'utilisation)...

La classification des produits nous amènera ordinairement à les regrouper en 3 classes d'importance :

. Dans la classe A apparaît un nombre relativement restreint de produits (par exemple 20%) jugés les plus critiques ;

. Dans la classe B des produits de moyenne importance (~30%)

. Dans la classe C on retrouvera un très grand nombre de produits supposés être les moins critiques (près de 50%).

A noter qu'empiriquement, et pour un grand nombre de phénomènes, une telle répartition se retrouve.

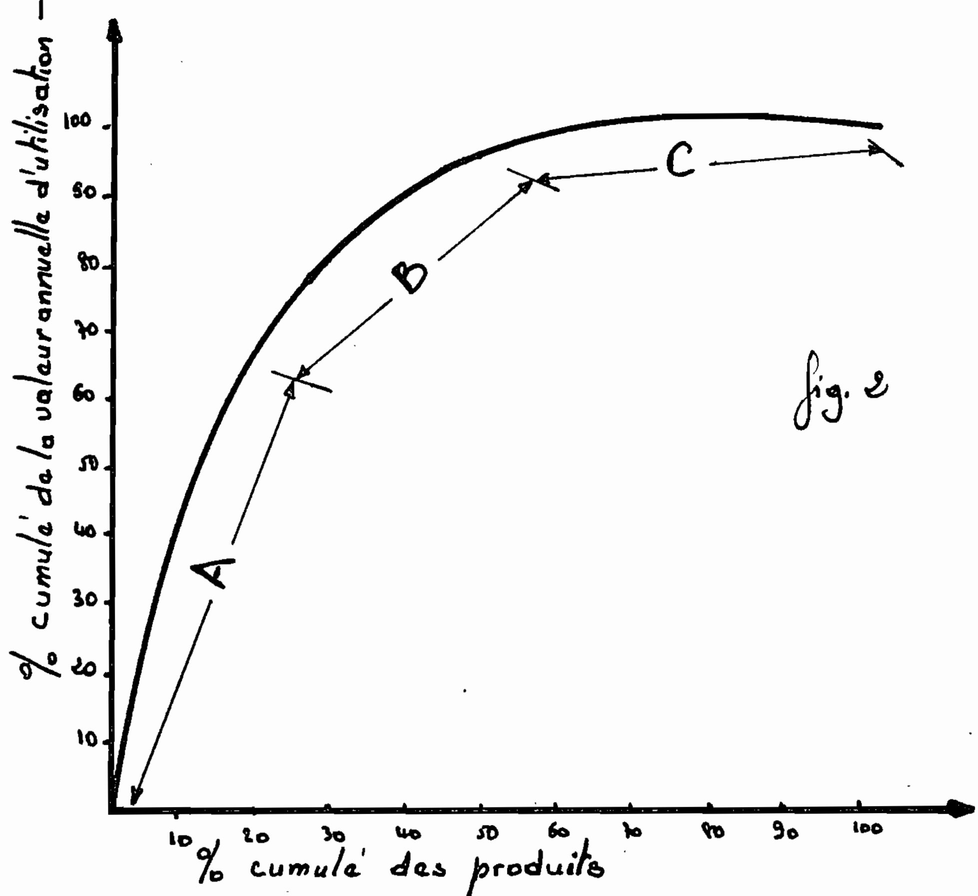


fig. 2

2- Conséquences au plan de la Gestion des Stocks

Relativement à la gestion des stocks, la répartition obtenue à l'aide de la méthode ABC entrainera les conséquences suivantes :

- l'utilisation des modèles appropriés, même très sophistiqués s'impose pour les produits de la classe A ;

- Pour ceux de la classe B, le recours aux modèles appropriés pourra se justifier dans le cas de modèles plutôt simples ; sinon il est préférable de recourir à des systèmes de gestion des stocks à période fixe ;

- la gestion des produits C se fera à l'aide des systèmes de gestion à période fixe ou se réduira à sa forme la plus élémentaire : on en commandera une quantité équivalente aux besoins annuels lorsque les stocks seront épuisés ou à une date fixe.

IV Systèmes de Gestion des Stocks

1 - Principaux éléments :

La gestion scientifique des stocks nécessite le recours à des systèmes dont les principaux éléments sont :

- Un mode d'organisation permettant la collecte et l'acheminement des données nécessaires au fonctionnement du système ;
- Une méthode appropriée de surveillance du niveau des stocks et de ses fluctuations (inventaire périodique ou inventaire permanent)
- la détermination d'un certain nombre de paramètres, un mécanisme de mise en œuvre des décisions de passer ou non des commandes afin de refaire les stocks.

On distingue deux principaux types de gestion des stocks :

. le système à quantité fixe et période variable, basé sur un inventaire permanent, qui nous amène à commander des quantités fixes (lot économique) au moment où le niveau des stocks atteint un certain seuil (point de réapprovisionnement); l'intervalle entre deux commandes variant en fonction de l'importance de la demande;

. le système à quantité variable et période fixe, basé sur un inventaire périodique, dans lequel on commande des quantités variables, la grandeur de ces quantités variant en fonction de la demande et des délais de livraison.

Chacun des systèmes présente des avantages et des inconvénients et l'utilisation de l'un ou l'autre sera indiqué selon les circonstances.

2- Système à quantité fixe, période variable :

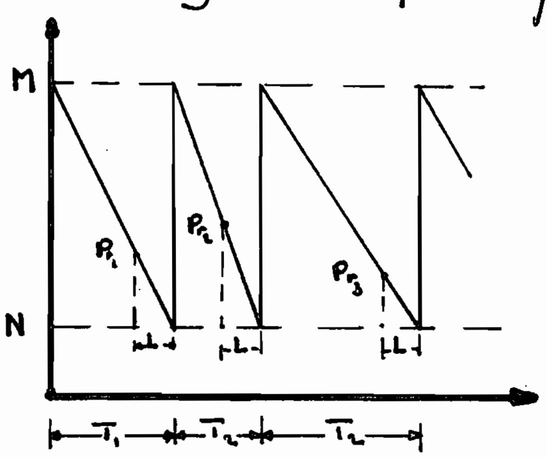


fig. 3

les paramètres à calculer sont le point de réapprovisionnement (P_r) et le lot économique (Q_o).

d = demande par unité de temps

L = longueur du délai de livraison

SS = stock de sécurité.

- Dans le cas d'une demande déterministe, $P_r = L \times d + N$
- Dans le cas d'une demande probabiliste, $P_r = D_L + SS$

où D_L est la demande moyenne pendant le délai de livraison

Pour le calcul de Q_o, nous exposerons dans les prochains chapitres les différentes méthodes de calcul.

Ainsi, on commandera donc un lot Q_o chaque fois que le niveau des stocks atteindra le point de réapprovisionnement (P_r).

3- Système à quantité variable, période fixe :

Dans ce système les paramètres sont : la longueur fixe du cycle entre deux commandes (T) et le niveau maximum du stock (M).

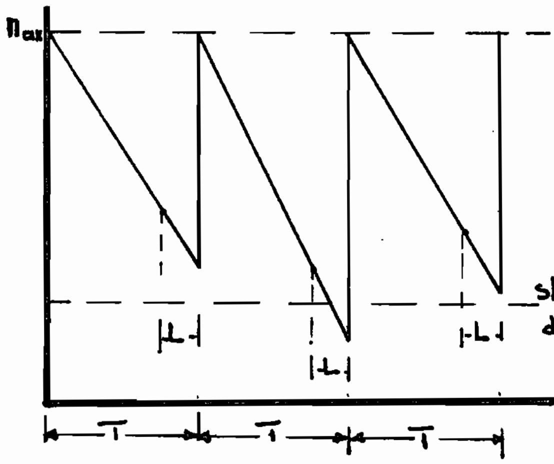


fig. 4

la longueur fixe du cycle (ou périodicité) pourra être déterminée à partir des considérations pratiques (si on effectue l'inventaire périodique à chaque mois on pourra prendre $T = 1$ mois) ou économiques (on pourra choisir $T = Q_0 / R$).

$\bar{d}$ = demande moyenne/unité de temps.
R = demande annuelle.

le niveau maximum s'obtient par : $M = \bar{d} \times T + SS$

A toutes les T-périodes, on commande un lot variable Q.

$Q = M - $(stock en main + quantités commandées et non livrées).

4- Autre Système : Système à niveau fixe de réapprovisionnement.

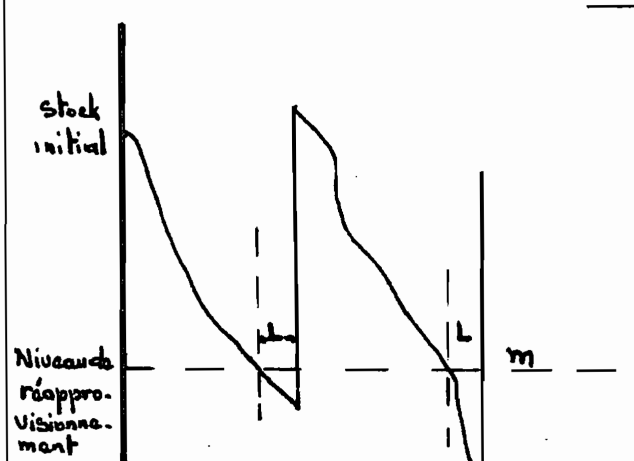


fig. 5

Une méthode qui est parfois employée pour la gestion des stocks est celle qui consiste à lancer une commande de réapprovisionnement constante dès que le stock atteint une valeur critique ou niveau de réapprovisionnement.

Cette méthode à l'avantage d'une gestion commode mais ne garantit pas toujours contre les ruptures de stocks avec une probabilité suffisante.

V Coûts reliés à la Gestion des Stocks

Les décisions majeures de gestion des stocks revêtent toujours un caractère économique car toute décision affectant le niveau des stocks entrainera des coûts ; aussi une politique optimale de gestion visera surtout la minimisation de la somme de ces coûts.

1 - Coûts de Commande :

Ils englobent l'ensemble des coûts encourus à chaque fois qu'une demande est passée pour un article. Les principaux frais de commande sont constitués par :

- les salaires du personnel chargé de préparer la commande (choix du fournisseur, description du produit, détermination des prix, rédaction de la commande), de la vérifier, d'en assurer le suivi, d'effectuer le controle à la réception, de vérifier la facture et d'en exécuter le paiement ;
- les coûts du matériel et des documents utilisés.

Il peut devenir très complexe et onéreux d'essayer d'évaluer le coût de chaque commande ; aussi utilise t-on souvent un coût de commande standard pouvant être basé sur la valeur du ratio calculé à partir des données de l'année précédente :

$$\frac{\text{Coût annuel inhérent au lancement des commandes}}{\text{Nombre de commandes passées durant l'année}}$$

Ce coût sera considéré (pour fins des calculs) comme fixe quelle que soit la quantité commandée.

2 - Coûts de stockage :

Le fait de garder des produits en stock durant une certaine période entraine des coûts pour l'établissement ; des coûts dont la somme peut représenter un pourcentage important de la valeur des produits stockés.

Le tableau qui suit établit la liste des principaux éléments du coût global de stockage avec le pourcentage de la valeur qu'ils représentent, pour un article gardé en stock durant une année.

NB. A noter que ces valeurs ne sont que des indications pour montrer l'importance de chaque élément.

Coût du capital investi	12 - 24 %
Désuétude	5 - 10 %
Détérioration	3 - 5 %
Entreposage	1 - 2 %
Manutention	1 - 2 %
Frais généraux	1 - 2 %
Taxes	0.5 - 1.5 %
Assurances	0.5 - 1.5 %
Total	24 - 48 %
Moyenne	34 %

Le coût du capital investi peut paraître élevé. Il faut cependant comprendre que celui-ci ne représente pas l'intérêt des sommes empruntées pour générer ce capital, mais plutôt le rendement que l'établissement pourrait tirer s'il les utilisait à d'autres fins qu'à financer ses stocks. C'est donc un coût d'opportunité.

En pratique, le coût de stockage s'exprimera sous la forme d'un pourcentage de la valeur du produit stocké ou par un montant fixe par période de temps. Ainsi on dira que pour un article donné, les coûts de stockage s'élèvent à 30% de sa valeur sur une base annuelle (ou 2.5% par mois) ou tout simplement 5.000F par mois.

3- Coûts de pénurie :

Garder des stocks faibles peut contribuer à diminuer le coût de stockage. Cependant une telle politique accroît le risque de pénuries, c'est-à-dire d'absences d'articles requis au moment voulu par les besoins de l'exploitation. De telles pénuries entraînent toujours des coûts directs ou indirects. Elles peuvent susciter l'utilisation de moyens parfois coûteux pour rattraper le temps perdu. Par ailleurs, l'incapacité à satisfaire la clientèle à l'intérieur des délais raisonnables se traduit en coûts directs (pertes de profits entraînées par l'annulation des contrats, ...) et indirects (l'image de l'établissement risque de se ternir et son achalandage diminuer).

Il peut se révéler particulièrement difficile d'évaluer précisément ce coût de pénurie. Chose certaine, chaque fois que de telles pénuries surviennent, il est nécessaire d'en estimer même grossièrement le coût et d'en tenir compte dans l'établissement d'une politique de gestion des stocks. En pratique, on attribue à chaque pénurie un coût fixe ou un coût variant avec son importance et sa durée.

4- Coût d'achat :

Par coût d'achat on entend le prix payé pour les articles achetés. Dans certaines circonstances, la politique de gestion des stocks appliquée peut influer sur le coût d'achat. Ainsi, lorsque les fournisseurs offrent des remises à la quantité, selon la grandeur des lots commandés, la gestion des stocks qui doit déterminer entre autres cette grandeur (Combien commander), permettra ou non de profiter de cette remise. Pour de telles situations, des modèles spéciaux ont été élaborés comme nous le verrons plus tard.

V Modèles de Gestion des Stocks

Même si les objectifs sont les mêmes, il n'en demeure pas moins que, selon les hypothèses de base, les méthodes d'approche de la gestion scientifique des stocks diffèrent. On divisera ces méthodes en deux catégories: modèles déterministes et modèles probabilistes.

1. Modèles déterministes:

Ce type de modèle pose comme hypothèse que la demande, de même que les autres paramètres, est connue avec une certaine certitude. L'exemple le plus simple d'un modèle de ce groupe est celui qu'on appelle communément "modèle de Wilson". Ce modèle suppose une demande constante et certaine, sans délai de livraison, ni possibilité de rupture de stocks. Il cherche à déterminer la taille optimale de commande pour chaque article en stock. C'est un modèle assez populaire à cause de sa simplicité même si ses hypothèses sont un peu irréalistes. Notons cependant que ce modèle peut être modifié pour tenir compte des délais de livraison, des possibilités de rupture de stocks ou des rabais consentis par le fournisseur.

2. Modèles probabilistes:

Dans ce second type de modèles, certaines variables indépendantes sont supposées incertaines et on leur assigne une distribution de probabilité. Par exemple si on considère la demande incertaine, on peut estimer les différentes valeurs qu'elle prendra et assigner à celles-ci des probabilités. De même, les délais de livraison peuvent eux aussi être estimés et des probabilités leur être attribuées.

Dans tous les cas, l'objectif des modèles demeure toujours de savoir "Combien" et "Quand" commander de chaque article de stock à la fois, de façon à minimiser les coûts espérés de gestion des stocks.

VII Etude analytique des problèmes des Stocks

A- Modèles déterministes

Le problème est de déterminer la fréquence des commandes, la quantité économique à commander et ce pour un coût par unité de temps minimum. Les principales hypothèses sont :

a) Demande déterministe, constante : h/unité de temps ;

b) livraison en un seul lot ;

c) Coût de commande fixe (C_ℓ) ;

d) Coût unitaire de stockage $= C_s$.

1- Modèle sans pénurie :

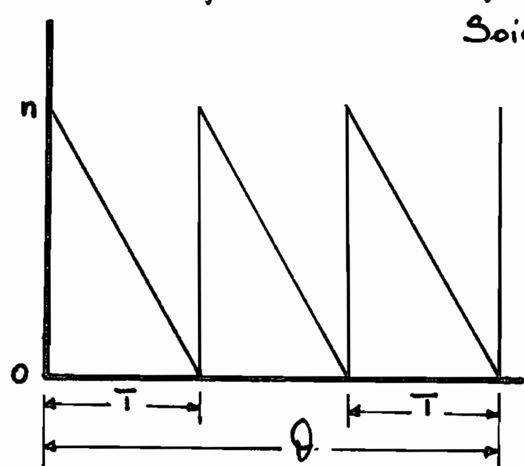


fig. 6

Soient : n le nombre de pièces d'une commande,

r le nombre de commandes,

T la période de réapprovisionnement.

le niveau moyen du stock pendant une période T est $\frac{n}{2}$.

le coût du stockage pendant cet intervalle de temps est : $\frac{1}{2} n C_s T$.

Ainsi le coût total d'une commande est : $C_\ell + \frac{1}{2} n T C_s$.

Par ailleurs, on a : $n = hT$ et $r = \frac{N}{n} = \frac{\theta}{T}$ $(N = h\theta)$

le coût total pour l'intervalle de temps θ est :

$$\Gamma = \left(C_\ell + \frac{nT}{2} C_s\right) r$$

$$\Gamma = \left(C_\ell + \frac{nT}{2} C_s\right) \frac{N}{n}$$
$$= \frac{N C_\ell}{n} + \frac{NT C_s}{2}$$
$$= \frac{1}{n} N C_\ell + \frac{1}{2} \theta C_s n$$

Nous avons donc pu exprimer Γ en fonction de la quantité variable n, les autres grandeurs N, θ, C_ℓ et C_s étant supposées connues.

$$\Gamma(n) = \frac{1}{n} N C_\ell + \frac{1}{2} \theta C_s n$$

Si nous appelons $\Gamma_L = \frac{1}{n} N C_\ell$ la dépense globale de lancement,
$\Gamma_s = \frac{1}{2} \theta C_s n$ la dépense globale de stockage;
on voit que Γ_L est inversement proportionnel à n tandis que Γ_s lui est proportionnel.

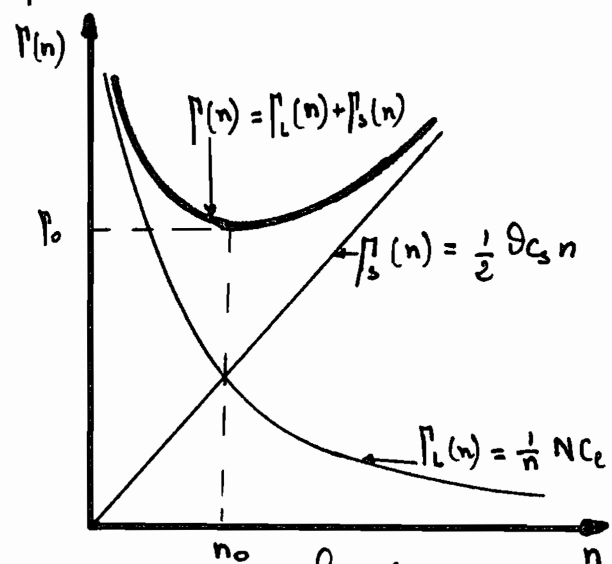


fig. 7

Représentons les variations de $\Gamma_L(n)$ et $\Gamma_s(n)$ (fig. 7) ; on voit que la somme doit avoir une valeur minimum pour une certaine valeur de n.

Or on sait que le minimum de la somme de deux grandeurs variables dont le produit est constant a lieu lorsque ces deux grandeurs sont égales.

Comme $\Gamma_L \times \Gamma_s = \frac{1}{2} N \theta C_\ell C_s$ = constante, le minimum de $\Gamma_L(n) + \Gamma_s(n)$ a lieu pour $\Gamma_L(n) = \Gamma_s(n)$ ou encore : $\frac{1}{n} N C_\ell = \frac{1}{2} \theta C_s n$

Soit : $\boxed{n = n_o = \sqrt{2 \times \frac{N}{\theta} \times \frac{C_\ell}{C_s}}}$ C'est la quantité économique cherchée

Une première conclusion peut être tirée : " le minimum de la fonction économique a lieu lorsque le coût global de lancement est égal au coût global de stockage".

A partir de la quantité économique on a :

$$T = T_0 = \sqrt{2 \times \frac{\theta}{N} \times \frac{C_e}{C_s}} = \frac{\theta}{N} n_0$$

$$\Gamma(n_0) = \Gamma_0 = \sqrt{2 N \theta C_e C_s}$$

Analyse de Sensibilité du Modèle :

Le modèle mathématique nous permet de trouver la grandeur du lot à commander afin de minimiser les coûts totaux. Cependant à cause de certaines conditions particulières, on peut être amené à commander en lots d'une grandeur autre que celle du lot optimal.

Parmi les contraintes possibles mentionnons :

- la capacité physique du magasin ;
- le montant maximum immobilisé dans les stocks ;
- le fournisseur ne pouvant pas vendre en lots différents de certaines quantités fixes.

Parmi les conditions particulières, on a pensé à la possibilité de diminuer les frais de transport en commandant en lots plus grands. Il serait intéressant de trouver une formule simple nous permettant de déterminer rapidement la répercussion sur les coûts totaux des commandes en lots différents de n_0.

Soient : n_0 : le lot optimal,

n_1 : le lot réellement commandé,

Γ_0 : le coût total minimal,

Γ_1 : le coût total réel.

$n_1 = b\, n_0$ b étant naturellement positif.

Nous avons : $n_0 = \left(2\frac{N}{\theta} \times \frac{C_\ell}{C_s} \right)^{1/2}$ et $\Gamma_0 = \left(2N\theta C_\ell C_s \right)^{1/2}$

Comme $\Gamma(n) = \frac{1}{n} NC_\ell + \frac{1}{2}\theta C_s n$

on a : $\Gamma_1 = \Gamma(n_1) = \frac{1}{n_1} NC_\ell + \frac{1}{2}\theta C_s n_1$

$$= \frac{NC_\ell}{b\left(\frac{2N}{\theta} \times \frac{C_\ell}{C_s}\right)^{1/2}} + b\left(\frac{2N}{\theta} \times \frac{C_\ell}{C_s}\right)^{1/2} \times \frac{\theta C_s}{2}$$

$$= \frac{NC_\ell + b^2\left(\frac{2N}{\theta} \times \frac{C_\ell}{C_s}\right)^{1/2} \times \left(\frac{2N}{\theta} \times \frac{C_\ell}{C_s}\right)^{1/2} \times \frac{1}{2}\theta C_s}{b\left(\frac{2N}{\theta} \times \frac{C_\ell}{C_s}\right)^{1/2}}$$

$$= \frac{NC_\ell + b^2 NC_\ell}{b\left(\frac{2N}{\theta} \times \frac{C_\ell}{C_s}\right)^{1/2}} = \frac{(1+b^2)NC_\ell}{b\left(\frac{2N}{\theta} \times \frac{C_\ell}{C_s}\right)^{1/2}}$$

$$\frac{\Gamma_1}{\Gamma_0} = \frac{(1+b^2)NC_\ell}{b\left(\frac{2N}{\theta} \times \frac{C_\ell}{C_s}\right)^{1/2} \times \left(2N\theta C_\ell C_s\right)^{1/2}} = \frac{(1+b^2)NC_\ell}{2bNC_\ell}$$

$$\boxed{\frac{\Gamma_1}{\Gamma_0} = \frac{1+b^2}{2b}}$$

Et l'on constate que le rapport $\frac{\Gamma_1}{\Gamma_0}$ ne dépend que de b et non des valeurs N, θ, C_ℓ, C_s.

Le tableau qui suit donne les valeurs du rapport Γ_1/Γ_0 pour les valeurs de b données.

<u>Sensibilité des coûts totaux aux variations du lot commandé</u>

b	0.5	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.5	2.0
Γ_1/Γ_0	1.25	1.025	1.006	1.0	1.005	1.017	1.083	1.25

Une autre analyse intéressante consiste à examiner l'évolution du coût total lorsque certains paramètres (c'est-à-dire des variables telles la demande et les coûts) ne peuvent être connus précisément mais seulement approximativement. Le recours à une telle analyse devient essentiel, lorsqu'on veut juger de la valeur de l'utilisation du modèle simple, déterministe, dans une situation probabiliste.

Une étude a été faite où l'on a examiné les variations des coûts totaux en fonction des variations de ± 20 % dans la demande, les coûts de commande et de stockage. Le tableau qui suit résume les résultats de cette étude. Il permet de constater les écarts possibles dans les coûts totaux lorsque les paramètres ne peuvent être calculés (ou évalués) qu'à ± 20 % de leur valeur réelle.

<u>Sensibilité des coûts aux variations des paramètres</u>

N_1/N	1.20	0.80	1.20	1.20	0.80	0.80	1.20	0.80
C_{s_1}/C_s	1.20	1.20	0.80	1.20	0.80	1.20	0.80	0.80
C_{ℓ_1}/C_ℓ	1.20	1.20	1.20	0.80	1.20	0.80	0.80	0.80
Γ_1/Γ_0	1.005	1.006	1.042	1.006	1.005	1.050	1.005	1.006

N_1 = valeur estimée de la demande en unités,

C_{ℓ_1} = Coût estimé de la demande,

C_{s_1} = Coût unitaire estimé de stockage.

2- Modèle avec pénurie :

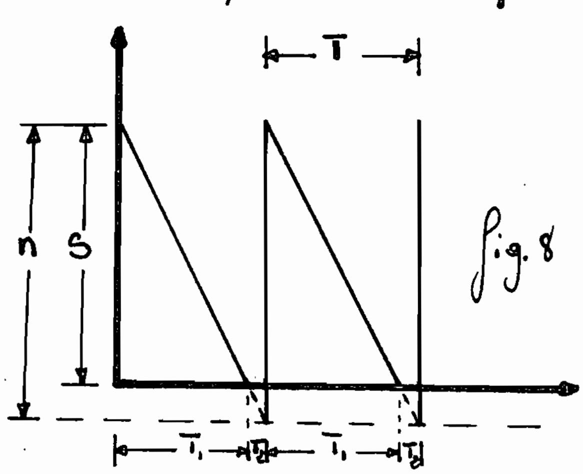


fig. 8

Si dans le cas précédent, on admet une défaillance ou pénurie en lui affectant arbitrairement un coût C_p par unité de temps, le modèle mathématique sera modifié et son graphique est celui de la fig. 8.

A la fin de chaque temps T on lance une commande n destinée, d'une part, à livrer la demande $s' = n-s$ qui n'a pas été livrée pendant T_2, d'autre part à reconstituer le stock s.

Pendant une durée T_1, dans chaque période T, le niveau journalier du stock est suffisant pour satisfaire la demande ; puis pendant une durée T_2, il y a pénurie et le reliquat est livré dès l'entrée en stock de la commande suivante.

Soit s le niveau maximum du stock. Il est facile de vérifier sur la figure précédente les relations suivantes : $\frac{T_1}{T} = \frac{s}{n}$; $\frac{T_2}{T} = \frac{n-s}{n}$

Soit encore : $T_1 = \frac{n}{s} \times T$; $T_2 = \frac{n-s}{n} \times T$

On a successivement :

Coût de stockage d'une commande : $\frac{1}{2} s T_1 c_s$,

Coût de lancement d'une commande : c_ℓ ,

Coût de la pénurie pour commande : $\frac{1}{2}(n-s) T_2 c_p$.

le coût global sera :

$$\Gamma(n, s) = \left[\frac{1}{2} s T_1 c_s + c_\ell + \frac{1}{2}(n-s) T_2 c_p\right] r$$

où r est, rappelons-le, le nombre de commande :

$$r = \frac{N}{n} = \frac{\vartheta}{T}$$

le symbole $\Gamma(n, s)$ signifie que le coût global dépend de n et de s.

Après combinaison des différentes relations, il vient :

$$\Gamma(n, s) = \frac{1}{2n} s^2 \vartheta c_s + \frac{1}{n} N c_\ell + \frac{1}{2n}(n-s)^2 \vartheta c_p$$

Pour calculer le minimum de cette fonction, on prend les dérivées partielles et on les égale à zéro.

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial n} = -\frac{s^2 \vartheta c_s}{2n^2} - \frac{N}{n^2} c_\ell + \left(1 - \frac{s^2}{n^2}\right) \frac{\vartheta}{2} c_p = 0$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial s} = \frac{s \vartheta}{n} c_s - \frac{(n-s)}{n} \vartheta c_p = 0$$

En simplifiant, il vient :

$$S = n \frac{C_p}{C_p + C_s} \quad \text{et} \quad n^2 C_p - (C_s + C_p) S^2 = \frac{2NC_e}{\theta}$$

Après réarrangement on a :

$$\boxed{n = n_0 = \sqrt{2\frac{N}{\theta} \cdot \frac{C_e}{C_s}} \times \sqrt{\frac{C_s + C_p}{C_p}}}$$

$$\boxed{S = S_0 = \sqrt{2\frac{N}{\theta} \cdot \frac{C_e}{C_s}} \times \sqrt{\frac{C_p}{C_s + C_p}}}$$

$$\boxed{S_0 = n_0 \frac{C_p}{C_p + C_s}}$$

la quantité $\rho = \frac{C_p}{C_p + C_s}$ est appelée taux de pénurie ou taux de défaillance. Cette quantité joue un rôle essentiel dans les problèmes de stocks où l'on admet la pénurie (ou rupture de stock).

Dans le présent problème, on constate que les quantités n_0 et S_0 doivent être choisies de telle sorte que :

$$\frac{S_0}{n_0} = \rho \qquad \text{ce qui revient à écrire :}$$

$$\frac{\overline{T_1}}{T} = \frac{S_0}{n_0} = \rho \quad \text{ou encore} \quad \frac{\overline{T_2}}{T_1} = 1 - \rho$$

Dire qu'on se donne un taux de pénurie égal à ρ, c'est dire qu'on accepte qu'il y ait $(1-\rho)$ fois (en pourcentage) une pénurie de stock dans l'intervalle T. En termes de probabilités, on dira que la probabilité d'une rupture de stock est égale à $1-\rho$, c'est-à-dire à :

$$1 - \rho = \frac{C_s}{C_s + C_p} \quad \text{soit encore} \quad C_p = \frac{1-\alpha}{\alpha} C_s$$

ce qui donne une appréciation subjective de C_p à partir de $\alpha = 1 - \rho$, la probabilité de rupture de stock.

On voit facilement que ρ est très petit si $C_p \ll C_s$ et que ρ tend vers 1 lorsque $C_p \gg C_s$. Admettre C_p infiniment grand revient à écarter à priori la possibilité d'une rupture de stock.

Des valeurs de n_0 et S_0 on peut déduire T_0 et ρ_0 d'après les équations de base.

$$T_0 = \sqrt{2\,\frac{\theta}{N} \times \frac{C_\ell}{C_s}} \times \sqrt{\frac{C_s + C_p}{C_p}}$$

$$\Gamma_0 = \sqrt{2N\theta C_s C_\ell} \times \sqrt{\frac{C_p}{C_p + C_s}}$$

Remarques:

- $\dfrac{\partial^2 \Gamma}{\partial n^2} = \dfrac{s^2\theta C_s}{n^3} + \dfrac{2NC_\ell}{n^3} + \dfrac{s^2\theta}{n^3} C_p = \dfrac{1}{n^3}\left(s^2\theta C_s + 2NC_\ell + s^2\theta C_p\right) > 0$

- $\dfrac{\partial^2 \Gamma}{\partial s^2} = \dfrac{\theta}{n} C_s + \dfrac{1}{n}\theta C_p = \dfrac{\theta}{n}(C_s + C_p) > 0$

- $\left(\dfrac{\partial^2 \Gamma}{\partial n \partial s}\right) = \dfrac{\partial}{\partial n}\left(\dfrac{s\theta}{n} C_s - \dfrac{n-s}{n}.\theta C_p\right) = -\dfrac{s\theta}{n^2} C_s - \dfrac{s\theta}{n^2} C_p$

$$= -\frac{s\theta}{n^2}(C_s + C_p)$$

$$\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial n^2} \times \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial s^2} = \frac{1}{n^3}\left(s^2\theta C_s + 2NC_\ell + s^2\theta C_p\right) \times \frac{\theta}{n}(C_s + C_p)$$

$$= \left[s^2\theta(C_s + C_p) + 2NC_\ell\right] \times \left[\theta(C_s + C_p)\right]$$

$$= \frac{1}{n^4}\left[s^2\theta^2(C_s + C_p)^2 + 2N\theta C_\ell(C_s + C_p)\right]$$

$$\left(\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial n \partial s}\right)^2 - \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial s^2} \times \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial n^2} = \frac{s^2\theta^2}{n^4}(C_s + C_p)^2 - \frac{1}{n^4}\left[s^2\theta^2(C_s + C_p)^2 + 2N\theta C_\ell(C_s + C_p)\right]$$

$$= -\frac{2N\theta C_\ell}{n^4}(C_p + C_s) < 0$$

Ceci montre que n_0 et s_0 correspondent bien au minimum.

3. Modèle de lot économique avec rabais à la quantité

La présence de remises ou rabais à la quantité modifie une hypothèse que nous avons jusqu'alors admise implicitement c'est-à-dire que le coût d'achat au lieu d'être constant, varie en fonction de la grandeur du lot commandé.

Le principe permettant de trouver le lot optimal dans cette nouvelle situation est le suivant: il s'agit de voir si l'économie réalisée, grâce aux remises à la quantité et à la baisse des coûts de commande justifie l'accroissement des coûts de stockage dû au fait que l'on commande en lots différents de Q_o.

Deux situations, illustrées par les graphiques suivants, peuvent survenir. Dans la première, les remises à la quantité commencent à jouer après que le coût total sans remise (ligne pointillée) ait atteint son minimum. Dans l'autre, le phénomène commence avant que ce point soit atteint.

La méthode suivante nous permet de calculer la grandeur du lot à commander, que l'on soit dans la première ou deuxième situation.

a). α. Calculer Q_o sans tenir compte des remises à la quantité,

β. Si Q_o se trouve dans l'intervalle de remise, recalculer Q_o en tenant compte du coût en vigueur dans cet intervalle

b) Calculer CT_o = Coût de commande total + coût de stockage total + Coût d'achat total, pour un lot égal à Q_o ;

c) Comparer le résultat de b) au coût total annuel (CT) pour tous les points de remise à la quantité supérieure à Q_o ;

d) Choisir comme lot à commander, celui pour lequel le coût total annuel est le moins élevé.

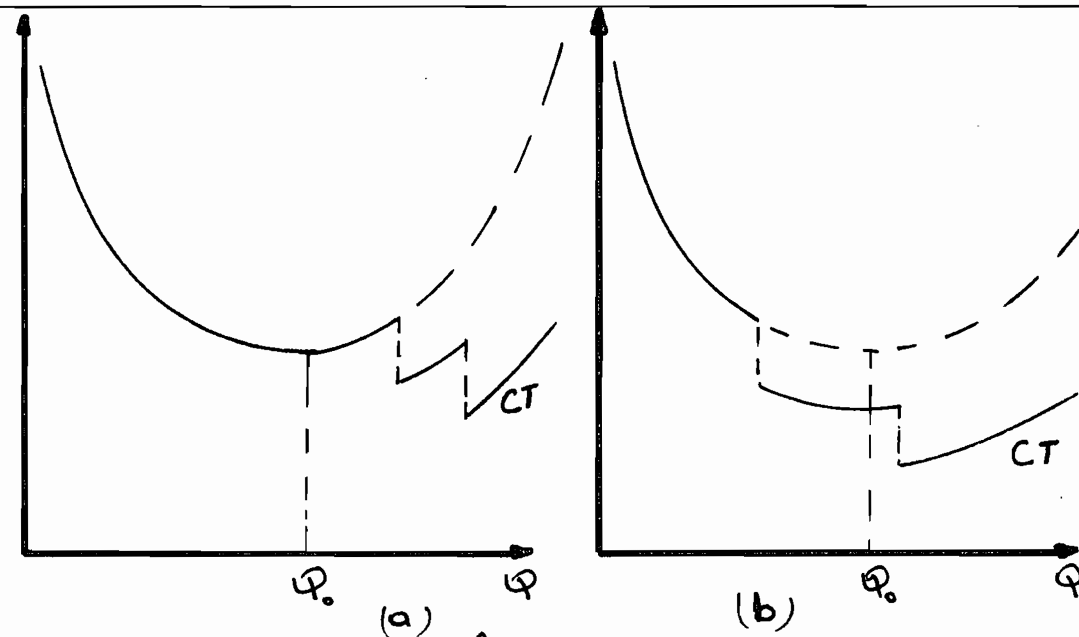


fig. 9

B. Demande probabiliste avec Coûts de stockage et de pénurie

1. Procédés de simulation :

Une technique pour le calcul des quantités optimales tenant compte des coûts de stockage et de pénurie serait l'utilisation des procédés de simulation dont les trois principaux sont :

a) la méthode de simulation indirecte (Méthode de Monte-Carlo) ;

b) la méthode de simulation directe ;

c) l'utilisation d'un appareil spécial de simulation, c'est-à-dire dont la conception repose sur un modèle mathématique déterminé et qui permet de reconstituer physiquement un phénomène d'organisation.

A noter que les deux premières méthodes exigent souvent l'utilisation d'un calculateur électronique.

2. Approximation des Variations du Stock par une droite

La complexité des procédés de simulation à laquelle il faut ajouter les difficultés voire même l'impossibilité de réunir toutes les conditions nécessaires à l'application de ces procédés, encore faut-il que cela se justifie économiquement, font qu'on aura recours à l'approximation, par une droite, des variations du stock. En effet, même si les demandes sont discontinues, il n'en demeure pas moins qu'on peut admettre que leur taux est constant. La situation du stock correspondra donc à l'une ou l'autre des figures qui suivent.

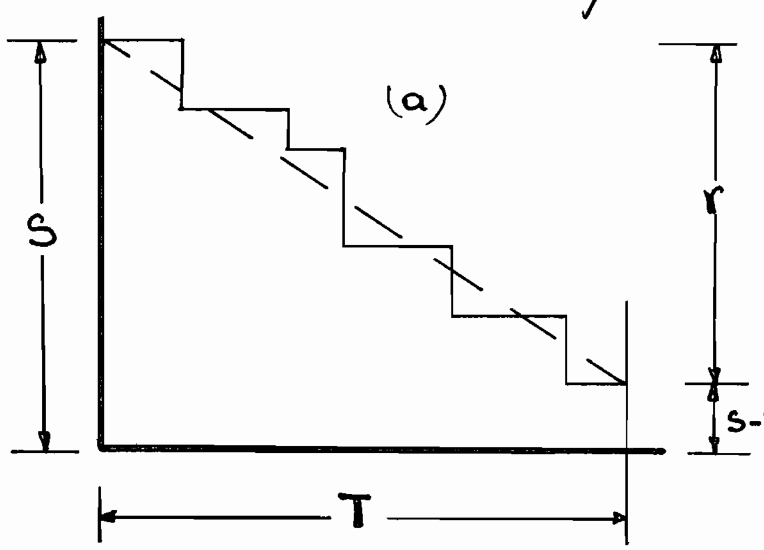
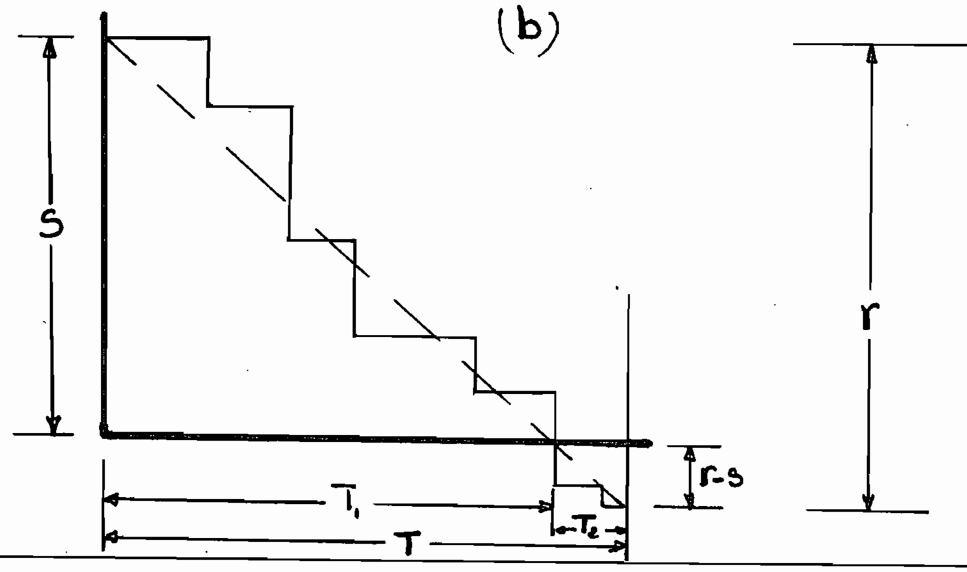


fig. 10



a) Stock moyen correspondant à la situation (a) :

$$\bar{S}_a = \frac{1}{2}\left[s + (s-r)\right] = s - \frac{1}{2} r$$

b) Stock moyen correspondant à la situation (b) :

$$\bar{S}_b = \frac{1}{2} s \frac{\bar{T}_1}{T_2} = \frac{s^2}{2r}$$

c) Pénurie moyenne dans la situation (b) :

$$\bar{P}_b = \frac{1}{2}(r-s)\frac{\bar{T}_2}{T_1} = \frac{(r-s)^2}{2r}$$

Si $p(r)$ est la probabilité d'une demande r dans l'intervalle T, l'espérance mathématique du coût total du stock sera :

$$\Gamma(s) = C_s \sum_{r=0}^{s} \left(s - \frac{r}{2}\right) p(r) + C_s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{s^2}{2r} p(r) + C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{(r-s)^2}{2r} p(r)$$

Pour rendre la formule plus concrète, prenons $s = 5$; il vient que :

$$\Gamma(5) = C_s\left[5p(0) + \frac{9}{2}p(1) + 4p(2) + \frac{7}{2}p(3) + 3p(4) + \frac{5}{2}p(5)\right]$$

$$+ C_s\left[\frac{25}{12}p(6) + \frac{25}{14}p(7) + \frac{25}{16}p(8) + \cdots\right]$$

$$+ C_p\left[\frac{1}{12}p(6) + \frac{4}{14}p(7) + \frac{9}{16}p(8) + \cdots\right]$$

On démontre que (Voir Annexe) que le minimum de $\Gamma(s)$ a lieu pour une valeur s_0 telle que :

$$L(s_0 - 1) < \rho < L(s_0) \qquad \text{où} \quad \rho = \frac{C_p}{C_p + C_s}$$

la probabilité $p(r \leq s)$ est par définition la probabilité cumulée :

$$p(r \leq s) = p(0) + p(1) + p(2) + \cdots + p(s)$$

On notera encore que :

$\rho = L(s_0)$ implique que s_0 ou $s_0 + 1$ correspond à l'optimum ;

Tandis que :

$\rho = L(s_o - 1)$ implique s_o ou $s_o - 1$ correspond à l'optimum. La Comparaison de ρ et de la distribution $L(s)$ donne immédiatement s_o et de là, $\Gamma(s_o) = \Gamma_{min}$.

C. Stock de Sécurité

Certains facteurs tels la position financière du fournisseur, la nature du matériel qui fait l'object des commandes peuvent expliquer qu'un fournisseur ait plus ou moins des difficultés à honorer ses engagements. De même la capacité de l'entreprise à rembourser plus ou moins à termes ses dettes vis-à-vis des fournisseurs peut également influer sur les délais de livraison des commandes. Dans tous les cas, le niveau du stock de sécurité sera déterminé en fonction de l'amplitude des variations observées dans les délais habituels de livraison. Ainsi, toutes choses étant égales par ailleurs, plus les fournisseurs ont tendance à s'écarter du délai habituel, plus le stock de sécurité devra être important, et vice-versa.

En appliquant la méthode approximative qui consiste à admettre le taux moyen de la demande comme étant une constante, la quantité n_o correspondant à l'optimum, sans faire intervenir le stock de sécurité m, est comme nous l'avons déjà calculé :

$$n_o = \left(\frac{2N}{\theta} \cdot \frac{C_e}{C_s} \right)^{1/2}$$

et de là :
$$T_o = \left(\frac{2\theta}{N} \cdot \frac{C_e}{C_s} \right)^{1/2}$$

$$\Gamma_o = \left(2N\theta C_e C_s \right)^{1/2}$$

Si L est la durée moyenne du délai de réapprovisionnement (avec un faible écart-type) on évaluera la probabilité de la demande pour cet intervalle de temps.

Soient $p_L(y)$ la probabilité d'une demande de y pièces dans l'intervalle L et $F_L(y) = Pr(Y \leq y)$ la probabilité cumulée.

Si nous nous imposons, par exemple, que la probabilité d'une rupture de stock soit inférieure ou égale à une valeur α $(0 < \alpha < 1)$, on doit avoir : $\alpha = 1 - F_L(y)$.

Ceci permet, connaissant la loi de probabilité $F_L(y)$, de déterminer pour quelle valeur $y = m$ l'équation précédente $(\alpha = 1 - F_L(y))$ est satisfaite ; on obtient ainsi le niveau m correspondant à la condition donnée.

Encore une fois, disons que cette méthode n'est qu'approximative mais permet d'obtenir des résultats très proches de ceux des méthodes analytiques plus affinées comme celle de Monte-Carlo.

Comme exemple, prenons : $\theta = 360$ jours, $L = 14$ jours,

$N = 340$, $C_s = 3.5$ F par unité et par jour

et $C_\ell = 150\,000$ F

En appliquant les formules précédentes on trouve :

$m_0 = 284$, $T_0 = 301$ jours, $\Gamma_0 = 358\,500$ F

Supposons que la demande soit distribuée selon la loi de Gauss avec une moyenne $\bar{y} = (340/360) \times 14 = 13$ pour les deux semaines et un écart-type $\sigma = 25\sqrt{2}$

Pour une distribution de Gauss normalisée $(\bar{x} = 0,\ \sigma = 1)$, donnons nous $\alpha = 0.06$; on doit donc avoir :

$$P(x) = 0.94$$

En consultant la table de la fonction de répartition de Gauss on trouve : $P(1.57) = 0.94$

Si $\bar{y}$ est la demande moyenne pour 14 jours et m le niveau de réapprovisionnement :

$$m = \bar{y} + x.\sigma$$
$$= 13 + 1.57 \times 25\sqrt{8}$$
$$= 68$$

la quantité $x\sigma$ est appelé stock de sécurité.

En d'autres termes, cela veut dire qu'en passant une commande de réapprovisionnement de 284 pièces chaque fois que le stock atteint le niveau 68, la probabilité d'une rupture de stock sera inférieure ou égale à 0.06.

Cependant, on remarque qu'en commandant au moment où il reste 68 unités en stock alors que la demande moyenne durant le délai de livraison est de 13 unités, il subsistera en moyenne en stock, au moment de la récupération des lots commandés, 55 unités (68 - 13). Cette quantité constitue le stock de sécurité qui nous prémunit contre des demandes supérieures à la moyenne. Le niveau du stock de sécurité baissera lorqu'on y puisera pour satisfaire une demande supérieure à la moyenne; il s'accroîtra dans le cas d'une demande inférieure. La valeur de 55 unités ne constitue qu'une valeur moyenne.

Difficultés de l'Application pratique

La construction et l'analyse des modèles mathématiques des systèmes de gestion des stocks est une chose tout comme l'implantation de ces modèles en est une autre. Cependant, il convient de préciser que nous ne cherchons pas à énoncer une suite d'instructions concernant la façon d'implanter un modèle puisqu'il n'est pas évident qu'un tel jeu d'instructions puisse être conçu pour couvrir toutes les situations possibles, et même si cela était, il faudrait une étude plus élaborée que celle-ci pour discuter de toutes ces règles. Nous voudrions plutôt mettre en lumière les types de problèmes qui se posent ou qui peuvent se poser et dans la plus grande mesure possible, suggérer des voies pour les éviter ou pour les résoudre. Malheureusement cependant, il n'y a pas de solutions immédiates à la plupart de ces problèmes et dans un assez grand nombre de cas, il n'y a pas eu du tout de solutions satisfaisantes. Nous étudierons ces problèmes sous plusieurs aspects: Opportunité du modèle, problèmes de données, problèmes à plusieurs articles, problèmes de personnel, problèmes de calcul, problèmes d'évaluation.

1. Opportunité du modèle

Nous avons dit précédemment que l'élaboration d'un modèle mathématique pour représenter un système réel exigeait toujours des simplifications et des approximations. Cependant il faut être très prudent lors de la construction du modèle afin d'être sûr qu'il représente avec une bonne approximation les caractéristiques essentielles du système qui sont les facteurs importants, déterminants de la politique de gestion. Si cela n'est pas, les résultats obtenus par le modèle peuvent facilement conduire à des règles de gestion qui sont encore moins valables que celles qui sont actuellement en service, ou bien pires que celles qui auraient bien pu être établies par des considérations simples. Citons par exemple, l'application d'un modèle à régime permanent stationnaire au stock de pièces de rechange d'une locomotive qui serait périmée dans un petit nombre d'années. Ce modèle est complètement inapplicable puisque le taux moyen de la demande varie continuellement au cours du temps et puisqu'il faut prendre en compte explicitement l'obsolescence des pièces de rechange lorsque la locomotive serait périmée. Un modèle plus élaboré à ce genre de situation devrait être un modèle de type dynamique.

2. Problèmes de données:

Une fois que l'on a établi un modèle satisfaisant pour représenter un système réel, il reste à résoudre le problème de la détermination empirique des valeurs des différents paramètres, et parfois aussi le problème de la détermination de la nature de certaines fonctions intervenant dans les modèles, avant de pouvoir les appliquer à la détermination explicite de la politique de gestion. Pour obtenir ces paramètres et ces fonctions, il est nécessaire d'utiliser les données fournies par le système lui-même. Malheureusement, pour plusieurs raisons qui seront examinées avec plus de détails plus loin, il est souvent difficile voire impossible d'obtenir les données nécessaires. Même lorsqu'un certain nombre d'entre elles sont disponibles, il est souvent extrêmement difficile de calculer avec une grande précision, les valeurs des paramètres et la nature des fonctions utilisées dans le modèle. Heureusement, le coût optimal ne varie pas beaucoup pour de faibles variations des données et par conséquent, on peut avoir encore de bons résultats sans connaître les paramètres avec une grande précision. Il est cependant très utile de déterminer quels sont les paramètres qui modifiés, conduisent à de grandes variations du coût optimal puisque dans ce cas il faut porter les efforts sur la détermination de valeurs précises pour ces paramètres. Afin de déterminer les paramètres critiques, il est nécessaire de faire une analyse de sensibilité, en déterminant simplement ce qui se passerait si un paramètre était modifié. Des exemples de telles analyses ont déjà été donnés dans les précédents chapitres.

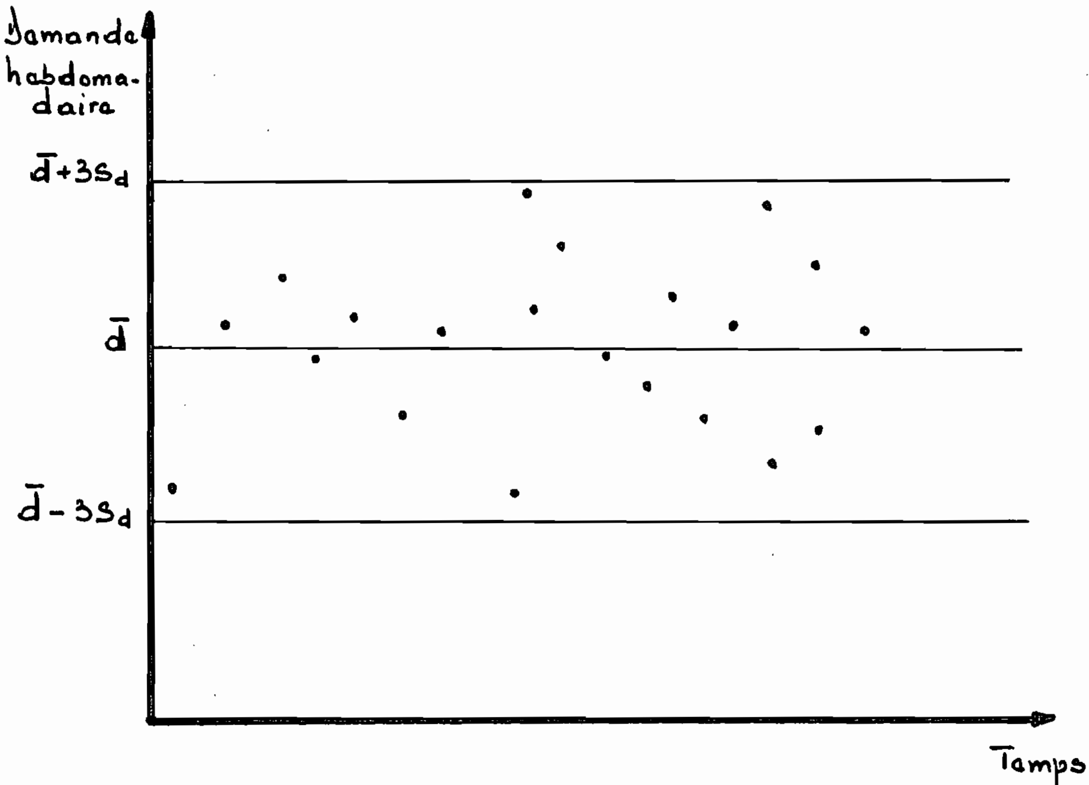
Dans les paragraphes qui suivent, nous nous proposons d'examiner avec plus de détails les problèmes soulevés par la détermination des paramètres et des fonctions nécessaires aux modèles mathématiques. Il est commode de diviser l'étude de ces problèmes de données selon la partition suivante : distribution de la demande, distribution du délai de réapprovisionnement et détermination des coûts.

a) Distribution de la demande :

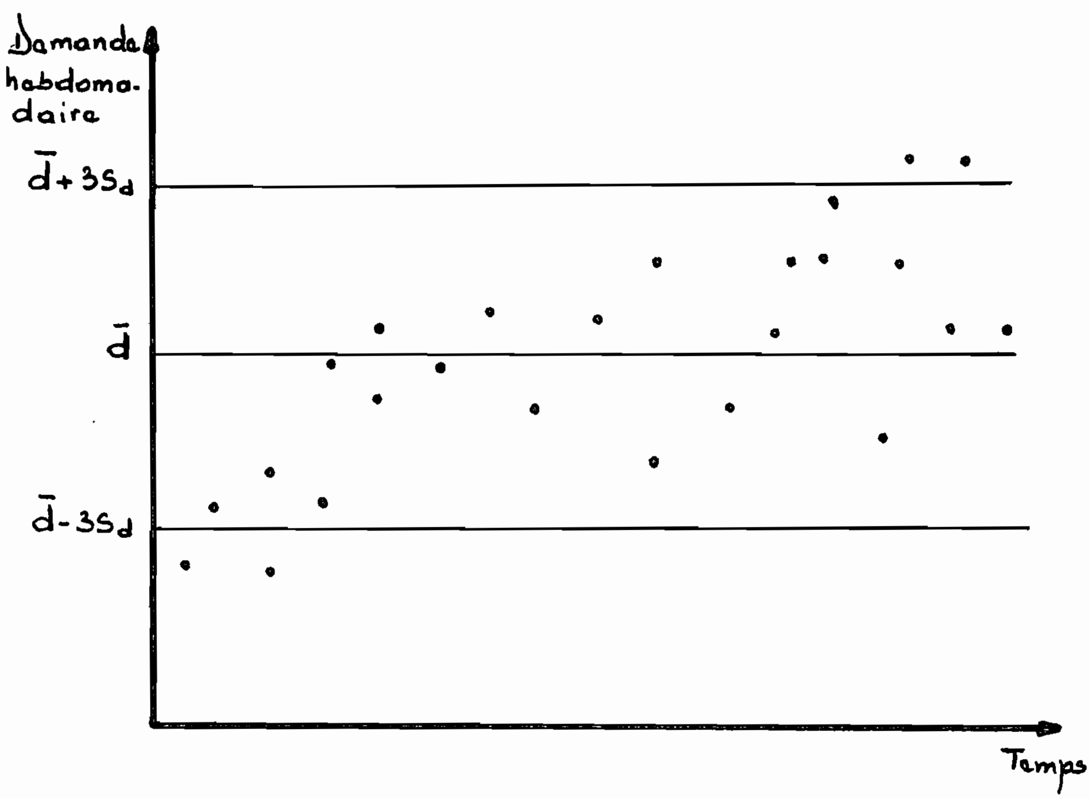
Tous les modèles de stocks exigent des informations concernant la demande pour chaque article étudié. Dans le plus simple des modèles déterministes, un seul paramètre, le taux de la demande est à déterminer. Pour d'autres modèles, il pourrait être nécessaire de déterminer la nature du processus qui génère les demandes, ainsi que la nature de la distribution du volume de chaque demande. Il pourrait même être nécessaire de prédire les modifications de ces distributions au cours du temps. Même pour effectuer la plus simple des déterminations, celle du taux de la demande, il faut avoir recours aux données statistiques. Il est absolument surprenant de constater que souvent il n'existe pas de données concernant la demande utilisable directement, et par conséquent afin de tenter tout essai d'application d'une politique de gestion obtenue à partir d'un modèle mathématique, il est nécessaire de récolter ces données.

Supposons que l'on dispose d'un certain type de statistiques de la demande et examinons les problèmes que l'on peut rencontrer dans l'utilisation de ces données pour la détermination des paramètres de la distribution de la demande utilisée dans le modèle.

Si l'on se propose de déterminer le comportement du taux moyen de la demande au cours du temps, il est commode d'appliquer un diagramme de controle pour le faire. Comme mesure du taux de la demande, on prend habituellement la demande par unité de temps, c'est-à-dire la demande quotidienne, hebdomadaire, mensuelle. Ces mesures sont portées sur un graphique en fonction du temps. A partir de la demande par unité de temps on calculera ensuite la demande moyenne par période ($\bar{d}$) et l'écart-type de la demande moyenne par période (S_d). Sur le graphique représentant les données de la demande, on trace aussi les droites correspondant à $\bar{d}$, $\bar{d}+3S_d$ et $\bar{d}-3S_d$. Ceci donne les résultats tels que ceux qui sont représentés aux figures qui suivent. La probabilité pour qu'un point soit situé à l'extérieur des limites de controle $\bar{d}+3S_d$ ou $\bar{d}-3S_d$ est très faible si le taux moyen de la demande est effectivement constant. Si les données sont du type représenté à la figure (a), alors statistiquement, il n'y a aucune raison pour ne pas croire que les demandes ont été générées par un processus où le taux moyen est constant.


Demande hebdomadaire
$\bar{d}+3S_d$
$\bar{d}$
$\bar{d}-3S_d$
Temps

(a)


Demande hebdomadaire
$\bar{d}+3S_d$
$\bar{d}$
$\bar{d}-3S_d$
Temps

(b)

Mais si les données sont analogues à celles de la figure (b), il semble évident que le taux moyen de la demande croit avec le temps.
Il faudrait, cependant, remarquer que les résultats que l'on obtient sur des graphiques tels que ceux de ces figures sont très fortement dépendants de l'unité de temps choisie, c'est-à-dire selon que l'on utilise la demande quotidienne, hebdomadaire ou mensuelle. Par exemple, la demande quotidienne des samedis pourrait être très faible alors qu'elle serait becoup plus forte les mercredis. Par conséquent, pour l'unité choisie, un diagramme de controle indiquerait que le taux moyen de la demande n'est pas constant. D'autre part le taux moyen de la demande établi sur une base hebdomadaire pourrait être presque constant. C'est dire que l'intervalle de temps devrait être choisi de façon qu'il soit aussi grand que possible tout en restant cohérent avec les données disponibles. Il ne devrait pas, par contre, être supérieur soit au délai réel de livraison, soit à l'intervalle moyen séparant la passation de deux commandes.

b) <u>Prévision des demandes</u>:

Au cœur de toute tentative d'utilisation d'un modèle dynamique on trouve la procédure employée pour effectuer des prévisions; la nature de la méthode utilisée varie énormément. Elle pourrait par exemple ne tenir compte que des données statistiques de l'article lui-même ou bien tenir compte des prévisions concernant la conjoncture, ou bien encore elle pourrait être fondée sur des besoins futurs planifiés.
Nous n'examinerons pas les techniques de prévisions puisque des circonstances différentes nécessitent des approches très variées.
Cependant, à titre d'exemple, nous pouvons examiner brièvement une méthode simple. Considérons le problème de la prévision des

demandes pour des articles tels que des pièces de rechange qui dépendent de l'utilisation d'un certain équipement. Ce problème est important dans n'importe quel système d'approvisionnement de la R.C.F.S. Pour être plus précis, supposons que nous ayons à prévoir la demande pour une pièce de rechange d'un certain type de locomotives au cours d'une période future donnée. Une procédure pouvant être utilisée consisterait à établir, d'après les données statistiques, un taux d'utilisation donné comme le nombre moyen de pièces de rechange pour un certain kilométrage de parcours.
Les plans de parcours permettent d'autre part de calculer le nombre probable de kilomètres de parcours pour toutes les locomotives du type étudié au cours de la période future envisagée. En multipliant le taux d'utilisation par le nombre probable de kilomètres de parcours, on obtient la demande probable pour l'article étudié au cours de la période future considérée. La précision de cette prévision dépend à la fois de la précision avec laquelle on calcule le taux d'utilisation et de la précision de la prévision du nombre probable de kilomètres de parcours.
Il faut remarquer que dans la technique de prévision que nous venons d'indiquer, on n'a pas essayé de tenir compte des considérations probabilistes. Il est évident que dans une telle situation, il est très difficile d'essayer de décrire ce que sera la densité de probabilité de la demande de pièces de rechange au cours d'une certaine période future. La demande serait aléatoire même si le nombre de kilomètres de parcours pouvait être prévu avec une grande précision. Dans ces cas, lorsqu'on applique un modèle dynamique qui exige la donnée d'une distribution de la demande, on est obligé d'utiliser une distri-

bution théorique telle que celle de Poisson.
Parmi les autres méthodes utilisées citons : le tracé par la méthode des moindres carrés d'une courbe à travers les données statistiques et l'utilisation d'un lissage exponentiel.

c) Distribution du délai de réapprovisionnement :

Dans la pratique, beaucoup de problèmes se trouvent soulevés par les délais de livraison, outre ceux d'essayer d'estimer la distribution du délai de livraison. Il ne peut y avoir en fait aucune distribution stationnaire du délai de livraison puisque les délais peuvent varier constamment au cours du temps. De plus, il arrive que les commandes soient livrées en plusieurs étapes. Aussi il faut tenir compte de la possibilité de passer des commandes si une situation de rupture s'avère imminente. Bien que quelques unes de ces complications supplémentaires peuvent être incluses dans le modèle mathématique, il apparait habituellement que le modèle devient si lourd à manipuler et nécessite tant de données supplémentaires qui sont difficiles à obtenir, que cela ne vaut pas la peine d'en tenir compte rigoureusement.

d) Détermination des coûts

Nous avons déjà vu tout au long de cette étude les divers coûts qui interviennent dans les modèles mathématiques. Parfois l'ensemble de ces coûts peut être difficile à calculer et certains ne peuvent jamais être déterminés avec précision. A cause de cette difficulté, rien ne peut être dit de façon générale qui puisse s'appliquer à un large éventail de cas réels ; ainsi, nous ne ferons que quelques remarques.
Les coûts de rupture ou de pénurie sont souvent les plus difficiles

à déterminer. Normalement, ils ne peuvent pas être mesurés directement puisqu'ils comprennent des éléments comme la perte d'un client. Par conséquent, la procédure habituelle consiste à faire une estimation du coût de pénurie quand on ne le connais pas. Heureusement que la politique optimale n'est pas très sensible aux variations de ces coûts et une estimation qui ne donne qu'un ordre de grandeur sera souvent suffisante.

La détermination du coût de passation des commandes est, en principe, simple. Il faut noter en détail tout ce qui concerne le processus de passation et de réception d'une commande. Puis le coût des imprimés, des appels téléphoniques, des télex, du temps de calcul,... est évalué. Par addition on détermine le temps que chaque individu passe pour effectuer une commande. Ces temps sont multipliés par les salaires appropriés pour obtenir le coût des travaux. Par totalisation, nous obtenons le coût fixe de passation d'une commande.

3. Problèmes à plusieurs articles :

Comme pour la plupart des systèmes réels, à la Régie, ce sont des milliers de pièces de rechange qu'il faut gérer. Ainsi l'on comprendra facilement que le controle d'un aussi grand nombre de produits pose divers problèmes qu'on ne voit pas dans le cas d'un seul article. Il va s'en dire donc qu'il ne revient pas au même de trouver la politique optimale pour un seul article que pour plusieurs milliers.

De récentes études faites dans divers secteurs ont abouti aux mêmes conclusions. En général, une très petite fraction du nombre total des articles stockés correspondre à une très grande fraction du volume total des investissements. Ces études ont conduit au partage des articles en plusieurs catégories, généralement trois (cf la méthode ABC), et chacun de ces groupes sera traité de façon différente.

4 - Problèmes de personnel et de procédés employés :

L'élaboration d'un modèle mathématique approprié et le rassemblement des informations nécessaires à la formulation d'une politique de gestion pour controler certains articles ne constituent qu'une partie du travail requis pour mener à bien le problème de stocks. Il faut être certain que la politique sera bien appliquée. Cela signifie qu'il faut s'assurer que chaque employé accomplit correctement sa tâche. Souvent pour diverses raisons, certains individus s'élèveront contre l'introduction d'un nouveau système. Un effort doit être fait pour éviter cet inconvénient et si cela est impossible il faudrait pouvoir mesurer les avantages du nouveau système qui peuvent être détruits par des personnes qui intentionnellement font mal leur travail.

5_ Problèmes de l'évaluation :

Souvent la partie la plus négligée de toute application d'un modèle de gestion de stocks à un cas réel est l'évaluation objective de l'efficacité du modèle. Même avec les conditions idéales, il est difficile de mesurer en unités monétaires l'amélioration due à un nouveau système. Dans certains cas l'amélioration est reconnue substantielle même si on ne peut pas mesurer la réduction du coût annuel moyen, il n'est pas alors nécessaire d'avoir une évaluation détaillée. Cependant dans de telles situations, il est en général vrai que tout procédé rationnel de gestion aurait conduit à une amélioration importante qui ne peut donc pas être attribuée au seul modèle mathématique appliqué. Quand l'utilisation d'un modèle conduit à une

CONCLUSION

"Or, la science souveraine, la science supérieure à toute science subordonnée, est celle qui connait pourquoi il faut faire chaque chose. Et ce pourquoi, c'est le bien de chaque être ; pris en général, c'est le mieux dans tout l'ensemble des êtres".

Ainsi s'exprimait Aristote dans: Métaphysique livre Premier, II.

Mais placée dans le contexte concret de la R.C.F.S., force est de constater que cette science dont parle Aristote, d'une façon générale et la recherche opérationnelle en particulier n'est pas facile d'application dans les systèmes de gestion de l'entretien et des stocks de pièces de rechange des locomotives, du moins pour l'instant. En effet deux contraintes fondamentales bloquent l'application des modèles mathématiques de gestion du matériel :

1) l'insuffisance de données :

La mise en place des principes scientifiques de gestion des stocks nécessite, comme préalable, la possession d'informations nombreuses. Pour cela la R.C.F.S. doit posséder tous les résultats statistiques à l'aide desquels seront étudiées les lois qui régissent les phénomènes.

2) les disponibilités financières :

Si la première contrainte est plus ou moins facile à lever, la seconde est par contre difficile car ne dépendant pas de la seule volonté de l'établissement mais surtout de l'État Sénégalais qui malheureusement subit les conséquences de la crise internationale.

Cependant, d'une façon ou d'une autre, il faudrait que la R.C.F.S.

trouve une solution permettant d'agir vite et de réagir efficacement.
Le problème de la gestion de l'entretien, d'une façon globale, nécessite une solution urgente car le manque à gagner est considérable et la conjoncture actuelle ne permet plus, sinon difficilement, à l'Etat d'intervenir financièrement pour l'établissement d'une part et, d'autre part, au stade actuel de la situation, l'augmentation envisagée du parc pourrait avoir comme conséquence l'amplification du problème dans un avenir plus ou moins proche.

Quoiqu'il en soit, de part son importance, la R.C.F.S. doit être à l'avant garde du développement économique et social du pays. Puisse le renouveau qui s'opère actuellement dans l'entreprise, apporter, chaque jour d'avantage, des solutions aux problèmes qui s'y posent.

RECOMMANDATIONS

L'application de la recherche opérationnelle dans le système de gestion de l'entretien de la R.C.F.S. ne pourrait se faire sans la réalisation de certaines conditions préalables ; conditions nécessaires pour garantir l'efficacité et même la viabilité de tout système scientifique de gestion.
Parmi ces conditions nous évoquerons : le respect des programmes de révisions périodiques, la mise en place d'un bureau de comptabilité analytique et matière ; la collecte des données statistiques suffisantes ; la coordination étroite entre le magasin des stocks et le service des approvisionnements ; l'utilisation de la méthode ABC pour la gestion des pièces de rechange ; l'informatisation du système de gestion.

1) Programme des révisions :

On ne saurait garantir une grande fiabilité des locomotives sans pour autant respecter les programmes d'entretien préventif principal moyen de réduction du taux d'usure des pièces et par conséquent des coûts d'entretien.

2) Bureau de Comptabilité analytique :

L'utilisation de modèles mathématiques dans la gestion du matériel ne peut se faire sans une détermination quantitative ou qualitative des paramètres nécessaires ; ce qui ne pourrait se faire sans un bureau de comptabilité analytique.

3) Statistiques :

Il faut un plus grand suivi des pièces "stratégiques" (groupes d'injection, groupes mixtes, vilebrequins, ...). Pour ce faire, Ces pièces devraient être toutes identifiées, classées et leur fiabilité controlée statistiquement en vue d'une meilleure organisation de leur entretien. Il faut que les statistiques fassent ressortir l'aspect qualitatif de l'entretien.

4) Coordination entre magasin de stockage et service des approvisionnements :

Nous avons constaté, dans les rares données que nous avons pues avoir sur les stocks, qu'il y avait parfois des commandes de pièces de rechange qu'on lançait au niveau du service des approvisionnements alors que certaines de ces pièces étaient en surnombre dans le magasin ce qui générait naturellement des coûts inutiles. C'est pour palier à ce problème que nous avons proposé l'organigramme d'approvisionnement présenté en annexe et qui est susceptible d'être amélioré.

5) Méthode ABC :

Compte tenu de la diversité des pièces à gérer, la méthode ABC devrait pouvoir donner d'assez bons résultats si les conditions d'application sont respectées.

6) Informatisation :

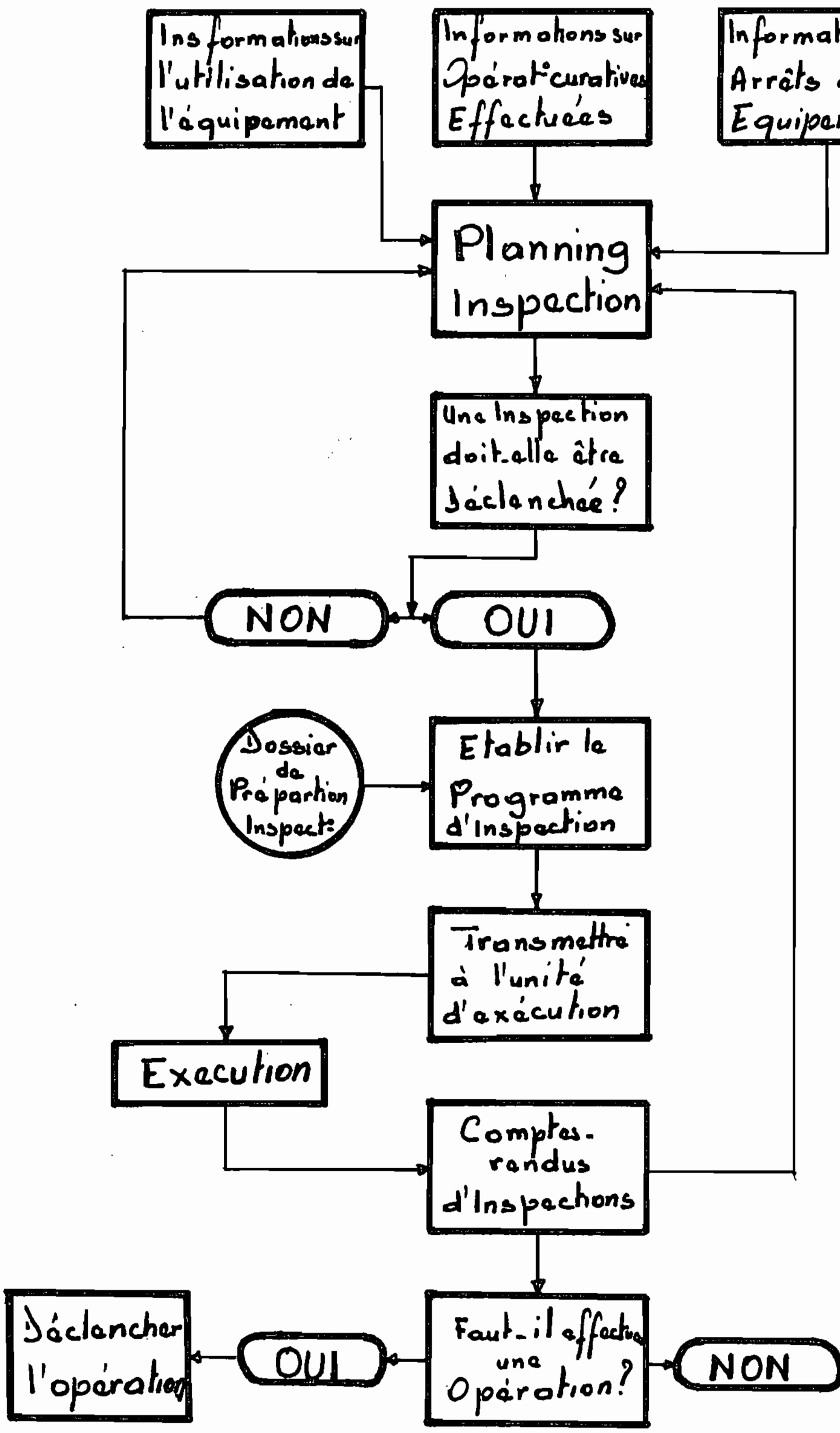
L'efficacité d'un système de gestion du matériel de la R.C.F.S. ne saurait être garantie sans l'informatisation du système car les données à traiter sont assez nombreuses tout comme les paramètres à optimiser.

ANNEXES

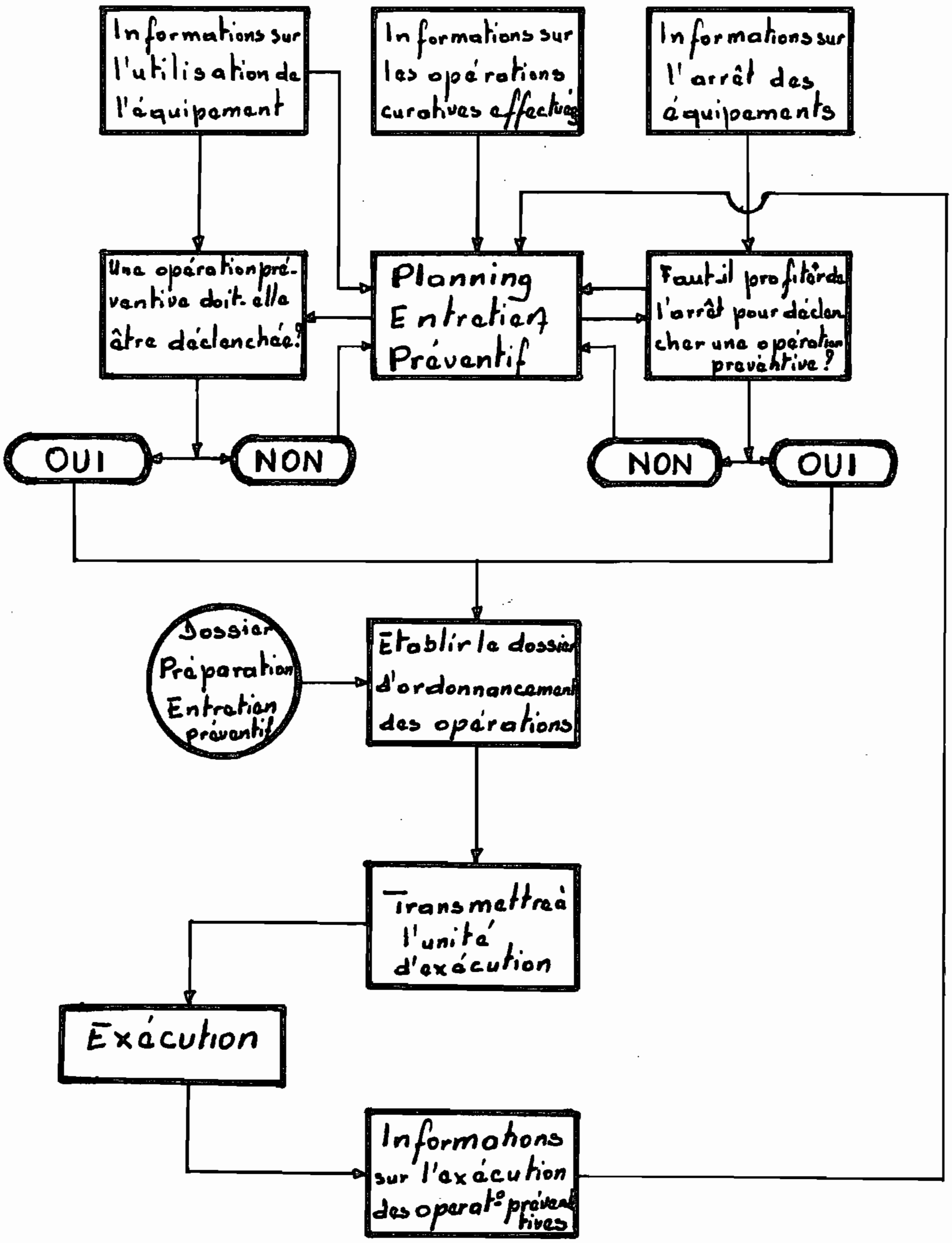
réduction du stock moyen, du temps de pénurie et du coût moyen sans pour autant augmenter le nombre d'employés, on peut conclure à un meilleur rendement. Il reste encore à voir si la réduction du coût sera suffisante pour payer l'installation du nouveau système basé sur un modèle mathématique qui revient souvent très cher.
Pour une grande entreprise où une petite amélioration peut conduire à plusieurs millions de francs de réduction de coûts, il est facile de justifier l'investissement de fonds pour la recherche d'une meilleure politique. Par contre, plus le système est petit plus il est difficile de justifier de grandes dépenses dues à l'introduction d'un système de controle très élaboré.

Procédures de Gestion :

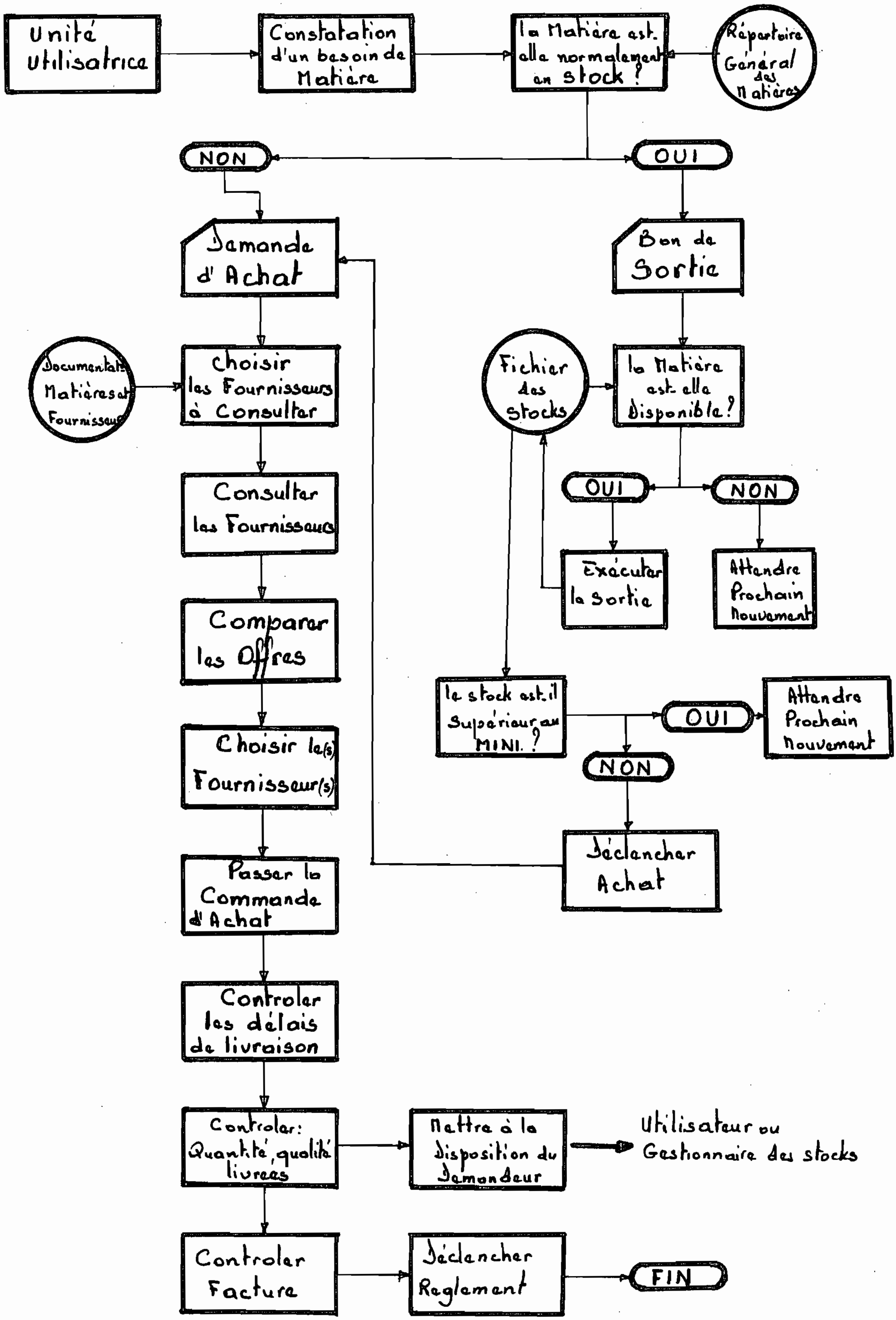
Inspections



Procédures de Gestion : Entretien préventif



Procédures d'Approvisionnements



Exemple de Réquisition de Travail d'Entretien

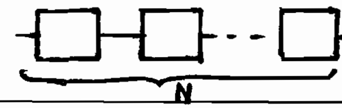
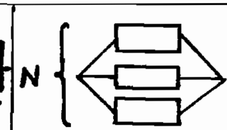
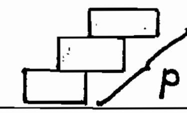
Réquisition de Travail de Maintenance		
Equipe : Service :	Rédigé par : Désiré par : (Service)	Requérant : Autorisé par Priorité : Urgent ☐ Régulier ☐
Raisons des travaux :		
Travaux à effectuer :		

Matières				Main d'oeuvre		Nbre d'heures	
Qté	N°	Description	Coût	N°	Description	Estimées	Réelles
Coût total :							
Effectué par :		Date :		Vérifié par :		Coût global :	

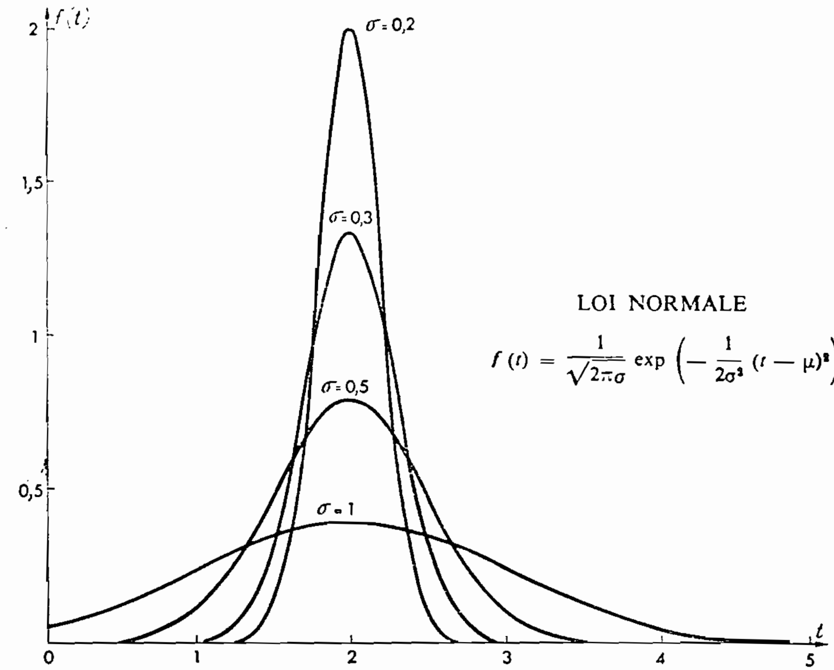
Tableau Récapitulatif

Lois	Fonct. de densité	Fiabilité	Taux de Bris	T.M.B.F	Variance
Exponentielle	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$	$R(x) = e^{-\lambda x}$	$r(x) = \frac{f(x)}{R(x)} = \lambda$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$
Weibull	$\lambda \alpha x^{\alpha-1} e^{-\lambda x^\alpha}$	$e^{-\lambda x^\alpha}$	$\lambda \alpha x^{\alpha-1}$	$\frac{\Gamma(1+1/\alpha)}{\lambda^{1/\alpha}}$	$\frac{\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma^2(1+1/\alpha)}{\lambda^{2/\alpha}}$
Gamma (Erlang)	$\frac{\lambda}{(r-1)!}(\lambda x)^{r-1} e^{-\lambda x}$	$\sum_{i=0}^{r-1} \frac{(\lambda x)^i}{i!} e^{-\lambda x}$	$\frac{\lambda^r x^{r-1} e^{-\lambda x}}{(r-1)!\,R(x)}$	$\frac{\alpha}{\lambda}$	$\frac{\alpha}{\lambda^2}$
Normale	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$	$\frac{1}{(x-\mu)\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$	$\frac{x-\mu}{\sigma}$	μ	σ

T.M.B.F. = Temps Moyen de Bon Fonctionnement

Structure / Effets				
Cumulatifs	Normale	Weibull	fonction de la loi de fiabilité des composantes	Normale
Indépendants	Exponentielle			Erlang (Gamma)

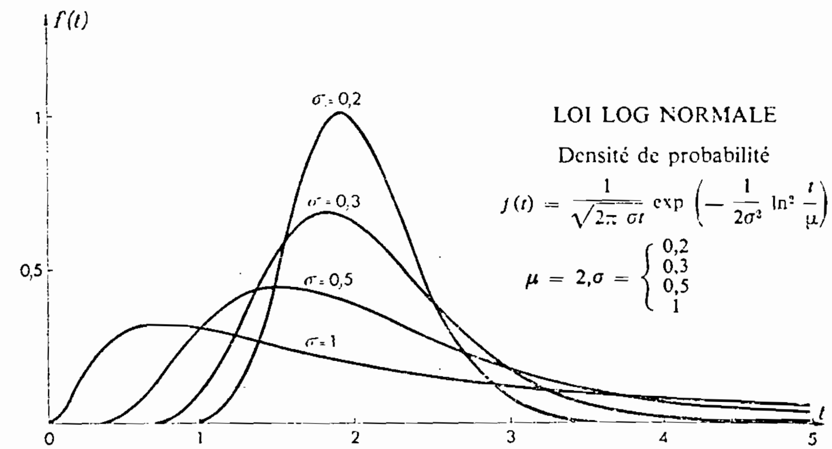
En combinant les structures et les effets des perturbations, moyennant quelques hypothèses très générales, nous sommes conduits aux lois de durée de vie ci-dessus.



LOI NORMALE

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(t-\mu)^2\right)$$

FIG. 28.



LOI LOG NORMALE

Densité de probabilité

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma t} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\ln^2\frac{t}{\mu}\right)$$

$$\mu = 2, \sigma = \begin{cases} 0,2 \\ 0,3 \\ 0,5 \\ 1 \end{cases}$$

FIG. 29.

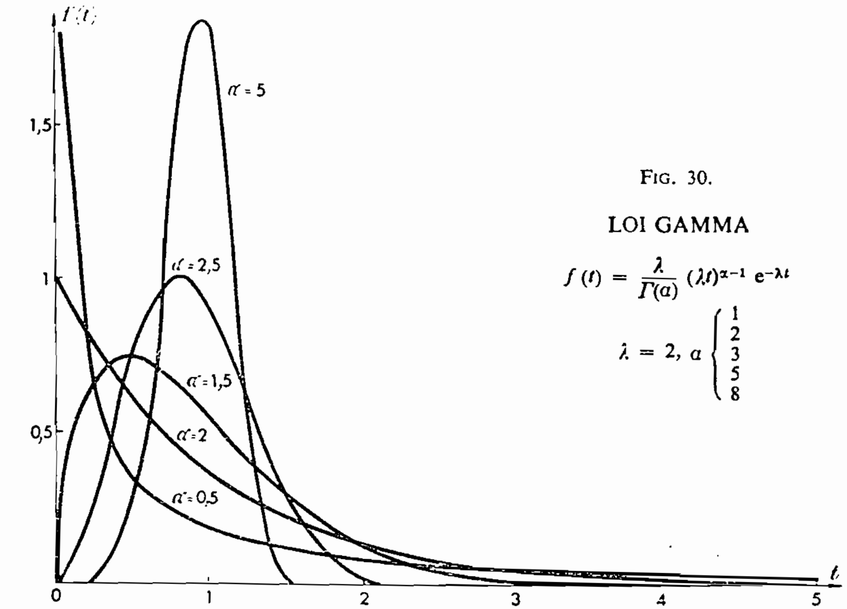


FIG. 30.

LOI GAMMA

$$f(t) = \frac{\lambda}{\Gamma(\alpha)}(\lambda t)^{\alpha-1}e^{-\lambda t}$$

$$\lambda = 2, \alpha \begin{cases} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \\ 8 \end{cases}$$

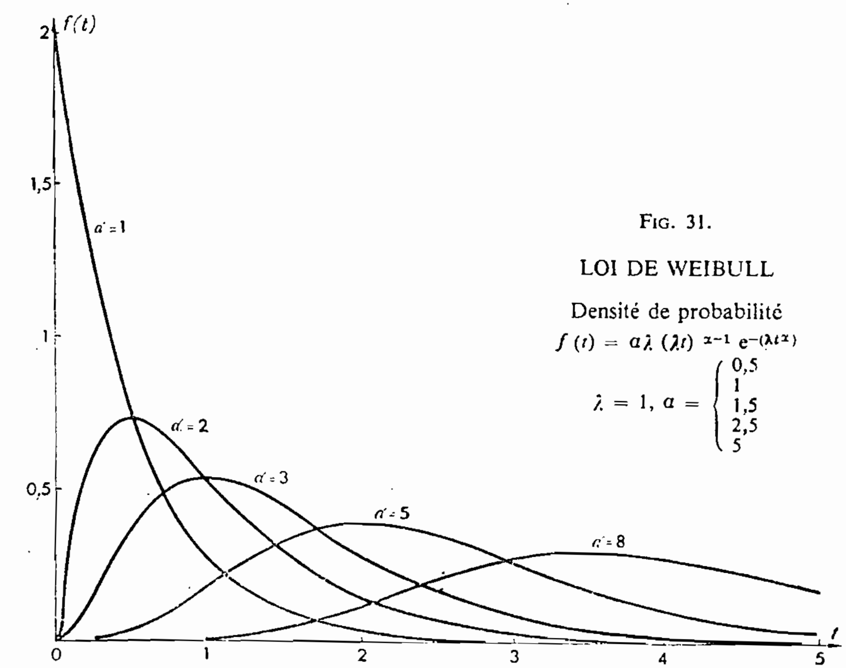


FIG. 31.

LOI DE WEIBULL

Densité de probabilité

$$f(t) = \alpha\lambda(\lambda t)^{\alpha-1}e^{-(\lambda t^{\alpha})}$$

$$\lambda = 1, \alpha = \begin{cases} 0,5 \\ 1 \\ 1,5 \\ 2,5 \\ 5 \end{cases}$$

ANNEXE

Démonstration de la Convolution

soit $\phi_X(x) = P(X \leq x)$ (1) une fonction de répartition ayant les propriétés suivantes :

$\phi_X(x)$ est une fonction non-décroissante

$\lim_{x \to -\infty} \phi_X(x) = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \phi_X(x) = 1$

soit $0 \leq \phi_X(x) \leq 1$ pour $-\infty < x < +\infty$

X étant une variable aléatoire.

Rappelons qu'une variable aléatoire est une fonction définie sur un espace d'échantillonnage et dont les valeurs numériques possibles sont attribuées suivant une loi de probabilité.

De même, une variable aléatoire est discrète si sa loi de probabilité peut être exprimée par des probabilités de masse (probabilités ponctuelles).

c'est-à-dire : $\phi_X(x) = \sum_{j=0}^{x} \varphi_X(j)$ (2)

j entier non-négatif

De l'équation (1) on peut écrire : $\phi_X(x) - \phi_X(x-1) = P(X = x)$

De l'équation (2) on peut écrire également :

$$\phi_X(x) - \phi_X(x-1) = \sum_{j=0}^{x} \varphi_X(j) - \sum_{j=0}^{x-1} \varphi_X(j) = \varphi_X(x)$$

Propriétés de $\varphi_X(x)$:

$$0 \leq \varphi_X(x) \leq 1$$

$$\sum_x \varphi_X(x) = 1$$

Soit $g(X_1, X_2)$ une fonction de variables aléatoires X_1 et X_2.

Cette fonction étant elle-même une variable aléatoire, on a :

$$X = g(X_1, X_2)$$

Des relations précédentes on peut écrire :

$$\phi_X(r) = P(X \leq r) = P[g(X_1, X_2) \leq r]$$

$$\phi_X(r) = \sum_{g(X_1,X_2) \leq r} \sum \varphi_{X_1,X_2}(r_1, r_2)$$

r_1 et r_2 étant les valeurs que peuvent prendre respectivement X_1 et X_2

posons : $g(X_1, X_2) = X_1 + X_2 = X$

alors : $\phi_X(r) = \sum_{r_1+r_2 \leq r} \sum \varphi_{X_1,X_2}(r_1, r_2)$

$$r = r_1 + r_2 \Rightarrow r_1 = r - r_2 \quad \text{ou} \quad r_2 = r - r_1$$

$$\phi_X(r) = \sum_{r_2=0}^{r} \sum_{r_2=0}^{r-r_2} \varphi_{X_1,X_2}(r_1, r_2)$$

$$= \sum_{r_1=0}^{r} \sum_{r_2=0}^{r-r_1} \varphi_{X_1,X_2}(r_1, r_2)$$

Pour X_1 et X_2 indépendantes,

$$\phi_X(r) = \sum_{r_2=0}^{r} \sum_{r_1=0}^{r-r_2} \varphi_{X_1}(r_1) \cdot \varphi_{X_2}(r_2)$$

$$= \sum_{r_2=0}^{r} \varphi_{X_2}(r_2) \sum_{r_1=0}^{r-r_2} \varphi_{X_1}(r_1)$$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$\phi_X(r) = \sum_{r_2=0}^{r} \varphi_{X_2}(r_2)\, \phi_{X_1}(r - r_2)$$

Egalement : $\phi_X(r-1) = \sum_{r_2=0}^{r-1} \varphi_{X_2}(r_2)\, \phi_{X_1}(r-1-r_2)$

$$\varphi_X(r) = \sum_{r_2=0}^{r} \varphi_{X_2}(r_2)\, \phi_{X_1}(r-r_2) - \sum_{r_2=0}^{r-1} \varphi_{X_2}(r_2)\, \phi_{X_1}(r-1-r_2)$$

$$\varphi_X(r) = \sum_{r_2=0}^{r-1} \varphi_{X_2}(r_2)\left[\phi_{X_1}(r-r_2) - \phi_{X_1}(r-1-r_2)\right] + \varphi_{X_2}(r)\,\phi_{X_1}(0)$$

où $\phi_{X_1}(0) = \varphi_{X_1}(0)$
et $\phi_{X_1}(r-r_2) - \phi_{X_1}(r-1-r_2) = \varphi_{X_1}(r-r_2)$

d'où $$\varphi_X(r) = \sum_{r_2=0}^{r-1} \varphi_{X_2}(r_2)\varphi_{X_1}(r-r_2) + \varphi_{X_2}(r)\varphi_{X_1}(0)$$

$$= \sum_{r_2=0}^{r} \varphi_{X_2}(r_2)\,\varphi_{X_1}(r-r_2)$$

$$= \sum_{r_1=0}^{r} \varphi_{X_1}(r_1)\varphi_{X_2}(r-r_1)$$ si l'on fait un balayage dans l'autre sens.

Ce qui n'est rien d'autre que l'expression de la convolution :

$$\varphi_X(r) = \varphi_{X_2}(r) * \varphi_{X_1}(r)$$

NB. Pour démontrer la convolution, nous nous sommes limités à 2 variables car :

– Pour le cas pratique du montage en stand-by qui nous concerne, le nombre d'éléments dépasse rarement 2 ;

– Pour un nombre de variables plus grand que 2, la démonstration serait plus complexe. C'est pour cette raison que l'on introduit d'ailleurs la fonction génératrice de probabilité.

Exemple de calcul de la fiabilité

A défaut d'avoir des données plus précises et assez représentatives sur certaines pièces "stratégiques" des locomotives, nous donnons des exemples à titre indicatif.

Les données sont basées sur le taux d'avaries par km parcouru des BB1600 pour 3 systèmes.

Période	Moteur Traction 10^{-6}/km	Moteur thermique 10^{-6}/km	Partie électrique 10^{-6}/km
Mai → Juin 83	49, 64	163, 09	63, 82
Août → Oct. 83	48, 18	92, 93	117, 19 *
Nov. → Dec. 83	60, 52	222, 44	69, 83
Oct. → Dec. 82	22, 60 *	22, 60 *	33, 89
Juil. → sept. 82	38, 78	77, 56	49, 86
Moyenne	$49,28.10^{-6}$/km	$139,26.10^{-6}$/km	$54,35.10^{-6}$/km
Ecart. type	$7,71.10^{-6}$	$58,33.10^{-6}$	$13,85.10^{-6}$

* les valeurs trop écartées de la moyenne ne sont pas comptabilisées

Pour le système "moteur traction" on a :

$$R_{x_1} = e^{-49,28.10^{-6}x}$$

Pour un parcours de 1000 km on a une fiabilité de :

$$R_{x_1}(1000) = e^{-49.28.10^{-6}\times 10^3} = 0.95 \quad \text{soit } 95\%$$

Moteur thermique :

$$R_{x_2}(1000) = e^{-139,26.10^{-6}\times 1000} = 0.87 \quad \text{soit } 87\%$$

Partie électrique : $R_{x_3}(1000) = e^{-54,35\times 10^{-6}\times 10^3} = 0.95$ soit 95%

Si l'on considère tous les 3 systèmes (systèmes indépendants)

$R_y(1000) = 0.95 \times 0.95 \times 0.87 = 0.78$ soit 78 %

Système en stand-by avec 2 composantes

Admettons toujours que le taux de bris suit une loi exponentielle

Pour le système "Moteur traction" : $\lambda = 49.28 \cdot 10^{-6}$

Avec une fiabilité de 90 % déterminons la distance pouvant être parcourue avant d'atteindre cette fiabilité.

$$R_x(x) = \sum_{r=0}^{1} e^{-\lambda x} \times \frac{(\lambda x)^r}{r!}$$

soit : $$0.90 = e^{-\lambda x} + \lambda x e^{-\lambda x}$$
$$= e^{-\lambda x}(1 + \lambda x)$$

posons : $T = \lambda x$

il s'en suit que : $1 + T = 0.9 e^{T}$

Pour T "petit", on a : $e^{T} \simeq 1 + T + \frac{T^2}{2}$

soit $1 + T = 0.90\left(1 + T + \frac{T^2}{2}\right)$

ou $0.45\, T^2 - 0.10\, T - 0.10 = 0$

d'où $T = 0.595$

et $x = \frac{T}{\lambda} = \frac{0.595}{49.28 \cdot 10^{-6}} = 12\,074$ km.

Demande aléatoire : Calcul du minimum de $\Gamma(s)$

Nous avons vu précédemment que pour une demande aléatoire avec coût de stockage et coût de pénurie, l'espérance mathématique du coût total du stock était :

$$\Gamma(s) = C_s \sum_{r=0}^{s} \left(s - \frac{r}{2}\right) p(r) + C_s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{s^2}{2r} p(r) + C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} p(r) \frac{(r-s)^2}{2r} \quad (1)$$

Il s'agit maintenant de montrer comment calculer le minimum de cette fonction $\Gamma(s)$.

A partir de l'équation (1), nous pouvons écrire :

$$\Gamma(s+1) = C_s \sum_{r=0}^{s+1} \left(s+1 - \frac{r}{2}\right) p(r) + C_s \sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{(s+1)^2}{2r} p(r) + C_p \sum_{r=s+2}^{\infty} p(r) \frac{(r-s-1)^2}{2r} \quad (2)$$

Le développement de chaque terme de la somme donne successivement :

$$C_s \sum_{r=0}^{s+1} \left(s+1 - \frac{r}{2}\right) p(r) = C_s \sum_{r=0}^{s} \left(s+1 - \frac{r}{2}\right) p(r) + C_s \left(s+1 - \frac{s+1}{2}\right) p(s+1)$$

$$= C_s \sum_{r=0}^{s} \left(s - \frac{r}{2}\right) p(r) + C_s \sum_{r=0}^{s} p(r) + C_s \frac{s+1}{2} p(s+1) \quad (3)$$

$$C_s \sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{(s+1)^2}{2r} p(r) = C_s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{s^2}{2r} p(r) + C_s . s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{p(r)}{r} + \frac{C_s}{2} \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{p(r)}{r}$$

$$- \frac{C_s (s+1)}{2} p(s+1) \quad (4)$$

$$C_p \sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{(r-s-1)^2}{2r} p(r) = C_p \sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{1}{2r} \left[(r-s)^2 - 2(r-s) + 1\right] p(r)$$

$$= C_p \sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{(r-s)^2}{2r} p(r) - C_p \sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{r-s}{r} p(r) + C_p \sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{1}{2r} p(r)$$

$$= C_p \sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{(r-s)^2}{2r} p(r) - C_p \sum_{r=s+2}^{\infty} p(r) + C_p \sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{s}{r} p(r)$$

$$+ C_p \sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{1}{2r} p(r)$$

$$C_p \sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{(r-s-1)^2}{2r} p(r) = C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{(r-s)^2}{2r} p(r) - C_p \frac{1}{2(s+1)} p(s+1) - C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} p(r) + C_p . p(s+1)$$

$$+ C_p . s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) - s . C_p \frac{p(s+1)}{s+1} + C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{2r} p(r) - C_p \frac{1}{2(s+1)} p(s+1)$$

$$= C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{(r-s)^2}{2r} p(r) - C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} p(r) + C_p . s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r)$$

$$+ C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{2r} p(r) - C_p \frac{1}{s+1} p(s+1) + C_p . p(s+1) - C_p \frac{s}{s+1} p(s+1)$$

$$= C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{(r-s)^2}{2r} p(r) - C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} p(r) + C_p . s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r)$$

$$+ C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{2r} p(r) \qquad (5)$$

En portant les équations (3), (4) et (5) dans l'équation (2), il vient :

$$\Gamma(s+1) - \Gamma(s) = C_s \sum_{r=0}^{s} p(r) + C_s \frac{s+1}{2} p(s+1) + C_s . s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) - C_s \frac{s+1}{2} p(s+1)$$

$$+ \frac{C_s}{2} \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) - C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} p(r) + C_p . s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) + \frac{C_p}{2} \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{p(r)}{r}$$

$$= (C_s + C_p) s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) + \frac{1}{2} (C_s + C_p) \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r)$$

$$+ C_s \sum_{r=0}^{\infty} p(r) - C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} p(r)$$

$$= (C_s + C_p) s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) + \frac{1}{2} (C_s + C_p) \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r)$$

$$+ C_s \sum_{r=0}^{\infty} p(r) - C_p \left[1 - \sum_{r=0}^{s} p(r) \right]$$

$$= (C_s + C_p) s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) + (C_s + C_p) \times \frac{1}{2} \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r)$$

$$+ (C_s + C_p) \sum_{r=0}^{s} p(r) - C_p$$

$$\Gamma(s+1) - \Gamma(s) = (C_s + C_p)\left(s+\frac{1}{2}\right)\sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r}\, p(r) + (C_s + C_p)\sum_{r=0}^{s} p(r) - C_p$$

$$= (C_s + C_p)\left[p(r \leq s) + \left(s+\frac{1}{2}\right)\sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r}\, p(r)\right] - C_p \qquad (6)$$

Posons $L(s) = p(r \leq s) + \left(s+\frac{1}{2}\right)\sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r}\, p(r)$

alors l'équation (6) s'écrira :

$$\Gamma(s+1) - \Gamma(s) = (C_s + C_p)\, L(s) - C_p$$

ou encore : $\Gamma(s+1) = \Gamma(s) + (C_s + C_p)\, L(s) - C_p$

De la même manière que précédemment, calculons $\Gamma(s-1) - \Gamma(s)$.

$$\Gamma(s-1) = C_s \sum_{r=0}^{s-1}\left(s-1-\frac{r}{2}\right) p(r) + C_s \sum_{r=s}^{\infty} \frac{(s-1)^2}{2r}\, p(r) + C_p \sum_{r=s}^{\infty} \frac{(r-s+1)^2}{2r}\, p(r) \qquad (7)$$

Le développement de chacun des différents termes donne successivement :

$$C_s \sum_{r=0}^{s-1}\left(s-1-\frac{r}{2}\right) p(r) = C_s \sum_{r=0}^{s}\left(s-1-\frac{r}{2}\right) p(r) - C_s\left(s-1-\frac{s}{2}\right) p(s)$$

$$= C_s \sum_{r=0}^{s}\left(s-\frac{r}{2}\right) p(r) - C_s \sum_{r=0}^{s} p(r) - C_s\left(\frac{s}{2}-1\right) p(s) \qquad (8)$$

$$C_s \sum_{r=s}^{\infty} \frac{(s-1)^2}{2r}\, p(r) = C_s \sum_{r=s}^{\infty} \frac{s^2}{2r}\, p(r) - sC_s \sum_{r=s}^{\infty} \frac{1}{r}\, p(r) + C_s \sum_{r=s}^{\infty} \frac{1}{2r}\, p(r)$$

$$= C_s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{s^2}{2r}\, p(r) + C_s \frac{s^2}{2s}\, p(s) - sC_s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r}\, p(r)$$

$$- sC_s \cdot \frac{1}{s}\, p(s) + C_s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{2r}\, p(r) + C_s \cdot \frac{1}{2s}\, p(s)$$

$$= C_s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{s^2}{2r}\, p(r) - sC_s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r}\, p(r) + C_s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{2r}\, p(r)$$

$$+ C_s\left(\frac{s}{2}-1\right) p(s) + \frac{C_s}{2s}\, p(s) \qquad (9)$$

$$C_p \sum_{r=s}^{\infty} \frac{(r-s+1)^2}{2r} p(r) = C_p \sum_{r=s}^{\infty} \frac{(r-s)^2}{2r} p(r) + C_p \sum_{r=s}^{\infty} \frac{r-s}{r} p(r) + C_p \sum_{r=s}^{\infty} \frac{1}{2r} p(r)$$

$$= C_p \sum_{r=s}^{\infty} \frac{(r-s)^2}{2r} p(r) + C_p \sum_{r=s}^{\infty} p(r) - C_p \sum_{r=s}^{\infty} \frac{s}{r} p(r) + C_p \sum_{r=s}^{\infty} \frac{1}{2r} p(r)$$

$$= C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{(r-s)^2}{2r} p(r) + C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} p(r) + C_p . p(s) - C_p . s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r)$$

$$- C_p . p(s) + C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{2r} p(r) + C_p . \frac{1}{2s} . p(s)$$

$$= C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{(s-r)^2}{2r} p(r) + C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} p(r) - C_p . s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r)$$

$$+ C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{2r} p(r) + \frac{1}{2s} . C_p . p(s) \qquad (10)$$

En portant les équations (8), (9) et (10) dans l'équation (7), il vient:

$$\Gamma(s-1) - \Gamma(s) = -C_s \sum_{r=0}^{s} p(r) - C_s\left(\frac{s}{2}-1\right)p(s) - C_s . s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) + \frac{1}{2} C_s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r)$$

$$+ \frac{1}{2s} C_s . p(s) + C_s\left(\frac{s}{2}-1\right)p(s) + C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} p(r) - C_p . s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r)$$

$$+ \frac{1}{2} C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) + \frac{1}{2s} . C_p . p(s)$$

$$= -(C_s + C_p) s \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) + \frac{1}{2}(C_s + C_p) \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) - C_s \sum_{r=0}^{s} p(r)$$

$$+ C_p \sum_{r=s+1}^{\infty} p(r) + \frac{1}{2s}(C_s + C_p) p(s)$$

$$= (C_s + C_p)\left(-s + \frac{1}{2}\right) \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) - C_s \sum_{r=0}^{s} p(r) + C_p\left[1 - \sum_{r=0}^{s} p(r)\right]$$

$$= (C_s + C_p)\left(-s + \frac{1}{2}\right) \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) - (C_s + C_p) P(r \le s)$$

$$+ C_p + \frac{1}{2s}(C_s + C_p) p(s) \qquad (11)$$

Calculons maintenant $L(s-1)$;

on a : $$L(s-1) = p(r \leq s-1) + (s-1+\tfrac{1}{2})\sum_{r=s}^{\infty} \frac{1}{r} p(r)$$

$$= p(r \leq s) - p(s) + (s-\tfrac{1}{2})\sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) + (s-\tfrac{1}{2})\frac{1}{s} p(s)$$

$$= p(r \leq s) + (s-\tfrac{1}{2})\sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) - \frac{1}{2s} p(s)$$

En multipliant cette équation par $-(C_p + C_s)$ on obtient:

$$-(C_s + C_p)L(s-1) = -(C_s + C_p)p(r \leq s) + (C_s + C_p)(-s+\tfrac{1}{2})\sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) + \frac{C_s + C_p}{2s} p(s) \qquad (12)$$

En combinant les équations (11) et (12), il s'en suit que:

$$\Gamma(s-1) - \Gamma(s) = -(C_s + C_p)L(s-1) + C_p$$

ou encore : $$\Gamma(s-1) = \Gamma(s) - (C_s + C_p)L(s-1) + C_p$$

Montrons à présent que $L(s)$ est une fonction qui ne décroit jamais avec s.

$$L(s+1) = p(r \leq s+1) + (s+1+\tfrac{1}{2})\sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{1}{r} p(r)$$

$$= p(r \leq s) + p(s+1) + (s+\tfrac{1}{2})\sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) - \frac{s+\frac{1}{2}}{s+1} p(s+1)$$

$$+ \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) - \frac{1}{s+1} p(s+1)$$

$$= L(s) - \frac{1}{2} \times \frac{1}{s+1} \times p(s+1) + \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r)$$

mais comme $$\sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) = \sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) + \frac{1}{s+1} p(s+1)$$

on a : $$L(s+1) = L(s) + \sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) + \frac{1}{2(s+1)} p(s+1)$$

mais puisque $\sum_{r=s+2}^{\infty} \frac{1}{r} p(r) + \frac{1}{2} \times \frac{1}{s+1} . p(s+1) \geq 0$,

on a $L(s+1) \geq L(s)$

Considérons maintenant une valeur s_0 telle que :

$(C_s + C_p) L(s_0) - C_p > 0$ (a)

$-(C_s + C_p) L(s_0 - 1) + C_p > 0$ (b)

Pour tout $s' > s_0$ et $s'' < s_0$ les inéquations (a) et (b) sont respectivement satisfaites.

Ainsi : $\Gamma(s'') > \Gamma(s_0)$ si $s'' < s_0$

$\Gamma(s') > \Gamma(s_0)$ si $s' > s_0$

Donc la valeur de s qui rend Γ minimum est la valeur s_0 qui satisfait les inéquations (a) et (b) lesquelles donnent respectivement :

$(C_s + C_p) L(s_0) - C_p > 0 \Rightarrow L(s_0) > \frac{C_p}{C_s + C_p} = \rho$

$-(C_s + C_p) L(s_0 - 1) + C_p > 0 \Rightarrow L(s_0 - 1) < \frac{C_p}{C_s + C_p} = \rho$

soit $\boxed{L(s_0 - 1) < \rho < L(s_0)}$

Pour mieux fixer les idées, considérons un exemple numérique.

Soient : $C_s = 5\,000$ F et $C_p = 20 C_s = 100\,000$ F

Nous allons calculer $L(s)$ pour les différentes valeurs de s.

Nous obtenons les résultats sous forme de tableau à la page qui suit.

Pour $s = 3$ on :

$(L(2) = 0.8625) < \rho = \frac{20}{21} = 0.9524 < (L(3) = 0.9575)$

le stock optimum est donc égal à 3.

s	r	$\frac{1}{r}p(r)$	$\sum_{r=s+1}^{\infty}\frac{1}{r}p(r)$	$(s+\frac{1}{2})\sum_{r=s+1}^{\infty}\frac{1}{r}p(r)$	$p(r\leq s)$	$L(s)=p(r\leq s)$ $+(s+\frac{1}{2})\sum_{r=s+1}^{\infty}\frac{1}{r}p(r)$
0	0	0.1	∞	0.445	0.1	0.3225
1	1	0.2	0.200	0.245	0.3	0.6675
2	2	0.2	0.100	0.145	0.5	0.8625
3	3	0.3	0.100	0.045	0.8	0.9575
4	4	0.1	0.025	0.020	0.9	0.9900
5	5	0.1	0.020	0.000	1	1
>5	>5	0	0.000	0.000	1	1

le coût correspondant au stock optimum est:

$$\Gamma(3) = 5.10^{3}\left[3\times0.1 + 2.5\times0.2 + 2\times0.2 + 1.5\times0.3\right]$$
$$+\ 5.10^{3}\left[1.125\times0.1 + 0.9\times0.1\right]$$
$$+\ 100.10^{3}\left[0.125\times0.1 + 0.4\times0.1\right]$$
$$= 14\ 572\ F$$

Fonctions des Approvisionnements

Les fonctions des approvisionnements ont pour mission de procurer en les obtenant des fournisseurs extérieurs, aux unités de l'entreprise les moyens matériels dont elles ont besoin pour réaliser leurs activités.

Les objectifs des fonctions des approvisionnements peuvent être définis sur deux plans complémentaires :

- le niveau du service rendu à l'entreprise,
- le coût de fonctionnement des unités chargées des approvisionnements.

. Le service rendu à l'entreprise peut être mesuré par le coût total des matières consommées (par exemple annuellement) à condition que ce coût soit déterminé exhaustivement ; il comprend en effet les quatre éléments suivants :

a) <u>Coût de consommation</u>, somme des quantités consommées multipliées par les prix unitaires d'achat éventuellement diminués du montant des sommes récupérées par la vente des déchets et des rebus ;

b) <u>Coût des défaillances d'achat</u>, dues aux retards de livraison, fonction de la fréquence de ces retards, de leur durée moyenne et du coût (manque à gagner et conséquences commerciales éventuelles) pour la société d'une journée perdue ;

c) <u>Coût des défaillances des stocks</u>, encore appelées ruptures de stocks, dues à l'absence d'une matière normalement en stock au moment où on en a besoin, fonction de la fréquence des ruptures de stocks, de leur durée moyenne et, comme ci-dessus, du coût pour l'entreprise d'une défaillance unitaire ;

d) <u>Coût des défaillances de la qualité</u>, dues à la non conformité des matières (achetées ou en stock) avec les performances requises pour leur utilisation, fonction de la fréquence de ces défaillances, de leur durée moyenne et, comme ci-dessus, du coût unitaire pour la société de ces défaillances.

• Le coût de fonctionnement des unités chargées des fonctions des approvisionnements comprend :

i) <u>Coût d'acquisition des matières</u> qui comprend tous les frais (locaux, équipements, fournitures, personnel, ...) des unités chargées des opérations d'achat et notamment :

- le coût d'expression des besoins ;
- le coût de fonctionnement des unités des achats ;
- le coût de fonctionnement des unités de réception ;
- le coût de fonctionnement des unités de comptabilisation

ii) <u>Coût de possession des stocks</u> comprenant d'une part les coûts de fonctionnement des unités de gestion des stocks et, d'autre part, les coûts liés aux stocks eux-mêmes.

Les coûts de fonctionnement des unités de gestion comprennent :

- le coût de fonctionnement des magasins,
- le coût de fonctionnement de la manutention,
- le coût de fonctionnement de la comptabilité matière.

Les coûts liés aux stocks eux-mêmes comprennent :

- les frais financiers sur les sommes immobilisées dans les stocks,
- les coûts des dépréciations par obsolescence des matières en stock,
- les coûts des dépréciations par détérioration des matières en stock.

Il n'est pas toujours possible de chiffrer en valeur les différents éléments ci-dessus et, d'ailleurs, il est souvent plus efficace de mesurer les objectifs et les performances des fonctions des approvisionnements par des indicateurs dont voici quelques exemples:

a) Consommations :

- Quantités consommées des divers matières par unité de service réalisé (ou de produit fini fabriqué),
- Écarts entre les prix unitaires réels d'achat et les prix prévus

b) Défaillances des achats:

- Pourcentage de livraisons obtenues avec un retard par rapport au délai prévu

c) Défaillances des stocks :

- Pourcentage des sorties effectuées avec des retards

d) Défaillances de la qualité :

- Pourcentage des pannes pour défauts des matières

e) Fonctionnement:

- Budget et écarts budgétaires de gestion des unités d'approvisionnement

f) Dépréciation :

- Montant des dépréciations, pourcentage du stock déprécié

g) Frais financiers:

- Niveau des stocks par rapport au niveau prévu
- Indice de rotation des stocks (c'est-à-dire le quotient du stock par la consommation moyenne).

Procédures des Approvisionnements

A la réception d'un bon de sortie, le gestionnaire des stocks consulte la comptabilité matière pour savoir si la matière est disponible et, dans l'affirmative, il l'enregistre sur la fiche de stock et fait procéder aux opérations de mise à la disposition du demandeur de la matière en question. Si la matière n'est pas disponible (défaillance des stocks) ou si la demande ne doit pas immédiatement satisfaite, il enregiste l'affectation de la quantité demandée (c'est-à-dire la prévision de la sortie ultérieure) et met le bon en attente (Cf l'organigramme des Approvisionnements).

La comptabilité matière est un outil de traitement des informations concernant les mouvements des stocks qui, pour chacune des matieres en stock, enregistre :

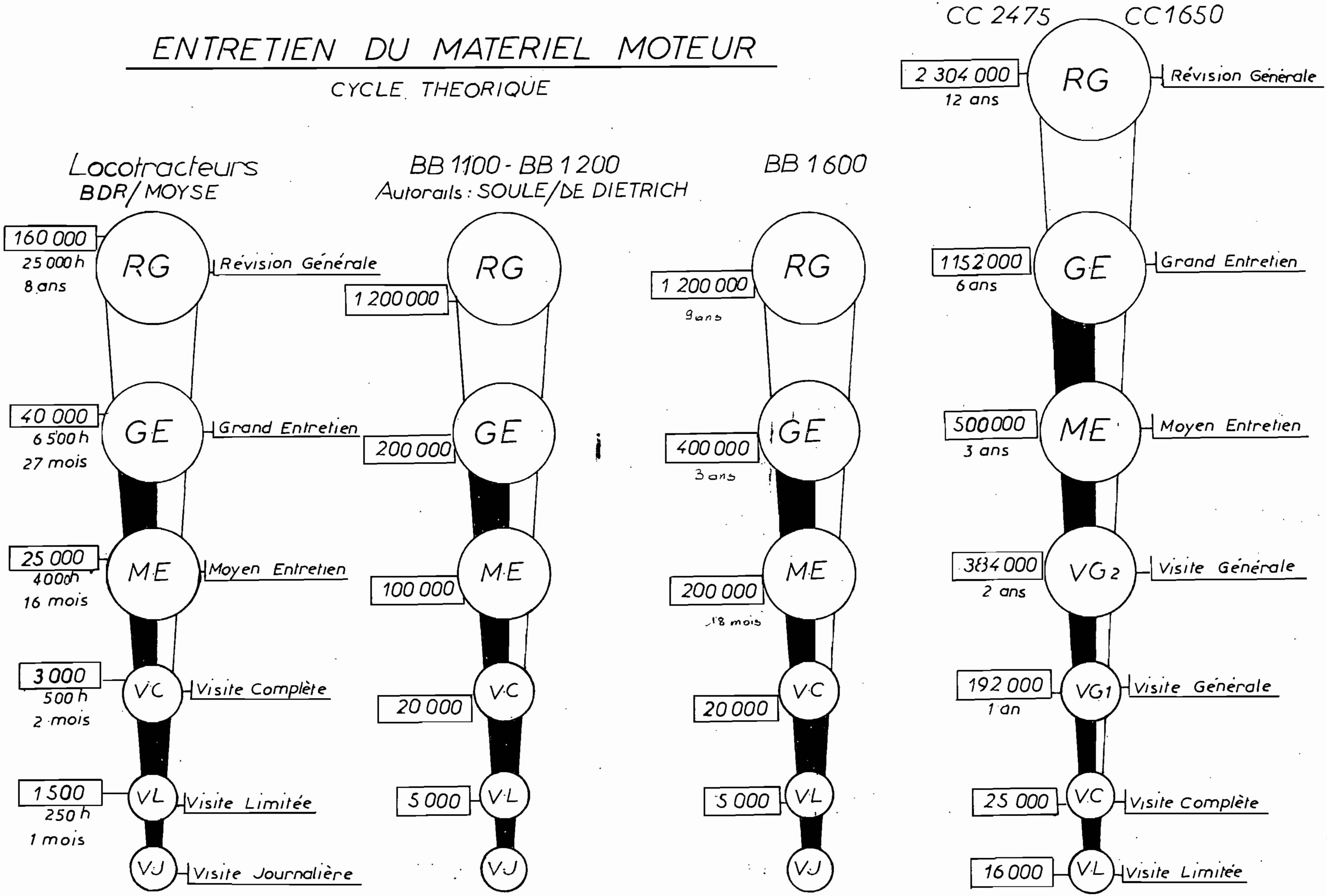
- les sorties, dont le support est constitué par les bons de sorties honorés ;
- les entrées, dont le support est constitué par les bons de livraisons des fournisseurs ;
- le stock existant, calculé à chaque mouvement par l'équation :

  <u>Stock après</u> = Stock avant + entrée - Sortie
- les affectations, dont le support est constitué par les bons de sorties dont l'exécution est différée et, au fur et à mesure de l'exécution de ces bons, le reste à sortir ;
- les commandes, dont le support est constitué par les confirmations de commandes et, au fur et à mesure des livraisons, le reste à livrer ;
- le stock disponible, calculé à chaque mouvement par l'équation :

  <u>Stock disponible</u> = Stock existant + reste à livrer - reste à sortir.

ENTRETIEN DU MATERIEL MOTEUR

CYCLE THEORIQUE



Thies le:

Estimation du taux de disponibilité des Locomotives et Autorails

Séries d'engins	Nombre	Parcours moyen mensuel par engin	Parcours moyen annuel	72.24% de la moyenne
Autorails	5	11 000 km	660 000 km	477 000 km
BB 1100	6	8 000 "	576 000 "	416 000 "
BB 1200	5	11 000 "	660 000 "	477 000 "
BB 1600	10	11 000 "	1 320 000 "	953 000 "
CC 2400	5	11 000 "	660 000 "	477 000 "
Total	31	52 000 km	3 876 000 km	2 800 000 km

NB. En estimant les réparations accidentelles à 30% du total des opérations préventives du même niveau, on obtient le tableau qui suit:

Séries d'engins	Nombre	ME	V.C.	V.L.	Total	R.A.
Autorails	5	1×5	4×5	15×5	100	30
BB 1100	6	–	3×6	11×6	84	25
BB 1200	5	1×5	4×5	15×5	100	30
BB 1600	10	–	4×10	15×10	190	57
CC 2400	5	1×5	4×5	15×5	100	30
Total	31	15	118	441	574	172

Répartition des Charges:

) Atelier Matériel Moteur (A.M.M.)

Les calculs résumés au tableau ci-dessus montrent que l'A.M.M. doit effectuer au maximum 15 entretiens moyens (M.E.) par an et $15 \times 0.3 = 4.5$ soit environ 5 réparations accidentelles (R.A.) par an.

Avec l'hypothèse qu'un ME ou une RA dure un mois, on peut prévoir au total 20 mois d'immobilisation-machine. Cela correspondant à une immobilisation de 2 engins, environ, par mois dans le dit atelier.

Tout ces calculs supposent, au préalable, que l'atelier dispose des pièces de rechange nécessaires pour chaque opération ce qui est possible pour peu que les commandes soient faites à temps et les fonds débloqués au moment opportum.

2) Dépots:

a) Dépot de Thiès:

Il est chargé d'effectuer toutes les V.C et V.L des locomotives et les V.C des autorails. A cela il faut ajouter les RA des moteurs de traction. Il peut recevoir 5 locomotives en même temps.

On peut estimer ses charges annuelles à:

- 118 visites continues (V.C) soit environ 3 VC par semaine
- 366 visites limites (V.L) soit environ 7 VL par semaine
- 145 réparations accidentelles soit environ 3 RA par semaine

b) Dépot de Dakar:

Il s'occupe des VL des autorails en plus des petites interventions c'est à-dire l'entretien journalier des locomotives de passage et les RA de faible importance.

On peut estimer ses charges annuelle à:

- 75 visites limitées soit environ 2 VL par semaine
- $75 \times 0.3 = 22.5$ ou 23 RA soit environ 1 RA toutes les deux semaines.

c) Dépos de Guinguinéo:

Il ne fait pas de visites; uniquement de l'entretien en plus des petites réparations accidentelles.

Considérons les durées moyennes suivantes pour les visites :

VC : 2jours

VL poussée : 1.5 jour

VL : 1 jour

Supposons que le nombre de VL poussées soit égal à 1/5 du nombre total de VL avec 274 jours ouvrables dans l'année, selon le rapport de Mr B. NDAO chef du Service Moteur Traction et daté du 04-12-77.

<u>Nombre de jours d'immobilisation-machine</u> (y compris les 30% de RA)

<u>Dépots</u> : VC : $2j \times 118 \times 1.3 = 307$ jours-travail

VL poussées : $1.5j \times 441 \times 1.3 \times 0.2 = 172$ jours-travail

VL : $1j \times 441 \times 1.3 \times 0.8 = 459$ jours-travail

Total : 938 jours-travail

En divisant le total par les 274 jours ouvrables on a environ 4 interventions par jour dans les dépots de Thiès et Dakar réunis.

Des calculs qui précèdent, le taux de disponibilité des engins devrait être au moins de : $\frac{31-2-4}{31} \times 100 = 80.6\%$

C'est dire donc que la courbe de disponibilité des engins devrait à la limite osciller autour de 80.6%. Or si on examine la courbe générale de disponibilité des locomotives, on constate qu'elle n'a jamais atteint cette valeur depuis 1976 tout comme la courbe des autorails. Cependant les CC 2475 ont quand même une grande disponibilité.

NB. Nous n'avons pas tenu compte des RG, RI et GE du fait que leur fréquence est pluriannuelle.

Références et Bibliographie

1. A. KAUFMAN
Méthodes et Modèles de la Recherche Opérationnelle-1
Dunod, Paris, 1962

2. J.M. DETHOOR et J.L. GROBOILOT
La Vie des Equipements
Dunod, Paris, 1962

3. G. HADLEY et T.M. WHITIN
Etude et Pratique des Modèles de Stocks
Dunod, Paris, 1966

4. MICHEL CROLAIS
Gestion Intégrée des Stocks et Approvisionnements
Editions Hommes et Techniques

5. BORIS EVGRAFOFF
Systèmes de Gestion de la Production
Editions Sirey, Paris V^e, 1970

6. R. GNEDENKO, Y. BELIAEV, A. SOLOVIEV
Méthodes Mathématiques en théorie de Fiabilité
Editions MIR, Moscou, 1972

7. Y. A. YOUSSEPH
Notes de Cours