



école polytechnique de thiès

GM.0564

## PROJET DE FIN D'ETUDES

TITRE: DÉTERMINATION DE LA LONGUEUR DE MÉLANGE  
AU VOISINAGE DE LA PAROI D'UNE COUCHE  
LIMITE TURBULENTE SOUMISE À UN  
GRADIENT DE PRESSION DÉFAVORABLE.

Auteur SAÏBA FAÏNKE

Génie MÉCANIQUE

Date JUIN 78

ECOLE POLYTECHNIQUE DE THIES

---

---

SENEGAL

DETERMINATION DE LA LONGUEUR DE MELANGE  
AU VOISINAGE DE LA PAROI D'UNE COUCHE  
LIMITE TURBULENTE SOUMISE A UN GRADIENT  
DE PRESSION DEFAVORABLE

— o —

par

SAIBA FAINKE

sous

la direction de V. NGUYEN-DUY

Département de Génie Mécanique

JUIN 1978

## R E M E R C I E M E N T S

Je tiens tout d'abord à exprimer ici ma profonde reconnaissance à mon Directeur de Projet Monsieur Vinh NGUYEN-DUY qui m'a initié au problème de la longueur de mélange et qui m'a constamment guidé et soutenu tout au long de cette étude.

Je ne saurais non plus oublier Madame Suzanne YOUNG à qui j'adresse mes sincères remerciements pour avoir bien voulu dactylographié ce texte avec beaucoup de soins.

Enfin, je remercie l'équipe de la bibliothèque pour ses prêts de livre de longue durée, le service audiovisuel, pour l'impression de ce texte, et toutes les personnes de près ou de loin, de par leurs conseils, leurs suggestions pertinentes et constructives m'ont aidé pour la réalisation de cette étude.

## R E M E R C I E M E N T S

Je tiens tout d'abord à exprimer ici ma profonde reconnaissance à mon Directeur de Projet Monsieur Vinh NGUYEN-DUY qui m'a initié au problème de la longueur de mélange et qui m'a constamment guidé et soutenu tout au long de cette étude.

Je ne saurais non plus oublier Madame Suzanne YOUNG à qui j'adresse mes sincères remerciements pour avoir bien voulu dactylographié ce texte avec beaucoup de soins.

Enfin, je remercie l'équipe de la bibliothèque pour ses prêts de livre de longue durée, le service audiovisuel, pour l'impression de ce texte, et toutes les personnes de près ou de loin, de par leurs conseils, leurs suggestions pertinentes et constructives m'ont aidé pour la réalisation de cette étude.

TABLE DE MATIERES

|   | Page<br>----- |
|---|---------------|
| SOMMAIRE.....   | i             |
| TABLES DE NOTATION.....   | ii            |
| INTRODUCTION.....   | 1             |
| CHAPITRE I - Considérations théoriques.....                                 | 2             |
| CHAPITRE II - Détermination de la longueur de mélange.....                  | 8             |
| II - 1 Les mesures de Cf.....   | 9             |
| II-1-1 Le tube de Preston.....  | 10            |
| II-1-2 La balance à élément flottant.....                                   | 12            |
| II-1-3 La méthode de Dickinson.....   | 12            |
| II - 2 Calcul de $\frac{\partial(U_N)}{\partial(Y_N)}$                      |               |
| CONCLUSION.....   | 16            |
| ANNEXE.....   | 17            |
| BIBLIOGRAPHIE.....  | 24            |
| TABLES DE DONNEES.....  | 27            |
| TABLES D'APPROXIMATION (Profils complets, profils partiels).....            | 35            |
| TABLEAUX DES RESULTATS.....   | 38            |
| DISTRIBUTION DE $1/\delta$ $v_s$ $y/\delta$ pour les stations de 1 à 8..... | 46            |

S O M M A I R E

---

A partir des mesures de frottement pariétal et des lissages numériques précis de profils de vitesse moyenne, nous avons calculé la longueur de mélange pour une couche limite turbulente soumise au gradient de pression adverse modéré.

Il ressort de nos calculs qu'au voisinage de la paroi, l'expression Prandtl-Karman  $l = 0.4 y$  est bien vérifiée. Ceci implique une universalité de la loi de la paroi.

TABLES DE NOTATIONS

|              |   |  |
|--------------|---|--|
| $A(n)$       | : | fonction universelle de Dickinson.   |
| $C_f$        | : | coefficient de frottement = $\frac{\tau_0}{\frac{1}{2} \rho U_e^2}$                      |
| $d$          | : | diamètre extérieur du tube de Preston  |
| $D$          | : | diamètre de l'élément flottant   |
| $n$          | : | exposant de la loi en puissance = $\frac{d(\log y)}{d(\log u)}$                          |
| $p$          | : | pression statique locale   |
| $q^*$        | : | pression dynamique enregistrée par le tube de Preston                                    |
| $U, V, W$    | : | composante de vitesse moyenne locale   |
| $U', V', W'$ | : | composantes turbulentes de vitesse   |
| $U_e$        | : | vitesse de frottement = $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$                                     |
| $\delta$     | : | épaisseur de la couche limite  |
| $\delta^*$   | : | épaisseur de déplacement = $\int_0^{\infty} (1 - \frac{U}{U_e}) dy$                      |
| $\Delta$     | : | coefficient de gradient de pression = $\frac{U}{\rho U_e^3} \cdot (\frac{dp}{dx})_{y=0}$ |
| $\mu$        | : | viscosité dynamique  |
| $\nu$        | : | viscosité cinématique  |

$$u_+ \quad : \quad = \frac{U}{U\tau}$$

$$y_+ \quad : \quad = \frac{y \cdot U\tau}{\nu}$$

$\rho$  : masse volumique

$\tau_0$  : frottement pariétal

$\tau$  : contrainte tangentielle

$-\rho \overline{u'v'}$  : contrainte tangentielle turbulente

$l$  : longueur de mélange

$L$  : longueur de dissipation.



## I N T R O D U C T I O N

Cette étude a pour but de vérifier l'équation de la longueur de mélange au voisinage de la paroi qui s'écrit :

$$l = Ky$$

où K est la constante "universelle" de Von Karman pris égale à 0.40

Les calculs de l s'effectuent à partir des mesures soignées de vitesse moyenne et de frottement pariétal résultant d'une étude expérimentale de NGUYEN-DUY [1] dans une couche limite turbulente soumise aux gradients de pression adverses modérés.

Nous avons divisé l'étude en trois parties principales :

- Dans un premier chapitre, intitulé "Considérations théoriques" nous allons définir d'une manière théorique la notion de longueur de mélange, et les termes qui s'y rattachent.
- Le deuxième chapitre intitulé "Détermination de la longueur de mélange" nous permettra de faire une brève révision des différentes méthodes de détermination du frottement pariétal pour nous rendre compte de leur degré de précision. Le lecteur trouvera également dans ce chapitre, un résumé des différentes techniques de lissage numérique. Nous avons retenu pour nos calculs la technique de lissage exponentiel qui nous permet de calculer la dérivée première du profil de vitesse et de déduire par la suite la longueur de mélange.
- Les valeurs calculées dans le deuxième chapitre seront confrontées directement à l'expression semi-théorique de Von Karman nous permettant ainsi de dégager certaines conclusions.

## CHAPITRE I

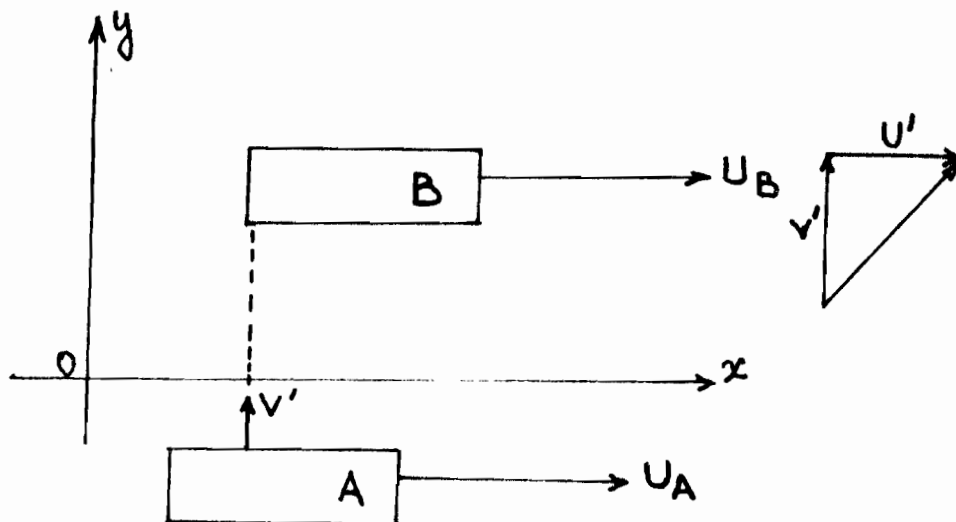
### CONSIDERATIONS THEORIQUES

L'expérience montre qu'en régime turbulent, l'énergie dissipée est beaucoup plus considérable que celle qui résulterait de la seule viscosité par application de la formule de Newton.

Boussinesq (cf [2]) a expliqué l'accroissement des tensions tangentielles par l'échange continu de particules résultant de la turbulence et provoquant une variation de la quantité de mouvement et, par suite une résistance supplémentaire à l'écoulement.

Pour comprendre comment dans le régime turbulent un effort tangentiel peut s'exercer entre deux couches en mouvement par un simple échange latéral de quantité de mouvement, indépendamment de ce qui peut être dû au contact mutuel et au glissement relatif, Bakhmeteff a donné l'image matérielle suivante.

Considérons deux corps A et B éloignés l'un de l'autre et se mouvant chacun d'un mouvement de translation parallèlement à Ox et dans le même sens. Soient  $U_A$  et  $U_B$  leur vitesse respective. Supposons  $U_A > U_B$  et désignons par  $U' = U_A - U_B$



On peut le calculer en faisant l'hypothèse simplificatrice suivante. Soient deux couches de fluide en mouvement séparées par une surface  $S$  et supposons que pour toutes les molécules en contact de part et d'autre de cette surface  $S$ , les vitesses relatives soient uniformément  $U'$  dans le sens de l'écoulement et  $V'$  dans le sens transversal.

Pendant chaque seconde la masse échangée à travers l'unité de surface de  $S$  est  $\rho V'$  ; l'accroissement correspondant de quantité de mouvement dans le sens de l'écoulement est  $\rho V'U'$ , de sorte que l'effort tangentiel qui en résulte est égal, par unité de surface à :

$$\tau = \rho U'V'$$

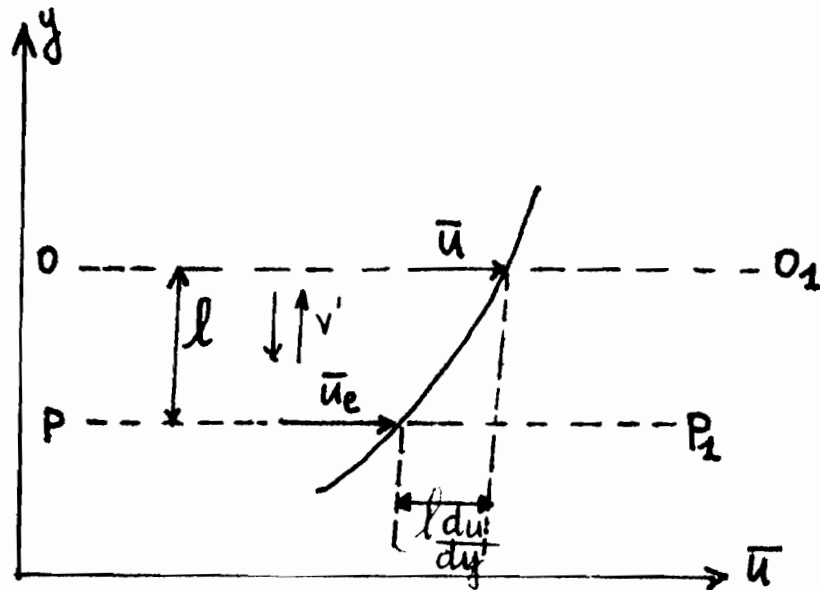
et en moyenne, pendant un intervalle de temps fini

$$\tau = \rho \overline{U'V'}$$

$\overline{U'V'}$  représentant la moyenne du produit des fluctuations de la vitesse instantanée dans le sens longitudinal ( $U'$ ) et dans le sens transversal ( $V'$ ).

Une telle dissipation d'énergie résultant d'un échange latéral de quantité de mouvement, existe toujours dans l'écoulement d'un fluide réel en régime laminaire ou turbulent, mais dans le cas du régime laminaire, les particules mises en jeu sont les molécules du fluide entraînant un échange de quantité de mouvement à l'échelle moléculaire, dans le cas d'un régime turbulent, à ce processus à l'échelle moléculaire se superpose un échange de quantité de mouvement entre particules fluides de volume plus ou moins important c'est-à-dire à une échelle beaucoup plus grande et les phénomènes d'origine visqueuse sont alors masqués par ceux d'origine turbulente.

On peut appliquer le même raisonnement à un écoulement continu en régime turbulent dans lequel la vitesse moyenne  $\bar{U}$  est distribuée suivant une certaine loi  $\bar{U}(y)$ ,  $y$  représentant la distance à la paroi.



A travers un plan  $OO_1$  parallèle à la direction générale de l'écoulement, existe un échange transversal de particules avec des vitesses transversales  $\pm v'$ . Il s'agit de relier  $v'$  à la vitesse longitudinale différentielle  $U'$  que le mouvement d'agitation va transférer à la couche  $OO_1$

En 1925, Prandtl et Von Karman définissent dans ce but la longueur de mélange  $l$ , qui est la distance du plan  $OO_1$  à un autre plan  $PP_1$  telle qu'une particule soumise à l'impulsion transversale  $v'$  et partant du plan  $PP_1$  puisse atteindre la couche  $OO_1$  et participer ensuite au mouvement de cette couche  $OO_1$ . Au delà de la distance  $l$ , les particules issues de  $PP_1$  n'ont plus d'action sur le mouvement du plan  $OO_1$ . Cette hypothèse de la longueur de mélange est analogue à celles que les physiciens appellent l'hypothèse du libre parcours moyen des molécules dans la théorie cinétique des gaz.

Examinons l'influence sur la couche  $OO_1$  de ce double courant de particules : celles qui proviennent de  $PP_1$  et qui atteignent  $OO_1$ , et celles qui quittent  $OO_1$  pour atteindre  $PP_1$  :

- (i) Les particules provenant de  $PP_1$  situé à la distance  $l$  ont une vitesse  $v'$  dirigée vers  $OO_1$ , et comme leur composante  $U'$  de fluctuation est nulle en moyenne, elles parviennent en  $OO_1$  avec leur vitesse moyenne  $\bar{u}_e$ , c'est-à-dire une vitesse relative négative

$\bar{U}_e - \bar{U} = -1 \frac{d\bar{U}}{dy}$ . Elles exercent donc sur 001 un effort retardateur.

$$\tau = -v' l \frac{d\bar{U}}{dy} \quad (1)$$

(ii) Les particules quittant 001 vers  $PP_1$  ont une vitesse transversale  $v'$  et une composante  $U'$ ; elle parvient en  $PP_1$  avec une vitesse relative positive

$\bar{U} - \bar{U}_e = +1 \frac{d\bar{U}}{dy}$ . Elles exercent donc sur  $PP_1$  un effort accélérateur :

$$\tau = +\int v' l \frac{d\bar{U}}{dy}$$

La couche 001, d'où elles sont parties subit évidemment par réaction un effort égal et de signe contraire, soit

$$\tau = -\int v' l \frac{d\bar{U}}{dy} \quad (2)$$

L'identité des équations (1) et (2) montre que cette équation est donc valable pour les deux types de particules.

La différence des vitesses longitudinales des deux plans 001, et  $PP_1$  est alors

$$\bar{U} - \bar{U}_e = U' = l \frac{d\bar{U}}{dy}$$

Pour relier  $U'$  et  $v'$ , on applique le principe de continuité ou de conservation de la masse à un volume élémentaire du fluide ; en somme, s'agissant d'un fluide incompressible, les variations de flux dans la direction longitudinale ( $u'$ ) et dans la direction transversale ( $v'$ ) devant être égales, il faut bien que  $U'$  et  $v'$  soient du même ordre de grandeur.

Cela revient à dire qu'il existe entre  $U'$  et  $v'$  une corrélation statistique régulière, ce qui explique que le produit  $\overline{U'v'}$  soit en moyenne constant en fonction du temps. Soit  $\tau = \int \overline{U'v'}$  la valeur moyenne qui en résulte pour la tension tangentielle due à la turbulence.

Von Karman admet donc que la composante transversale  $v'$  de la vitesse instantanée qui est provoquée par l'existence du gradient  $l \frac{d\overline{U}}{dy}$  a la même forme que lui c'est-à-dire que  $v'$  est aussi proportionnelle à  $l \frac{d\overline{U}}{dy}$ ; par suite, on peut écrire :

$$\tau = -\int v' l \frac{d\overline{U}}{dy} = \int l^2 \left( \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \right)^2$$

Le facteur de proportionnalité étant inclus dans le paramètre  $l$  (longueur de mélange).

Cette expression :

$$\tau = \int l^2 \left( \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \right)^2 \quad (3)$$

constituent l'équation de Prandtl.

Pour aller plus loin, il serait nécessaire de relier  $l$  à l'écoulement moyen, seul intéressant dans la pratique car seul défini à partir des mesures expérimentales.

On peut le faire au moyen de certaines hypothèses dont la validité est appuyée sur l'expérience.

C'est en particulier ce qu'a fait Prandtl en supposant qu'au voisinage de la paroi la longueur de mélange est proportionnelle à la distance de la paroi :

$$l = Ky \quad (4)$$

Les expériences de Nikuradse (1930), (cf [3] ) sur des tuyaux lisses ont montré qu'assez près de la paroi ( $y < 0.1 R$ ), on avait  $l = 0.4 y$ . La constante  $K$  appelée encore constante de Von Karman, est aussi trouvé égal à  $0.4$  pour le cas des couches limites turbulentes.

## CHAPITRE II

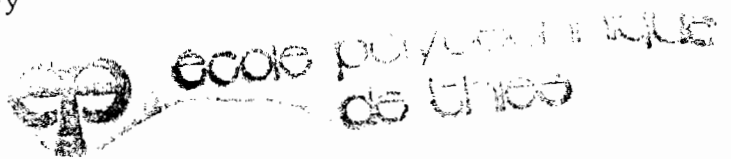
### DETERMINATION DE LA LONGUEUR DE MELANGE

Comme nous avons déjà développé au chapitre II, l'équation de Prandtl s'écrit :

$$\tau = \rho l^2 \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2$$

De cette équation, on peut déduire pour la longueur de mélange :

$$l^2 = \frac{\tau}{\rho \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2}$$



$$l = \frac{(\tau / \rho)^{1/2}}{\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}}$$

En introduisant  $u_e$  et  $\delta$  dans la formule précédente, on obtient

$$l = \frac{u_e \sqrt{\frac{\tau}{\rho u_e^2}}}{\frac{u_e}{\delta} \frac{\partial (\bar{u}/u_e)}{\partial (y/\delta)}}$$

En posant  $\frac{\tau}{\frac{1}{2} \rho u_e^2} = C_f$  ;  $\frac{\bar{u}}{u_e} = UN$  ;  $y/\delta = YN$

On peut écrire une nouvelle formule pour  $l$ .

$$l = \frac{u_e \sqrt{Cf/2}}{\frac{u_e}{\delta} \frac{\partial(U_N)}{\partial(Y_N)}}$$

$$\text{et } \frac{l}{\delta} = \frac{\sqrt{Cf/2}}{\frac{\partial(U_N)}{\partial(Y_N)}} \quad (5)$$

Il en résulte de l'expression (5) que la longueur de mélange peut-être déterminée à partir des mesures du frottement pariétal ( $Cf$ ) et des dérivées premières du profil de vitesse ( $\frac{\partial(U_N)}{\partial(Y_N)}$ ).

Voyons brièvement comment le frottement pariétal  $Cf$  a été mesuré et comment la dérivée première  $\frac{\partial(U_N)}{\partial(Y_N)}$  est calculée.

## II-1 Les mesures de $Cf$ [1]

D'après la thèse de NGUYEN-DUY [1], le frottement pariétal a été déterminé par 3 méthodes principales :

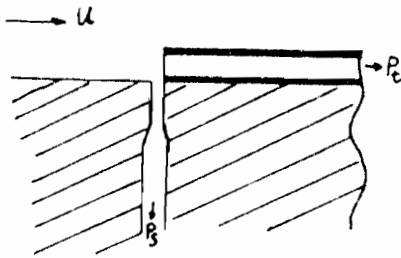
- le tube de Preston (équations de V.C. Patel)
- la balance à élément flottant
- méthode de Dickinson

Les résultats de  $Cf$  et des profils de vitesse se trouvent à la page 27.



## II 1-1 Le tube de Preston

Le tube de Preston a été utilisé pour la première fois par Preston lui-même. Cette méthode est l'une des plus simples pour déterminer le frottement pariétal  $\tau_0$ ; elle consiste à utiliser un pitot simple de section circulaire, de diamètre extérieur  $d$  posé sur la surface.



Preston a fait l'hypothèse suivante : la pression dynamique  $q^*$  (différence entre la pression totale et la pression statique locale enregistrée par le tube dépend seulement de  $\rho$ ,  $u$ ,  $\tau_0$ , et  $d$ , et après une simple analyse dimensionnelle, il écrit :

Le tube de Preston:

$$\frac{\tau_0 \cdot d^2}{4 \rho \nu^2} = F\left(\frac{q^* \cdot d^2}{4 \rho \nu^2}\right) \quad (6)$$

Les essais expérimentaux effectués dans un tuyau de 2" de diamètre (soit 5 cm) avec des valeurs de  $\tau_0$  calculées à partir du gradient de pression statique longitudinal lui ont permis d'exprimer  $F$  par :

$$\log \frac{\tau_0 d^2}{4 \nu^2} = 1.396 + 0.875 \log \frac{q^* d^2}{4 \rho \nu^2} \quad (7)$$

Un complément à l'étude de Preston a été réalisé d'une manière assez complète en 1962 par V.C. Patel (Cf [4]) à Cambridge. En expliquant le désaccord entre les chercheurs principalement par les mesures non précises de  $\tau_0$  et l'effet de déplacement qui entraînent par la suite une dispersion des constantes trouvées et en les corrigeant, cet auteur a proposé de nouvelles formules pour le tube de Preston,

formules qui ont été confirmées récemment par Dickinson et Ozarapoglu (Cf [5]) avec des valeurs mesurées au moyen de la balance à élément flottant :

$$y^* = \frac{1}{2} x^* + 0.37 \quad 0 \leq x^* \leq 2.9.$$

$$y^* = 0.8287 - 0.1381 x^* + 0.1437 x^{*2} - 0.006 x^{*3} \quad 2.9 \leq x^* \leq 5.6 \quad (8)$$

$$y^* + 2 \log (1.95 y^* + 4.1) = x^* \quad 5.6 \leq x^* < 7.6$$

avec 
$$y^* = \log \frac{\tau_0 d^2}{4 \rho \nu^2}$$

$$x^* = \log \frac{q^* d^2}{4 \rho \nu^2}$$

Pour les écoulements avec gradient de pression longitudinal, Patel a suggéré qu'on peut utiliser le coefficient  $\Delta = \frac{\nu}{U \tau} \frac{dp}{dx}$  comme critère quant aux limites et erreurs possibles sur l'emploi du tube de Preston.

-----  
Gradient de pression adverse

erreur max 3 %  $0 < \Delta < 0.01 \quad \frac{U \tau \cdot d}{\nu} \leq 200$

erreur max 6 %  $0 < \Delta < 0.015 \quad \frac{U \tau \cdot d}{\nu} \leq 250$

-----  
Gradient de pression favorable

erreur max 3 %  $0 > \Delta > -0.005 \quad \frac{U \tau \cdot d}{\nu} > 0 ; \frac{d\Delta}{dx} < 0$

erreur max 6 %  $0 > \Delta > -0.007 \quad \frac{U \tau \cdot d}{\nu} < 200 ; \frac{d\Delta}{dx} < 0$

## II - 1-2 La balance à élément flottant

Cette méthode consiste à "peser" directement le frottement pariétal en introduisant un élément de surface dans le plan de la paroi, de telle sorte qu'il puisse bouger librement dans la direction de l'écoulement sous l'effet des forces de frottement locales.

Le déplacement de l'élément flottant peut-être traduit par la force  $F$  qui agit sur ce dernier au moyen d'un étallonnage. On peut écrire :

$$\tau_0 = \frac{F}{S}$$

avec  $S$  étant la surface de l'élément flottant.

Bien que théoriquement simple, cette méthode présente des difficultés expérimentales à cause des faibles forces mises en jeu et surtout dans le cas du gradient de pression adverse. Pour de plus amples détails sur cette méthode, les lecteurs peuvent se référer aux références suivantes ; [1]; [6]; [7]; [8]; [9] ,

## II - 1-3 La méthode de Dickinson

La loi déficitaire classique de la paroi s'écrit :

$$\frac{u_e - u}{u_\tau} = h(y/\delta) \quad (9)$$

Townsend (Cf [11]) a proposé une forme de cette loi qui tient compte des conditions en amont :

$$\begin{aligned} \frac{u_e - u}{u_\tau} &= h(y/\delta) \\ \text{ou } \frac{u_e - u}{u_\tau} &= \frac{h(y/L)}{u_\tau/u_{\tau_1}} = \frac{h(y/L)}{g} \end{aligned} \quad (10)$$

où  $L$  est une longueur arbitraire et  $u_{\tau_1}$  la vitesse de frottement correspondant à une position  $X_1$  en amont, de  $x$  ; la fonction  $g = \frac{u_\tau}{u_{\tau_1}}$  est indépendant de  $y$  et est reliée aux conditions en amont de la couche limite.

De l'équation (10) et de  $\frac{u}{u\tau} = A + B \log \frac{y u}{\nu}$ , Dickinson a montré [7] que la loi de la paroi peut prendre la forme suivante :

$$U_+ = A(n) \cdot y_+^{1/n} \quad (11)$$

où  $n$  est l'exposant local de la loi en puissance.

$$n = \frac{d(\log y)}{d(\log u)} = \frac{u}{y} \cdot \frac{du}{dy} \quad (12)$$

ou

$$n = \frac{U_+}{y_+} \cdot \frac{du_+}{dy_+}$$

et  $A(n)$  est une fonction "universelle"

L'analyse des données expérimentales comprenant des mesures directes du frottement pariétal à partir d'une balance à élément flottant, a permis à Dickinson de formuler une expression linéaire de  $A(n)$  pour des valeurs de  $n > 7$  :

$$A(n) = 0.9 (n + \ln 10) \quad (13)$$

Par ailleurs, en égalant  $U_+$  et sa première dérivée  $\frac{du_+}{dy_+}$  dans les équations (11) et il a montré que quand les valeurs de  $n$  sont grandes, on peut écrire

$$A(n) = \frac{Cn}{e} + \frac{D}{e} \quad (14)$$

ce qui est en accord avec la forme expérimentale (13)

Comme l'équation de la sous-couche visqueuse  $U_+ = y_+$  est un cas particulier de l'équation (11) qui implique  $n = 1$  et  $A(n) = 1$ , Dickinson a par la suite utilisé les données expérimentales de Comte-Bellot pour compléter la formulation numérique de  $A(n)$  qu'il écrit.

$$A(n) = \begin{cases} \frac{n \ln 10 - 1}{\ln 10 - 1} & 1 \leq n \leq 2.6 \\ -0.24 n^2 + 2.88 n - 2.03 & 2.6 \leq n \leq 4.4 \\ 0.9 (n + \ln 10) & 4.4 < n \end{cases}$$

Ainsi, l'expression de A(n) fournit en liaison avec l'équation (11), une méthode "universelle" semi-empirique de détermination du frottement pariétal à partir des mesures de vitesse, précises, dans n'importe quelle partie de la région gouvernée par la loi générale à la paroi.

Les résultats obtenus avec ces trois méthodes sont très concordants (à  $\pm 2\%$  près) ce qui démontre la précision de détermination du frottement pariétal.

II - 2. Calcul de  $\frac{\partial(UN)}{\partial(YN)}$

Utilisant la méthode de Dickinson, Long(Cf [10]) a mis au point un programme en langage FORTRAN IV permettant de déterminer le frottement pariétal et plusieurs autres grandeurs concernant la couche limite au moyen de profil de vitesse moyenne. Il a essayé deux techniques de lissage numérique :

- (i) la représentation du profil de vitesse par une expression polynomiale d'ordre k

$$UN = C_1 + C_2 YN \dots \dots \dots + C_{k+1} Y^k$$

où  $UN = \frac{u}{u_e}$  et  $YN = \frac{y}{\delta}$

- (ii) La représentation du profil de vitesse par une expression exponentielle

$$UN = A + B \text{ EXP}(C YN) + D \text{ EXP}(G \cdot YN)$$

La technique de lissage exponentiel donne des résultats satisfaisants, mais son emploi exige la connaissance de cinq valeurs initiales de A, B, C, D, G, dont la détermination est souvent fastidieuse, de telle sorte qu'elles impliquent une convergence des solutions vers celles avec des erreurs moyennes plus petites.

Nous retenons dans notre étude, la technique de lissage exponentiel qui permet de lisser le profil mesuré par l'équation :

$$UN = P_1 + P_2 \text{ EXP } (P_3 \text{ YN}) + P_4 \text{ EXP } (P_5 \text{ YN})$$

où  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  sont des valeurs initiales ou arbitraires de A, B, C, D et G calculées directement dans le programme modifié de NGUYEN.

Nous ne décrirons pas ici les détails de cette technique qui sont déjà bien explicités dans la thèse de NGUYEN [1], seulement nous donnons quelques exemples dans les tables 67 et 83 pour montrer la précision obtenue de la méthode. Dans ces tableaux les valeurs lissées du profil de vitesse concordent avec celles mesurées et on remarque que de l'erreur moyenne ne dépasse guère 1 % dans tous les cas.

Pour la technique de lissage exponentiel, la dérivée première  $\frac{\partial(UN)}{\partial(YN)}$  se calcule donc simplement par la formule :

$$\frac{\partial(UN)}{\partial(YN)} = P_2 P_3 \text{ EXP } (P_3 \text{ YN}) + P_4 P_5 \text{ EXP } (P_5 \text{ YN})$$

## C O N C L U S I O N

Il ressort de notre étude que :

- (1) La longueur de mélange  $l$  peut bien prendre la forme  $l = Ky$  au voisinage de la paroi ( $y/\delta < 0.40$ ) comme suggéré par Prandtl.
  
- (2) La constante de Von Karman  $k = 0.40$  est vérifiée pour toutes les stations. Ceci implique l'existence d'une loi universelle de la paroi.

Scanned with CamScanner

ANNEXE

CONTRIBUTION AU PROGRAMME POUR DETERMINER LE FROTTEMENT PARIETAL  
PAR LA METHODE DE DICKINSON

1-Résumé de la méthode de Dickinson

On a vu que la loi de la paroi, d'après Dickinson [7], peut bien prendre la forme:

$$\frac{u}{U_\tau} = A(n) \left[ \frac{y U_\tau}{\nu} \right]^{1/n} \quad (A.1)$$

où  $n = \frac{u}{y} \Big/ \frac{du}{dy} \quad (A.2)$

ou  $= \frac{d(\log y)}{d(\log u)} \quad (A.3)$

et

$$A(n) = \begin{cases} \frac{n \log_e 10 - 1}{\log_e 10 - 1} & 1 \leq n \leq 2.6 \\ -.24n^2 + 2.88n - 2.03 & 2.6 \leq n \leq 4.4 \\ .9(n + \log_e 10) & 4.4 < n \end{cases} \quad (A.4)$$

L'équation (A.1) peut aussi s'écrire comme:

$$\frac{U_\tau}{U_e} = \left\{ \frac{u/U_e}{A(n) \left[ \frac{y}{\delta} \cdot \frac{U_e \delta}{\nu} \right]^{1/n}} \right\}^{n/n+1} \quad (A.5)$$

La méthode de Dickinson consiste donc à déterminer l'exposant n de la façon la plus précise possible et par la suite à calculer  $U_\tau$  au moyen de l'équation (A.5).



Dans son travail original, Dickinson a calculé  $n$  à l'aide des pentes des courbes de  $\log y$  en fonction de  $\log u$  (éqn.A.3). Ensuite, il a proposé de remplacer ces calculs fastidieux par des méthodes d'approximation numérique afin de trouver une meilleure expression analytique des profils de vitesse (cf. [10] ) et la dérivée première de cette expression en fonction de  $y$  nous permettra de déterminer  $n$  (e.g. éqn.A.2).

## 2-Programme de Long [10] :

Utilisant la méthode de Dickinson, Long [10] a mis au point un programme en langage FORTRAN IV permettant de déterminer le frottement pariétal et plusieurs autres grandeurs concernant la couche limite au moyen du profil de vitesse moyenne. Deux méthodes d'approximation ont été essayées par ce dernier: la première consiste à représenter le profil de vitesse par une expression polynomiale d'ordre  $k$ :

$$UN = C_1 + C_2 \cdot YN + \dots + C_{k+1} \cdot YN^k \quad (A.6)$$

$$\text{où} \quad UN = \frac{u}{u_e} \quad \text{et} \quad YN = \frac{y}{\delta}$$

et la seconde par une expression exponentielle:

$$UN = A + B \cdot \exp(C \cdot YN) + D \cdot \exp(G \cdot YN) \quad (A.7)$$

Il ressort de ses résultats que l'approximation exponentielle fournit des résultats satisfaisants, tandis que l'approximation polynomiale donne parfois des valeurs de  $n$  négatives à cause de la distortion des points expérimentaux du

profil de vitesse dans la région près de l'écoulement extérieur. De plus, la valeur estimée de  $U_\tau$  varie avec le changement d'ordre du polynôme et on ne peut pas savoir "à priori" quel est le meilleur choix de  $k$ . C'est pour cette raison, l'auteur a présenté le programme avec la seule possibilité de faire l'approximation exponentielle (éqn. A.7) du profil normalisé de vitesse. Ce programme comprend un programme principal avec des sous-programmes

- \* LSQFIT { pour faire l'approximation exponentielle
- \* GSNEL { du profil normalisé de vitesse ( $U_N$  vs  $Y_N$ )
- \* DMFV : pour déterminer la valeur moyenne de  $U_\tau$ , qui est constant jusqu'à 2.5% sur un nombre de points successifs  $M$ :

$$\frac{U_\tau}{U_e} = U_{TORM} = \frac{\sum_{IPSN}^{IPSN-M+1} (U_{TOR}(I))}{M}$$

où IPSN désigne le premier point de la région sur laquelle les valeurs estimées de sont les plus concordantes.

- \* AREA : pour effectuer l'intégration numérique par la méthode de trapèze.

### 3- Les modifications

L'emploi de la forme exponentielle exige la connaissance de cinq valeurs initiales de  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $G$ , dont la détermination est souvent fastidieuse, de telle sorte qu'elles impliquent une

convergence des solutions vers celles avec des erreurs moyennes plus petites.

Toutefois, pour une configuration d'écoulement donnée, d'après les résultats de Long [40], les valeurs initiales trouvées sont en général les mêmes pour tous les profils de vitesse. Afin de rendre la détermination de ces valeurs plus vite, nous avons tout d'abord traduit les sous-programmes LSQFIT et GSNEL en langage A.P.L.-360. Ces derniers permettent de prendre chaque fois un profil de vitesse et essayer avec différentes valeurs initiales de A, B, C, D, G jusqu'à ce qu'une bonne approximation apparaisse (cf. table 107). Notons également que l'on ne peut pas prendre des valeurs initiales d'une manière quelconque pour essayer avec les nouveaux programmes A.P.L. mais on doit les choisir proches de celles déjà trouvées par Long [40] sur une gamme variée de configurations d'écoulement.

Dans notre cas, nous avons essayé avec le profil de vitesse de la station 6 (POS.1) et au bout de trois essais par tâtonnement, la convergence apparaît d'une manière surprenante pour des valeurs initiales  $A = 1.0$ ,  $B = -.7$ ,  $C = -1.35$ ,  $D = -1.0$  et  $G = -.67$ . Ces valeurs sont par la suite utilisées pour tous les autres profils (POS.1, 2, 3) et nous obtenons des résultats satisfaisants en ce qui concerne l'approximation exponentielle des profils complets de vitesse moyenne (cf. tables d'approximation 65 à 82). Nous avons aussi utilisé ce procédé pour les profils partiels effectués au voisinage de la paroi, mais en général l'approximation n'est pas du tout satisfaisante.



Par conséquent, nous avons amélioré le programme existant en y ajoutant :

(1) Une nouvelle partie dans le programme principal qui calcule directement les valeurs initiales en ce qui concerne l'approximation des profils partiels de vitesse par :

$$UN = P1 + P2 \cdot \exp(P3 \cdot YN) + P4 \cdot \exp(P5 \cdot YN)$$

où  $P1, P2, P3, P4$  et  $P5$  sont des valeurs initiales ou arbitraires de A, B, C, D et G.

Description générale de la méthode (cf. [13] ) :

- On suppose initialement :

$$\overline{UN1} = 1.0 + P2 \cdot \exp(P3 \cdot YN)$$

et on résoud  $P2$  et  $P3$  en faisant passer cette courbe par l'avant-dernier point  $KN1 = KNT - 1$  ( $KNT$ : nombre total des points expérimentaux) et le point au milieu du profil  $KN2 = KNT/2$ .

- Ensuite on pose :

$$\overline{UN2} = 1.0 + P2 \cdot \exp(P3 \cdot YN) + P4 \cdot \exp(P5 \cdot YN)$$

et on calcule  $P4$  et  $P5$  de telle sorte que la courbe passe par deux points  $1 = 2$  très proche de la paroi et  $1 = KN3 = KNT/4$  relativement près de la paroi.

- La correction finale pour la valeur de  $P1$  en la soustrayant de l'erreur moyenne :

$$P1 = 1.0 - \sum_{I=1}^{KNT} [\overline{UN2} - UN(I)] / KNT$$

(11) Deux sous-programmes LSQPOL et GSNPO (déjà utilisés par Long [10] ) qui font l'approximation de deux variables

logYN en fonction de logUN par un polynôme d'ordre k (éqn.A.6),  
au lieu du profil de vitesse UN vs YN.

Description générale de la méthode (cf. [10]) :

- On fait l'approximation de n points  $(x_1, y_1)$  par:

$$y_1 = c_1 + c_2 \cdot x_1 + c_3 \cdot (x_1)^2 + \dots + c_{k+1} \cdot (x_1)^k$$

- Première étape: Formation des équation résiduelles  
pour la méthode des moindres carrés sous forme ma-  
tricielle:

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_1 & \sum (x_1)^2 & \dots & \sum (x_1)^k \\ \sum x_1 & \sum (x_1)^2 & \sum (x_1)^3 & \dots & \sum (x_1)^{k+1} \\ \vdots & & & & \\ \sum (x_1)^k & \sum (x_1)^{k+1} & \sum (x_1)^{k+2} & \dots & \sum (x_1)^{k+k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_1 \\ \sum x_1 y_1 \\ \vdots \\ \sum (x_1)^k y_1 \end{bmatrix}$$

- Deuxième étape: Solution des coefficients  $c_1, c_2, \dots, c_k$   
par la méthode d'élimination de Gauss-Jordan (sous-  
programme GSNPO).

(iii) Un sous-programme SPLINE qui donne comme résultats  
finals la dérivée première pour différentes entrées:

- log YN vs log UN

ou - UN vs YN.

Ce programme a été mis au point par Benson [14], qui  
utilise la méthode de Landis & Nilson [15] dont nous ne donnons  
ici qu'une description générale:

- On fait l'approximation de n points  $(x(1), y(1))$  avec

$0 \leq i \leq n$  au moyen d'une fonction d'interpolation suivante:

$$P(x) = P(1, x) \quad x(0) \leq x \leq x(1)$$

$$P(n, x) \quad x(n-1) \leq x \leq x(n)$$

où  $P(1, x)$  sont des polynômes d'ordre 3 dont les coefficients ont été choisis de telle sorte que la première et la seconde dérivée soient continues aux points de jonction des polynômes.

- On peut aussi interpoler, par le même procédé, les ordonnées  $y$  correspondant aux différentes abscisses  $x$  précisées.

(iv) Un nouveau sous-programme AREA qui calcule les intégrales par la méthode de Simpson pour les incréments d'abscisses ( $dx$ ) inégaux.

Le programme modifié ainsi comprend un programme principal et des sous-programmes: LSCFIT, GSNEL, LSQPOL, GSNPO, SPLINE, DMFV et AREA.

NOTE: En ce qui concerne le listing du programme, le lecteur pourra se référer à la référence [1]

B I B L I O G R A P H I E

- [1] V. NGUYEN-DUY "Mesures dans une couche limite turbulente avec gradients de pression adverses modérés". Thèse de maîtrise, Univ Laval, Québec. 1972 .
- [2] H. SCHLICHTING "Boundary Layer Théory" 4ième édition Mc.GRAW-HILL 1970, P. 475
- [3] NIKURADSE Voir Schliehting (2), P. 502.
- [4] V.C. PATEL "Calibration of the Preston Tube and Limitation on its use in pressure gradients" J. Fluid Mech., Part I P.P. 185-208, 1965.
- [5] J. DICKINSON "The Determination of Skin Friction"  
V. OZARAPOGLU D.R.B. Progress Report, Grand N° 9550-23  
Univ - Laval, Oct. 1968.

- [6] V. NGUYEN-DUY "Quelques contributions à l'étude de la détermination du frottement pariétal". Thèse de doctorat ès Science. Univ. Laval, Québec 1976 P.P. 9-30.
- [7] J. DICKINSON "The Determination of Skin Friction in two Dimensional Turbulent Flows" Thèse de Doctorat, Univ. Laval, Québec, 1965
- [8] J. DICKINSON et V. OZARAPOGLU "The Determination of turbulent Skin Skin friction" Def. Res. Board of Canada, Progress Report, Grant N° 9550-23 Univ. Laval, Oct. 1968.
- [9] K.G. WINTER "An Outline of the Techniques Available for the Measurements of Skin Friction in Turbulent Boundary Layers" RAE - TM - 1656, Déc. 1976.  
Cours donnés à Von Karman Institute (Bruxelles).



- [10] LONG TRAN - BUU "The Determination of Turbulent Skin Friction".  
Thèse de Maîtrise Univ. Laval.  
Québec 1970.
- [11] A.A. TOWNSEND "Turbulent Friction on a flat plate"  
Skipsmodelltankens, moddeletse, N° 32  
mars 1954
- [12] B. H. MAHAN " Chimie" Editions du renouveau pédagog-  
ique Inc. 2ième édition P.P. 74 - 77.
- [13] V. OZARAPOGLU "The Determiantion of Turbulent Skin  
V. NGUYEN-DUY Friction" D.R.B. Progress Report,  
J. DICKINSON Frant N° 9550-23 Nov. 1971.
- [14] G.C. BENSON Spline-fit program (Fortran IV)  
N.R.C. T.SS User's Manual  
(communication personnelle)
- [15] F, LANDIS "The Determination of Thermodynamic  
Propreties by Direct Differentiation  
Techniques" Progress in .  
International Research on Thermodyna-  
mic and Transport Propreties, 1962  
A.S.M.E. Symposium.

Notes: les références [11], [14], et [15] sont donnés ici seulement à titre d'indication, elles n'ont pas été utilisées pour ce projet.

RESULTATS DES MESURES

Dans les tables de la page 27 à la page 34, nous trouvons :

- les valeurs du frottement pariétal  $C_f$
- les valeurs de  $YN = y/\delta$
- les valeurs de
- les valeurs de  $U_e$
- les valeurs initiales et finales de A, B, C, D, G .

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCCMPRESSIBLE FLOWS

STATION 2 POS.1 PITOT VINH

AMBIENT TEMPERATURE = DEGREES R  
 AMBIENT PRESSURE = INS HG  
 DENSITY = SLUGS/FT\*3  
 KINEMATIC VISCOSITY = 0.00017050 FT\*2/SEC  
 PITOT TUBE HEIGHT = 0.0320 INS  
 DISPLACEMENT FACTOR = 0.150  
 BOUNDARY LAYER THICKNESS = DELTA = 1.6560 INS  
 DISPLACEMENT THICKNESS = DELTA\* = 0.2744 INS  
 MOMENTUM THICKNESS = THETA = 0.1581 INS  
 ENERGY THICKNESS = DELTA\*\* = 0.273 INS  
 H = DELTA\*/THETA = 1.42  
 REYNOLDS NUMBER BASED ON THETA = 6520.  
 FRICTION VELOCITY = 2.8860 FT/SEC  
 FRICTION COEFFICIENT = 0.00234  
 FREE STREAM VELOCITY = 84.4 FT/SEC

COMMAND CARDS:

INITIAL PARAMETERS =

P11 = 1.0000 P22 = -0.7000 P33 = -1.3500 P44 = -1.0000 P55 = -67.0000

FINAL PARAMETERS =

P1 = 1.0144 P2 = -0.5306 P3 = -3.5149 P4 = -0.1098 P5 = -67.2678

MEAN ERROR = 0.004189

M = 5

K1 = 0 K2 = 0 K3 = 0 K4 = 1 K5 = 1 PITOT = 0.03200 ALPHA = 0.150

VC = 0.00017050

DELTA = 1.656 DIST = 0.0 REY = 0.0 C1 = .68308.75 C2 = 1.0

UE = 84.40 UTOPI = 0.0 PTE = 0.0 PSE = 0.0 CV = 0.0

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCCMPRESSIBLE FLOWS

STATION 2 POS.1 PITOT VINH

| YI     | UI      | YN     | UN    | UNS   | N     | A     | UTOP   | UTORN  | UN*   | LOGY* | UN**  | LOGY** | SLOPE |
|--------|---------|--------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 0.0160 | 39.0924 | 0.0126 | 0.463 | 0.456 | 7.40  | 8.73  | 0.0332 | 0.9721 | 13.45 | 1.467 | 15.70 | -0.88  | 4.912 |
| 0.0200 | 39.1773 | 0.0150 | 0.464 | 0.468 | 7.00  | 9.37  | 0.0337 | 0.9853 | 13.57 | 1.544 | 15.67 | -0.80  | 4.461 |
| 0.0250 | 40.2646 | 0.0180 | 0.477 | 0.481 | 6.71  | 9.11  | 0.0340 | 0.9934 | 13.95 | 1.624 | 15.29 | -0.72  | 3.981 |
| 0.0300 | 41.6437 | 0.0210 | 0.493 | 0.492 | 6.54  | 7.96  | 0.0341 | 0.9971 | 14.43 | 1.691 | 14.81 | -0.66  | 3.580 |
| 0.0400 | 42.7450 | 0.0271 | 0.506 | 0.512 | 6.38  | 7.81  | 0.0342 | 0.9996 | 14.91 | 1.801 | 14.43 | -0.55  | 2.964 |
| 0.0500 | 44.9447 | 0.0331 | 0.533 | 0.528 | 6.30  | 7.75  | 0.0342 | 1.0002 | 15.47 | 1.885 | 13.67 | -0.46  | 2.531 |
| 0.0600 | 45.6996 | 0.0391 | 0.541 | 0.542 | 6.23  | 7.68  | 0.0342 | 1.0005 | 15.93 | 1.961 | 13.41 | -0.39  | 2.223 |
| 0.0700 | 47.2882 | 0.0452 | 0.560 | 0.555 | 6.14  | 7.60  | 0.0342 | 1.0003 | 16.39 | 2.023 | 12.86 | -0.32  | 2.002 |
| 0.0800 | 47.7474 | 0.0512 | 0.566 | 0.567 | 6.07  | 7.49  | 0.0342 | 0.9996 | 16.54 | 2.078 | 12.70 | -0.27  | 1.840 |
| 0.1000 | 50.0806 | 0.0633 | 0.593 | 0.587 | 5.71  | 7.21  | 0.0340 | 0.9947 | 17.35 | 2.170 | 11.89 | -0.18  | 1.626 |
| 0.1500 | 55.7654 | 0.0935 | 0.637 | 0.632 | 4.96  | 6.54  | 0.0329 | 0.9622 | 18.63 | 2.339 | 10.61 | -0.01  | 1.363 |
| 0.2000 | 56.5072 | 0.1237 | 0.670 | 0.671 | 4.48  | 6.10  | 0.0316 | 0.9235 | 19.53 | 2.461 | 9.66  | 0.11   | 1.211 |
| 0.2500 | 59.2606 | 0.1539 | 0.702 | 0.705 | 4.22  | 5.85  | 0.0307 | 0.8973 | 20.53 | 2.556 | 8.71  | 0.21   | 1.086 |
| 0.3000 | 61.8610 | 0.1841 | 0.733 | 0.737 | 4.10  | 5.74  | 0.0301 | 0.8810 | 21.43 | 2.633 | 7.81  | 0.29   | 0.977 |
| 0.3500 | 64.2031 | 0.2143 | 0.761 | 0.765 | 4.06  | 5.71  | 0.0300 | 0.8761 | 22.25 | 2.699 | 7.00  | 0.35   | 0.878 |
| 0.4000 | 66.3529 | 0.2444 | 0.787 | 0.790 | 4.02  | 5.73  | 0.0301 | 0.8802 | 23.03 | 2.757 | 6.21  | 0.41   | 0.797 |
| 0.5000 | 69.8328 | 0.3048 | 0.827 | 0.833 | 4.28  | 5.90  | 0.0311 | 0.9089 | 24.29 | 2.853 | 5.05  | 0.50   | 0.639 |
| 0.6000 | 73.1219 | 0.3652 | 0.866 | 0.867 | 4.60  | 6.21  | 0.0325 | 0.9513 | 25.34 | 2.931 | 3.91  | 0.58   | 0.517 |
| 0.7000 | 75.4226 | 0.4256 | 0.894 | 0.896 | 5.04  | 6.60  | 0.0344 | 1.0058 | 26.13 | 2.957 | 3.11  | 0.65   | 0.418 |
| 0.8000 | 77.7446 | 0.4860 | 0.922 | 0.918 | 5.59  | 7.10  | 0.0373 | 1.0625 | 26.96 | 3.055 | 2.24  | 0.71   | 0.338 |
| 0.9000 | 79.6167 | 0.5464 | 0.943 | 0.937 | 6.27  | 7.72  | 0.0411 | 1.1153 | 27.59 | 3.106 | 1.64  | 0.76   | 0.273 |
| 1.0000 | 81.1337 | 0.6068 | 0.962 | 0.962 | 7.07  | 8.46  | 0.0456 | 1.1547 | 28.13 | 3.151 | 1.11  | 0.80   | 0.221 |
| 1.1000 | 81.8564 | 0.6671 | 0.970 | 0.964 | 8.08  | 9.34  | 0.0506 | 1.1883 | 28.46 | 3.173 | 0.68  | 0.84   | 0.174 |
| 1.2000 | 82.4713 | 0.7275 | 0.977 | 0.973 | 9.25  | 10.40 | 0.0561 | 1.2099 | 28.58 | 3.230 | 0.67  | 0.88   | 0.145 |
| 1.4000 | 82.9805 | 0.8483 | 0.983 | 0.987 | 12.31 | 13.15 | 0.0700 | 1.1701 | 28.75 | 3.257 | 0.49  | 0.95   | 0.097 |
| 1.5000 | 83.3173 | 0.9087 | 0.987 | 0.993 | 14.28 | 14.93 | 0.0806 | 1.1279 | 28.87 | 3.277 | 0.37  | 0.98   | 0.077 |
| 1.6000 | 83.4882 | 0.9691 | 0.989 | 0.997 | 16.63 | 17.04 | 0.0966 | 1.0797 | 28.93 | 3.355 | 0.31  | 1.01   | 0.062 |

Table 9

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCOMPRESSIBLE FLOWS

STATION 3 POS.1 PITOT VINH

AMBIENT TEMPERATURE = DEGREES K  
 AMBIENT PRESSURE = IN. HG  
 DENSITY = SLUGS/FT<sup>3</sup>  
 KINEMATIC VISCOSITY = 0.00017258 FT<sup>2</sup>/SEC  
 PITOT TUBE HEIGHT = 0.0320 INS  
 DISPLACEMENT FACTOR = 0.150  
 BOUNDARY LAYER THICKNESS = DELTA = 1.8200 INS  
 DISPLACEMENT THICKNESS = DELTA\* = 0.2743 INS  
 MOMENTUM THICKNESS = THETA = 0.1882 INS  
 ENERGY THICKNESS = DELTA\*\* = 0.322 INS  
 M = DELTA\*/THETA = 1.40  
 REYNOLDS NUMBER BASED ON THETA = 7421.  
 FRICTION VELOCITY = 2.0000 FT/SEC  
 FRICTION COEFFICIENT = 0.00212  
 FREE STREAM VELOCITY = 81.7 FT/SEC

COMMANE CARDS1

INITIAL PARAMETERS =

P11 = 1.0000 P22 = -0.7000 P33 = -1.3000 P44 = -1.0000 P55 = -07.0000

FINAL PARAMETERS =

P1 = 1.0300 P2 = -0.5795 P3 = -3.1007 P4 = -0.1514 P5 = -57.4667

MEAN ERROR = 0.004721

M = 1

K1 = 0 K2 = 0 K3 = 0 K4 = 1 K5 = 1 PITOT = 0.03200 ALPHA = 0.150

VC = 0.00017258

DELTA = 1.8200 UEST = 0.0 REY = 0.0 C1 = 71774.88 C2 = 1.0

UE = 81.67 UTOR1 = 0.0 PTF = 0.0 PSE = 0.0 CV = 0.0

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCOMPRESSIBLE FLOWS

STATION 3 POS.1 PITOT VINH

| YI     | UI      | YN     | UN    | UN*   | H     | A     | UTUR   | UTORN  | UN*   | LOGU* | UN**  | LOGU** | SLOPE |
|--------|---------|--------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 0.0100 | 35.1357 | 0.0114 | 0.430 | 0.425 | 5.00  | 7.17  | 0.0331 | 1.0176 | 13.24 | 1.426 | 17.91 | -0.96  | 6.571 |
| 0.0200 | 35.2505 | 0.0130 | 0.437 | 0.433 | 5.72  | 7.22  | 0.0331 | 1.0166 | 13.27 | 1.503 | 17.98 | -0.88  | 6.625 |
| 0.0250 | 34.8305 | 0.0104 | 0.451 | 0.452 | 5.09  | 7.37  | 0.0330 | 1.0141 | 13.87 | 1.582 | 18.48 | -0.80  | 6.691 |
| 0.0300 | 34.5105 | 0.0171 | 0.465 | 0.464 | 6.11  | 7.57  | 0.0329 | 1.0107 | 14.78 | 1.660 | 18.97 | -0.73  | 6.774 |
| 0.0400 | 34.5070 | 0.0240 | 0.489 | 0.483 | 6.55  | 7.97  | 0.0327 | 1.0041 | 14.87 | 1.759 | 19.88 | -0.62  | 6.910 |
| 0.0500 | 34.7807 | 0.0301 | 0.497 | 0.498 | 6.89  | 8.29  | 0.0325 | 0.9992 | 15.30 | 1.847 | 19.39 | -0.54  | 6.913 |
| 0.0600 | 41.4587 | 0.0350 | 0.511 | 0.510 | 6.70  | 8.33  | 0.0324 | 0.9975 | 15.70 | 1.920 | 19.05 | -0.46  | 6.900 |
| 0.0800 | 41.5507 | 0.0400 | 0.533 | 0.531 | 6.60  | 8.09  | 0.0325 | 1.0001 | 16.40 | 2.026 | 18.35 | -0.35  | 6.704 |
| 0.1000 | 41.3287 | 0.0370 | 0.552 | 0.549 | 6.15  | 7.61  | 0.0325 | 0.9991 | 17.07 | 2.128 | 18.64 | -0.25  | 6.544 |
| 0.2000 | 50.7850 | 0.1125 | 0.627 | 0.624 | 6.40  | 6.03  | 0.0298 | 0.9156 | 19.12 | 2.419 | 11.03 | 0.04   | 6.261 |
| 0.3000 | 55.5493 | 0.1675 | 0.681 | 0.688 | 3.07  | 5.52  | 0.0278 | 0.8533 | 20.93 | 2.552 | 7.82  | 0.21   | 6.003 |
| 0.4000 | 59.5971 | 0.2224 | 0.734 | 0.742 | 3.77  | 5.37  | 0.0271 | 0.8326 | 22.59 | 2.715 | 8.16  | 0.33   | 6.870 |
| 0.5000 | 67.0076 | 0.3323 | 0.823 | 0.825 | 3.70  | 3.55  | 0.0260 | 0.8014 | 25.23 | 2.890 | 5.52  | 0.51   | 6.037 |
| 0.6000 | 72.5257 | 0.4422 | 0.883 | 0.884 | 4.42  | 6.05  | 0.0300 | 0.7406 | 27.31 | 3.014 | 3.44  | 0.63   | 6.423 |
| 1.0000 | 76.0505 | 0.5921 | 0.937 | 0.927 | 5.22  | 6.77  | 0.0343 | 1.0558 | 28.88 | 3.110 | 1.87  | 0.73   | 6.322 |
| 1.2000 | 78.1307 | 0.6600 | 0.964 | 0.956 | 6.27  | 7.76  | 0.0377 | 1.1585 | 29.85 | 3.189 | 1.10  | 0.81   | 6.224 |
| 1.4000 | 79.5273 | 0.7719 | 0.977 | 0.976 | 7.79  | 4.04  | 0.0400 | 1.2313 | 30.09 | 3.250 | 0.66  | 0.87   | 6.163 |
| 1.6000 | 80.5307 | 0.916  | 0.981 | 1.004 | 12.35 | 13.17 | 0.0400 | 1.2295 | 30.47 | 3.364 | 0.28  | 0.98   | 6.082 |

Table 10

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCCMPRESSIBLE FLOWS

STATION 4 POS.1 PITOT VINH

AMBIENT TEMPERATURE = DEGREES R  
 AMBIENT PRESSURE = INS HG  
 DENSITY = SLUGS/FT<sup>3</sup>  
 KINEMATIC VISCOSITY = 0.00016500 FT<sup>2</sup>/SEC  
 PITOT TUBE HEIGHT = 0.0320 INS  
 DISPLACEMENT FACTOR = 0.150  
 BOUNDARY LAYER THICKNESS = DELTA = 1.9770 INS  
 DISPLACEMENT THICKNESS = DELTA\* = 0.3138 INS  
 MOMENTUM THICKNESS = THETA = 0.2174 INS  
 ENRGY THICKNESS = DELTA\*\* = 0.362 INS  
 M = DELTA\*/THETA = 1.48  
 REYNOLDS NUMBER BASED ON THETA = 8430.  
 FRICTION VELOCITY = 2.4634 FT/SEC  
 FRICTION COEFFICIENT = 0.00196  
 FREE STREAM VELOCITY = 78.6 FT/SEC

COMMAND CARDS:

INITIAL PARAMETERS =

P11 = 1.0000 P22 = -0.7000 P33 = -1.3500 P44 = -1.0000 P55 = -67.0000

FINAL PARAMETERS =

P1 = 1.0325 P2 = -0.5535 P3 = -3.0110 P4 = -0.2222 P5 = -116.9707

MEAN ERROR = 0.005064

N = 5

K1 = 0 K2 = 0 K3 = 0 K4 = 1 K5 = 1 PITOT = 0.03200 ALPHA = 0.150

VC = 0.00016500

DELTA = 1.977 DIST = 0.0 REY = 0.0 C1 = 78480.88 C2 = 1.0

UE = 78.60 UTOPI = 0.0 PTE = 0.0 PSE = 0.0 CV = 0.0

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCCMPRESSIBLE FLOWS

STATION 4 POS.1 PITOT VINH

| YI     | UI      | YN     | UN    | UNS   | N     | A     | UTOP   | UTORN  | UN*   | LOGY* | UN**  | LOGY** | SLOPE |
|--------|---------|--------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 0.0160 | 31.3098 | 0.0105 | 0.398 | 0.393 | 4.00  | 5.65  | 0.0309 | 0.9864 | 12.71 | 1.413 | 19.20 | -1.01  | 9.323 |
| 0.0200 | 31.6214 | 0.0125 | 0.407 | 0.410 | 4.24  | 5.86  | 0.0311 | 0.9938 | 12.84 | 1.499 | 19.07 | -0.93  | 7.712 |
| 0.0250 | 33.3319 | 0.0151 | 0.424 | 0.427 | 4.60  | 6.21  | 0.0313 | 1.0002 | 13.53 | 1.569 | 18.38 | -0.85  | 6.165 |
| 0.0300 | 34.6772 | 0.0176 | 0.441 | 0.441 | 5.00  | 6.57  | 0.0316 | 1.0069 | 14.09 | 1.636 | 17.83 | -0.79  | 5.011 |
| 0.0350 | 35.6071 | 0.0201 | 0.453 | 0.453 | 5.42  | 6.95  | 0.0317 | 1.0099 | 14.45 | 1.695 | 17.45 | -0.73  | 4.149 |
| 0.0400 | 36.4236 | 0.0227 | 0.463 | 0.462 | 5.82  | 7.31  | 0.0316 | 1.0098 | 14.79 | 1.746 | 17.12 | -0.68  | 3.509 |
| 0.0450 | 37.0443 | 0.0252 | 0.471 | 0.471 | 6.18  | 7.64  | 0.0316 | 1.0076 | 15.04 | 1.792 | 16.87 | -0.63  | 3.022 |
| 0.0500 | 37.4847 | 0.0277 | 0.477 | 0.478 | 6.48  | 7.91  | 0.0315 | 1.0046 | 15.22 | 1.834 | 16.69 | -0.59  | 2.660 |
| 0.0550 | 38.2670 | 0.0302 | 0.487 | 0.484 | 6.71  | 8.11  | 0.0314 | 1.0018 | 15.54 | 1.872 | 16.37 | -0.55  | 2.387 |
| 0.0600 | 38.5321 | 0.0328 | 0.490 | 0.490 | 6.85  | 8.24  | 0.0313 | 0.9998 | 15.44 | 1.906 | 16.27 | -0.52  | 2.181 |
| 0.0700 | 39.4063 | 0.0378 | 0.501 | 0.500 | 6.94  | 8.32  | 0.0313 | 0.9987 | 16.00 | 1.969 | 15.91 | -0.45  | 1.900 |
| 0.0800 | 40.7397 | 0.0429 | 0.512 | 0.509 | 6.81  | 8.21  | 0.0313 | 0.9999 | 16.33 | 2.021 | 15.57 | -0.40  | 1.741 |
| 0.0900 | 40.7432 | 0.0480 | 0.513 | 0.518 | 6.58  | 7.99  | 0.0314 | 1.0011 | 16.54 | 2.072 | 15.37 | -0.35  | 1.642 |
| 0.1000 | 41.7912 | 0.0530 | 0.532 | 0.526 | 6.30  | 7.74  | 0.0314 | 1.0006 | 16.96 | 2.115 | 14.94 | -0.31  | 1.570 |
| 0.1500 | 44.6471 | 0.0783 | 0.568 | 0.564 | 5.09  | 6.65  | 0.0303 | 0.9777 | 18.12 | 2.285 | 13.78 | -0.14  | 1.411 |
| 0.2000 | 46.8296 | 0.1036 | 0.596 | 0.598 | 4.41  | 6.04  | 0.0287 | 0.9172 | 19.01 | 2.406 | 12.90 | -0.02  | 1.300 |
| 0.3000 | 51.1844 | 0.1542 | 0.651 | 0.659 | 3.81  | 5.46  | 0.0265 | 0.8467 | 20.78 | 2.579 | 11.13 | 0.16   | 1.121 |
| 0.4000 | 55.1056 | 0.2048 | 0.701 | 0.712 | 2.60  | 5.23  | 0.0256 | 0.8173 | 22.37 | 2.702 | 9.54  | 0.28   | 0.969 |
| 0.5000 | 58.5706 | 0.2553 | 0.745 | 0.757 | 3.58  | 5.20  | 0.0255 | 0.8134 | 23.78 | 2.798 | 8.13  | 0.38   | 0.873 |
| 0.7000 | 64.9139 | 0.3665 | 0.826 | 0.830 | 3.81  | 5.46  | 0.0267 | 0.8535 | 26.35 | 2.943 | 5.96  | 0.52   | 0.611 |
| 0.9000 | 69.7097 | 0.4577 | 0.897 | 0.883 | 4.28  | 5.90  | 0.0294 | 0.9389 | 28.30 | 3.051 | 3.61  | 0.63   | 0.451 |
| 1.0000 | 71.8109 | 0.5082 | 0.914 | 0.904 | 4.60  | 6.21  | 0.0310 | 0.9878 | 29.15 | 3.097 | 2.76  | 0.68   | 0.381 |
| 1.1000 | 73.2740 | 0.5588 | 0.932 | 0.922 | 4.97  | 6.54  | 0.0326 | 1.0414 | 29.75 | 3.138 | 2.14  | 0.72   | 0.332 |
| 1.2000 | 74.5719 | 0.6094 | 0.949 | 0.938 | 5.39  | 6.93  | 0.0343 | 1.0949 | 30.27 | 3.176 | 1.64  | 0.75   | 0.285 |
| 1.3000 | 75.4975 | 0.6600 | 0.963 | 0.951 | 5.88  | 7.37  | 0.0359 | 1.1457 | 30.73 | 3.210 | 1.18  | 0.79   | 0.241 |
| 1.4000 | 76.0534 | 0.7106 | 0.969 | 0.963 | 6.44  | 7.87  | 0.0371 | 1.1917 | 30.87 | 3.242 | 1.03  | 0.82   | 0.210 |
| 1.5000 | 76.5851 | 0.7612 | 0.974 | 0.973 | 7.07  | 8.44  | 0.0386 | 1.2307 | 31.09 | 3.272 | 0.82  | 0.85   | 0.181 |
| 1.6000 | 76.8564 | 0.8117 | 0.978 | 0.981 | 7.74  | 9.08  | 0.0395 | 1.2610 | 31.20 | 3.300 | 0.71  | 0.88   | 0.151 |
| 1.7000 | 77.1221 | 0.8623 | 0.981 | 0.988 | 8.40  | 9.82  | 0.0402 | 1.2814 | 31.31 | 3.327 | 0.60  | 0.90   | 0.131 |
| 1.8000 | 77.5654 | 0.9129 | 0.987 | 0.995 | 9.52  | 10.64 | 0.0405 | 1.2998 | 31.49 | 3.351 | 0.42  | 0.93   | 0.111 |
| 1.9000 | 77.6539 | 0.9635 | 0.988 | 1.000 | 10.56 | 11.58 | 0.0404 | 1.2990 | 31.52 | 3.375 | 0.38  | 0.95   | 0.091 |

Table 11

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCOMPRESSIBLE FLOWS

STATION 5 POS.1 PITOT VINH

AMBIENT TEMPERATURE = DEGRFFS R  
 AMBIENT PRESSURE = INS HG  
 DENSITY = SLUGS/FT\*3  
 KINEMATIC VISCOSITY = 0.00016080 FT\*2/SEC  
 PITOT TUBE HEIGHT = 0.0320 INS  
 DISPLACEMENT FACTOR = 0.150  
 BOUNDARY LAYER THICKNESS = DELTA = 2.1070 INS  
 DISPLACEMENT THICKNESS = DELTA\* = 0.3656 INS  
 MOMENTUM THICKNESS = THETA = 0.2434 INS  
 ENERGY THICKNESS = DELTA\*\* = 0.413 INS  
 M = DELTA\*/THETA = 1.50  
 REYNOLDS NUMBER BASED ON THETA = 9497.  
 FRICTION VELOCITY = 7.2683 FT/SEC  
 FRICTION COEFFICIENT = 0.00182  
 FREE STREAM VELOCITY = 75.3 FT/SEC

COMMAND CARDS:

INITIAL PARAMETERS =

P11 = 1.0000 P22 = -0.7000 P33 = -1.3500 P44 = -1.0000 P55 = -67.0000

FINAL PARAMETERS =

P1 = 1.0439 P2 = -0.6174 P3 = -2.7060 P4 = -0.1665 P5 = -84.7839

MEAN ERROR = 0.006228

N = 5

K1 = 0 K2 = 0 K3 = 0 K4 = 1 K5 = 1 PITOT = 0.03200 ALPHA = 0.150

VC = 0.00016080

DELTA = 2.107 DIST = 0.0 REY = 0.0 C1 = 82208.50 C2 = 1.0

UE = 75.29 UTOR1 = 0.0 PTE = 0.0 PSF = 0.0 CV = 0.0

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCOMPRESSIBLE FLOWS

STATION 5 POS.1 PITOT VINH

| YI     | UI      | YK     | UN    | UNS   | N    | A     | UTOR   | UTORN  | UW*   | LOG5* | UN**  | LOGY** | SLOPE |
|--------|---------|--------|-------|-------|------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 0.0160 | 28.6322 | 0.0095 | 0.380 | 0.371 | 4.85 | 6.44  | 0.0298 | 0.9905 | 12.62 | 1.388 | 20.57 | -1.07  | 7.740 |
| 0.0200 | 28.7430 | 0.0118 | 0.382 | 0.384 | 4.79 | 6.38  | 0.0298 | 0.9905 | 12.67 | 1.465 | 20.57 | -0.99  | 6.823 |
| 0.0250 | 29.1818 | 0.0141 | 0.388 | 0.399 | 4.82 | 6.41  | 0.0299 | 0.9908 | 12.87 | 1.544 | 20.33 | -0.91  | 5.864 |
| 0.0300 | 30.8749 | 0.0165 | 0.410 | 0.412 | 4.92 | 6.50  | 0.0299 | 0.9920 | 13.61 | 1.617 | 19.59 | -0.84  | 5.078 |
| 0.0350 | 31.6972 | 0.0189 | 0.421 | 0.424 | 5.06 | 6.63  | 0.0299 | 0.9937 | 13.97 | 1.670 | 19.22 | -0.79  | 4.434 |
| 0.0400 | 32.7905 | 0.0213 | 0.436 | 0.434 | 5.22 | 6.77  | 0.0300 | 0.9955 | 14.46 | 1.722 | 18.74 | -0.74  | 3.705 |
| 0.0450 | 33.5724 | 0.0237 | 0.446 | 0.442 | 5.39 | 6.92  | 0.0300 | 0.9971 | 14.89 | 1.767 | 18.37 | -0.69  | 3.471 |
| 0.0500 | 34.5563 | 0.0260 | 0.451 | 0.450 | 5.56 | 7.07  | 0.0301 | 0.9989 | 14.97 | 1.809 | 18.27 | -0.65  | 3.114 |
| 0.0550 | 34.3328 | 0.0284 | 0.456 | 0.457 | 5.71 | 7.21  | 0.0301 | 0.9991 | 15.14 | 1.847 | 18.06 | -0.61  | 2.820 |
| 0.0600 | 34.9420 | 0.0308 | 0.464 | 0.463 | 5.85 | 7.33  | 0.0301 | 0.9997 | 15.40 | 1.882 | 17.79 | -0.57  | 2.574 |
| 0.0700 | 36.1416 | 0.0355 | 0.480 | 0.475 | 6.04 | 7.51  | 0.0301 | 1.0002 | 15.93 | 1.944 | 17.26 | -0.51  | 2.214 |
| 0.0800 | 36.9503 | 0.0402 | 0.491 | 0.485 | 6.13 | 7.59  | 0.0301 | 1.0005 | 16.29 | 1.999 | 16.90 | -0.46  | 1.964 |
| 0.0900 | 37.3914 | 0.0450 | 0.497 | 0.494 | 6.13 | 7.59  | 0.0301 | 1.0004 | 16.49 | 2.047 | 16.71 | -0.41  | 1.790 |
| 0.1000 | 38.0816 | 0.0497 | 0.506 | 0.502 | 6.05 | 7.51  | 0.0301 | 0.9998 | 16.79 | 2.091 | 16.40 | -0.37  | 1.668 |
| 0.1500 | 40.8916 | 0.0735 | 0.543 | 0.537 | 5.24 | 6.78  | 0.0294 | 0.9774 | 18.03 | 2.260 | 15.16 | -0.20  | 1.397 |
| 0.2000 | 42.9126 | 0.0972 | 0.570 | 0.569 | 4.55 | 6.16  | 0.0281 | 0.9118 | 18.92 | 2.382 | 14.27 | -0.07  | 1.288 |
| 0.3000 | 46.4039 | 0.1447 | 0.614 | 0.626 | 3.83 | 5.48  | 0.0257 | 0.8524 | 20.46 | 2.554 | 12.73 | 0.10   | 1.130 |
| 0.4000 | 49.7846 | 0.2121 | 0.661 | 0.677 | 3.55 | 5.16  | 0.0244 | 0.8110 | 21.95 | 2.677 | 11.24 | 0.22   | 0.993 |
| 0.5000 | 53.0734 | 0.2796 | 0.705 | 0.721 | 3.44 | 5.04  | 0.0239 | 0.7946 | 23.41 | 2.773 | 9.78  | 0.32   | 0.874 |
| 0.7000 | 59.1386 | 0.3345 | 0.794 | 0.794 | 3.51 | 5.13  | 0.0243 | 0.8072 | 26.07 | 2.918 | 7.12  | 0.46   | 0.676 |
| 0.9000 | 64.2137 | 0.4294 | 0.853 | 0.851 | 3.79 | 5.44  | 0.0259 | 0.8593 | 28.31 | 3.027 | 4.88  | 0.57   | 0.523 |
| 1.0000 | 66.3425 | 0.4769 | 0.882 | 0.874 | 3.79 | 5.64  | 0.0270 | 0.8998 | 29.27 | 3.072 | 3.93  | 0.62   | 0.460 |
| 1.1000 | 68.0012 | 0.5243 | 0.903 | 0.894 | 4.22 | 5.85  | 0.0284 | 0.9415 | 29.98 | 3.114 | 3.71  | 0.66   | 0.404 |
| 1.2000 | 68.5190 | 0.5718 | 0.923 | 0.912 | 4.49 | 6.11  | 0.0297 | 0.9869 | 30.65 | 3.151 | 2.54  | 0.69   | 0.356 |
| 1.3000 | 70.7898 | 0.6193 | 0.940 | 0.928 | 4.79 | 6.39  | 0.0312 | 1.0366 | 31.21 | 3.186 | 1.98  | 0.73   | 0.313 |
| 1.4000 | 71.7434 | 0.6667 | 0.953 | 0.942 | 5.14 | 6.70  | 0.0327 | 1.0866 | 31.53 | 3.218 | 1.56  | 0.76   | 0.275 |
| 1.5000 | 72.7266 | 0.7142 | 0.961 | 0.955 | 5.53 | 7.05  | 0.0342 | 1.1354 | 31.91 | 3.248 | 1.28  | 0.79   | 0.243 |
| 1.6000 | 72.8393 | 0.7617 | 0.967 | 0.965 | 5.96 | 7.43  | 0.0356 | 1.1816 | 32.11 | 3.276 | 1.08  | 0.82   | 0.213 |
| 1.7000 | 73.3436 | 0.8091 | 0.974 | 0.975 | 6.44 | 7.87  | 0.0369 | 1.2237 | 32.33 | 3.302 | 0.86  | 0.85   | 0.187 |
| 1.8000 | 73.4910 | 0.8566 | 0.980 | 0.983 | 6.98 | 8.35  | 0.0380 | 1.2606 | 32.54 | 3.327 | 0.66  | 0.87   | 0.165 |
| 1.9000 | 74.1191 | 0.9040 | 0.984 | 0.990 | 7.57 | 8.87  | 0.0389 | 1.2911 | 32.68 | 3.350 | 0.51  | 0.89   | 0.145 |
| 2.0000 | 74.3023 | 0.9515 | 0.987 | 0.997 | 8.23 | 9.48  | 0.0396 | 1.3144 | 32.76 | 3.372 | 0.43  | 0.92   | 0.127 |
| 2.1000 | 74.5258 | 0.9990 | 0.990 | 1.003 | 8.77 | 10.14 | 0.0401 | 1.3296 | 32.86 | 3.393 | 0.34  | 0.94   | 0.112 |

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCCMPRESSIBLE FLOWS

STATION 6 POS.1 PITOT VINH

AMBIENT TEMPERATURE = DEGRFFS R  
 AMBIENT PRESSURE = INS HG  
 DENSITY = SLUGS/FT\*\*3  
 KINEMATIC VISCOSITY = 0.00016120 FT\*\*2/SEC  
 PITOT TUBE HEIGHT = 0.0320 INS  
 DISPLACEMENT FACTOR = 0.150  
 BOUNDARY LAYER THICKNESS = DELTA = 2.2250 INS  
 DISPLACEMENT THICKNESS = DELTA\* = 0.4180 INS  
 MOMENTUM THICKNESS = THETA = 0.2749 INS  
 ENERGY THICKNESS = DELTA\*\* = 0.465 INS  
 H = DELTA\*/THETA = 1.52  
 REYNOLDS NUMBER BASED ON THETA = 10515.  
 FRICTION VELOCITY = 2.1997 FT/SEC  
 FRICTION COEFFICIENT = 0.00177  
 FREE STREAM VELOCITY = 74.0 FT/SEC

COMMAND CARDS:

INITIAL PARAMETERS =

P11 = 1.0000 P22 = -0.7000 P33 = -1.3500 P44 = -1.0000 P55 = -67.0000

FINAL PARAMETERS =

P1 = 1.0691 P2 = -0.6480 P3 = -2.3130 P4 = -0.2238 P5 = -113.2028

MEAN ERROR = 0.006127

M = 5

K1 = 0 K2 = 0 K3 = 0 K4 = 1 K5 = 1 PITOT = 0.03200 ALPHA = 0.150

VC = 0.00016120

DELTA = 2.225 DIST = 0.0 REY = 0.0 C1 = 0.5116.R1 C2 = 1.0

UE = 74.00 UTORI = 0.0 PTE = 0.0 PSE = 0.0 CV = 0.0

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCCMPRESSIBLE FLOWS

STATION 6 POS.1 PITOT VINH

| YI     | UI      | YN     | UN    | UNS   | N    | A    | UTOR   | UTORN  | IR*   | LOGY* | UN**  | LOGY** | SLOPE  |
|--------|---------|--------|-------|-------|------|------|--------|--------|-------|-------|-------|--------|--------|
| 0.0160 | 26.7058 | 0.0093 | 0.261 | 0.357 | 3.73 | 5.37 | 0.0287 | 0.9666 | 12.14 | 1.374 | 21.50 | -1.12  | 10.260 |
| 0.0200 | 27.2954 | 0.0111 | 0.369 | 0.374 | 3.89 | 5.54 | 0.0288 | 0.9704 | 12.41 | 1.450 | 21.73 | -1.04  | 9.634  |
| 0.0250 | 28.9923 | 0.0134 | 0.392 | 0.392 | 4.17 | 5.81 | 0.0291 | 0.9799 | 13.19 | 1.530 | 20.46 | -0.96  | 7.016  |
| 0.0300 | 30.1762 | 0.0156 | 0.408 | 0.406 | 4.51 | 6.13 | 0.0294 | 0.9842 | 13.72 | 1.597 | 19.92 | -0.90  | 5.759  |
| 0.0350 | 30.9255 | 0.0179 | 0.418 | 0.418 | 4.88 | 6.47 | 0.0296 | 0.9864 | 14.06 | 1.656 | 19.58 | -0.84  | 4.792  |
| 0.0400 | 31.7668 | 0.0201 | 0.429 | 0.428 | 5.28 | 6.82 | 0.0298 | 1.0013 | 14.44 | 1.707 | 19.20 | -0.79  | 4.024  |
| 0.0450 | 32.1985 | 0.0224 | 0.435 | 0.436 | 5.67 | 7.18 | 0.0298 | 1.0027 | 14.63 | 1.753 | 19.01 | -0.74  | 3.434  |
| 0.0500 | 32.6953 | 0.0246 | 0.442 | 0.443 | 6.05 | 7.52 | 0.0298 | 1.0016 | 14.85 | 1.795 | 18.78 | -0.70  | 2.975  |
| 0.0550 | 32.9945 | 0.0269 | 0.446 | 0.450 | 6.37 | 7.82 | 0.0297 | 0.9989 | 15.00 | 1.833 | 18.64 | -0.66  | 2.617  |
| 0.0600 | 33.7430 | 0.0291 | 0.456 | 0.455 | 6.69 | 8.09 | 0.0296 | 0.9955 | 15.35 | 1.867 | 18.29 | -0.63  | 2.339  |
| 0.0700 | 34.4630 | 0.0336 | 0.466 | 0.465 | 7.09 | 8.45 | 0.0294 | 0.9896 | 15.67 | 1.930 | 17.97 | -0.57  | 1.950  |
| 0.0800 | 35.2279 | 0.0381 | 0.476 | 0.473 | 7.25 | 8.60 | 0.0293 | 0.9870 | 16.02 | 1.984 | 17.63 | -0.51  | 1.711  |
| 0.0900 | 35.7820 | 0.0426 | 0.484 | 0.480 | 7.22 | 8.57 | 0.0294 | 0.9874 | 16.27 | 2.033 | 17.37 | -0.46  | 1.562  |
| 0.1000 | 36.4176 | 0.0471 | 0.492 | 0.487 | 7.05 | 8.42 | 0.0294 | 0.9893 | 16.56 | 2.076 | 17.07 | -0.42  | 1.467  |
| 0.1500 | 38.7053 | 0.0696 | 0.523 | 0.517 | 5.78 | 7.28 | 0.0292 | 0.9914 | 17.60 | 2.246 | 16.05 | -0.25  | 1.284  |
| 0.2000 | 40.6940 | 0.0920 | 0.550 | 0.545 | 4.87 | 6.47 | 0.0280 | 0.9612 | 18.50 | 2.367 | 15.14 | -0.13  | 1.212  |
| 0.2500 | 42.2050 | 0.1145 | 0.570 | 0.572 | 4.34 | 5.95 | 0.0267 | 0.8983 | 19.19 | 2.462 | 14.45 | -0.03  | 1.150  |
| 0.3000 | 43.9758 | 0.1370 | 0.594 | 0.597 | 3.99 | 5.64 | 0.0254 | 0.8555 | 19.99 | 2.540 | 13.65 | 0.04   | 1.092  |
| 0.4000 | 46.9942 | 0.1819 | 0.635 | 0.644 | 3.60 | 5.22 | 0.0238 | 0.8013 | 21.36 | 2.653 | 12.28 | 0.17   | 0.984  |
| 0.5000 | 49.7420 | 0.2269 | 0.672 | 0.686 | 3.41 | 5.00 | 0.0230 | 0.7721 | 22.61 | 2.759 | 11.03 | 0.26   | 0.887  |
| 0.7000 | 54.6943 | 0.3169 | 0.739 | 0.758 | 3.32 | 4.89 | 0.0225 | 0.7572 | 24.47 | 2.906 | 8.79  | 0.41   | 0.720  |
| 0.9000 | 59.7663 | 0.4067 | 0.808 | 0.816 | 3.43 | 5.02 | 0.0231 | 0.7741 | 27.17 | 3.012 | 6.47  | 0.52   | 0.585  |
| 1.0000 | 62.1053 | 0.4516 | 0.839 | 0.841 | 3.53 | 5.15 | 0.0237 | 0.7941 | 28.23 | 3.058 | 5.41  | 0.56   | 0.527  |
| 1.1000 | 64.4876 | 0.4965 | 0.871 | 0.864 | 3.66 | 5.30 | 0.0245 | 0.8232 | 29.32 | 3.097 | 4.32  | 0.60   | 0.475  |
| 1.2000 | 66.0070 | 0.5415 | 0.892 | 0.884 | 3.81 | 5.46 | 0.0254 | 0.8533 | 30.01 | 3.137 | 3.63  | 0.64   | 0.428  |
| 1.3000 | 67.5994 | 0.5864 | 0.914 | 0.902 | 3.99 | 5.64 | 0.0264 | 0.8879 | 30.73 | 3.171 | 2.91  | 0.68   | 0.386  |
| 1.4000 | 68.7160 | 0.6314 | 0.929 | 0.919 | 4.18 | 5.82 | 0.0276 | 0.9272 | 31.24 | 3.204 | 2.40  | 0.71   | 0.348  |
| 1.5000 | 70.0765 | 0.6763 | 0.946 | 0.934 | 4.40 | 6.04 | 0.0287 | 0.9665 | 31.83 | 3.233 | 1.82  | 0.74   | 0.314  |
| 1.6000 | 71.1046 | 0.7213 | 0.961 | 0.947 | 4.65 | 6.25 | 0.0300 | 1.0096 | 32.33 | 3.261 | 1.32  | 0.77   | 0.283  |
| 1.7000 | 71.6335 | 0.7662 | 0.968 | 0.959 | 4.91 | 6.49 | 0.0313 | 1.0542 | 32.57 | 3.287 | 1.08  | 0.79   | 0.255  |
| 1.8000 | 72.0140 | 0.8111 | 0.973 | 0.970 | 5.21 | 6.76 | 0.0326 | 1.0995 | 32.74 | 3.312 | 0.90  | 0.82   | 0.230  |
| 1.9000 | 72.4413 | 0.8561 | 0.979 | 0.980 | 5.53 | 7.05 | 0.0340 | 1.1448 | 32.93 | 3.336 | 0.71  | 0.84   | 0.207  |
| 2.0000 | 72.4512 | 0.9010 | 0.979 | 0.988 | 5.88 | 7.37 | 0.0351 | 1.1793 | 32.94 | 3.358 | 0.70  | 0.86   | 0.186  |
| 2.1000 | 72.5451 | 0.9460 | 0.980 | 0.996 | 6.27 | 7.71 | 0.0362 | 1.2172 | 32.98 | 3.379 | 0.66  | 0.88   | 0.168  |
| 2.2000 | 73.2340 | 0.9909 | 0.990 | 1.004 | 6.69 | 8.09 | 0.0372 | 1.2514 | 32.99 | 3.399 | 0.65  | 0.90   | 0.151  |

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCCMPRESSIBLE FLOWS

STATION 7 POS.1 PITOT VINH

AMBIENT TEMPERATURE = DEGREESS R  
 AMBIENT PRESSURE = INS HG  
 DENSITY = SLUGS/FT\*\*3  
 KINEMATIC VISCOSITY = 0.00016690 FT\*\*2/SEC  
 PITOT TUBE HEIGHT = 0.0320 INS  
 DISPLACEMENT FACTOR = 0.150  
 BOUNDARY LAYER THICKNESS = DELTA = 2.4500 INS  
 DISPLACEMENT THICKNESS = DELTA\* = 0.4771 INS  
 MOMENTUM THICKNESS = THETA = 0.3090 INS  
 ENERGY THICKNESS = DELTA\*\* = 0.519 INS  
 H = DELTA\*/THETA = 1.54  
 REYNOLDS NUMBER BASED ON THETA = 11241.  
 FRICTION VELOCITY = 2.1259 FT/SEC  
 FRICTION COEFFICIENT = 0.00170  
 FREE STREAM VELOCITY = 72.9 FT/SEC

COMMAND CARDS:

INITIAL PARAMETERS =

P11 = 1.0000 P22 = -0.7000 P33 = -1.3500 P44 = -1.0000 P55 = -67.0000

FINAL PARAMETERS =

P1 = 1.1073 P2 = -0.6909 P3 = -2.0153 P4 = -0.7541 P5 = -122.2282

MEAN ERROR = 0.006647

M = 5

K1 = 0 K2 = 0 K3 = 0 K4 = 1 K5 = 1 PITOT = 0.03200 ALPHA = 0.150

VC = 0.00016690

DELTA = 2.450 DIST = 0.0 REY = 0.0 C1 = 89140.94 C2 = 1.0

UE = 72.97 UTORI = 0.0 PTE = 0.0 PSE = 0.0 CV = 0.0

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCCMPRESSIBLE FLOWS

STATION 7 POS.1 PITOT VINH

| YI     | UI      | YN     | UN    | UNS   | N    | A    | UTOR   | UTORN  | UN*   | LOGY* | UN**  | LOGY** | SLOPE  |
|--------|---------|--------|-------|-------|------|------|--------|--------|-------|-------|-------|--------|--------|
| 0.0160 | 25.1394 | 0.0085 | 0.345 | 0.338 | 3.22 | 4.75 | 0.0277 | 0.9479 | 11.93 | 1.344 | 22.45 | -1.17  | 12.370 |
| 0.0200 | 25.3946 | 0.0101 | 0.348 | 0.357 | 3.40 | 4.98 | 0.0277 | 0.9506 | 11.95 | 1.420 | 22.33 | -1.10  | 10.376 |
| 0.0250 | 26.9948 | 0.0122 | 0.370 | 0.376 | 3.69 | 5.32 | 0.0280 | 0.9584 | 12.70 | 1.500 | 21.58 | -1.02  | 8.381  |
| 0.0300 | 28.5054 | 0.0142 | 0.391 | 0.391 | 4.03 | 5.68 | 0.0283 | 0.9714 | 13.41 | 1.567 | 20.87 | -0.95  | 5.825  |
| 0.0350 | 29.4300 | 0.0162 | 0.404 | 0.404 | 4.43 | 6.06 | 0.0287 | 0.9846 | 13.84 | 1.626 | 20.43 | -0.89  | 5.611  |
| 0.0400 | 30.3546 | 0.0183 | 0.417 | 0.414 | 4.86 | 6.44 | 0.0291 | 0.9958 | 14.28 | 1.677 | 20.00 | -0.84  | 4.664  |
| 0.0450 | 30.8642 | 0.0203 | 0.424 | 0.423 | 5.30 | 6.84 | 0.0292 | 1.0019 | 14.52 | 1.723 | 19.76 | -0.79  | 3.923  |
| 0.0500 | 31.4072 | 0.0224 | 0.431 | 0.430 | 5.75 | 7.24 | 0.0293 | 1.0034 | 14.77 | 1.765 | 19.40 | -0.75  | 3.348  |
| 0.0550 | 31.9355 | 0.0244 | 0.438 | 0.437 | 6.17 | 7.63 | 0.0292 | 1.0015 | 15.02 | 1.803 | 19.25 | -0.71  | 2.898  |
| 0.0600 | 32.1529 | 0.0264 | 0.441 | 0.442 | 6.57 | 7.99 | 0.0291 | 0.9974 | 15.12 | 1.837 | 19.15 | -0.68  | 2.545  |
| 0.0700 | 32.7934 | 0.0305 | 0.450 | 0.452 | 7.20 | 8.56 | 0.0288 | 0.9874 | 15.43 | 1.900 | 18.85 | -0.62  | 2.053  |
| 0.0800 | 33.4977 | 0.0346 | 0.462 | 0.459 | 7.58 | 8.90 | 0.0286 | 0.9801 | 15.85 | 1.954 | 18.43 | -0.56  | 1.750  |
| 0.0900 | 34.1848 | 0.0387 | 0.469 | 0.466 | 7.71 | 9.01 | 0.0285 | 0.9775 | 16.08 | 2.003 | 18.20 | -0.51  | 1.567  |
| 0.1000 | 34.5706 | 0.0428 | 0.474 | 0.472 | 7.64 | 8.95 | 0.0286 | 0.9787 | 16.26 | 2.046 | 18.02 | -0.47  | 1.444  |
| 0.1500 | 36.9102 | 0.0632 | 0.507 | 0.499 | 8.37 | 7.80 | 0.0288 | 0.9858 | 17.17 | 2.216 | 16.91 | -0.30  | 1.249  |
| 0.2000 | 38.6146 | 0.0836 | 0.530 | 0.524 | 5.32 | 6.86 | 0.0280 | 0.9586 | 18.16 | 2.337 | 16.11 | -0.18  | 1.178  |
| 0.2500 | 40.0748 | 0.1040 | 0.550 | 0.547 | 4.66 | 6.26 | 0.0267 | 0.9165 | 18.85 | 2.432 | 15.43 | -0.08  | 1.129  |
| 0.3000 | 41.3291 | 0.1244 | 0.567 | 0.570 | 4.23 | 5.85 | 0.0256 | 0.8763 | 19.44 | 2.510 | 14.94 | -0.01  | 1.084  |
| 0.4000 | 43.9323 | 0.1652 | 0.603 | 0.612 | 3.71 | 5.15 | 0.0236 | 0.8009 | 20.64 | 2.633 | 13.61 | 0.12   | 0.999  |
| 0.5000 | 46.4189 | 0.2060 | 0.637 | 0.651 | 3.44 | 5.03 | 0.0224 | 0.7603 | 21.83 | 2.729 | 12.44 | 0.21   | 0.919  |
| 0.7000 | 51.2989 | 0.2877 | 0.704 | 0.720 | 3.21 | 4.74 | 0.0213 | 0.7309 | 24.13 | 2.874 | 10.15 | 0.36   | 0.750  |
| 0.9000 | 56.0320 | 0.3693 | 0.769 | 0.779 | 3.19 | 4.71 | 0.0212 | 0.7269 | 26.36 | 2.992 | 7.92  | 0.47   | 0.652  |
| 1.0000 | 58.2030 | 0.4101 | 0.795 | 0.805 | 3.22 | 4.76 | 0.0214 | 0.7334 | 27.39 | 3.028 | 6.90  | 0.51   | 0.609  |
| 1.1000 | 60.1885 | 0.4509 | 0.826 | 0.829 | 3.28 | 4.83 | 0.0217 | 0.7444 | 28.31 | 3.069 | 5.97  | 0.55   | 0.561  |
| 1.2000 | 62.2802 | 0.4918 | 0.855 | 0.851 | 3.35 | 4.92 | 0.0222 | 0.7593 | 29.30 | 3.107 | 4.98  | 0.59   | 0.517  |
| 1.3000 | 64.2536 | 0.5326 | 0.882 | 0.871 | 3.44 | 5.03 | 0.0227 | 0.7777 | 30.22 | 3.141 | 4.05  | 0.63   | 0.476  |
| 1.4000 | 65.5963 | 0.5734 | 0.900 | 0.890 | 3.54 | 5.16 | 0.0233 | 0.7973 | 30.86 | 3.174 | 3.42  | 0.66   | 0.438  |
| 1.5000 | 67.0679 | 0.6142 | 0.920 | 0.907 | 3.64 | 5.29 | 0.0240 | 0.8139 | 31.55 | 3.203 | 2.73  | 0.69   | 0.404  |
| 1.6000 | 68.3707 | 0.6550 | 0.938 | 0.923 | 3.79 | 5.44 | 0.0248 | 0.8215 | 32.16 | 3.231 | 2.11  | 0.72   | 0.372  |
| 1.7000 | 69.2704 | 0.6959 | 0.950 | 0.937 | 3.93 | 5.58 | 0.0257 | 0.8219 | 32.56 | 3.259 | 1.71  | 0.74   | 0.463  |
| 1.8000 | 70.0204 | 0.7367 | 0.961 | 0.951 | 4.09 | 5.74 | 0.0267 | 0.8152 | 32.94 | 3.282 | 1.36  | 0.77   | 0.416  |
| 1.9000 | 70.5139 | 0.7775 | 0.968 | 0.963 | 4.24 | 5.89 | 0.0278 | 0.8016 | 33.17 | 3.306 | 1.11  | 0.79   | 0.291  |
| 2.0000 | 70.8576 | 0.8183 | 0.972 | 0.975 | 4.45 | 6.08 | 0.0287 | 0.7954 | 33.13 | 3.328 | 0.95  | 0.81   | 0.268  |
| 2.1000 | 70.9553 | 0.8591 | 0.974 | 0.985 | 4.65 | 6.26 | 0.0298 | 1.0228 | 33.34 | 3.349 | 0.90  | 0.83   | 0.247  |
| 2.2000 | 71.5755 | 0.9000 | 0.982 | 0.995 | 4.87 | 6.45 | 0.0309 | 1.0005 | 33.67 | 3.369 | 0.61  | 0.85   | 0.227  |
| 2.3000 | 71.9297 | 0.9407 | 0.987 | 1.004 | 5.10 | 6.66 | 0.0320 | 1.0080 | 33.82 | 3.389 | 0.45  | 0.87   | 0.209  |

Table 16



CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCOMPRESSIBLE FLOWS

STATION A POS.1 PITOT VINH

AMBIENT TEMPERATURE = DEGREES R  
 AMBIENT PRESSURE = INS HG  
 DENSITY = SLUGS/FT<sup>3</sup>  
 KINEMATIC VISCOSITY = 0.00016930 FT<sup>2</sup>/SEC  
 PITOT TUBE HEIGHT = 0.0320 INS  
 DISPLACEMENT FACTOR = 0.150  
 BOUNDARY LAYER THICKNESS = DELTA = 2.6000 INS  
 DISPLACEMENT THICKNESS = DELTA\* = 0.5271 INS  
 MOMENTUM THICKNESS = THETA = 0.3382 INS  
 ENERGY THICKNESS = DELTA\*\* = 0.567 INS  
 H = DELTA\*/THETA = 1.56  
 REYNOLDS NUMBER BASED ON THETA = 11876.  
 FRICTION VELOCITY = 2.0240 FT/SEC  
 FRICTION COEFFICIENT = 0.00167  
 FREE STREAM VELOCITY = 71.1 FT/SEC

COMMAND CARDS:

INITIAL PARAMETERS =

P11 = 1.0000 P27 = -0.7000 P33 = -1.3500 P44 = -1.0000 P55 = -67.0000

FINAL PARAMETERS =

P1 = 1.1275 P2 = -0.7182 P3 = -1.8360 P4 = -0.1904 P5 = -107.2311

MEAN ERROR = 0.007229

N = 5

K1 = 0 K2 = 0 K3 = 0 K4 = 1 K5 = 1 PITOT = 0.03200 ALPHA = 0.150

VC = 0.00016930

DELTA = 2.600 DIST = 0.0 RFY = 0.0 C1 = 90982.44 C2 = 1.0

UF = 71.10 UTORI = 0.0 PTF = 0.0 PSE = 0.0 CV = 0.0

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCOMPRESSIBLE FLOWS

STATION B POS.1 PITOT VINH

| VI     | UI      | VN     | UA    | UNS   | N    | A    | UTOR   | UTURN  | UN*   | LOGV* | UN**  | LOGV** | SLOPE |
|--------|---------|--------|-------|-------|------|------|--------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 0.0160 | 24.4031 | 0.0090 | 0.343 | 0.339 | 4.25 | 5.88 | 0.0283 | 0.9946 | 12.06 | 1.316 | 23.07 | -1.21  | 9.959 |
| 0.0200 | 24.8039 | 0.0095 | 0.349 | 0.353 | 4.29 | 5.91 | 0.0283 | 0.9955 | 12.26 | 1.393 | 22.87 | -1.13  | 8.638 |
| 0.0250 | 26.0896 | 0.0115 | 0.367 | 0.368 | 4.42 | 6.05 | 0.0283 | 0.9974 | 12.80 | 1.473 | 22.24 | -1.05  | 7.265 |
| 0.0300 | 27.1959 | 0.0134 | 0.383 | 0.381 | 4.61 | 6.24 | 0.0284 | 0.9996 | 13.44 | 1.540 | 21.69 | -0.99  | 6.148 |
| 0.0400 | 28.4979 | 0.0172 | 0.401 | 0.402 | 5.18 | 6.74 | 0.0286 | 1.0052 | 14.09 | 1.650 | 21.05 | -0.88  | 4.695 |
| 0.0500 | 29.5170 | 0.0211 | 0.415 | 0.417 | 5.82 | 7.31 | 0.0286 | 1.0059 | 14.58 | 1.737 | 20.54 | -0.79  | 3.399 |
| 0.0600 | 30.5144 | 0.0240 | 0.425 | 0.428 | 6.43 | 7.86 | 0.0285 | 1.0008 | 15.09 | 1.810 | 20.05 | -0.72  | 2.670 |
| 0.0700 | 31.0913 | 0.0288 | 0.437 | 0.437 | 6.96 | 8.34 | 0.0283 | 0.9914 | 15.46 | 1.872 | 19.77 | -0.66  | 2.145 |
| 0.0800 | 31.9434 | 0.0326 | 0.449 | 0.445 | 7.34 | 8.68 | 0.0281 | 0.9865 | 15.78 | 1.927 | 19.35 | -0.60  | 1.860 |
| 0.1000 | 32.7863 | 0.0403 | 0.461 | 0.458 | 7.60 | 8.91 | 0.0279 | 0.9816 | 16.20 | 2.019 | 18.93 | -0.51  | 1.696 |
| 0.1500 | 34.8945 | 0.0595 | 0.491 | 0.483 | 6.67 | 8.08 | 0.0282 | 0.9894 | 17.24 | 2.188 | 17.80 | -0.34  | 1.217 |
| 0.2000 | 36.7974 | 0.0788 | 0.517 | 0.506 | 5.61 | 7.12 | 0.0277 | 0.9719 | 18.18 | 2.310 | 16.95 | -0.22  | 1.145 |
| 0.2500 | 37.5549 | 0.0980 | 0.529 | 0.529 | 4.98 | 6.47 | 0.0266 | 0.9349 | 18.56 | 2.405 | 16.57 | -0.12  | 1.102 |
| 0.3000 | 38.8156 | 0.1172 | 0.546 | 0.548 | 4.40 | 5.99 | 0.0256 | 0.8979 | 19.18 | 2.482 | 15.95 | -0.05  | 1.063 |
| 0.4000 | 41.6197 | 0.1557 | 0.585 | 0.588 | 3.81 | 5.46 | 0.0235 | 0.8241 | 20.56 | 2.606 | 14.56 | 0.08   | 0.699 |
| 0.5000 | 43.4803 | 0.1942 | 0.612 | 0.625 | 3.48 | 5.09 | 0.0221 | 0.7772 | 21.49 | 2.701 | 13.66 | 0.17   | 0.623 |
| 0.6000 | 46.2118 | 0.2326 | 0.650 | 0.659 | 3.29 | 4.85 | 0.0212 | 0.7463 | 22.43 | 2.780 | 12.30 | 0.25   | 0.860 |
| 0.7000 | 47.8220 | 0.2711 | 0.673 | 0.691 | 3.18 | 4.70 | 0.0207 | 0.7265 | 23.63 | 2.846 | 11.50 | 0.32   | 0.802 |
| 0.8000 | 50.3421 | 0.3095 | 0.708 | 0.721 | 3.12 | 4.61 | 0.0203 | 0.7148 | 24.88 | 2.904 | 10.25 | 0.38   | 0.747 |
| 1.0000 | 54.8710 | 0.3865 | 0.772 | 0.774 | 3.00 | 4.58 | 0.0202 | 0.7094 | 27.11 | 3.000 | 8.02  | 0.47   | 0.669 |
| 1.2000 | 58.8943 | 0.4634 | 0.824 | 0.821 | 3.14 | 4.65 | 0.0205 | 0.7212 | 29.10 | 3.079 | 6.03  | 0.55   | 0.643 |
| 1.4000 | 62.3046 | 0.5403 | 0.876 | 0.861 | 3.26 | 4.81 | 0.0212 | 0.7459 | 30.78 | 3.146 | 4.34  | 0.62   | 0.619 |
| 1.6000 | 65.1921 | 0.6172 | 0.916 | 0.896 | 3.42 | 5.01 | 0.0222 | 0.7809 | 32.17 | 3.206 | 2.96  | 0.68   | 0.625 |
| 1.8000 | 67.0425 | 0.6942 | 0.943 | 0.927 | 3.62 | 5.25 | 0.0235 | 0.8250 | 33.12 | 3.255 | 2.09  | 0.73   | 0.669 |
| 2.0000 | 68.4211 | 0.7711 | 0.962 | 0.953 | 3.86 | 5.51 | 0.0250 | 0.8778 | 33.81 | 3.300 | 1.32  | 0.77   | 0.670 |
| 2.2000 | 69.1413 | 0.8480 | 0.973 | 0.976 | 4.14 | 5.78 | 0.0267 | 0.9392 | 34.18 | 3.342 | 0.95  | 0.81   | 0.278 |
| 2.4000 | 69.8871 | 0.9249 | 0.983 | 0.986 | 4.46 | 6.02 | 0.0286 | 1.0039 | 34.53 | 3.379 | 0.60  | 0.85   | 0.241 |
| 2.5000 | 70.2644 | 0.9634 | 0.989 | 1.005 | 4.64 | 6.25 | 0.0296 | 1.0342 | 34.72 | 3.387 | 0.41  | 0.87   | 0.225 |

Table 18

TABLES D'APPROXIMATION

Résultats de l'approximation des profils complets et des profils partiels de vitesse :

$$UN = u / U_e \quad V.S \quad YN = y/\delta$$

Par l'expression :

$$UN = A + B e^{C \cdot YN} + D e^{G \cdot YN}$$

Valeurs initiales pour le profil complet :

$$A = 1.0$$

$$B = -0.7$$

$$C = -1.35$$

$$D = -1.0$$

$$G = -67.0$$

Pour les profils partiels, les valeurs initiales (et aussi finales) de A B C D G sont calculées directement par le programme principal.

Notation

OBS = valeur expérimentale de UN

PRED = valeur trouvée par l'approximation

DIFF = PRED - OBS

IND = YN

PROFIL COMPLET DE VITESSE

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCOMPRESSIBLE FLOWS

STATION 4 POS.1 PITOT VINH

N = 31

|            |          |           |           |         |           |            |            |
|------------|----------|-----------|-----------|---------|-----------|------------|------------|
| PARAMETERS | 1.000000 | -0.700000 | -1.349999 | -1.0000 | -67.0000  | MEAN ERROR | 0.28289473 |
| PARAMETERS | 0.758120 | -0.314304 | -3.075976 | -0.1875 | -71.7417  | MEAN ERROR | 0.12023854 |
| PARAMETERS | 1.029327 | -0.598273 | -3.108885 | -0.1961 | -107.8382 | MEAN ERROR | 0.00716091 |
| PARAMETERS | 1.032498 | -0.593546 | -3.011041 | -0.2222 | -116.9707 | MEAN ERROR | 0.00506364 |
| PARAMETERS | 1.032507 | -0.593361 | -3.012061 | -0.2188 | -114.9060 | MEAN ERROR | 0.00507988 |

|                  | OBS      | PREO      | DIFF      | IND       |             |
|------------------|----------|-----------|-----------|-----------|-------------|
|                  | 0.398344 | 0.392561  | -0.005783 | 0.010521  |             |
|                  | 0.402308 | 0.409730  | 0.007423  | 0.012544  |             |
|                  | 0.424070 | 0.427184  | 0.003114  | 0.015073  |             |
|                  | 0.441186 | 0.441245  | 0.000059  | 0.017602  |             |
|                  | 0.453016 | 0.452774  | -0.000242 | 0.020132  |             |
|                  | 0.463405 | 0.462413  | -0.000993 | 0.022661  |             |
|                  | 0.471327 | 0.470636  | -0.000691 | 0.025190  |             |
|                  | 0.476905 | 0.477798  | 0.000893  | 0.027719  |             |
|                  | 0.486883 | 0.484164  | -0.002719 | 0.030248  |             |
|                  | 0.490230 | 0.489928  | -0.000302 | 0.032777  |             |
|                  | 0.501353 | 0.500202  | -0.001150 | 0.037835  |             |
|                  | 0.511955 | 0.509395  | -0.002560 | 0.042893  |             |
|                  | 0.518361 | 0.517937  | -0.000424 | 0.047951  |             |
|                  | 0.531694 | 0.526066  | -0.005629 | 0.053010  |             |
|                  | 0.568030 | 0.563594  | -0.004436 | 0.078300  |             |
|                  | 0.595796 | 0.597996  | 0.002200  | 0.103591  |             |
|                  | 0.651201 | 0.659380  | 0.008179  | 0.154173  |             |
|                  | 0.701089 | 0.712092  | 0.011003  | 0.204755  |             |
|                  | 0.745173 | 0.757356  | 0.012184  | 0.255336  |             |
|                  | 0.825876 | 0.829605  | 0.003729  | 0.356500  |             |
|                  | 0.886897 | 0.882882  | -0.004010 | 0.457663  |             |
|                  | 0.913625 | 0.904019  | -0.009606 | 0.508245  |             |
|                  | 0.932250 | 0.922169  | -0.010080 | 0.558826  |             |
|                  | 0.948752 | 0.937756  | -0.010996 | 0.609408  |             |
|                  | 0.963073 | 0.951140  | -0.011932 | 0.659990  |             |
|                  | 0.967603 | 0.962634  | -0.004969 | 0.710572  |             |
|                  | 0.974364 | 0.972504  | -0.001862 | 0.761153  |             |
|                  | 0.977817 | 0.980979  | 0.003163  | 0.811735  |             |
|                  | 0.981197 | 0.988258  | 0.007061  | 0.862317  |             |
|                  | 0.986817 | 0.994508  | 0.007670  | 0.912898  |             |
|                  | 0.987963 | 0.999875  | 0.011912  | 0.963480  |             |
| FINAL PARAMETERS | 1.032498 | -0.593546 | -3.011041 | -0.222180 | -116.970673 |
| MEAN ERROR       | 0.005064 | SUM ERROR | 0.000205  |           |             |

CALCULATION OF SKIN FRICTION - INCOMPRESSIBLE FLOWS

STATION 6 POS.1 PITOT VINH  
PI RED = 1:0060

N = 17

|            |          |           |           |         |           |            |            |
|------------|----------|-----------|-----------|---------|-----------|------------|------------|
| PARAMETERS | 1.006012 | -0.608228 | -3.813031 | -0.1649 | -153.2346 | MEAN ERROR | 0.00602503 |
| PARAMETERS | 0.643762 | -0.225307 | -5.691202 | -0.2335 | -130.2310 | MEAN ERROR | 0.02033597 |

|  | ORS      | PRFD     | DIFF      | IND      |
|--|----------|----------|-----------|----------|
|  | 0.372048 | 0.377650 | 0.005602  | 0.009103 |
|  | 0.375269 | 0.381281 | 0.006012  | 0.009540 |
|  | 0.376370 | 0.384739 | 0.007669  | 0.009978 |
|  | 0.385165 | 0.391177 | 0.006012  | 0.010853 |
|  | 0.398141 | 0.399789 | 0.001648  | 0.012166 |
|  | 0.409009 | 0.407346 | -0.001662 | 0.013479 |
|  | 0.419347 | 0.416110 | -0.003237 | 0.015230 |
|  | 0.430355 | 0.425433 | -0.004922 | 0.017418 |
|  | 0.441569 | 0.433420 | -0.008149 | 0.019606 |
|  | 0.447530 | 0.440439 | -0.007091 | 0.021794 |
|  | 0.455307 | 0.446755 | -0.008552 | 0.023982 |
|  | 0.464317 | 0.457984 | -0.006333 | 0.028359 |
|  | 0.473581 | 0.472835 | -0.000746 | 0.034923 |
|  | 0.485128 | 0.495224 | 0.010096  | 0.045864 |
|  | 0.511943 | 0.512093 | 0.000150  | 0.054617 |
|  | 0.530255 | 0.536242 | 0.005987  | 0.067746 |
|  | 0.555946 | 0.573852 | 0.017906  | 0.089628 |

FINAL PARAMETERS 1.006012 -0.608228 -3.813031 -0.164939 -153.234610

MEAN ERROR 0.006025 SUM ERROR -0.000014

PROFIL PARTIEL DE VITESSE

Table 83

TABLEAUX DES RESULTATS

| YN     | $\frac{\partial(\text{UN})}{\partial(\text{YN})}$ | $\frac{\partial u}{\partial y}$ | l (mm) | $1/\delta$ |
|--------|---|---------------------------------|--------|------------|
| 0.0126 | 4.904   | 2999.28                         | 0.294  | 0.00697    |
| 0.0150 | 4.456   | 2725.25                         | 0.333  | 0.00768    |
| 0.0180 | 3.979   | 2433.91                         | 0.361  | 0.00859    |
| 0.0210 | 3.581   | 2190.39                         | 0.402  | 0.00955    |
| 0.0271 | 2.960   | 1810.52                         | 0.486  | 0.01155    |
| 0.0331 | 2.531   | 1547.73                         | 0.568  | 0.01351    |
| 0.0391 | 2.225   | 1360.57                         | 0.647  | 0.01537    |
| 0.0452 | 2.001   | 1228.19                         | 0.716  | 0.01703    |
| 0.0512 | 1.840   | 1125.25                         | 0.782  | 0.01859    |
| 0.0633 | 1.626   | 994.29                          | 0.885  | 0.02104    |
| 0.0935 | 1.363   | 833.52                          | 1.056  | 0.02510    |
| 0.1237 | 1.210   | 743.04                          | 1.184  | 0.02815    |
| 0.1539 | 1.086   | 664.36                          | 1.324  | 0.03148    |
| 0.1841 | 0.976   | 597.25                          | 1.473  | 0.03503    |
| 0.2143 | 0.878   | 537.06                          | 1.638  | 0.03895    |
| 0.2444 | 0.790   | 483.13                          | 1.821  | 0.04330    |
| 0.3048 | 0.639   | 390.72                          | 2.252  | 0.05334    |
| 0.3652 | 0.517   | 315.98                          | 2.785  | 0.06620    |

| YN     | $\frac{\partial(U_N)}{\partial(Y_N)}$ | $\frac{\partial U}{\partial y}$ | l (mm) | 1/δ      |
|--------|---------------------------------------|---------------------------------|--------|----------|
| 0.0114 | 6.580                                 | 3543.32                         | 0.229  | 0.00495  |
| 0.0136 | 6.631                                 | 3032.18                         | 0.267  | 0.00578  |
| 0.0164 | 4.680                                 | 2520.05                         | 0.322  | 0.00696  |
| 0.0191 | 3.974                                 | 2140.67                         | 0.379  | 0.00819  |
| 0.0240 | 3.079                                 | 1658.05                         | 0.489  | 0.01060  |
| 0.0601 | 1.523                                 | 820.24                          | 0.988  | 0.02137  |
| 0.0850 | 1.375                                 | 740.75                          | 1.095  | 0.02368  |
| 0.0900 | 1.352                                 | 728.14                          | 1.113  | 0.024080 |
| 0.0970 | 1.322                                 | 711.93                          | 1.138  | 0.02463  |
| 0.1125 | 1.259                                 | 678.06                          | 1.195  | 0.02585  |
| 0.1675 | 1.061                                 | 571.63                          | 1.417  | 0.03066  |
| 0.2224 | 0.895                                 | 482.16                          | 1.681  | 0.03636  |
| 0.3323 | 0.637                                 | 342.92                          | 2.364  | 0.05112  |
| 0.4422 | 0.453                                 | 243.90                          | 3.323  | 0.07188  |
| 0.6620 | 0.229                                 | 123.37                          | 6.657  | 0.19903  |
| 0.5521 | 0.322                                 | 173.46                          | 4.672  | 0.1421   |
| 0.7719 | 0.163                                 | 87.74                           | 9.235  | 0.3950   |
| 0.9916 | 0.082                                 | 44.40                           | 18.254 | 0.3950   |

| YN     | $\frac{\partial(U_N)}{\partial(Y_N)}$ | $\frac{\partial U}{\partial y}$ | l (mm) | 1/g      |
|--------|---------------------------------------|---------------------------------|--------|----------|
| 0.0105 | 9.336                                 | 4453.88                         | 0.168  | 0.00335  |
| 0.0125 | 7.738                                 | 3691.54                         | 0.203  | 0.00405  |
| 0.0151 | 6.145                                 | 2931.63                         | 0.256  | 0.00509  |
| 0.0176 | 5.005                                 | 2388.01                         | 0.314  | 0.00625  |
| 0.0201 | 4.152                                 | 1980.73                         | 0.378  | 0.00618  |
| 0.0227 | 3.489                                 | 1564.73                         | 0.451  | 0.00897  |
| 0.0252 | 3.014                                 | 1478.81                         | 0.521  | 0.01040  |
| 0.0277 | 2.656                                 | 1266.97                         | 0.591  | 0.011788 |
| 0.0302 | 2.385                                 | 1137.99                         | 0.659  | 0.013120 |
| 0.0328 | 2.179                                 | 1039.80                         | 0.721  | 0.01436  |
| 0.0378 | 1.907                                 | 909.85                          | 0.824  | 0.01640  |
| 0.0429 | 1.742                                 | 831.31                          | 0.902  | 0.01797  |
| 0.0480 | 1.641                                 | 783.03                          | 0.957  | 0.01907  |
| 0.0530 | 1.576                                 | 751.99                          | 0.997  | 0.01986  |

STATION 4 POS 1



| YN     | $\frac{\partial(U_N)}{\partial Y_N}$ | $\frac{\partial U}{\partial y}$ | l (mm) | 1/8     |
|--------|--------------------------------------|---------------------------------|--------|---------|
| 0.0099 | 8.184                                | 3509.34                         | 0.198  | 0.00370 |
| 0.0118 | 6.809                                | 2919.70                         | 0.238  | 0.00443 |
| 0.0141 | 5.879                                | 2521.05                         | 0.274  | 0.00513 |
| 0.0165 | 5.082                                | 2179.39                         | 0.318  | 0.00593 |
| 0.0189 | 4.430                                | 1899.89                         | 0.364  | 0.00680 |
| 0.0213 | 3.897                                | 1670.96                         | 0.414  | 0.00774 |
| 0.0236 | 3.476                                | 1490.54                         | 0.464  | 0.00868 |
| 0.0260 | 3.114                                | 1335.50                         | 0.518  | 0.00969 |
| 0.0284 | 2.818                                | 1208.22                         | 0.573  | 0.01070 |
| 0.0308 | 2.574                                | 1103.62                         | 0.628  | 0.01172 |
| 0.0355 | 2.214                                | 949.19                          | 0.728  | 0.01363 |
| 0.0402 | 1.966                                | 824.89                          | 0.820  | 0.01534 |
| 0.0450 | 1.790                                | 767.61                          | 0.902  | 0.01685 |
| 0.0497 | 1.669                                | 715.77                          | 0.966  | 0.01807 |
| 0.0735 | 1.397                                | 599.08                          | 1.155  | 0.02159 |
| 0.0972 | 1.288                                | 552.30                          | 1.253  | 0.02342 |
| 0.1447 | 1.129                                | 483.31                          | 1.429  | 0.02671 |
| 0.1921 | 0.993                                | 425.98                          | 1.624  | 0.03036 |

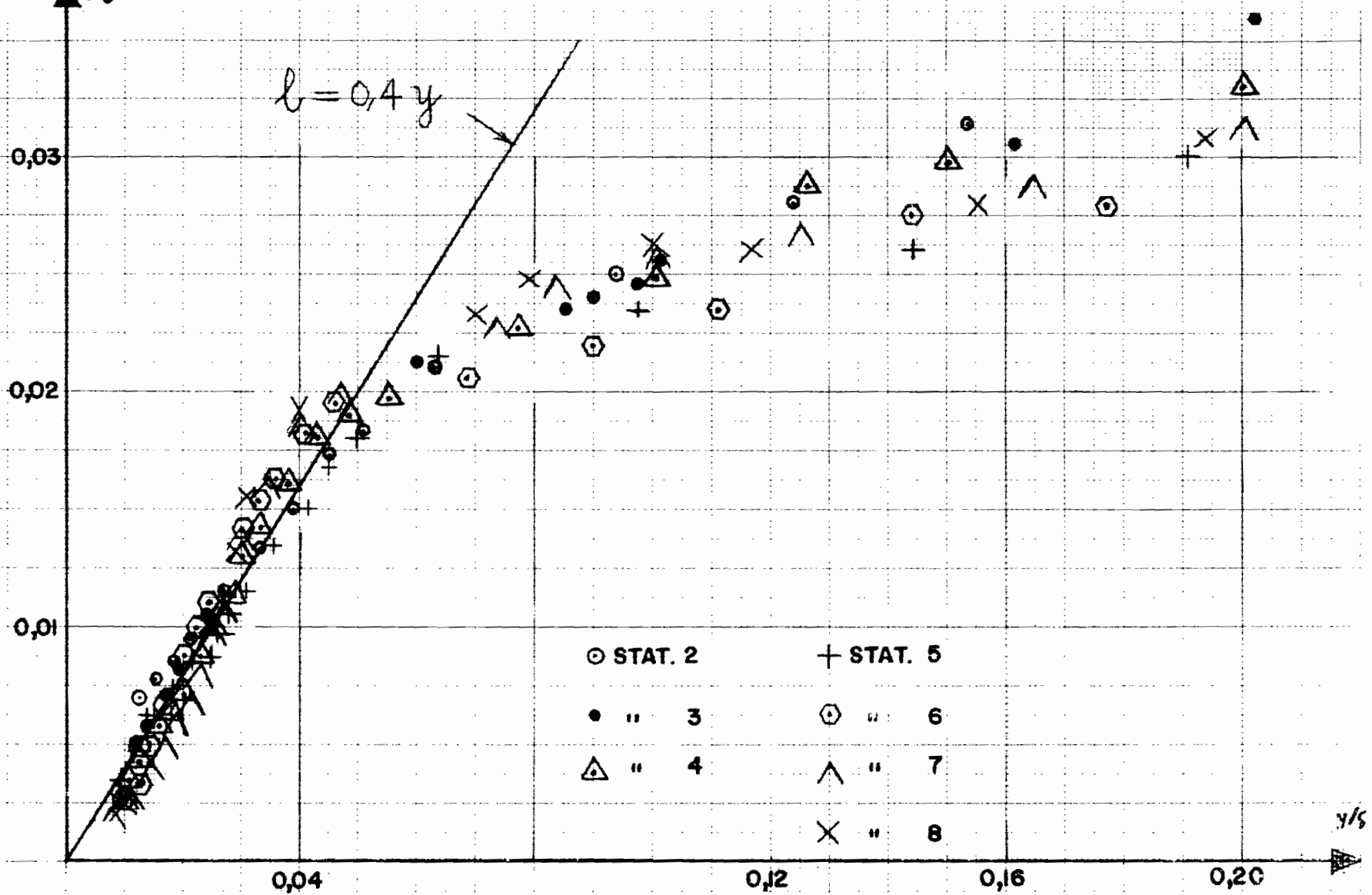
| YN     | $\frac{\partial(U_N)}{\partial(Y_N)}$ | $\frac{\partial U}{\partial Y}$ | l(mm) | 1/δ      |
|--------|---------------------------------------|---------------------------------|-------|----------|
| 0.0093 | 10.308                                | 4113.88                         | 0.163 | 0.002886 |
| 0.0111 | 8.672                                 | 3460.99                         | 0.194 | 0.00343  |
| 0.0134 | 7.011                                 | 2798.18                         | 0.240 | 0.00424  |
| 0.0156 | 5.778                                 | 2306.21                         | 0.291 | 0.00515  |
| 0.0179 | 4.768                                 | 1902.93                         | 0.353 | 0.00624  |
| 0.0201 | 4.034                                 | 1610.00                         | 0.417 | 0.00737  |
| 0.0224 | 3.430                                 | 1368.81                         | 0.490 | 0.00867  |
| 0.0246 | 2.973                                 | 1186.38                         | 0.565 | 0.0100   |
| 0.0269 | 2.615                                 | 1043.27                         | 0.643 | 0.01138  |
| 0.0291 | 2.341                                 | 934.34                          | 0.718 | 0.01270  |
| 0.0336 | 1.951                                 | 778.83                          | 0.861 | 0.01524  |
| 0.0381 | 1.711                                 | 682.93                          | 0.982 | 0.01738  |
| 0.0426 | 1.562                                 | 623.42                          | 1.076 | 0.01903  |
| 0.0471 | 1.467                                 | 585.33                          | 1.146 | 0.02314  |
| 0.0696 | 1.285                                 | 513.06                          | 1.307 | 0.02453  |
| 0.0920 | 1.212                                 | 483.83                          | 1.387 | 0.02586  |
| 0.1145 | 1.150                                 | 459.00                          | 1.462 | 0.02724  |
| 0.1370 | 1.092                                 | 435.73                          | 1.540 | 0.0302   |

| YN     | $\frac{\partial(U_N)}{\partial(Y_N)}$ | $\frac{\partial U}{\partial Y}$ | l (mm) | 1/δ     |
|--------|---------------------------------------|---------------------------------|--------|---------|
| 0.0085 | 12.358                                | 4410.76                         | 0.147  | 0.00236 |
| 0.0101 | 10.402                                | 3712.48                         | 0.174  | 0.00280 |
| 0.0122 | 8.350                                 | 2980.21                         | 0.217  | 0.00349 |
| 0.0142 | 6.828                                 | 2437.09                         | 0.266  | 0.00427 |
| 0.0162 | 5.635                                 | 2011.36                         | 0.322  | 0.00517 |
| 0.0183 | 4.659                                 | 1662.87                         | 0.389  | 0.00627 |
| 0.0203 | 3.934                                 | 1404.20                         | 0.461  | 0.00741 |
| 0.0224 | 3.340                                 | 1192.29                         | 0.543  | 0.00873 |
| 0.0244 | 2.900                                 | 1034.82                         | 0.625  | 0.01000 |
| 0.0264 | 2.552                                 | 911.102                         | 0.710  | 0.01142 |
| 0.0305 | 2.056                                 | 733.84                          | 0.880  | 0.01418 |
| 0.0346 | 1.751                                 | 624.95                          | 1.036  | 0.01665 |
| 0.0387 | 1.562                                 | 557.49                          | 1.161  | 0.01867 |
| 0.0428 | 1.443                                 | 515.15                          | 1.256  | 0.02019 |
| 0.0632 | 1.240                                 | 442.42                          | 1.463  | 0.02352 |
| 0.0836 | 1.178                                 | 420.31                          | 1.539  | 0.02476 |
| 0.1040 | 1.129                                 | 403.02                          | 1.606  | 0.02582 |
| 0.1244 | 1.083                                 | 386.76                          | 1.673  | 0.02690 |

STATION 7 POS 1

| YN     | $\frac{\partial(U_N)}{\partial(Y_N)}$ | $\frac{\partial U}{\partial Y}$ | l (mm) | $1/\int$ |
|--------|---------------------------------------|---------------------------------|--------|----------|
| 0.0080 | 9.957                                 | 3267.63                         | 0.189  | 0.00286  |
| 0.0095 | 8.668                                 | 2844.31                         | 0.218  | 0.00330  |
| 0.0115 | 7.239                                 | 2375.81                         | 0.157  | 0.00464  |
| 0.0134 | 6.139                                 | 2014.50                         | 0.305  | 0.00630  |
| 0.0172 | 4.506                                 | 1478.66                         | 0.417  | 0.00839  |
| 0.0211 | 3.395                                 | 1113.60                         | 0.554  | 0.01010  |
| 0.0240 | 2.819                                 | 925.02                          | 0.667  | 0.0130   |
| 0.0288 | 2.181                                 | 715.81                          | 0.862  | 0.01530  |
| 0.0326 | 1.861                                 | 610.75                          | 1.010  | 0.01900  |
| 0.0403 | 1.496                                 | 490.83                          | 1.256  | 0.02340  |
| 0.0595 | 1.217                                 | 399.28                          | 1.545  | 0.02485  |
| 0.0788 | 1.145                                 | 375.86                          | 1.640  | 0.02582  |
| 0.0980 | 1.102                                 | 361.64                          | 1.704  | 0.02676  |
| 0.1172 | 1.063                                 | 348.93                          | 1.768  | 0.02872  |
| 0.1557 | 0.991                                 | 325.12                          | 1.896  | 0.03083  |
| 0.1942 | 0.923                                 | 302.93                          | 2.036  | 0.03300  |
| 0.2326 | 0.860                                 | 282.31                          | 2.185  | 0.03550  |
| 0.2711 | 0.802                                 | 263.04                          | 2.344  | 0.03810  |

DISTRIBUTION DE  $1/\delta$  EN FONCTION DE  $y/\delta$  DANS UNE  
COUCHE LIMITE POUR LES STATIONS 1 à 8.



DISTRIBUTION DE  $1/\delta$  EN FONCTION DE  $y/\delta$