Ecole Polytechnique de Thies

PROJET DE FIN D'ETUDES

Titre: Charpentes Bidimensionnelles
Conception Assistée par
Ordinateur

Auteur: Thierno Fall

Directeur: Moustapha Ndiaye

Juin 85

Dédicace

A mes parents

A mon oncle, qui n'a jamais cessé de me guider sur le droit chemin, le chemin de la vérité, le chemin de la réussite.

A ma chère femme, qui très tôt, a su partager mon destin.

A tous ceux qui ne m'ont jamais ménagé leur soutien sincère durant cette longue et pénible traversée qui commençait un jour d'Octobre, il y a dix huit ans.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à adresser mes sincères remerciements à Monsieur Moustapha Ndiaye professeur de STRUCTURES à l'école polytechnique de Thiès, qui a bien voulu m'encadrer pour la réalisation de ce présent projet. Son apport documentaire choisi, ses conseils permanents et précieux et sa disponibilité plus ou moins régulière malgré son emploi du temps chargé, ont grandement contribué à l'accomplissement de ce travail.

Mes remerciements vont aussi au personnel du centre de calcul pour leurs riches suggestions et leur aide matériel constante et spontanée.

Je remercie enfin les camarades Tanis Maak et Pakotogo Richard pour leur soutien moral et leur apport documentaire constant.

SOMMAIRE

La méthode des éléments finis constitue actuellement la métho-de de pointe pour l'analyse mathématique des structures comp-te tenu de leur complexité variable. Car la fiabilité et l'efficacité d'un programme d'ordinateur sont gouvernées par une analyse structurale bien conçue.

Le logiciel conception en FORTRAN 77 des éléments-cadres à deux dimensions permet une analyse généralisée des struc-tures en étudiant à la fois:

* une analyse linéaire des ossatures;
* une analyse non-linéaire (effet P. delta) des éléments et de l'ensemble de la structure;
* les contraintes de cisaillement dans les poutres pro-fondes.

Il permet à partir des algorithmes de calcul d'entreprendre avec l'avènement du micromega, la résolution de quatre problè-mes classiques d'ingénierie : l'analyse structurale précise, le dimensionnement, la réalisation et le contrôle par ordinateur.

Malgré la mise au point fastidieuse de ce long programme en Fortran 77, toutes les sous-routines ont subi des tests réussis. Et le programme principal n'a pu être testé avec succès qu'avec l'analyse linéaire sur trois cas de structures (Appendice A, B et C) qui ont été étudiées par d'autres. Les chargements en travée considérés se limitent aux charges uniformes et au maximum à trois charges ponctuelles par membrure. Cependant une campagne intensive de tests et d'essais doit être effectuée pour une plus stricte confirmation des résultats obtenus pour l'analyse non-linéaire et la simulation des poutres profondes.

TABLE DES MATIERES

pages

Chapitre III STRUCTURE du PROGRAMME

Chapitre IV CONCLUSION et RECOMMANDATION

Chapitre V

Chapitre I . INTRODUCTION

I. 1 Objectif

Ce présent rapport concerne l'analyse assistée par ordinateur des structures bidimensionnelles en béton armé. Cette étude tiendra compte de la non linéarité géométrique (effet P.Δ), et devra être capable de simuler le comportement des poutres profondes eu égard aux contraintes de cisaillement.

Vu le nombre important de paramètres qui gouvernent les structures, l'élaboration d'un programme d'ordinateur demeure très opportune pour les raisons fondamentales suivantes:

* La résolution optimale des équations aux déplacements;
* La détermination des efforts internes en bout de membrures et aux dixièmes de portée;
* Les calculs itératifs souvent fastidieux pour l'étude de l'effet P.delta en vue de définir la stabilité des structures.

I-2 Limites du programme

Malgré l'importance de son domaine d'action, une application adéquate de ce programme nécessite certaine restriction pour lui conférer un caractère plus généralisé:

* les structures hybrides ne sont pas étudiées;
* Le nombre d'éléments d'une structure est limité à dix
* le nombre de noeuds est limité à 330
* trois charges ponctuelles au maximum en travée sont permises pour un même élément

— Chapitre II Analyse Théorique —

II-1 L'effet de Cisaillement

En théorie flexionnelle, lorsqu'une poutre est soumise à un moment fléchissant variable, il se crée des contraintes tangentielles sur la facette latérale. A l'état de cisaillement, ces contraintes font équilibre avec l'effort tranchant extérieur.

La distorsion γ_c peut s'écrire

$$\gamma_c = \frac{V}{G A_s}$$

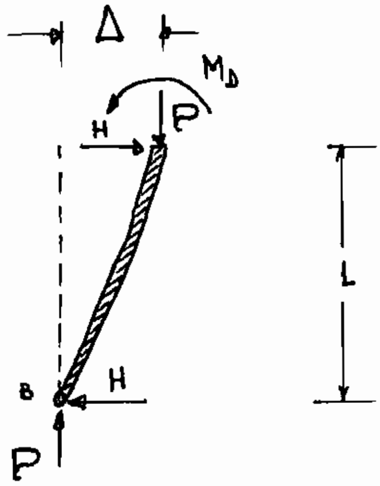
où V : effort tranchant

G : module de cisaillement du matériau

A_s : l'aire efficace de cisaillement

II-2 Définition des effets P.Δ

Lorsqu'une structure subit un déplacement latéral Δ, les charges P produisent dans la structure, des moments fléchissants et des efforts tranchants additionnels, que l'on ne peut calculer par une analyse du premier ordre. Nous aurons donc à traiter un comportement non-linéaire, qui ne répond plus à une proportionnalité directe : il s'agit de l'effet P. delta.



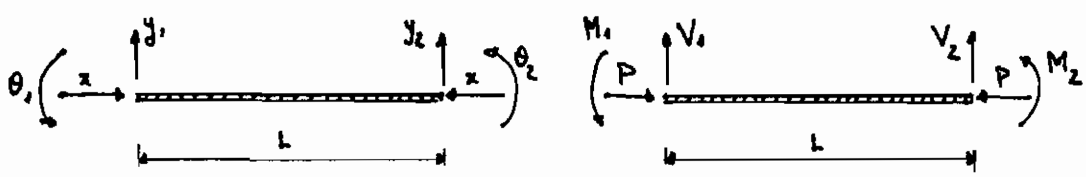
II-3 Définition des Paramétres

Nature		Notation
module d'élasticité du matériau	:	E
moment d'inertie du matériau	:	I
module d'élasticité transversal	:	G
longueur de l'élément	:	L
force axiale appliquée	:	P
Aire efficace de cisaillement	:	A_s
Effort tranchant	:	V
moment fléchissant	:	M
charge ponctuelle	:	q
charge uniforme	:	w

II-4 Analyse structurale

II-4-1 Convention des signes

le sens des flèches indique la direction positive des déplacements et des forces comme l'indique la figure suivante



(Deplacements) (forces)

poutre en flexion composé

II-4.2. Systeme de coordonnées

En fait nous avons deux systemes de coordonnées.

- les coordonnées de la membrure considérée : coordonnées locales;
- les coordonnées de la structure dites coordonnées globales.

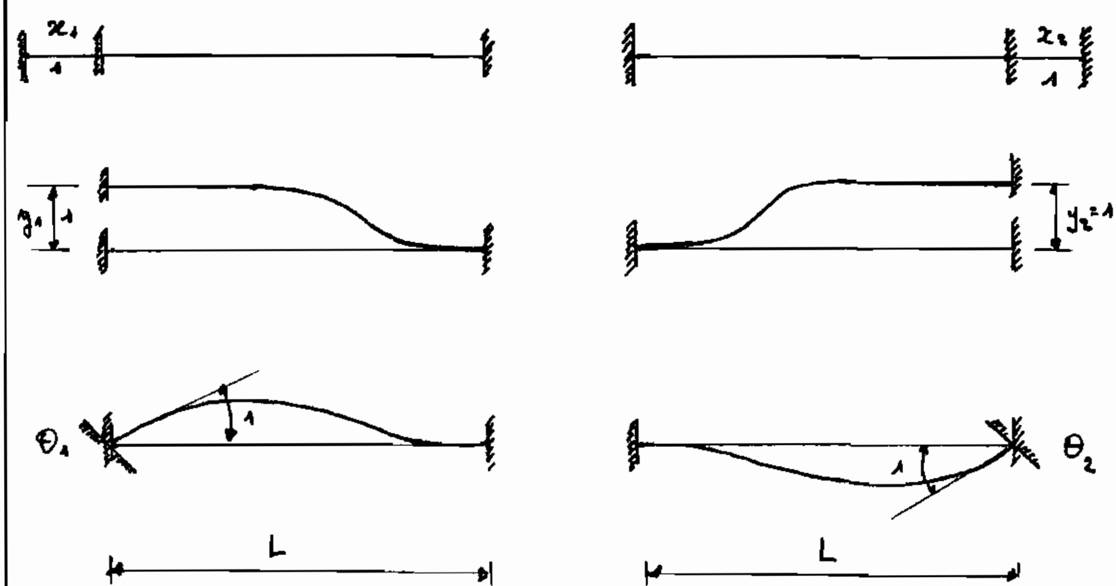
II.4.3 Construction de la matrice de rigidité élémentaire

II.4.3.1 description de la méthode utilisée

La méthode des déplacements est choisie par rapport à la méthode des forces parce qu'elle est plus générale du fait de l'unicité de son système cinématiquement stable, ce qui la favorise pour la programmation.
Les équations fondamentales sont basées sur le principe de superposition.

La structure encastrée est analysée pour un (1) déplacement unitaire à l'endroit d'un degré de liberté alors que tous les autres déplacements sont considérés nuls.

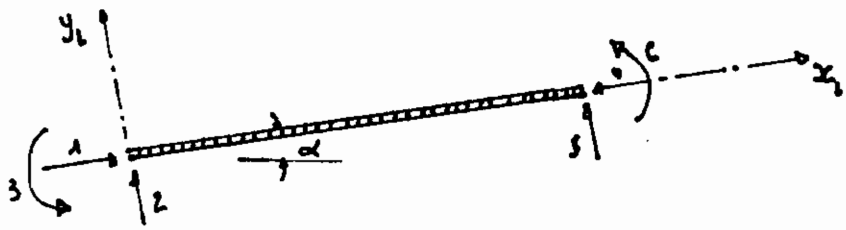
Voici donc les six déplacements unitaires que l'on va analyser et les forces nécessaires pour les causer seront groupées dans la matrice de rigidité.



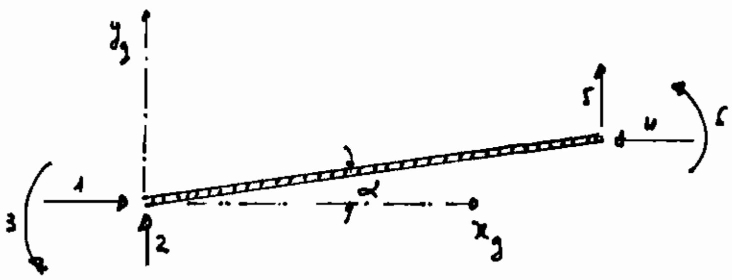
On effectuera x_1, y_1 et θ_1 et on déduira x_2, y_2, θ_2
La matrice de rigidité lie les forces aux déplacements par

$$\{F_L\} = [K_L] \times \{\delta_L\}$$

Dans notre cas les coordonnées de la structure seront données dans un repère cartésien avec l'axe x horizontal vers la droite et l'axe y vertical vers le haut. Alors que les coordonnées locales utilisent l'axe de la membrure comme axe x et l'axe perpendiculaire comme axe y.



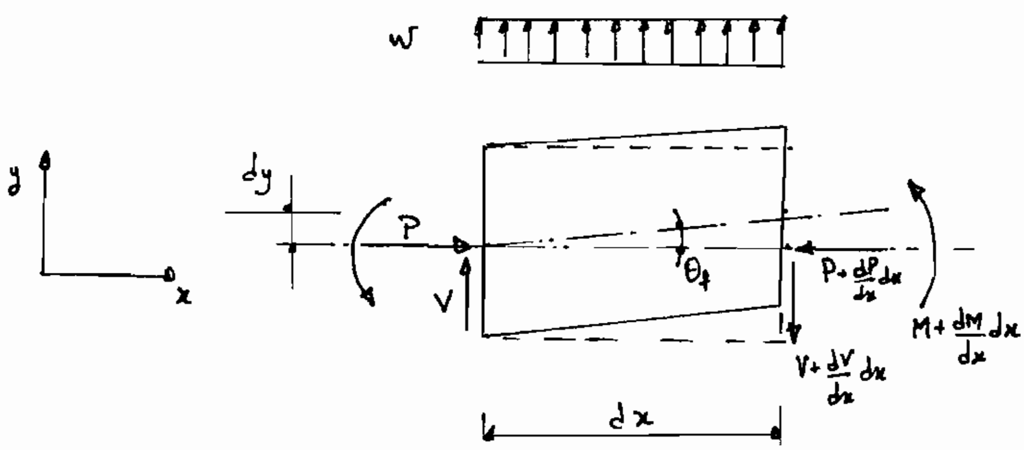
coordonnées locales (membrure)



coordonnées globales (structure)

II.4.3.2 Les équations d'équilibre

Compte tenu de la théorie des éléments finis, considérons une portion de poutre dx, soumise à l'effort axial P et à un effort transversal w



La déformée totale est donnée par $\frac{dy}{dx} = \theta_f + \frac{V}{GA_s}$ (1)

pour l'instant l'effort axial P est considéré en compression
l'équilibre vertical permet d'écrire pour θ_f petit

$$V = V_1 + P\sin\theta_f = V_1 + P\theta_f$$

en remplaçant V dans l'équation (1)

on tire $\frac{dy}{dx} = \left(1 + \frac{P}{GA_s}\right)\theta_f + \frac{V_1}{GA_s}$

posons $\varphi = \frac{P}{GA_s}$ et dérivons l'équation précédente

on obtient alors $\frac{d^2y}{dx^2} = (1+\varphi)\frac{d\theta_f}{dx}$

or la variation de rotation due à la flexion est proportionnelle au moment.

$$\frac{d\theta_f}{dx} = \frac{M}{EI} \quad \text{on tire} \quad \frac{d^2y}{dx^2} = (1+\varphi)\frac{M}{EI} \qquad (2)$$

l'équilibre des moments nous permet d'écrire que :

$$M = V_1 x + M_1 - P(y - y_1)$$

alors l'expression (2) devient

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P(1+\varphi)}{EI}y = \frac{(1+\varphi)}{EI}(V_1 x + M_1 + Py_1)$$

en posant que $\alpha = L\sqrt{\frac{P(1+\varphi)}{EI}}$, la solution de cette équation différentielle s'écrit

$$y = C_1\cos\frac{\alpha x}{L} + C_2\sin\frac{\alpha x}{L} + \frac{1}{P}(V_1 x + M_1 + Py_1) \qquad (3)$$

et la rotation qui est la dérivée de la flèche devient

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\alpha}{L}C_1\sin\frac{\alpha x}{L} + \frac{\alpha}{L}C_2\cos\frac{\alpha x}{L} + \frac{V}{P} \qquad (4)$$

où

$$\{F_i\} = \begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix}, \quad [K_i] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \{\delta_i\} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \\ y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

et chaque terme k_{ij} de la matrice représente la force qu'il faut appliquer dans la direction i de façon à produire un déplacement unitaire dans la direction j et un deplacement nul dans les autres directions.

II.4.3.3 Les termes k_{ij} de la matrice de rigidité

Les conditions aux extrémités pour l'élément soumis à des deplacements unitaires $y_1, y_2, \theta_1, \theta_2$, nous permettront de déterminer les constantes d'intégration C_1 et C_2 de l'equation (3) et de déduire les termes k_{ij} de la matrice de rigidité

* déplacement y_1

(1) $\theta_f = 0$ et $x = 0$

(2) $\theta_f = 0$ et $x = L$

(3) $y = 0$ et $x = L$

on évalue donc C_1 et C_2 de l'équation (3)

$$C_1 = \frac{V_1 L}{P\alpha} \times \frac{(1+\psi)(1-\cos\alpha)}{\sin\alpha}$$

$$C_2 = -\frac{V_1 L}{P\alpha}(1+\psi)$$

on tire

$$k_{11} = \frac{EI}{L^3}\,\frac{\alpha^3 \sin\alpha}{(1+\psi)} \times \frac{1}{D}$$

$$k_{21} = -\frac{EI}{L^2}\,\alpha^2(1-\cos\alpha) \times \frac{1}{D}$$

$$k_{31} = -\frac{EI}{L^3}\,\frac{\alpha^3 \sin\alpha}{(1+\psi)} \times \frac{1}{D}$$

$$k_{41} = -\frac{EI}{L^2}\,\alpha^2(1-\cos\alpha) \times \frac{1}{D}$$

avec $D = 2(1+\psi)(1-\cos\alpha) - \alpha\sin\alpha$

* rotation θ_1

(1) $y = 0$ et $x = 0$

(2) $y = 0$ et $x = L$

(3) $\theta_f = 0$ et $x = L$

on tire alors

$$C_1 = -\frac{M_1}{P}$$

$$C_2 = -\frac{1}{P\sin\alpha}\left[M_1(1-\cos\alpha) + V_1 L\right]$$

et finalement

$$k_{21} = -\frac{EI}{L^2}\,\alpha^2(1-\cos\alpha) \times \frac{1}{D}$$

$$k_{22} = \frac{EI}{L}\,\alpha\left[(1+\psi)\sin\alpha - \alpha\cos\alpha\right] \times \frac{1}{D}$$

$$k_{32} = \frac{EI}{L^2}\,\alpha^2(1-\cos\alpha) \times \frac{1}{D}$$

$$k_{42} = \frac{EI}{L}\,\alpha\left[\alpha - (1+\psi)\sin\alpha\right] \times \frac{1}{D}$$

avec $D = 2(1+\psi)(1-\cos\alpha) - \alpha\sin\alpha$

* déplacement y_2

D'après le théorème de Maxwell-betti sur la symétricité de la matrice de flexibilité : $f_{ij} = f_{ji}$, nous pouvons en déduire pour la matrice de rigidité dont les facteurs sont les inverses des facteurs de flexibilité que :

$$k_{ij} = k_{ji}$$

on tire ainsi k_{13}, k_{23}, k_{33} et k_{43}

finalement
$$k_{13} = -\frac{EI}{L^3}\,\frac{\alpha^3 \sin\alpha}{(1+\psi)} \times \frac{1}{D}$$

$$k_{23} = \frac{EI}{L^2}\,\alpha^2 (1-\cos\alpha) \times \frac{1}{D}$$

$$k_{33} = \frac{EI}{L^3}\,\frac{\alpha^3 \sin\alpha}{(1+\psi)} \times \frac{1}{D}$$

$$k_{43} = \frac{EI}{L^2}\,\alpha^2 (1-\cos\alpha) \times \frac{1}{D}$$

* rotation θ_2

Dans la même logique nous déduisons aussi que

$$k_{14} = -\frac{EI}{L^2}\,\alpha^3 (1-\cos\alpha) \times \frac{1}{D}$$

$$k_{24} = \frac{EI}{L}\,\alpha\left[\alpha-(1+\psi)\sin\alpha\right] \times \frac{1}{D}$$

$$k_{34} = \frac{EI}{L^2}\,\alpha^2 (1-\cos\alpha) \times \frac{1}{D}$$

$$k_{44} = \frac{EI}{L}\,\alpha\left[(1+\psi)\sin\alpha-\alpha\cos\alpha\right] \times \frac{1}{D}$$

II.4.3.4 Coefficients de rigidité flexionnelle

Les termes k_{ij} de la matrice de rigidité peuvent tous s'exprimer comme une expression algébrique en $\sin\alpha$ et $\cos\alpha$ affectée d'un facteur $\frac{EI}{L}$, $\frac{EI}{L^2}$ ou $\frac{EI}{L^3}$.

II.4.3.4.1 force axiale de Compression

En posant
$$\psi = \frac{P}{GA_0} \quad \text{et} \quad \alpha = L\sqrt{\frac{P(1+\psi)}{EI}}$$

avec $\quad D = 2(1+\psi)(1-\cos\alpha) - \alpha\sin\alpha$

on obtient
$$\Phi_1 = \alpha\left[(1+\psi)\sin\alpha - \alpha\cos\alpha\right] \times \frac{1}{D}$$
$$\Phi_2 = \alpha\left[\alpha - (1+\psi)\sin\alpha\right] \times \frac{1}{D}$$
$$\Phi_3 = \alpha^2\left[1 - \cos\alpha\right] \times \frac{1}{D}$$
$$\Phi_4 = \frac{\alpha^3\sin\alpha}{(1+\psi)} \times \frac{1}{D}$$

II.4.3.4.2 <u>force axiale en traction</u>

L'application de cet effort axial tendra à augmenter la raideur de cette poutre. en substituant $-P$ par P dans les expressions précédentes,

On a alors $\alpha_t = L\sqrt{\frac{-P(1+\psi)}{EI}} = i\alpha$ où $i = \sqrt{-1}$

il en découle que
$$\sin\alpha_t = \sin i\alpha = -\frac{1}{t}\sinh\alpha$$
$$\cos\alpha_t = \cos i\alpha = \cosh\alpha$$

on obtient, ainsi pour un élément tendu.

$$\Phi_1 = -\alpha\left[(1+\psi)\sinh\alpha - \alpha\cosh\alpha\right] \times \frac{1}{D}$$
$$\Phi_2 = -\alpha\left[\alpha - (1+\psi)\sinh\alpha\right] \times \frac{1}{D}$$
$$\Phi_3 = -\alpha^2\left[1 - \cosh\alpha\right] \times \frac{1}{D}$$
$$\Phi_4 = \frac{\alpha^3\sinh\alpha}{1+\psi} \times \frac{1}{D}$$

avec $D = 2(1+\psi)(1-\cosh\alpha) + \alpha\sinh\alpha$

II.4.3.4.3 <u>force axiale nulle</u>

On déterminera les coefficients Φ_1, Φ_2, Φ_3 et Φ_4 en faisant tendre P vers zero.

si $P \to 0$ alors $\alpha \to 0$

sachant que $\psi = \frac{P}{GA_s}$ et $\alpha = L\sqrt{\frac{|P|(1+\psi)}{EI}}$

On tire ensuite $\psi(1+\psi) = \dfrac{\alpha^2 \phi}{12}$

En négligeant les termes du second ordre, dans cette équation quadratique.

On obtient alors $\psi = \dfrac{\alpha^2 \phi}{12}$

Finalement les coefficients ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 et ϕ_4 sont déduits en appliquant quatre fois le théorème de l'hopital pour lever l'indétermination.

$$\Phi_1 = \frac{4+\phi}{1+\phi} \qquad \Phi_2 = \frac{2-\phi}{1+\phi}$$

$$\Phi_3 = \frac{6}{1+\phi} \qquad \Phi_4 = \frac{12}{1+\phi} \qquad \text{avec } \Phi = \frac{12EI}{GA_s L^2}$$

Coeff	P : 0	P : Compression	P : traction
Φ_1	$\dfrac{4+\Phi}{1+\Phi}$	$\alpha\left[(1+\psi)\sin\alpha - \alpha\cos\alpha\right] \times \dfrac{1}{D}$	$-\alpha\left[(1+\psi)\sinh\alpha - \alpha\cosh\alpha\right] \times \dfrac{1}{D}$
Φ_2	$\dfrac{2-\phi}{1+\phi}$	$\alpha\left[\alpha - (1+\psi)\sin\alpha\right] \times \dfrac{1}{D}$	$-\alpha\left[\alpha - (1+\psi)\sinh\alpha\right] \times \dfrac{1}{D}$
Φ_3	$\dfrac{6}{1+\phi}$	$\alpha^2(1-\cos\alpha) \times \dfrac{1}{D}$	$-\alpha^2(1-\cosh\alpha) \times \dfrac{1}{D}$
Φ_4	$\dfrac{12}{1+\phi}$	$\dfrac{\alpha^3\sin\alpha}{1+\psi} \times \dfrac{1}{D}$	$\dfrac{\alpha^3\sinh\alpha}{1+\psi} \times \dfrac{1}{D}$
D		$2(1+\psi)(1-\cos\alpha) - \alpha\sin\alpha$	$2(1+\psi)(1-\cosh\alpha) + \alpha\sinh\alpha$

avec $\alpha = L\sqrt{\dfrac{|P|(1+\psi)}{EI}}$ $\qquad \Phi = \dfrac{12EI}{GA_s L^2}$ $\qquad \psi = \dfrac{\alpha^2\Phi}{12}$

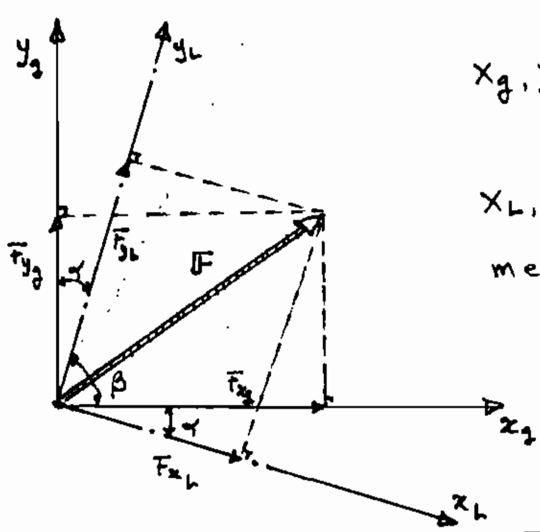
II.4.3.5 Matrice de rigidité d'une poutre bidimensionnelle en flexion composée

Cette matrice de rigidité élémentaire définie dans le système local, tient compte à la fois de l'effet de cisaillement et de l'effet P. delta.

$$
\begin{bmatrix} P_1 \\ V_1 \\ M_1 \\ P_2 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\
0 & \frac{EI}{L^3}\Phi_4 & -\frac{EI}{L^2}\Phi_3 & 0 & -\frac{EI}{L^3}\Phi_4 & -\frac{EI}{L^2}\Phi_3 \\
0 & -\frac{EI}{L^2}\Phi_3 & \frac{EI}{L}\Phi_1 & 0 & \frac{EI}{L^2}\Phi_3 & \frac{EI}{L}\Phi_2 \\
-\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\
0 & -\frac{EI}{L^3}\Phi_4 & \frac{EI}{L^2}\Phi_3 & 0 & \frac{EI}{L^3}\Phi_4 & \frac{EI}{L^2}\Phi_3 \\
0 & -\frac{EI}{L^2}\Phi_3 & \frac{EI}{L}\Phi_2 & 0 & \frac{EI}{L^2}\Phi_3 & \frac{EI}{L}\Phi_1
\end{bmatrix}
\times
\begin{bmatrix} X_1 \\ y_1 \\ \theta_1 \\ X_2 \\ y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix}
$$

Notons que la matrice de rigidité est symétrique par rapport à sa diagonale.

II.4.3.6 Transformation des Coordonnées



x_g, y_g : axes globaux de la structure

x_L, y_L : axes locaux de la membrure considérée

α : angle d'inclinaison mesuré de x_g vers x_L, est positif si le sens considéré est horaire.

La matrice de rotation qui permet un passage direct des coordonnées locales aux coordonnées globales sera déterminée par :

$$\begin{bmatrix} F_{x_L} \\ F_{y_L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & +\sin\alpha \\ -\sin\alpha & +\cos\alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{x_g} \\ F_{y_g} \end{bmatrix}$$

qui peut s'écrire

$$[F_L] = [R] \times [F_g]$$

où R : matrice de rotation orthogonale

puisque les petits déplacements peuvent être traités comme des vecteurs aussi bien que les forces, on peut écrire pour les déplacement

$$[D_L] = [R] \times [D_g]$$

exprimons les forces en fonction des déplacements

on obtient $\quad [F_g] = [R^T] \times [k_L] \times [R] \times [D_g]$

en posant

$$k_S = [R^T] \times [k_L] \times [R]$$

où k_S représente la matrice de rigidité d'une membrure inclinée rapportée dans le système global de coordonnées.

On peut écrire que

$$\cos\alpha = \frac{x_j - x_i}{L} \quad \text{et} \quad \sin\alpha = \frac{y_j - y_i}{L}$$

avec

$$L = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

pour simplifier les expressions de la matrice, posons

$$\cos\alpha = c \quad \text{et} \quad \sin\alpha = s$$

Matrice de rigidité d'une membrure dans le système global de coordonnées.

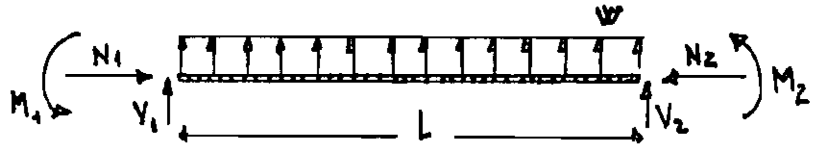
$$
[ks] = \begin{bmatrix}
\frac{EA}{L}c^2+\frac{EI}{L^3}\Phi_4 s^2 & & & & & \\
\left[\frac{EA}{L}-\frac{EI}{L^3}\Phi_4\right]cs & \frac{EA}{L}s^2+\frac{EI}{L^3}\Phi_4 c^2 & & \text{Symétrie} & & \\
-\frac{EI}{L^2}\Phi_3 s & \frac{EI}{L^2}\Phi_3 c & \frac{EI}{L}\Phi_1 & & & \\
-\left[\frac{EA}{L}c^2+\frac{EI}{L^3}\Phi_4 s^2\right] & -\left[\frac{EA}{L}-\frac{EI}{L^3}\Phi_4\right]cs & \frac{EI}{L^2}\Phi_3 s & \frac{EA}{L}c^2+\frac{EI}{L^3}\Phi_4 s^2 & & \\
-\left[\frac{EA}{L}-\frac{EI}{L^3}\Phi_4\right]cs & -\left[\frac{EA}{L}s^2+\frac{EI}{L^3}\Phi_4 c^2\right] & -\frac{EI}{L^2}\Phi_3 c & \left[\frac{EA}{L}-\frac{EI}{L^3}\Phi_4\right]cs & \frac{EA}{L}s^2+\frac{EI}{L^3}\Phi_4 c^2 & \\
-\frac{EI}{L^2}\Phi_3 s & \frac{EI}{L^2}\Phi_3 c & \frac{EI}{L}\Phi_2 & \frac{EI}{L^2}\Phi_3 s & -\frac{EI}{L^2}\Phi_3 c & \frac{EI}{L}\Phi_1
\end{bmatrix}
$$

II.4.4 Chargements en travée

Les degrés de liberté utilisés sont des translations et des rotations des noeuds d'extrémité des éléments. Donc tout chargement doit être exprimé en termes de charges équivalentes aux noeuds.

Nous considérons successivement deux cas de chargement en travée : une charge transversale uniformément répartie, et au maximum trois charges transversales ponctuelles appliquées simultanément.

II.4.4.1 Chargement d'extrémité équivalent à une charge uniformément distribuée. w



La question revient donc à déterminer les efforts d'encastrement parfait pour une poutre soumise à une charge axiale et à une charge transversale uniformément répartie.

La procédure suivie consiste à analyser d'abord le comportement de la poutre sur appuis simples sous le chargement considéré, et d'en déduire les rotations θ_1 et θ_2. Ensuite les moments M_1 et M_2 qu'il faudra appliquer pour annuler ces rotations, sont déterminés à l'aide de la matrice de rigidité élémentaire de la poutre.

L'équilibre vertical nous donne

$$V_1 = V_2 = -\frac{wL}{2}$$

Compte tenu des relations précédentes, l'équation du déplacement vertical y sous forme différentielle s'écrit

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P(1+\psi)}{EI}\, y = \frac{(1+\psi)}{EI}\left[-\frac{wL}{2}x + \frac{wx^2}{2} - \frac{wL^2}{\alpha^2}(1+\psi)\right]$$

avec $\alpha = L\sqrt{\frac{|P|(1+\psi)}{EI}}$ la solution est

$$y = C_1 \cos\frac{\alpha x}{L} + C_2 \sin\frac{\alpha x}{L} + \frac{1}{P}\left[-\frac{wL}{2} + \frac{wx^2}{2} - \frac{wL^2}{\alpha^2}(1+\psi)\right]$$

Et la dérivée de la flèche donne la rotation qui s'écrit

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\alpha}{L} C_1 \sin\frac{\alpha x}{L} + \frac{\alpha}{L} C_2 \cos\frac{\alpha x}{L} + \frac{1}{P}\left[-\frac{wL}{2} + wx\right]$$

Les constantes d'intégration sont évaluées à partir des conditions d'extrémité.

$$C_1 = \frac{w}{P} \cdot \frac{L^2}{\alpha^2}(1+\psi)$$

$$C_2 = \frac{w}{P} \frac{L^2}{\alpha^2} \frac{(1+\psi)(1-\cos\alpha)}{\sin\alpha}$$

La rotation due à la flexion au noeud 1 devient

$$\theta_1 = \frac{wL}{2P} - \frac{wL}{P\alpha} \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

par la symétrie, nous avons

$$\theta_2 = -\theta_1$$

Dans la matrice de rigidité élémentaire si $y_1 = y_2 = 0$, les moments d'extrémité M_1 et M_2 s'écrivent

$$M_1 = -\frac{EI}{L}(\theta_1 \Phi_1 + \theta_2 \Phi_2)$$

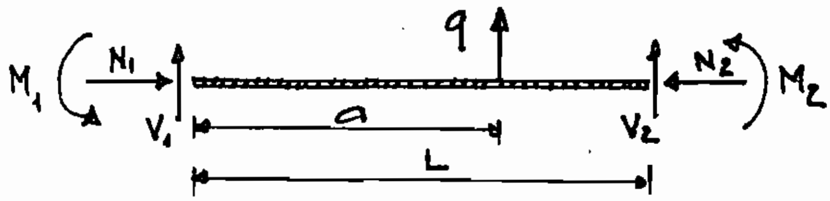
$$M_2 = -\frac{EI}{L}(\theta_1 \Phi_2 + \theta_2 \Phi_1)$$

Après quelques substitutions, l'on obtient les expressions suivantes pour une charge axiale nulle, en compression ou en traction.

	$P:0$	P: Compression	P: traction
M_1	$\frac{wL^2}{12}$	$\frac{wL^2}{\alpha^2}(1+\psi)\left[1-\frac{\alpha}{2\tanh(\frac{\alpha}{2})}\right]$	$\frac{wL^2}{\alpha^2}(1+\psi)\left[\frac{\alpha}{2\tanh(\frac{\alpha}{2})}-1\right]$

II.4.42 Chargement d'extremité équivalent à une charge ponctuelle q

Nous considérons pour cette étude une seule charge concentrée q, appliquée à une distance a de l'extrémité gauche



nous pouvons écrire que

* pour $x \leq a$ $\quad V_1 = -q\dfrac{(L-a)}{L}$

et ensuite nous avons cette equation

$$\frac{d^2y_A}{dx^2} + \frac{P(1+\varphi)}{EI}y_A = \frac{(1+\varphi)}{EI}\times\left[-q\times\frac{(L-a)}{L}\cdot x\right]$$

dont la solution est

$$y_A = C_1\cos\frac{\alpha x}{L} + C_2\sin\frac{\alpha x}{L} - \frac{q}{P}\frac{(L-a)}{L}x$$

Et la rotation s'obtient en dérivant la flèche

$$\frac{dy_A}{dx} = -\frac{\alpha}{L}C_1\sin\frac{\alpha x}{L} + \frac{\alpha}{L}C_2\cos\frac{\alpha x}{L} - \frac{q}{P}\frac{(L-a)}{L}$$

* pour $x \geq a$ $\quad V_2 = \dfrac{qa}{L}$

finalement

$$\frac{d^2y_B}{dx^2} + \frac{P(1+\varphi)}{EI}y_B = \frac{(1+\varphi)}{EI}\frac{qa}{L}(x-L)$$

dont la solution s'écrit

$$y_B = C_1'\cos\frac{\alpha x}{L} + C_2'\sin\frac{\alpha x}{L} + \frac{q}{P}(x-L)\frac{a}{L}$$

et alors la rotation s'obtient

$$\frac{dy_B}{dx} = -\frac{\alpha}{L}C_1'\sin\frac{\alpha x}{L} + \frac{\alpha}{L}C_2'\cos\frac{\alpha x}{L} + \frac{qa}{PL}$$

Finalement les constantes d'intégration sont déduites des conditions de frontière.

$$C_1 = 0$$

$$C_2 = \frac{qL}{P\alpha}(1+\psi)\left(\cos\frac{\alpha a}{L} - \sin\frac{\alpha a}{L}\cot\alpha\right)$$

$$C'_1 = \frac{qL}{P\alpha}(1+\psi)\sin\frac{\alpha a}{L}$$

$$C'_2 = -\frac{qL}{P\alpha}(1+\psi)\sin\frac{\alpha a}{L}\cot\alpha$$

Après quelques substitutions, nous nous sommes limités uniquement au calcul des rotations θ_1 et θ_2, vu la complexité des expressions explicites pour les moments M_1 et M_2.

* <u>force axiale nulle</u>

$$\theta_1 = \frac{q(L-a)}{6EIL}\left(a^2 - 2aL\right)$$

$$\theta_2 = \frac{qa}{6EIL}\left(L^2 - a^2\right)$$

* <u>force axiale de compression</u>

$$\theta_1 = \frac{q}{P}\left[\frac{L-a}{L} - \frac{\sin\left(\frac{\alpha(L-a)}{L}\right)}{\sin\alpha}\right]$$

$$\theta_2 = \frac{q}{P}\left[-\frac{a}{L} + \frac{\sin\frac{\alpha a}{L}}{\sin\alpha}\right]$$

* <u>force axiale de traction</u>

$$\theta_1 = -\frac{q}{|P|}\left[\frac{L-a}{L} - \frac{\sinh\left(\frac{\alpha(L-a)}{L}\right)}{\sinh\alpha}\right]$$

$$\theta_2 = -\frac{q}{|P|}\left[-\frac{a}{L} - \frac{\sinh\frac{\alpha a}{L}}{\sinh\alpha}\right]$$

CHAPITRE III

STRUCTURE du PROGRAMME

Structure du Programme

III.1 Généralités

Le FORTRAN 77 demeure le langage le plus utilisé pour l'implantation sur ordinateur d'un programme des applications scientifiques, techniques et statistiques etc.

Le souci d'obtenir une configuration structurée du programme combiné avec la capacité limitée de la mémoire, nous ont imposé de fractionner le programme principal en plusieurs sous-routines.

La Capacité mémoire est ainsi repartie :

* 13 K octets pour la matrice de rigidité élémentaire
* 19.25 K octets pour le fichier source c'est à dire du programme principal (projet 428.f)
* 82 K octets pour le fichier objet (a.out)

III.2 mode d'emploi

La procédure à suivre pour accéder au programme en Fortran77 dans le micromega se passe comme un dialogue entre l'utilisateur et le micromega. Il suffit d'abord de le mettre en marche en appuyant le bouton placé derrière le boîtier et de suivre les instructions suivantes:

* micromega: 'entrer votre nom d'utilisateur et appuyer sur <RETOUR>
* utilisateur: ept 428
* micromega: 'entrer votre mot de passe et appuyer sur <RETOUR>'
* utilisateur: adjiss (ceci n'apparaîtra sur l'écran)
* micromega: $
* utilisateur: sc projet 428.f

Le listing du programme principal apparaît ainsi sur l'écran. Pour le sauver en mémoire centrale, il suffit d'appuyer sur la touche E (exit) et ensuite sur la touche U (update); et $ f77 projet 428.f pour compiler

III-3 Assemblage des éléments

III-3.1 Formation de la matrice globale de la structure

Après avoir confectionné la matrice globale de chaque élément, il est important de constituer la matrice globale de la structure entière. Ainsi trois principales approches ont été développées à savoir :

* L'approche matricielle pour les structures à membrures horizontales ou verticales, qui est bien systé-matisée et très adaptée à la programmation par ordinateur;

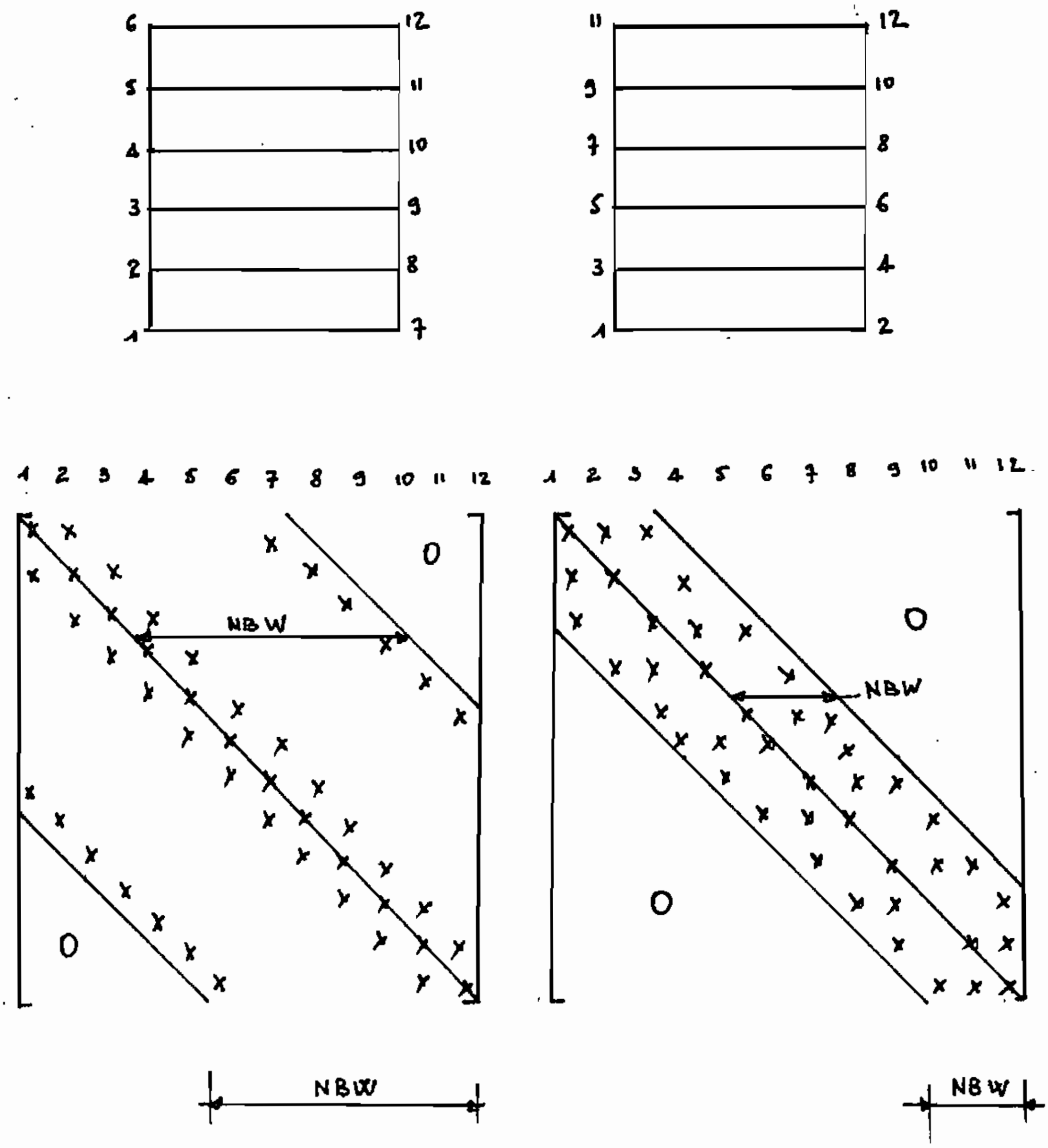
* L'approche par inspection pour les structures simples. Dans ce cas, lorsqu'il y a des membrures inclinées, la décompo-sition des forces se faisait directement sans passer par une matrice de transformation;

* Cette approche est aussi matricielle, mais elle utilise la matrice de rigidité transformée pour une membrure inclinée.

Cette troisième approche présente l'avantage donc d'être plus générale. Cependant tout se résume à une contribution indivi-duelle de tous les éléments par rapport à une numérotation globale pour former la matrice de rigidité globale [KG] de toute la structure.

III-3.2 Matrices bandées

Dans une structure, si la numérotation des noeuds se fait intelligemment, les coefficients de rigidité flexionnelle de la matrice globale, de toute la structure, se trouvent très rapprochés de la diagonale principale.



Il est donc nécessaire de numéroter les noeuds de sorte que la largeur de bande NBW soit la plus petite possible

nous avons

$$NBW = (|J1 - J2| + 1) * NDL$$

où J1 et J2 sont les nombres de noeuds d'un élément et NDL le nombre de degrés de liberté par noeud.

III.3.3 Les appuis rigides

Plusieurs méthodes ont été développées pour simuler les appuis rigides :

* faire l'assemblage uniquement des degrés de liberté non restreints. Mais cette procédure ne permet pas le calcul des réactions bien qu'elle réduit le nombre d'équation à assembler ;

* Remplacer les rangées et colonnes correspondants aux déplacements $\{\bar{\Delta}_s\}$ des supports, et ajouter une valeur unitaire à la diagonale. Cet algorithme a le désavantage à ne pas pouvoir calculer les réactions ;

* Ajouter un très gros chiffre (k_0) sur les diagonales correspondants aux ddL $\{\bar{\Delta}_s\}$. Cet algorithme est très simple et en plus permet le calcul des réactions.

Cette dernière procédure est très fonctionnelle avec le programme deja mis sur pied.

III.4 Solution des équations.

Il existe deux techniques pour la résolution des équations d'équilibre à savoir la méthode Cholesky et la technique de Gauss.

Afin de pouvoir solutionner les équations aux déplacements, il faudrait fractionner les déplacements globaux $\{\bar{\Delta}\}$ en deux groupes :

* $\{\bar{\Delta}_s\}$ correspondants aux supports
* $\{\bar{\Delta}_e\}$ correspondants aux degres de liberté libres

La méthode Cholesky est applicable aux matrices symétriques positives définies, soit : $\{\bar{\Delta}\}^t[\bar{K}]\{\bar{\Delta}\} > 0$. Elle consiste à décomposer la matrice $[\bar{K}]$ en deux matrices triangulaires. Après la décomposition, on effectue des opérations sur le vecteur chargement pour aboutir aux déplacements.

III.4.1 Méthode Gauss par décomposition pour largeur de bande variable

Cette technique présente l'avantage d'être adaptée à la programmation, surtout si la largeur de bande est trop variable. Remarquons aussi les faits suivants

* A chaque étape d'élimination, la sous-matrice demeure symétrique et on a besoin de la matrice triangulaire supérieure seulement;
* les termes de la diagonale k_{ii} sont toujours positifs durant la décomposition ;
* La décomposition est indépendante du vecteur chargement

donc l'élimination de Gauss revient à réduire les coefficients de $[K]$ en une matrice triangulaire supérieure indépendamment du vecteur $\{R\}$.

On définit $[S]$ comme étant le produit de deux matrices dont l'une est diagonale,

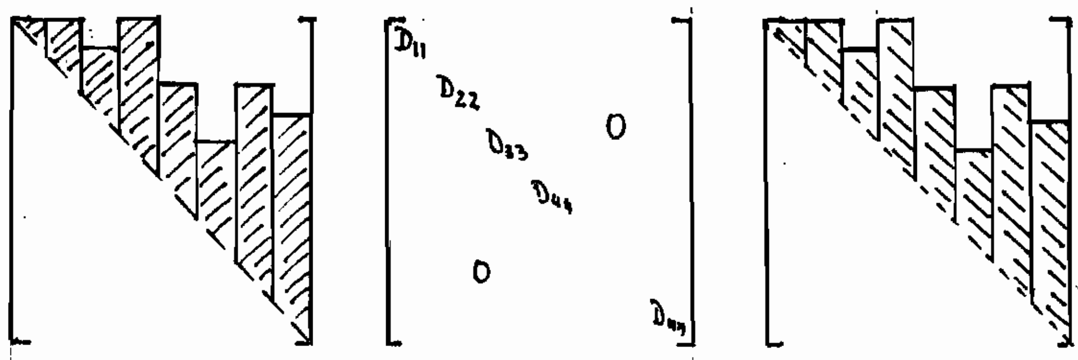
$$[S] = \lceil D \rfloor\ [\bar{S}]$$

or $[K]$ et D sont symétriques

$$[K] = [L] \lceil D \rfloor [L]^t$$

on remarque que le vecteur $\{R\}$ n'intervient pas dans la triple décomposition.

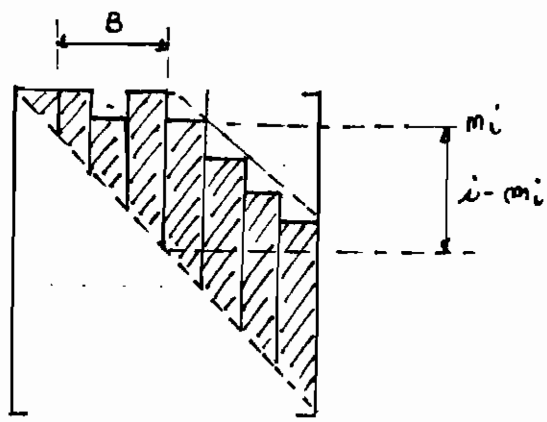
L'avantage de la triple décomposition $[L] \ulcorner D \lrcorner [L]^t$ réside au fait que les termes à l'extérieur des "sommets des colonnes" deviennent nuls dans $[L]^t$.



$[K]$ $\qquad \ulcorner D \lrcorner$ $\qquad [L]^t$

La hauteur de chaque colonne est égale à $i-mi$ où i est le numéro de la colonne et mi la rangée du premier terme non nul dans la colonne.

La largeur de bande B devient égale à $\max(i-mi)$



La sous-routine TRIPLD qui effectue la décomposition de la matrice de raideur n'est appelée qu'une seule fois et les termes de la matrice de raideur sont remplacés par $\ulcorner D \lrcorner$ et $[L]^t$. Ainsi on appelle la sous-routine SOL et les déplacements calculés remplacent le vecteur chargement.

III.5 Rôle des sous-routines

* La sous-routine RIGEL confectionne la matrice de rigidité globale de l'élément incluant l'effet P-delta

* La sous-routine CALF calcule les valeurs des coéfficients de rigidité flexionnelle fi1, fi2, fi3 et fi4 pour une force axiale nulle, de traction ou de compression.

* La sous-routine CHARG calcule les charges équivalentes en bout de membrure pour une charge en travée uniforme W, et une charge concentrée q, dans les systèmes local fl et global fg.

* La sous-routine CMAXA établit les adresses diagonales de la matrice de rigidité afin d'évaluer l'espace nécessaire pour l'assemblage des éléments à l'intérieur de la mémoire.

* La sous-routine ASSEMB effectue l'assemblage de matrices de rigidité élémentaires sous forme vectorielle dans la matrice de rigidité globale grk.

* La sous-routine TRIPLD effectue la décomposition de la matrice de rigidité assemblée sous forme compacte.

* La sous-routine PROP confectionne les propriétés des éléments

* La sous-routine SOL permet de solutionner les équations compte tenu de la forme compacte de la matrice de rigidité.

* La sous-routine ADRESS établit le vecteur des adresses diagonales de la matrice de rigidité

* La sous-routine FORC calcule les efforts internes aux sixièmes de portée pour chaque membrure.

III.6 Définition des paramètres

nature	notation
module d'élasticité	em
module d'élasticité transversal	g
longueur de l'élément	cL
force axiale	p
charge ponctuelle	q
charge uniforme	wc
aire effective de cisaillement	as
angle d'inclinaison	alf
cosinus et sinus directeur	cs, sn
moment d'inertie	ci
nombre d'éléments	nel
nombre de noeuds	nod
nombre de degrés de liberté	ndl
nombre de noeuds restreints	nnr
nombre d'éléments chargés concent	nelc
nombre d'éléments chargés unifor	nelu
nombre de noeuds chargés	nnch
nombre de cas de chargement	ice
option pour l'analyse P-delta	ipd

III.7 fonctionnement du programme

Ce programme présente principalement une fonction double en ce sens qu'il effectue à la fois l'analyse linéaire de la structure et l'analyse non-linéaire en incluant l'effet P.delta en vue d'établir une étude comparative

Les données générales de la structure sont d'abord lues et écrites, ainsi que les coordonnées des noeuds et les caractéristiques des éléments. Ensuite le programme effectue principalement:

* La confection du vecteur chargement général de la structure
* Le calcul de la matrice de rigidité globale de la structure et de son assemblage;
* La résolution des équations aux déplacements;
* le calcul des efforts internes en bout de membrures et aux dixièmes de portée;
* L'étude itérative pour la stabilité de la structure compte tenu de l'effet P.delta;
* le calcul des réactions aux appuis.

III.8 ORGANIGRAMME

Dans les pages qui suivent sont présentés l'organigramme détaillé qui retrace la logique des grandes lignes du programme principal. Cependant les différentes sous-routines n'ont pas été explicitées dans l'organigramme, vu leur importance, mais elles sont appelées là où il le faut.

Les déclarations utilisées

type de déclaration — **symbole**

a) entrée des données par lecture (read)

b) sortie des données ou résultats écriture (print)

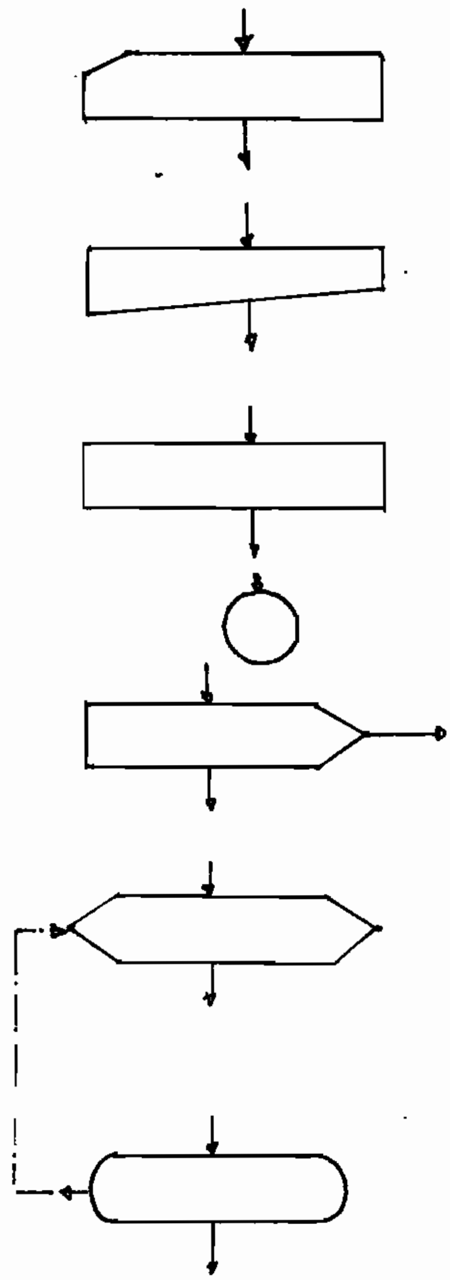
c) attribution ou transfert

d) contrôle inconditionnel

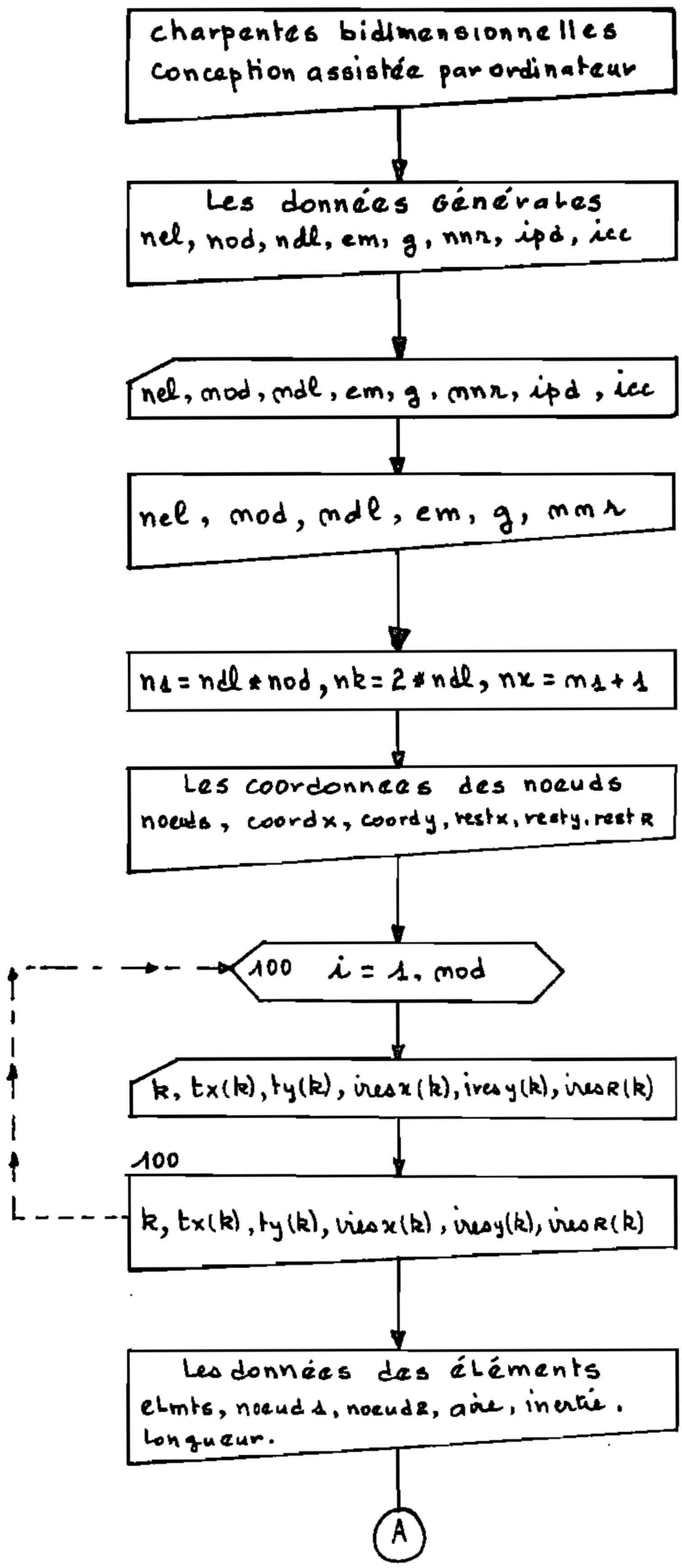
e) Contrôle conditionnel

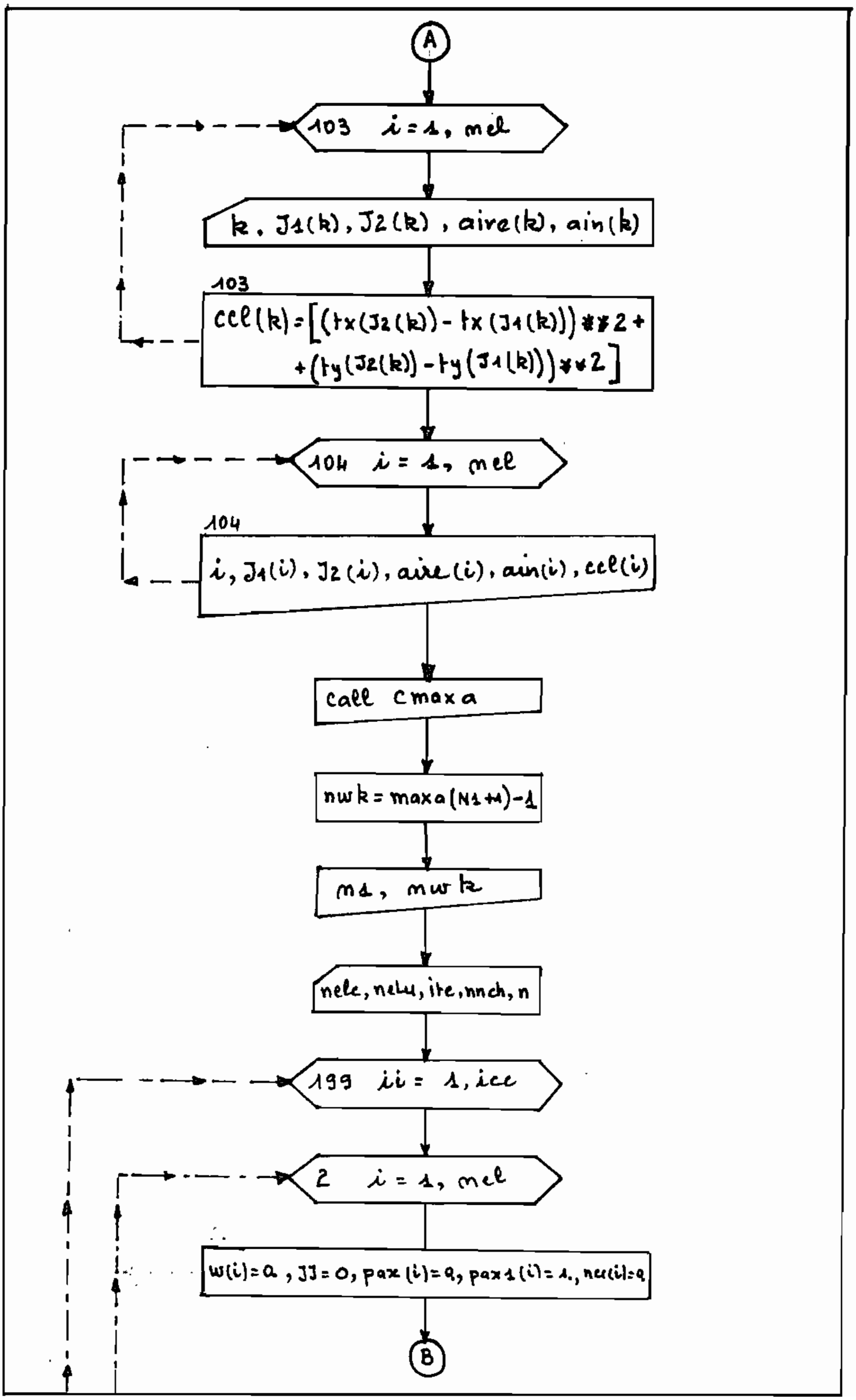
f) Contrôle de boucle

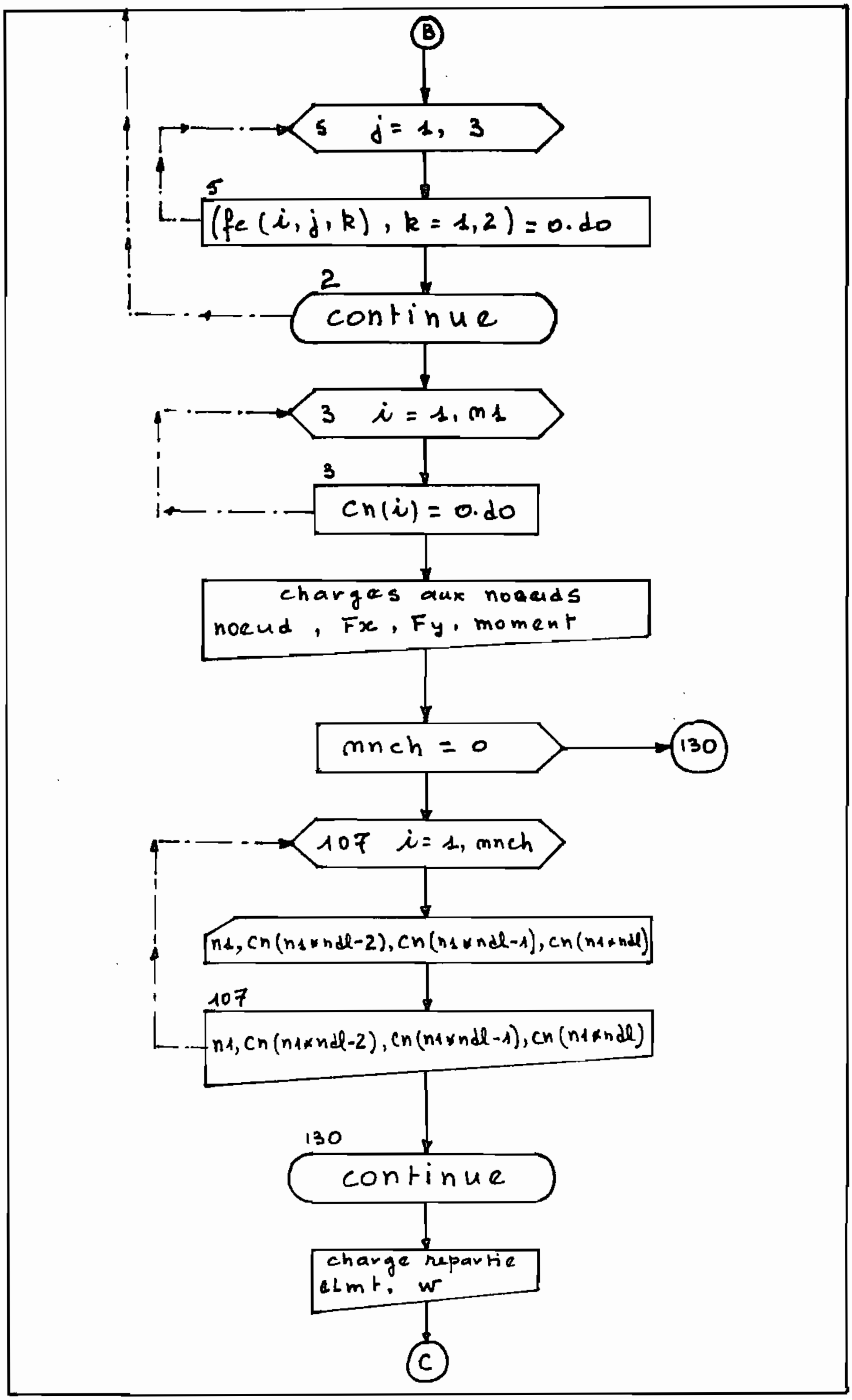
g) Contrôle de fin de boucle

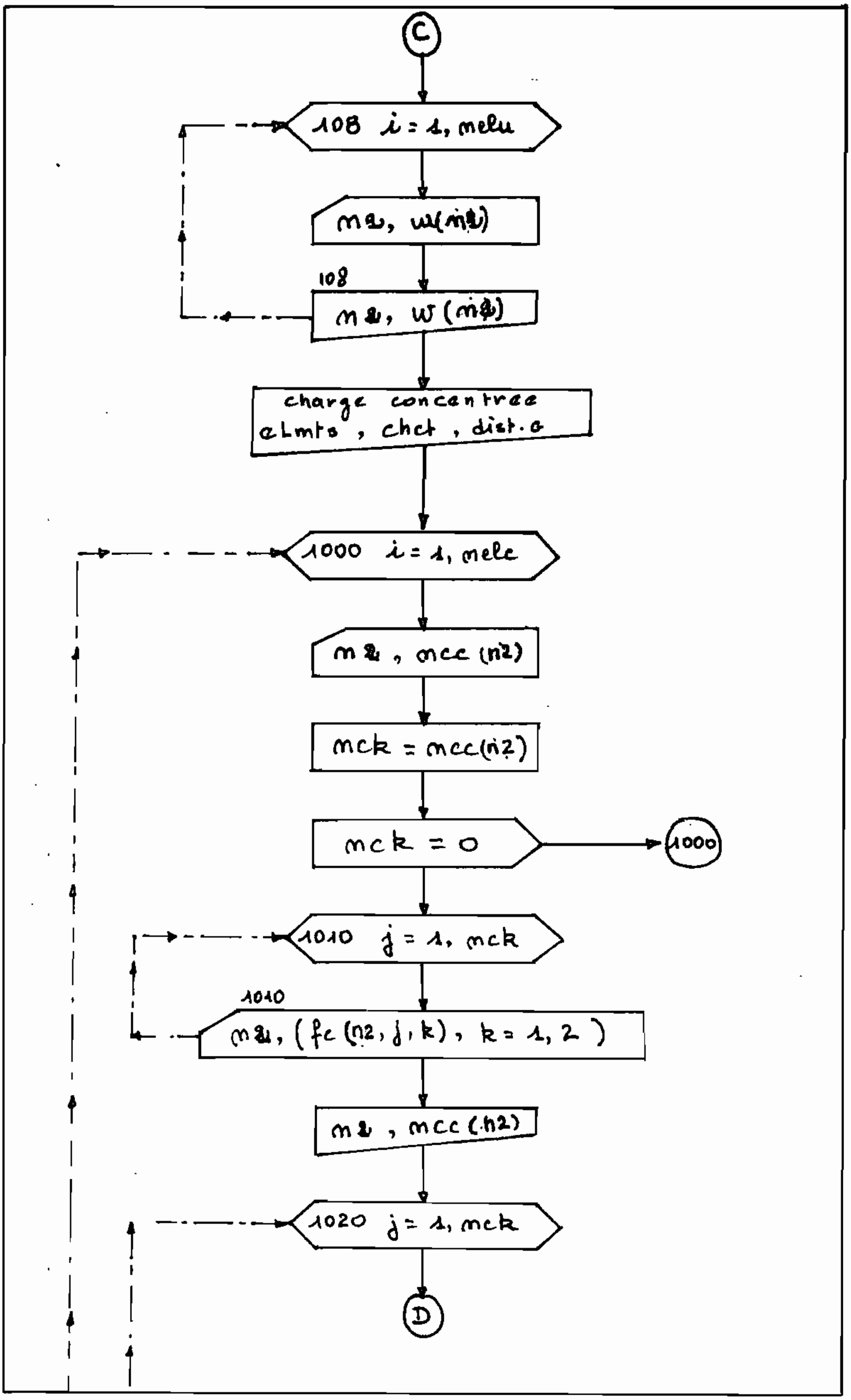


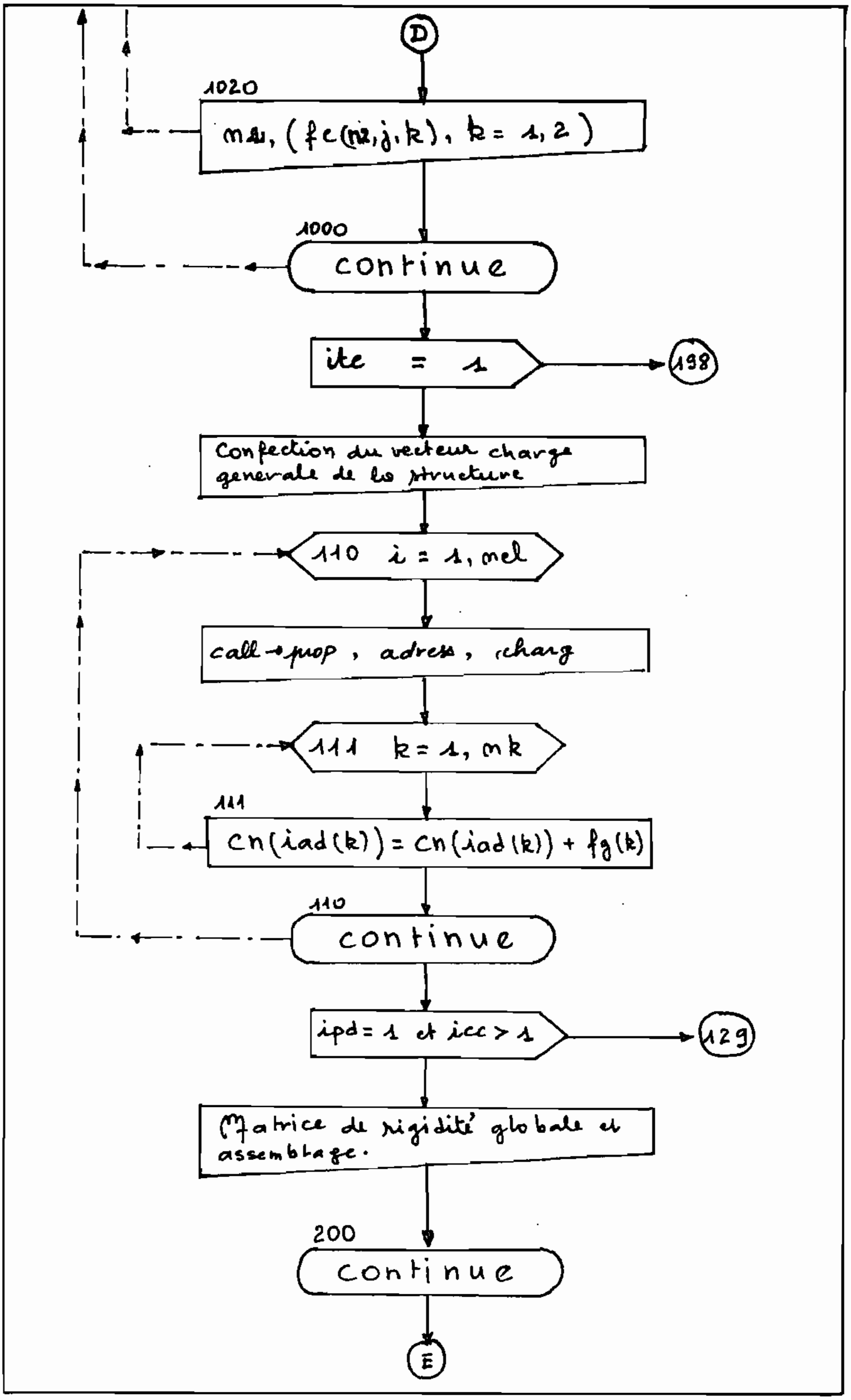
ORGANIGRAMME

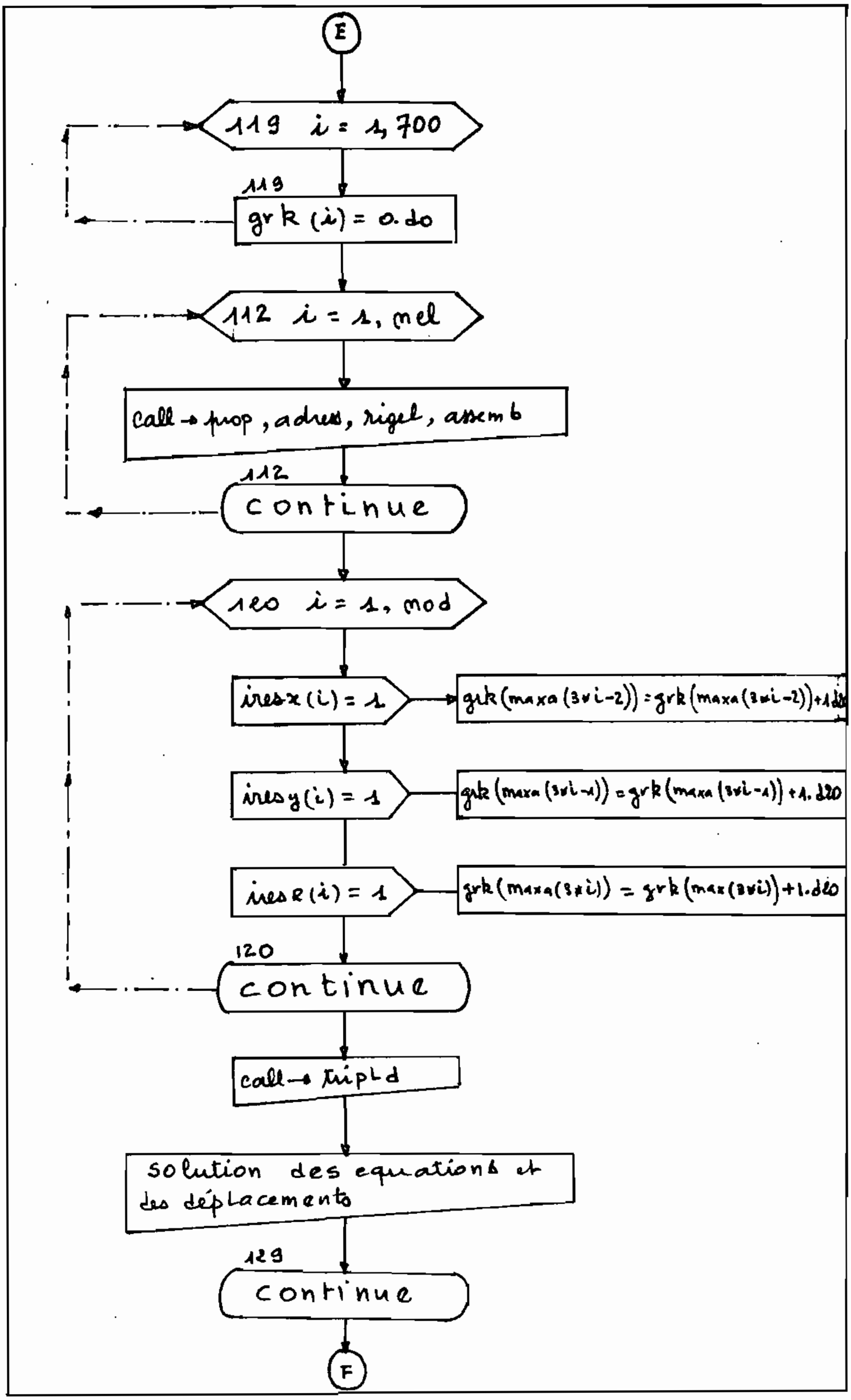


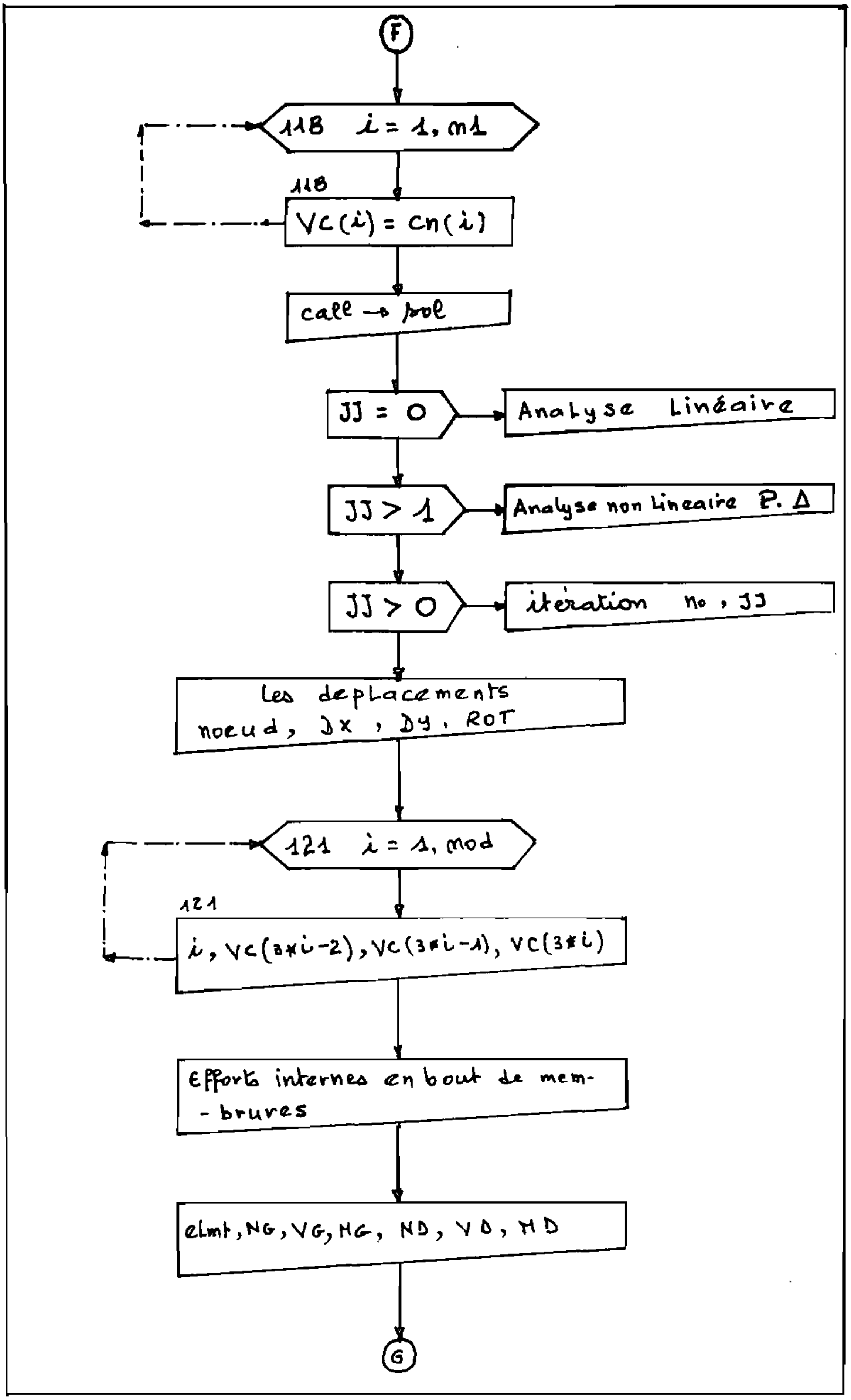

A
103 i = 1, mel
k, J1(k), J2(k), aire(k), ain(k)
103
cel(k) = [(tx(J2(k)) - tx(J1(k))) ** 2 + + (ty(J2(k)) - ty(J1(k))) ** 2]
104 i = 1, mel
104
i, J1(i), J2(i), aire(i), ain(i), cel(i)
call cmaxa
nwk = maxa(N1+1) - 1
m1, mwk
nele, nelu, ite, nnch, n
199 ii = 1, icc
2 i = 1, mel
w(i) = a, JJ = 0, pax(i) = a, pax1(i) = 1., nec(i) = a
B

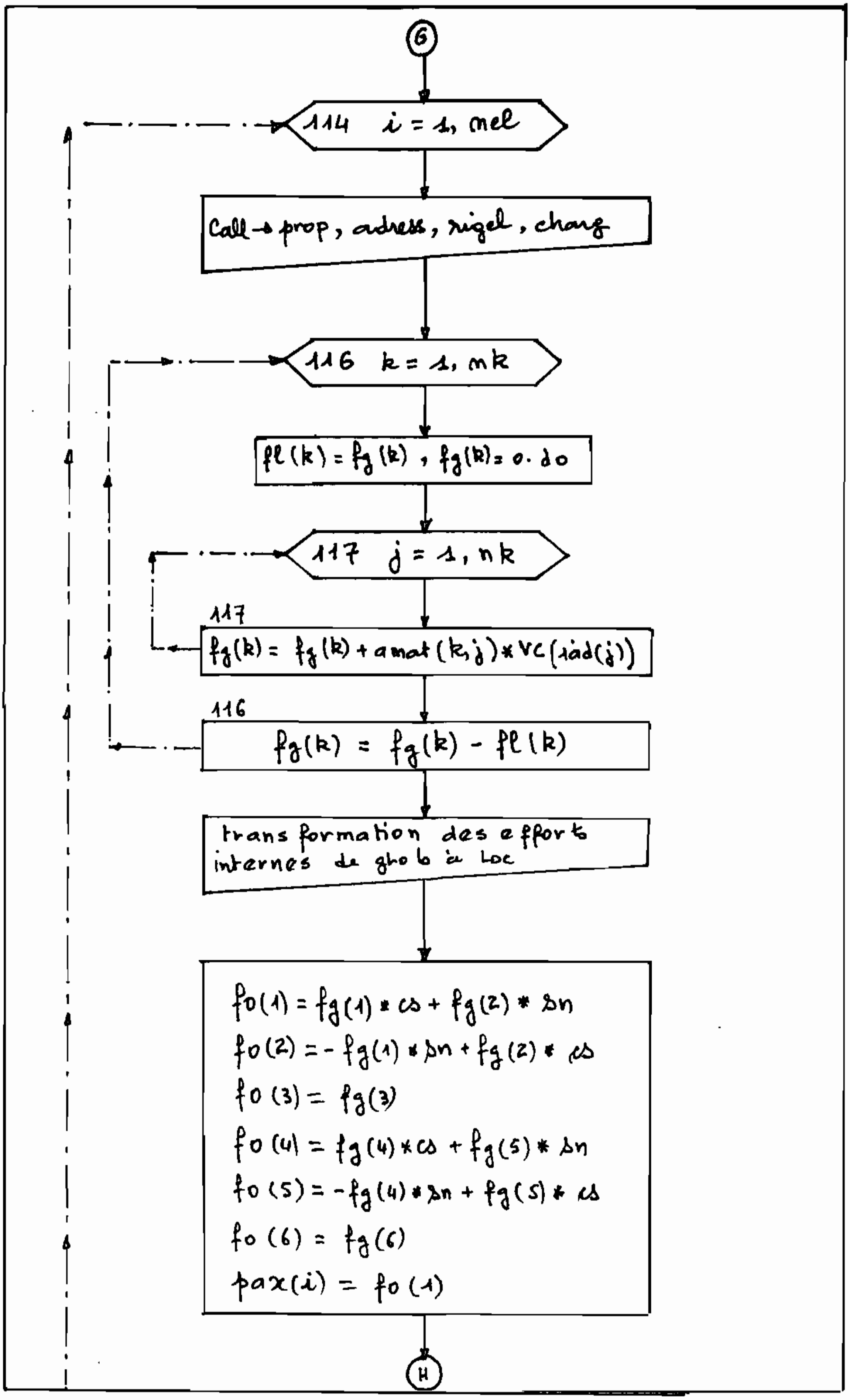

B
5 j = 1, 3
5
(fe (i, j, k), k = 1,2) = 0.d0
2
continue
3 i = 1, m1
3
cn(i) = 0.d0
charges aux noeuds
noeud , Fx , Fy , moment
mnch = 0
130
107 i = 1, mnch
n1, cn(n1*ndl-2), cn(n1*ndl-1), cn(n1*ndl)
107
n1, cn(n1*ndl-2), cn(n1*ndl-1), cn(n1*ndl)
130
continue
charge repartie
elmt, w
C

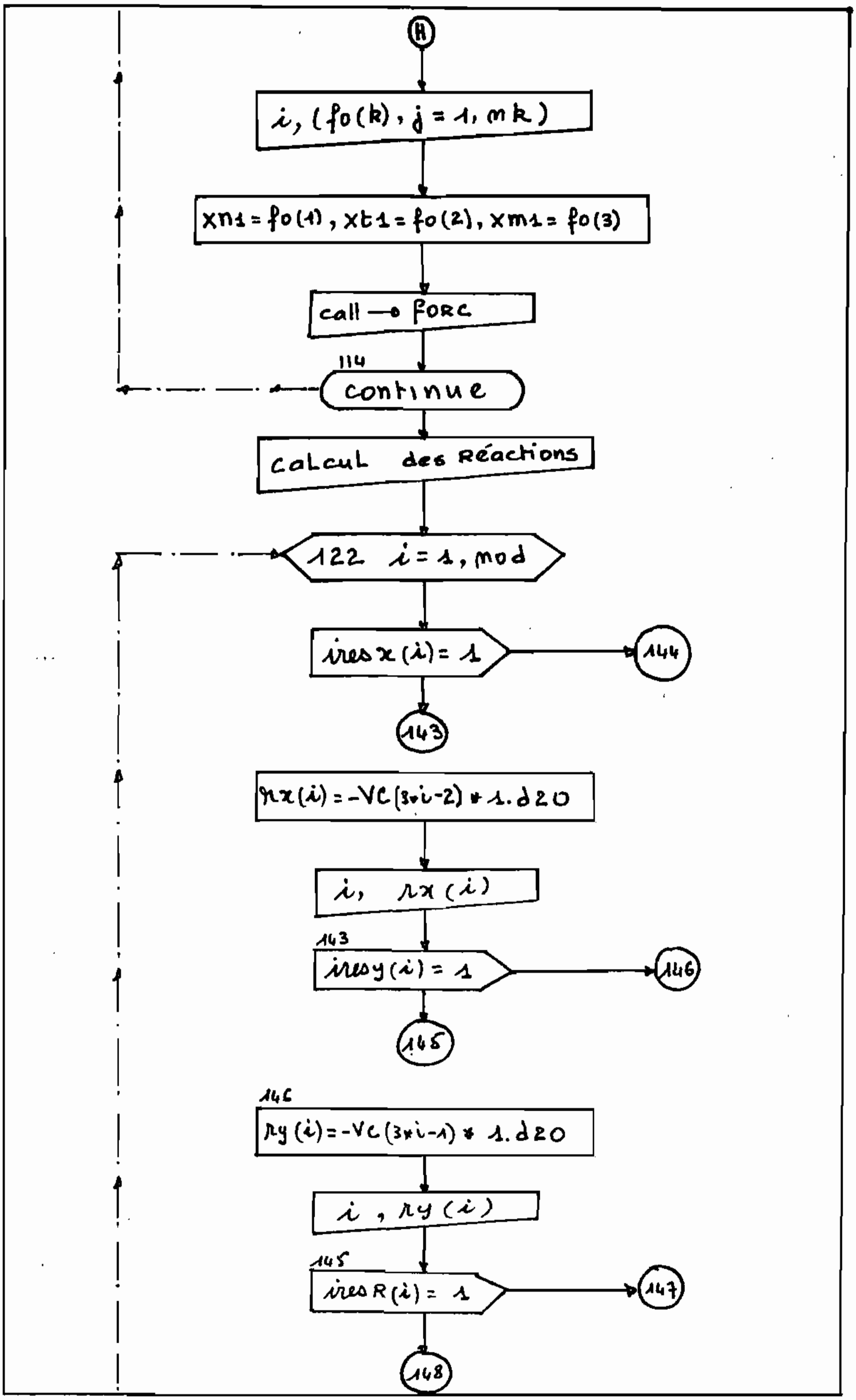

C
108 i = 1, melu
m2, w(n2)
108
m2, w(n2)
charge concentree
elmts , chct , dist.c
1000 i = 1, mele
m2 , mcc (n2)
mck = mcc(n2)
mck = 0
1000
1010 j = 1, mck
1010
m2, (fc (n2, j, k), k = 1, 2)
m2 , mcc (n2)
1020 j = 1, mck
D

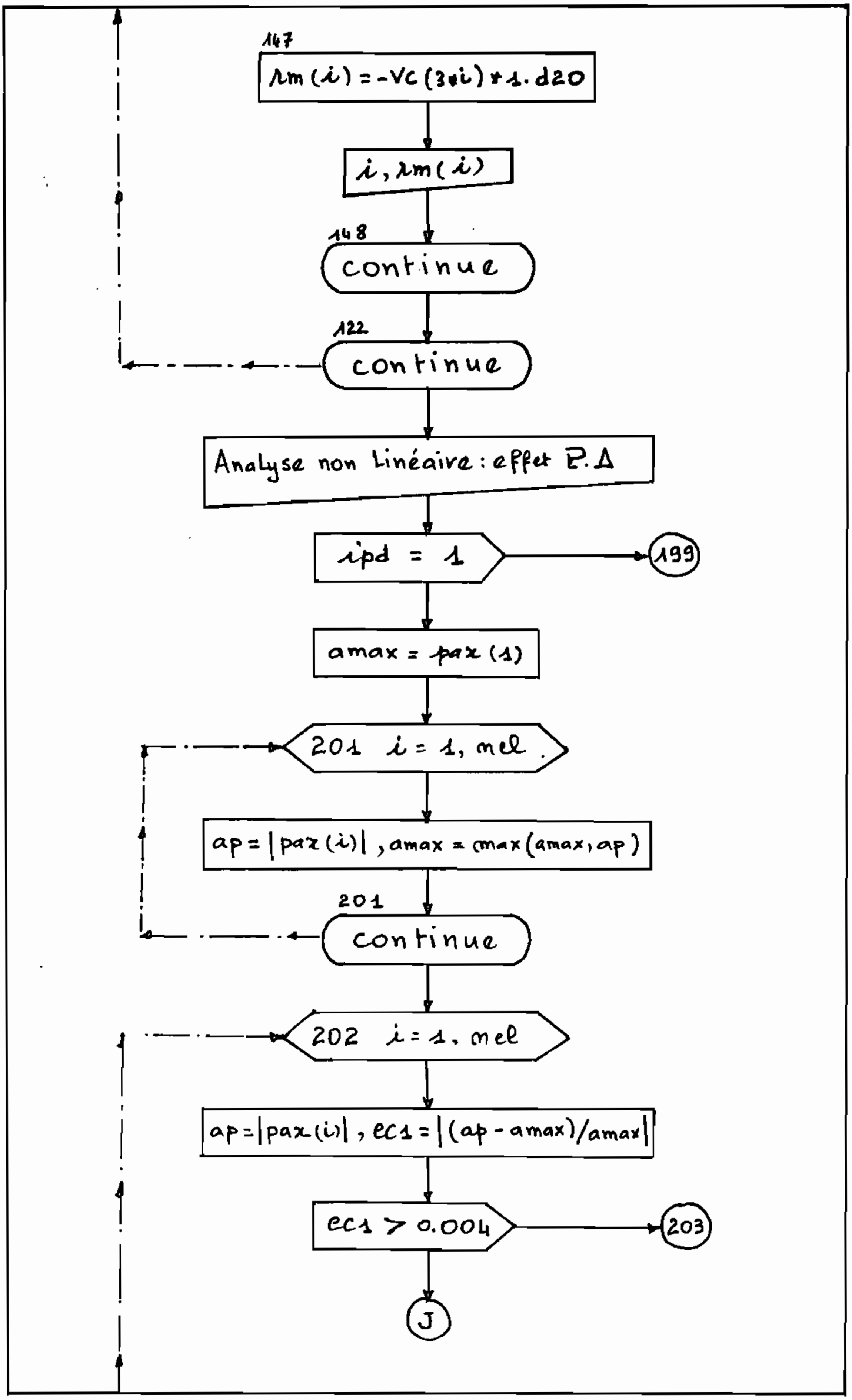

D
1020
mel, (fc(mz,j,k), k = 1,2)
1000
continue
ite = 1
198
Confection du vecteur charge generale de la structure
110 i = 1, mel
call prop, adress, charg
111 k = 1, mk
111
cn(iad(k)) = cn(iad(k)) + fg(k)
110
continue
ipd = 1 et icc > 1
129
Matrice de rigidité globale et assemblage.
200
continue
E

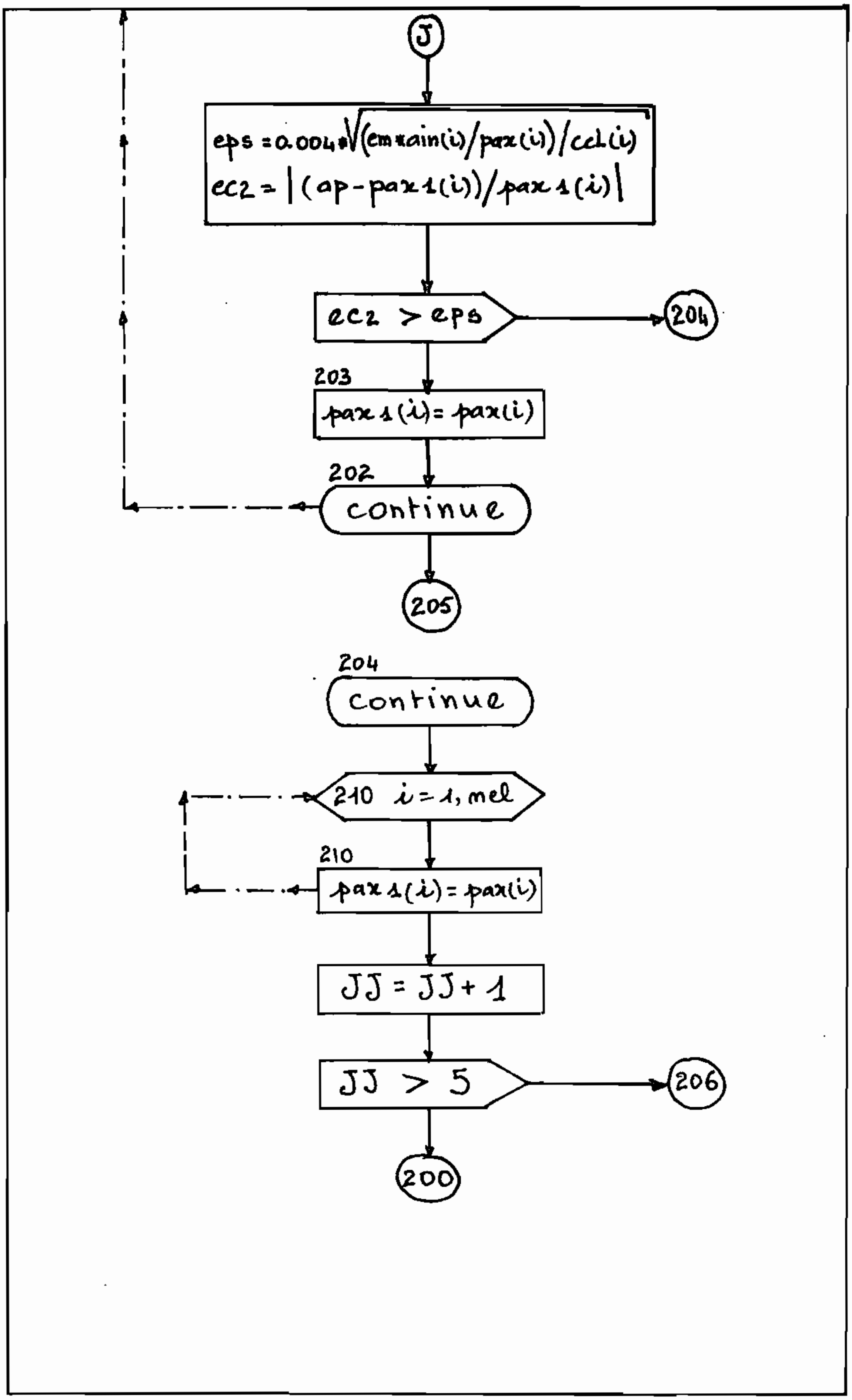

E
119 i = 1, 700
119
grk (i) = 0.d0
112 i = 1, mel
call → prop, adres, rigel, assemb
112
continue
120 i = 1, mod
iresx (i) = 1
grk (maxa (3*i-2)) = grk (maxa (3*i-2)) + 1.d20
iresy (i) = 1
grk (maxa (3*i-1)) = grk (maxa (3*i-1)) + 1.d20
iresR (i) = 1
grk (maxa (3*i)) = grk (max (3*i)) + 1.d20
120
continue
call → tripld
solution des equations et des déplacements
129
continue
F

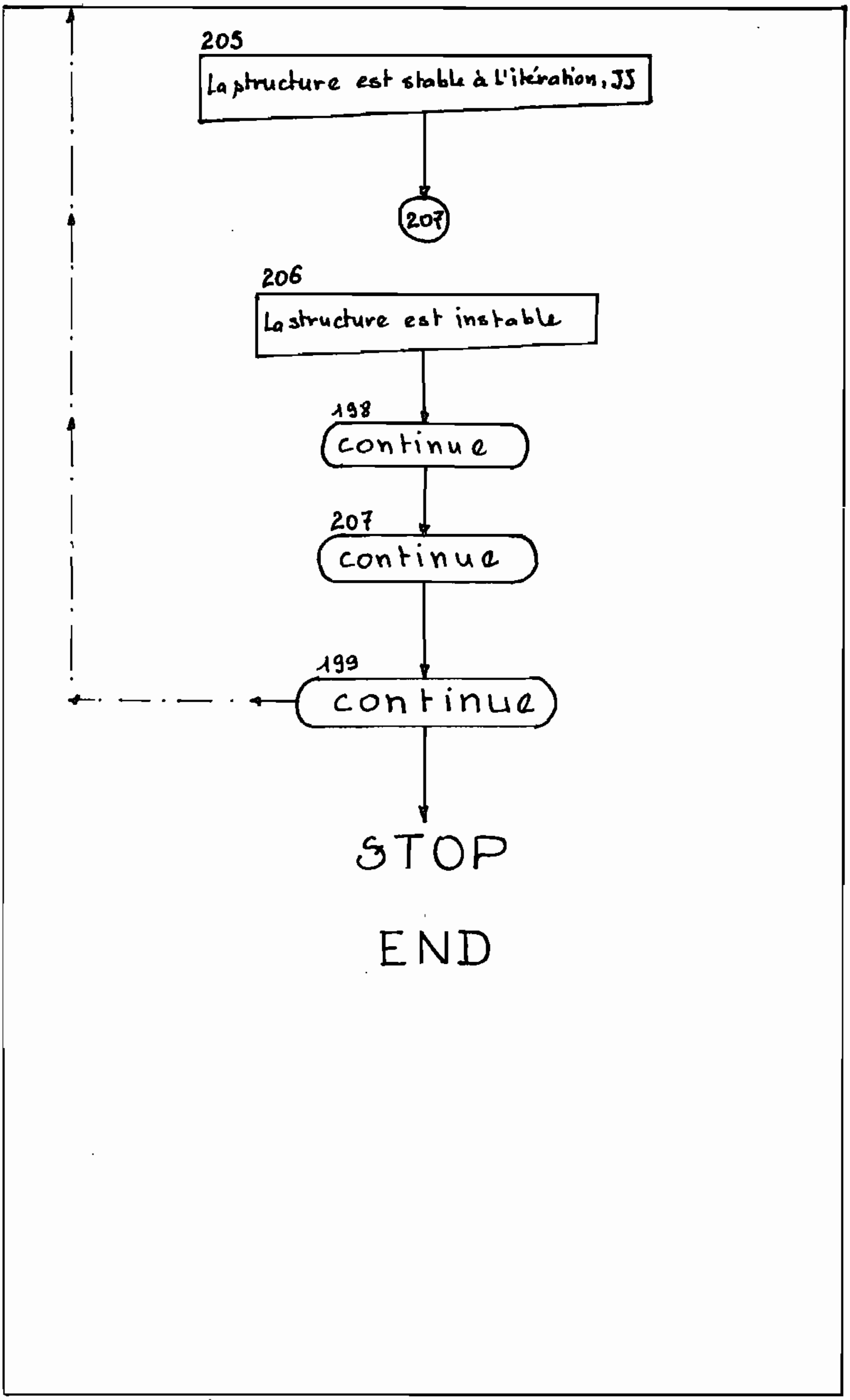

F
118 i = 1, m1
118
Vc(i) = cn(i)
call → sol
JJ = 0
Analyse Linéaire
JJ > 1
Analyse non Lineaire P. Δ
JJ > 0
itération no , JJ
Les deplacements
noeud, Dx , Dy , ROT
121 i = 1, mod
121
i, vc(3*i-2), vc(3*i-1), vc(3*i)
Efforts internes en bout de mem-
- brures
elmt, NG, VG, MG, ND, VD, MD
G


G
114 i = 1, mel
Call → prop, adress, rigel, charg
116 k = 1, nk
fl(k) = fg(k) , fg(k) = 0. do
117 j = 1, nk
117
fg(k) = fg(k) + amat(k,j) * vc(iad(j))
116
fg(k) = fg(k) - fl(k)
transformation des efforts internes de glob à Loc
fo(1) = fg(1) * cs + fg(2) * sn
fo(2) = - fg(1) * sn + fg(2) * cs
fo(3) = fg(3)
fo(4) = fg(4) * cs + fg(5) * sn
fo(5) = - fg(4) * sn + fg(5) * cs
fo(6) = fg(6)
pax(i) = fo(1)
H


A
i, (fo(k), j = 1, mk)
xn1 = fo(1), xt1 = fo(2), xm1 = fo(3)
call → forc
114
continue
calcul des réactions
122 i = 1, mod
iresx(i) = 1
144
143
rx(i) = -Vc(3*i-2) * 1.d20
i, rx(i)
143
iresy(i) = 1
146
145
146
ry(i) = -Vc(3*i-1) * 1.d20
i, ry(i)
145
iresR(i) = 1
147
148


147
λm(i) = -Vc(3*i)*1.d20
i, λm(i)
148
continue
122
continue
Analyse non linéaire : effet P.Δ
ipd = 1
199
amax = pax(1)
201 i = 1, mel
ap = |pax(i)| , amax = max(amax, ap)
201
continue
202 i = 1, mel
ap = |pax(i)| , ec1 = |(ap - amax)/amax|
ec1 > 0.004
203
J


J
eps = a.004*√((emxain(i)/pax(i))/cel(i))
ec2 = |(ap-pax1(i))/pax1(i)|
ec2 > eps
204
203
pax1(i)= pax(i)
202
continue
205
204
continue
210 i=1, mel
210
pax1(i)= pax(i)
JJ = JJ+1
JJ > 5
206
200


205
La structure est stable à l'itération, JJ
207
206
La structure est instable
198
continue
207
continue
199
continue
STOP
END

CHAPITRE IV

CONCLUSION

RECOMMANDATIONS

Chapitre IV

CONCLUSION et RECOMMANDATIONS

IV.1 Conclusion

Ce projet subdivisé en plusieurs phases, consistait dans son ensemble, en la confection d'une base de données destinée à résoudre certains problèmes fondamentaux d'ingénierie à savoir : La conception ; la réalisation et le contrôle des structures.

L'objectif principal de ce présent travail se résumait, pour cette première phase, à la mise sur pied d'un logiciel en Fortran77 pour l'analyse structurale et le dimensionnement des charpentes bidimensionnelles en béton armé.

L'analyse théorique qui constitue la phase charnière de la conception d'un programme d'ordinateur, a été généralisée afin d'étudier l'analyse linéaire, L'analyse non-linéaire géométrique (effet P.delta), et de simuler les poutres profondes compte tenu des effets de cisaillement

Cependant la conception de ce logiciel en FORTRAN 77 a nécessité plus de temps qu'escompté, de sorte que seule l'analyse linéaire a pu être testée sur trois exemples pratiques, et a donné des résultats satisfaisants confirmés par d'autres auteurs. (appendices A.B.C).

Bien que toutes les sous routines soient testées individuellement avec succès, le manque de confirmations systématiques des résultats obtenus avec l'analyse non linéaire géométrique, nous empêche de tirer une conclusion définitive et d'établir une étude comparative plus exhaustive.

Cependant, les performances au point de vue calcul de ce logiciel sont très satisfaisantes pour son temps d'exécution très reduit, environ trois minutes et sa double précision des résultats.

IV. 2 Recommandations

Une étude comparative entre l'analyse linéaire et l'analyse non-linéaire (effet P. delta), ne nous ayant pas permis d'établir une discussion riche et instructive nous vous suggérons de poursuivre ce travail en étudiant les items suivants :

* l'influence des forces axiales sur les ossatures afin de tenir compte des effets P. delta et donc de vérifier la stabilité des structures

* le dimensionnement des structures en béton armé compte tenu des résultats obtenus des deux analyses

* enfin essayer d'optimiser ce logiciel et d'élargir son champ d'action pour faciliter la vérification des structures plus complexes.

CHAPITRE V

PRESENTATION du PROGRAMME

APPENDICES

BIBLIOGRAPHIE

```
c        **********************PROGRAMME  PROJET428 *****************
c        ******* AUTEUR :   THIERNO  FALL  5em CIVIL  Mle  428 *******
c        ******* DIRECTEUR :Mo MOUSTAPHA  NDIAYE PROF DE STRUCT*******
c        ******* TITRE : CHARPENTES BIDIMENSIONNELLES :
c        *******             CONCEPTION  ASSISTEE  PAR  ORDINATEUR *******
c        ****************************************************************
c        ******* CE LOGICIEL CONCEPTION EFFECTUE L''ANALYSE LINEAIRE,
c        ******* L''ANALYSE NON LINEAIRE GEOMETRIQUE (effet P.delta)
c        ******* ET SIMULE LE COMPORTEMENT DES POUTRES PROFONDES EU
c        ******* EGARD AUX CONTRAINTES DE CISAILLEMENT          *******
c        ****************************************************************
c
      implicit real*8(a-h,o-z)
      character*6 stdon
      dimension tx(10),ty(10),iresx(10),iresy(10),iresr(10),j1(10),
     +j2(10),aire(10),ain(10),cn(30),w(10),amat(6,6),
     +ccl(10) ,pax(50),iad(6),vc(150),fl(6),fg(6),grk(700),maxa(51),
     +ih(50),rx(10),ry(10),rz(10),pax1(10),flc(6),fc(10,3,2),fo(6)
     +,ncc(10)
c
      print *,'        *************************************'
      print *,'        **FICHIER DE LECTURE DES DONNEES ??  **'
      print *,'        *************************************'
      read 99 ,stdon
      open(unit=5,file=stdon)
      open(unit=6,file='fichsa')
      rewind(5)
      rewind(6)
c
c        LECTURE ET ECRITURE DES DONNEES GENERALES
c
      print *,'        *************************************'
      print *,'        *******    DONNEES GENERALES    *******'
      print *,'        *************************************'
      read(5,*) nel,nod,ndl,em,g,nnr,ipd,icc
      print *,'NOMBRE D''ELEMENTS -----------------=',nel
      print *,'NOMNRE DE NOEUDS -------------------=',nod
      print *,'NOMBRE DE DEGRES DE LIBERTE---------=',ndl
      print *,'MODULE D''ELASTICITE----------------=',em
      print *,'MODULE D''ELAST TRANSVERSAL---------=',g
      print *,'NOMBRE DE NOEUDS RESTREINTS---------=',nnr
      print 1
      n1=ndl*nod
      nk=2*ndl
      nx=n1+1
c
c        LECTURE ET ECRITURE DES COORDONNEES DE NOEUDS
c
      print *,'        *************************************'
      print *,'        ******   DONNEES  DES  NOEUDS   ********'
      print *,'        *************************************'
      print 10
      do 100 i=1,nod
      read(5,*) k,tx(k),ty(k),iresx(k),iresy(k),iresr(k)
      print 11 ,k,tx(k),ty(k),iresx(k),iresy(k),iresr(k)
100   continue
```

```
c
c        LECTURE ET ECRITURE DES DONNEES DES ELEMENTS
c
      print 1
      print *,'          ****************************************'
      print *,'          *****     DONNEES  DES  ELEMENTS     ******'
      print *,'          ****************************************'
      print 12
      do 103 i=1,nel
      read(5,*) k,j1(k),j2(k),aire(k),ain(k)
      ccl(k)=dsqrt((tx(j2(k))-tx(j1(k)))**2+(ty(j2(k))-ty(j1(k)))**2)
103   continue
c
      do 104 i=1,nel
      print 13,i,j1(i),j2(i),aire(i),ain(i),ccl(i)
104   continue
c
      call cmaxa(j1,j2,ndl,nel,nk,n1,nx,maxa,iad,ih)
      nwk=maxa(n1+1)-1
c
      print 1
      print *,'NOMBRE D''EQUATIONS -----------------=',n1
      print *,'ESPACE REQUIS POUR GRK---------------=',nwk
c
      read(5,*) nelc,nelu,ite,nnch
      do 199 ii=1,icc
      do 2 i=1,nel
      w(i)=0.d0
      ncc(i)=0.d0
      pax(i)=0.d0
      pax1(i)=1.
      do 5 j=1,3
      fc(i,j,1)=0.d0
5     fc(i,j,2)=0.d0
2     continue
      do 3 i=1,n1
3     cn(i)=0.d0
      jj=0
c
```

```
      print *,'          ***********************************'
      print *,'          *****  CHARGES  AUX  NOEUDS  *****'
      print *,'          ***********************************'
      print *,' CAS DE CHARGEMENT  NO',ii
      if(nnch.eq.0) go to 130
      print *,'        NOMBRE DE NOEUDS CHARGES        =',nnch
      print 14
      do 107 i=1,nnch
      read(5,*) n2,cn(n2*ndl-2),cn(n2*ndl-1),cn(n2*ndl)
      print 15,n2,cn(n2*ndl-2),cn(n2*ndl-1),cn(n2*ndl)
107   continue
130   continue
c
      if(nelu.eq.0) go to 1120
      print 1
      print *,'            CHARGE REPARTIE
      print *,' NOMBRE D''ELEMENTS CHARGES UNIF    =',nelu
      print *,'         ELMT           W '
      do 108 i=1,nelu
      read(5,*) n2,w(n2)
      print 16 ,n2,w(n2)
108   continue
1120  continue
c
      if(nelc.eq.0) go to 1130
      print 1
      print *,'           CHARGE CONCENTREE '
      print *,' NOMBRE D''ELEMENTS CHARGES CONCENT     =',nelc
      do 1000 i=1,nelc
      read(5,*) n3,ncc(n3)
      nck=ncc(n3)
      print *,'NOMBRE DE CHARGES CONCENTREES    =',nck
      if(nck.eq.0) go to 1000
      do 1010 j=1,nck
      read(5,*) n3,(fc(n3,j,k),k=1,2)
1010  continue
      print 17
      do 1020 j=1,nck
1020  print 18,n3,(fc(n3,j,k),k=1,2)
1000  continue
1130  continue
c
      if(ite.eq.1) go to 198
c
c       CONFECTION DU VECT CHARGE GENERALE DE LA STRUCT
c
      do 110 i=1,nel
      call prop(j1,j2,w,aire,ain,pax,nk,tx,ty,ccl,cs,sn,jj1,jj2
     +,wc,as,ci,cl,p,i)
      call adress(jj1,jj2,ndl,nk,iad)
      call charg(fg,fl,g,as,nk,em,ci,cl,p,wc,q,a,cs,sn,fc,flc,nck,i)
      do 111 k=1,nk
      cn(iad(k))=cn(iad(k))+fg(k)
111   continue
110   continue
```

```
c
c        CALCUL DE LA MATRICE DE RIGIDITE GLOBALE ET ASSEMBLAGE
c
200    continue
       do 119 i=1,700
119    grk(i)=0.d0
       do 112 i=1,nel
       call prop(j1,j2,w,aire,ain,pax,nk,tx,ty,ccl,cs,sn,jj1,jj2
     +,wc,as,ci,cl,p,i)
       call adress(jj1,jj2,ndl,nk,iad)
       call rigel(amat,g,nk,as,em,ci,cl,p,cs,sn,fi1,fi2,fi3,fi4)
       call assemb(iad,ndl,nk,amat,grk,nwk,maxa,nx,n1)
112    continue
c
       do 120 i=1,nod
       if(iresx(i).eq.1) grk(maxa(3*i-2))=grk(maxa(3*i-2))+1.d20
       if(iresy(i).eq.1) grk(maxa(3*i-1))=grk(maxa(3*i-1))+1.d20
       if(iresr(i).eq.1) grk(maxa(3*i))=grk(maxa(3*i))+1.d20
120    continue
c
       call tripld(grk,maxa,n1,nwk,nx)
c
c        SOLUTION DES EQUATIONS ET DEPLACEMENTS
c
       do 118 i=1,n1
118    vc(i)=cn(i)
       call sol(grk,vc,maxa,n1,nwk,nx)
       if(jj.eq.0)  print 19
       if(jj.gt.1)  print 20
       print *,'   CAS DE CHARGEMENT NO',ii
       if(jj.gt.0) print 23,jj
       print 21
       do 121 i=1,nod
121    print 22,i,vc(3*i-2),vc(3*i-1),vc(3*i)
c
c        CALCUL DES EFFORTS INTERNES EN BOUT DE MEMBRURES
c
       print 55
       print *,'          ****************************************'
       print *,'          *******     EFFORTS    INTERNES    *******'
       print *,'          ****************************************'
       if(jj.gt.0) print 23,jj
       do 114 i=1,nel
       if((mod(i,2).eq.0).and.(i.gt.2)) print 55
       if((mod(i,2).eq.0).and.(i.gt.2))
     +   print *,'          ****************************************'
       if((mod(i,2).eq.0).and.(i.gt.2))
     +   print *,'          *******     EFFORTS    INTERNES    *******'
       if((mod(i,2).eq.0).and.(i.gt.2))
     +   print *,'          ****************************************'
       print 24
       call prop(j1,j2,w,aire,ain,pax,nk,tx,ty,ccl,cs,sn,jj1,jj2
     +,wc,as,ci,cl,p,i)
       call adress(jj1,jj2,ndl,nk,iad)
       call rigel(amat,g,nk,as,em,ci,cl,p,cs,sn,fi1,fi2,fi3,fi4)
```

```
c
c         CALCUL DES EFFORTS INTERNES DANS LE SYST GLOBAL
c
      call charg(fg,fl,g,as,nk,em,ci,cl,p,wc,q,a,cs,sn,fc,flc,nck,i)
      do 116 k=1,nk
      fl(k)=fg(k)
      fg(k)=0.d0
      do 117 j=1,nk
117   fg(k)=fg(k)+amat(k,j)*vc(iad(j))
116   fg(k)=fg(k)-fl(k)
c
c         TRANSFORMATION DES EFFORTS INTERNES DE GLOB A LOC
c
      fo(1)=fg(1)*cs+fg(2)*sn
      fo(2)=-fg(1)*sn+fg(2)*cs
      fo(3)=fg(3)
      fo(4)=fg(4)*cs+fg(5)*sn
      fo(5)=-fg(4)*sn+fg(5)*cs
      fo(6)=fg(6)
      pax(i)=fo(1)
      print 30,i,(fo(j),j=1,nk)
c
      xn1=fo(1)
      xt1=fo(2)
      xm1=fo(3)
      call forc(xn1,xt1,xm1,wc,fc,cl,i)
      print 1
114   continue
c
c         CALCUL DES REACTIONS
c
      print *,'          CALCUL DES REACTIONS'
      do 122 i=1,nod
      if(iresx(i).eq.1) go to 144
      go to 143
144   rx(i)=-vc(3*i-2)*1.d20
      print 25,i,rx(i)
143   if(iresy(i).eq.1) go to 146
      go to 145
146   ry(i)=-vc(3*i-1)*1.d20
      print 26,i,ry(i)
145   if(iresr(i).eq.1) go to 147
      go to 148
147   rz(i)=-vc(3*i)*1.d20
      print 27,i,rz(i)
148   continue
122   continue
```

```
c
c        ANALYSE NON-LINEAIRE :L'EFFET P-DELTA
c
      if(ipd.eq.1) go to 199
      amax=pax(1)
      do 201 i=1,nel
      ap=dabs(pax(i))
      amax=max(amax,ap)
201   continue
      do 202 i=1,nel
      ap=dabs(pax(i))
      tep=((ap-amax)/amax)
      ec1=dabs(tep)
      if(ec1.gt.4.d-1) go to 203
      eps=.004*dsqrt(em*ain(i)/pax(i))/ccl(i)
      ec2=dabs((ap-pax1(i))/pax1(i))
      if(ec2.gt.eps) go to 204
203   pax1(i)=pax(i)
202   continue
      go to 205
204   continue
      do 210 i=1,nel
210   pax1(i)=pax(i)
      jj=jj+1
      if(jj.gt.4) go to 206
      go to 200
205   print 28,jj
      go to 207
206   print *,'       LA  STRUCTURE  EST INSTABLE'
198   continue
207   continue
c
199   continue
c
```

```
1     format(/)
55    format('1')
10    format(' ',t10,'NOEUDS',9x,'COORD.X',11x,'COORD.Y',8x,
     +'REST.X',3x,'REST.Y',3x,'RES.R')
11    format(' ',5x,i5,2(7x,d12.4),3(5x,i5))
12    format(' ',t10,'ELMTS',t18,'NOEUD.1',t28,'NOEUD.2',t42,
     +'AIRE',t57,'INERTIE',t72,'LONGUEUR')
13    format(' ',3(5x,i5),3(5x,d12.4))
14    format(' ',t10,'NOEUD',t26,'FX',t50,'FY',t69,'MOMENT')
15    format(' ',5x,i5,3(10x,d12.4))
16    format(' ',5x,i5,7x,d12.4)
17    format(' ',t10,'ELMTS',t20,'CH.CT',t35,'DIST.G')
18    format(' ',(5x,i5),2(5x,d12.4))
19    format(//////////' ',t40,' ANALYSE   LINEAIRE')
20    format(//////////' ',t40,' ANALYSE  NON - LINEAIRE :P-DELTA')
21    format(/' ',t30,' LES  DEPLACEMENTS'//' ',t10,
     +'NOEUD',t24,'DX',t40,'DY',t56,'ROT')
22    format(' ',5x,i5,3(5x,d12.4))
23    format(' ',t10,'ITERATION',i2)
24    format(/' ',t22,'EFFORTS EN BOUT DE MEMBRURES',//' ',
     +t10,'ELMT',tt23,'NG',t40,'VG',t57,'MG',t74,'ND'
     +t91,'VD',t108,'MD')
25    format(' ',t10,'NOEUD',t15,i5,t25,'RX =',t30,d12.4)
26    format(' ',t10,'NOEUD',t15,i5,t25,'RY =',t30,d12.4)
27    format(' ',t10,'NOEUD',t15,i5,t25,'RM =',t30 d12.4)
28    format(///,' ',t10,'LA STRUCTURE EST STABLE A L''ITER',t48,i2)
30    format(' ',5x,i5,6(5x,d12.4))
99    format(a6)
c
      close (unit=5)
      close (unit=6)
      stop
      end
```

```
      subroutine rigel(amat,g,nk,as,em,ci,cl,p,cs,sn,fi1,fi2,fi3,fi4)
c
      implicit  real*8 (a-h,o-z)
      dimension amat(6,6)
      do 1 i=1,6
      do 1 j=1,6
1     amat(i,j)=0.d0
c
      call calf(em,g,ci,cl,p,as,fi1,fi2,fi3,fi4)
c
c       CALCUL DES COEFFICIENTS DE RIGIDITE FLEXIONNELLE
c
      ca =em*as/cl
      a1 =em*ci*fi1/cl
      a2 =em*ci*fi2/ cl
      a3 = em*ci*fi3/(cl**2)
      a4 = em*ci*fi4/(cl**3)
c
      d1 = ca*(cs**2)+a4*(sn**2)
      d2 = (ca-a4)*cs*sn
      d3 = ca*(sn**2)+a4*(cs**2)
      d4 = -a3*sn
      d5 =  a3*cs
c
c       CALCUL DES COEFFICIENTS DE RIGIDITE
c
      amat(1,1) = d1
      amat(4,1) =-d1
      amat(4,4) = d1
      amat(2,1) = d2
      amat(4,2) =-d2
      amat(5,1) =-d2
      amat(5,4) = d2
      amat(2,2) = d3
      amat(5,2) =-d3
      amat(5,5) = d3
      amat(3,1) = d4
      amat(4,3) =-d4
      amat(6,1) = d4
      amat(6,4) =-d4
      amat(3,2) = d5
      amat(5,3) =-d5
      amat(6,2) = d5
      amat(6,5) =-d5
      amat(3,3) = a1
      amat(6,6) = a1
      amat(6,3) = a2
c
c       TRANSPOSITION DE AMAT
c
      do 2 k = 1 , 6
      do 2 l = k , 6
2     amat(k,l) = amat(l,k)
      return
      end
```

```
      subroutine cmaxa(j1,j2,ndl,nel,nk,n1,nx,maxa,iad,ih)
c
      dimension j1(nk),j2(nk),iad(nk),maxa(nx),ih(n1)
      implicit real*8(a-h,o-z)
c
      do 3 i=1,n1
3     ih(i)=0.d0
c
c        ADRESSES DES DEGRES DE LIBERTE LOCAUX
c
      do 10 k=1,nel
      j4=j2(k)
      j3=j1(k)
      do 5 j=1,ndl
      iad(j)=ndl*(j3-1)+j
5     iad(j+ndl)=ndl*(j4-1)+j
      mi=iad(1)
      do 1 i=2,nk
      if(iad(i).lt.mi) mi=iad(i)
1     continue
      do 2 i=1,nk
      ii=iad(i)
      iht=ii-mi
      if(iht.gt.ih(ii)) ih(ii)=iht
2     continue
10    continue
      maxa(1)=1
      maxa(2)=2
      do 20 i=2,n1
20    maxa(i+1)=maxa(i)+ih(i)+1
      return
      end
c
      subroutine assemb(iad,ndl,nk,ptk,grk,nwk,maxa,nx,n1)
c
      dimension iad(nk),ptk(nk,nk),grk(nwk),maxa(nx)
      implicit real*8(a-h,o-z)
c
      do 30 l=1,nk
      iii=iad(l)
      do 25 j=1,nk
      jjj=iad(j)
      if(jjj.lt.iii) go to 25
      k=maxa(jjj)+jjj-iii
      grk(k)=grk(k)+ptk(l,j)
25    continue
30    continue
      return
      end
```

```
      subroutine tripld (a,maxa,nn,nwk,nnm)
c
      implicit real*8(a-h,o-z)
      dimension a(nwk),maxa(nnm)
c
      do 140 n=1,nn
      kn=maxa(n)
      kl=kn+1
      ku=maxa(n+1)-1
      kh=ku-kl
      if(kh) 110,90,50
50    k=n-kh
      ic=0
      klt=ku
      do 80 j=1,kh
      ic=ic+1
      klt=klt-1
      ki=maxa(k)
      nd=maxa(k+1)-ki-1
      if(nd) 80,80,60
60    kk=min(ic,nd)
      c=0.d0
      do 70 l=1,kk
70    c=c+a(ki+l)*a(klt+l)
      a(klt)=a(klt)-c
80    k=k+1
90    k=n
      b=0.d0
      do 100  kk=kl,ku
      k=k-1
      ki=maxa(k)
      c=a(kk)/a(ki)
      b=b+c*a(kk)
100   a(kk)=c
      a(kn)=a(kn)-b
110   if(a(kn)) 120,120,140
120   print 1000,n
      stop
1000  format(' matrice singuliere rangee',i5)
140   continue
      return
      end
```

```
c
      subroutine sol(a,v,maxa,nn,nwk,nnm)
c
c        RESOLUTION POUR LARGEUR DE BANDE VARIABLE
c
c                    a        :matrice decomposee
c                    v        :vecteur chargement
c
      implicit real*8(a-h,o-z)
      dimension a(nwk),maxa(nnm),v(nn)
c
      do 180 n = 1 , nn
      kl = maxa(n) + 1
      ku = maxa(n + 1) - 1
      kukl=ku-kl
      if(kukl) 180, 160 , 160
160   k = n
      c = 0.d0
      do 170 kk = kl , ku
      k = k - 1
170   c = c + a(kk) * v(k)
      v(n) = v(n) - c
180   continue
c
c        substitution a rebours
c
      do 200 n = 1 , nn
      k = maxa(n)
200   v(n) = v(n) / a(k)
      n = nn
      do 230 l = 2 , nn
      kl = maxa(n) + 1
      ku = maxa(n + 1) - 1
      kukl=ku-kl
      if(kukl) 230 , 210 , 210
210   k = n
      do 220 kk = kl , ku
      k = k - 1
220   v(k) = v(k) - a(kk) * v(n)
230   n = n - 1
      return
      end
```

```
c
        subroutine charg(fg,fl,g,as,nk,em,ci,cl,p,wc,q,a,cs,sn,fc,flc,nck,i
        implicit real*8(a-h,o-z)
c
        dimension fl(nk),fg(nk),flc(nk),fc(10,3,2)
      do 5 l=1,6
      flc(l)=0.d0
      fl(l)=0.d0
      fg(l)=0.d0
5     continue
      if(g.ne.0)    si=p/g/as
      if(g.eq.0)     si=0.d0
      alf=cl*dsqrt(dabs(p)*(1.d0+si)/em/ci)
c
c       CHARGE  UNIFORME  WC
c       EFFORTS TRANCHANTS ET NORMAUX POUR UNE CHARGE UNIF WC
c
      fl(1)=0.d0
      fl(2)=(wc*cl)/2.d0
      fl(4)=0.d0
      fl(5)=(wc*cl)/2.d0
c
c       FORCE AXIALE NULLE
c
      if(alf.gt.0.0001)  go to 10
      fl(3)=wc*(cl**2)/12.d0
      fl(6)=-fl(3)
      go to  40
c
c       FORCE AXIALE DE TRACTION
c
10    if(p.lt.0.d0)  go to 20
      c=-(wc*(cl/alf)**2)*(1.d0+si)
      fl(3)=c*(alf/(2.d0*dtanh(alf/2.d0)-1.d0))
      fl(6)=-fl(3)
      go to  40
c
c       FORCE AXIALE DE COMPRESSION
c
20    c=-(wc*(cl/alf)**2)*(1.d0+si)
      fl(3)=c*(1.d0-alf/(2.d0*dtanh(alf/2.d0)))
      fl(6)=-fl(3)
40    continue
c
```

```
c         CHARGE  CONCENTREE  Q
c
      q=0.d0
      a=0.d0
      do 50 j=1,nck
      q=fc(i,j,1)
      a=fc(i,j,2)
      call calf(em,g,ci,cl,p,as,fi1,fi2,fi3,fi4)
c
c         EFFORTS TRANCHANTS ET NORMAUX POUR UNE CHARGE CONCENT Q
      flc(2)=flc(2)+(q*(cl-a)/cl)
      flc(5)=flc(5)+(q*a/cl)
c
c         FORCE AXIALE NULLE
      if(alf.gt.0.0002) go to 25
      d1=(q*(cl-a)*(a**2-2.d0*a*cl))/(6.d0*em*ci*cl)
      d2=q*a*(cl**2-a**2)/(6.d0*em*ci*cl)
      go to  45
c
c         FORCE AXIALE DE TRACTION
25    if(p.lt.0.d0) go to 35
      d1=(q/dabs(p))*((cl-a)/cl-(dsinh(alf*(cl-a)/cl))/(dsinh(alf)))
      d2=(q/dabs(p))*(-a/cl+(dsinh(alf*a/cl))/(dsinh(alf)))
      go to 45
c
c         FORCE AXIALE DE COMPRESSION
35    d1=-q/p*((cl-a)/cl-(dsin(alf*(cl-a)/cl))/(dsin(alf)))
      d2=-q/p*(-a/cl+(dsin(alf*a/cl))/(dsin(alf)))
c
c         CALCUL DES MOMENTS FLECHISSANTS POUR UNE CHARGE CONCENT Q
45    flc(3)=flc(3)-(em*ci)/cl*(d1*fi1+d2*fi2)
      flc(6)=flc(6)-(em*ci)/cl*(d1*fi2+d2*fi1)
50    continue
c
c         CALCUL DES FORCES EQUIVALENTES EN BOUT DE MEMBRURE
      fl(1)=0.d0
      fl(2)=fl(2)+flc(2)
      fl(3)=fl(3)+flc(3)
      fl(4)=0.d0
      fl(5)=fl(5)+flc(5)
      fl(6)=fl(6)+flc(6)
c
c         TRANSFORMATION DES FORCES EQUIVALENTES LOC DANS GLOB
      fg(1)=fl(1)*cs-fl(2)*sn
      fg(2)=fl(1)*sn+fl(2)*cs
      fg(3)=fl(3)
      fg(4)=fl(4)*cs-fl(5)*sn
      fg(5)=fl(4)*sn+fl(5)*cs
      fg(6)=fl(6)
      return
      end
```

```
c
c
      subroutine calf(em,g,ci,cl,p,as,fi1,fi2,fi3,fi4)
      implicit real*8(a-h,o-z)
c
c       CALCUL DES DIFFERENTS COEFFICIENTS
c
      if(g.ne.0) si=p/g/as
      if(g.eq.0) si=0.d0
      alf=cl*dsqrt(dabs(p*(1.d0+si)/em/ci))
c
c       FORCE  AXIALE  NULLE
c
      if (alf.gt.0.0001) go to 30
      if (g.eq.0) fi=0.d0
      if (g.ne.0) fi=12*em*ci/(g*as*(cl**2))
      fi1=(4.d0+fi)/(1.d0+fi)
      fi2=(2.d0-fi)/(1.d0+fi)
      fi3=6.d0/(1.d0+fi)
      fi4=12.d0/(1.d0+fi)
      return
c
c       FORCE  AXIALE  DE  TRACTION
c
30    if (p.lt.0.d0) go to 10
      c=2.d0*(1.d0+si)*(1.d0-dcosh(alf))+alf*dsinh(alf)
      fi1=-alf*((1.d0+si)*dsinh(alf)-alf*dcosh(alf))/c
      fi2=-alf*(alf-(1.d0+si)*dsinh(alf))/c
      fi3=-(alf**2)*(1.d0-dcosh(alf))/c
        fi4=((alf**3)*dsinh(alf))/(1.d0+si)/c
      return
c
c       FORCE  AXIALE  DE  COMPRESSION
c
10    d=2.d0*(1.d0+si)*(1.d0-dcos(alf))-alf*dsin(alf)
      fi1=alf*((1+si)*dsin(alf)-alf*dcos(alf))/d
      fi2=alf*(alf-(1+si)*dsin(alf))/d
      fi3=(alf)**2*(1-dcos(alf))/d
      fi4=(alf)**3*dsin(alf)/(1+si)/d
      return
      end
```

```
      subroutine adress(jj1,jj2,ndl,nk,iad)
c
      dimension iad(nk)
      implicit real*8(a-h,o-z)
c
      do 2 j=1,ndl
      iad(j)=ndl*(jj1-1)+j
2     iad(j+ndl)=ndl*(jj2-1)+j
      return
      end
c
      subroutine prop(j1,j2,w,aire,ain,pax,nk,tx,ty,ccl,cs,sn,jj1,jj2,
     +wc,as,ci,cl,p,i)
      implicit real*8(a-h,o-z)
      dimension j1(nk),j2(nk),w(nk),aire(nk),ain(nk),pax(nk),ccl(nk),
     +tx(nk),ty(nk)
c
      jj1=j1(i)
      jj2=j2(i)
      wc=w(i)
      as=aire(i)
      ci=ain(i)
      cl=ccl(i)
      p=pax(i)
      cs=(tx(j2(i))-tx(j1(i)))/cl
      sn=(ty(j2(i))-ty(j1(i)))/cl
      return
      end
```

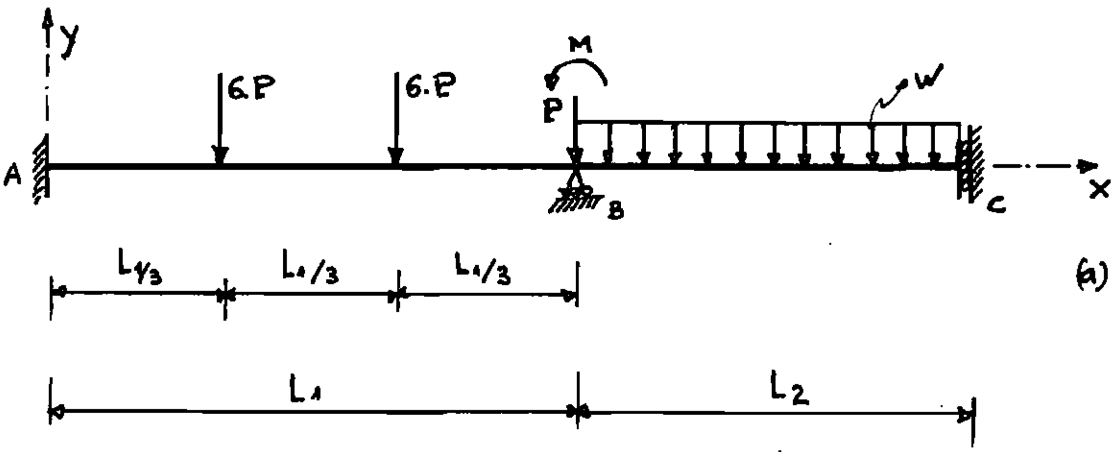
```
      subroutine forc (xn1,xv1,xm1,wi,fc,ali,k)
c
      implicit real*8(a-h,o-z)
      dimension fc(10,3,2)
c
      print 56
      p1=0.d0
      p2=p1
      p3=P2
      x1=fc(k,1,2)
      x2=fc(k,2,2)
      x3=fc(k,3,2)
      x=0.d0
c
      do 20 i=1,11
c
      if(x.gt.x1) go to 10
      go to 100
10    continue
c
      if(x.gt.x2.and.x2.gt.x1) go to 11
      p1=fc(k,1,1)
      go to 100
11    continue
c
      if(x.gt.x3.and.x3.gt.x2) go to 12
      p1=fc(k,1,1)
      p2=fc(k,2,1)
      go to 100
c
12    p1=fc(k,1,1)
      p2=fc(k,2,1)
      p3=fc(k,3,1)
c
100   an=-xn1
      av=-xv1-p1-p2-p3-wi*x
      am=-av*x-xm1-wi*x**2/2.d0-p1*x1-p2*x2-p3*x3
      print 53,x,an,av,am
      x=x+.1d0*ali
53    format(' ',5x,f7.2,3(5x,f12.3))
56    format(//t20,'**aux 10 eme de porteee**'
     1/t20,24('*')//t10,' X',t26,'N',t43,'V',t60,'M')
20    continue
      return
      end
```

Appendice . A

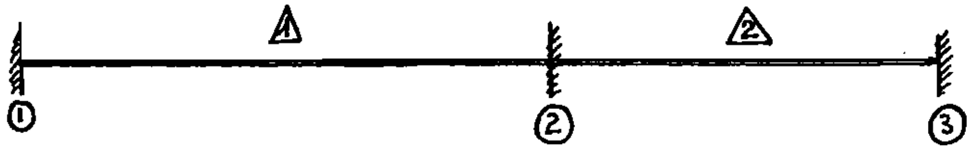
Les données générales

$E = 200 \cdot 10^6$ kN/m² $L_1 = 6$ m $L_2 = 5$ m $A = 1$ m²

$I = 3.6 \cdot 10^{-3}$ m⁴ $P = 50$ kN $W = 30$ kN/m $M = 150$ kN.m

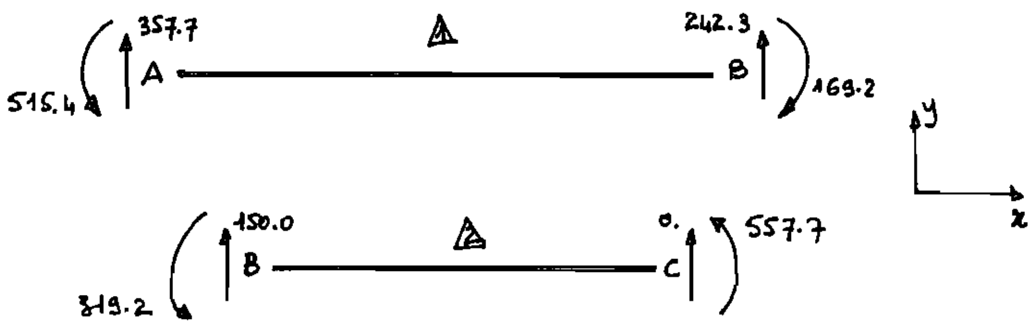


(a)



Système cinématiquement stable (b)

Les efforts en bout de membrures compte tenu des conventions de signe spécifiées dans le texte



Légende:

1 : le numéro de l'élément.

1 : le numéro du noeud.

```
        ****************************************
        *******    DONNEES GENERALES    *******
        ****************************************
 NOMBRE D'ELEMENTS -----------------=  2
 NOMNRE DE NOEUDS ------------------=  3
 NOMBRE DE DEGRES DE LIBERTE---------=  3
 MODULE D'ELASTICITE ----------------=  200000000.00000
 MODULE D'ELAST TRANSVERSAL---------=  0.
 NOMBRE DE NOEUDS RESTREINTS--------=  3

        ****************************************
        ******   DONNEES  DES  NOEUDS   ********
        ****************************************
      NOEUDS         COORD.X          COORD.Y       REST.X   REST.Y   RES.R
      1             .0000d+00        .0000d+00       1        1        1
      2            0.6000d+01        .0000d+00       0        1        0
      3            0.1100d+02        .0000d+00       0        0        1

        ******************************************
        *****    DONNEES  DES  ELEMENTS     ******
        ******************************************
      ELMTS   NOEUD.1   NOEUD.2    AIRE         INERTIE       LONGUEUR
      1       1         2       0.1000d+01    0.3600d-02    0.6000d+01
      2       2         3       0.1000d+01    0.3600d-02    0.5000d+01

 NOMBRE D'EQUATIONS -----------------=  9
 ESPACE REQUIS POUR GRK--------------=  36

        ********************************
        *****  CHARGES  AUX  NOEUDS  *****
        ********************************
  CAS DE CHARGEMENT  NO  1
     NOMBRE DE NOEUDS CHARGES       =  1
      NOEUD        FX               FY            MOMENT
      2          .0000d+00      -0.5000d+02     0.1500d+03


          CHARGE REPARTIE
        *******************
  NOMBRE D'ELEMENTS CHARGES UNIF   =  1
      ELMT          W
      2          -0.3000d+02


          CHARGE CONCENTREE
      *********************
  NOMBRE D'ELEMENTS CHARGES CONCENT     =  1
  NOMBRE DE CHARGES CONCENTREES         =  2
      ELMTS       CH.CT           DIST.G
      1        -0.3000d+03      0.2000d+01
      1        -0.3000d+03      0.4000d+01
```

****
********** ANALYSE LINEAIRE *********
****

CAS DE CHARGEMENT NO 1

LES DEPLACEMENTS
****

NOEUD	DX	DY	ROT
1	.0000d+00	-0.3577d-17	-0.5154d-17
2	.0000d+00	-0.4423d-17	0.4808d-03
3	.0000d+00	0.1169d-03	-0.5577d-18

****
******* EFFORTS INTERNES *******
****

EFFORTS EN BOUT DE MEMBRURES
****

ELMT	NG	VG	MG
1	.0000d+00	0.3577d+03	0.5154d+03
	ND	VD	MD
1	.0000d+00	0.2423d+03	-0.1692d+03

aux 10 eme de portee
****

X	N	V	M
.00	.000	-357.692	-515.385
.60	.000	-357.692	-300.769
1.20	.000	-357.692	-86.154
1.80	.000	-357.692	128.462
2.40	.000	-57.692	223.077
3.00	.000	-57.692	257.692
3.60	.000	-57.692	292.308
4.20	.000	242.308	266.923
4.80	.000	242.308	121.538
5.40	.000	242.308	-23.846
6.00	.000	242.308	-169.231

EFFORTS EN BOUT DE MEMBRURES
****

ELMT	NG	VG	MG
2	.0000d+00	0.1500d+03	0.3192d+03
	ND	VD	MD
2	.0000d+00	.0000d+00	0.5577d+02

aux 10 eme de portee
****

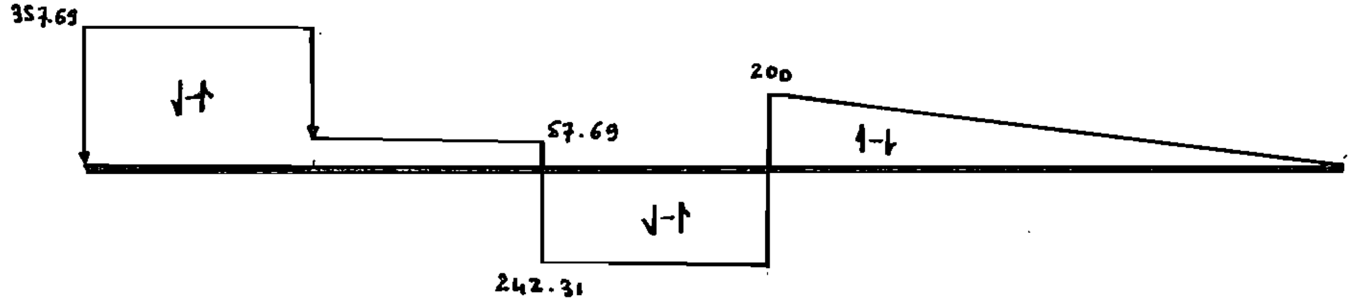
X	N	V	M
.00	.000	-150.000	-319.231
.50	.000	-135.000	-247.981
1.00	.000	-120.000	-184.231
1.50	.000	-105.000	-127.981
2.00	.000	-90.000	-79.231
2.50	.000	-75.000	-37.981
3.00	.000	-60.000	-4.231
3.50	.000	-45.000	22.019
4.00	.000	-30.000	40.769
4.50	.000	-15.000	52.019
5.00	.000	.000	55.769

CALCUL DES REACTIONS
****

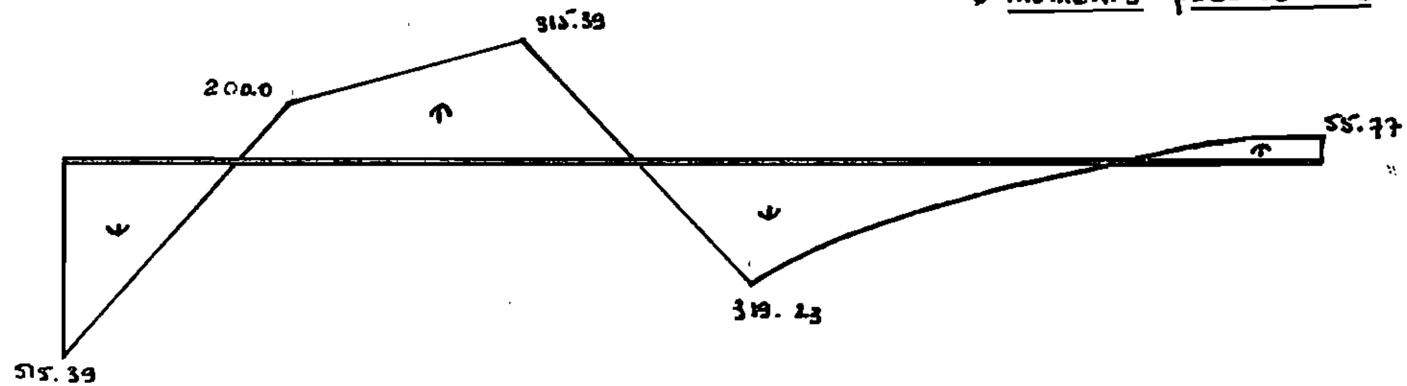
NOEUD	1	RX =	.0000d+00
NOEUD	1	RY =	0.3577d+03
NOEUD	1	RM =	0.5154d+03
NOEUD	2	RY =	0.4423d+03
NOEUD	3	RM =	0.5577d+02

Diagramme

* efforts de cisaillement



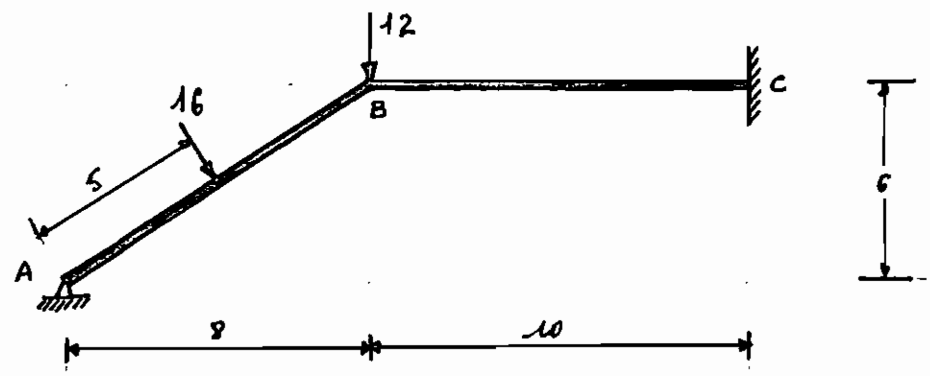
* moments fléchissants

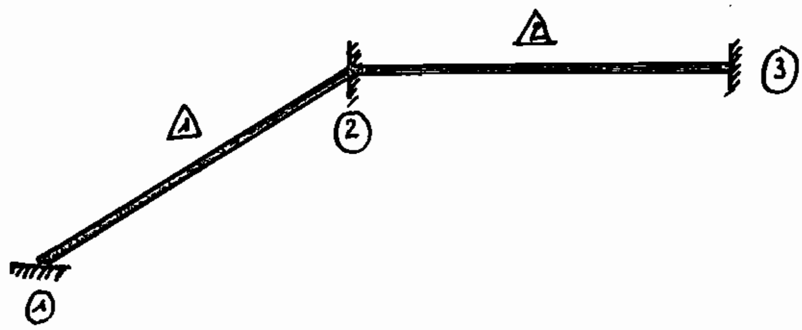


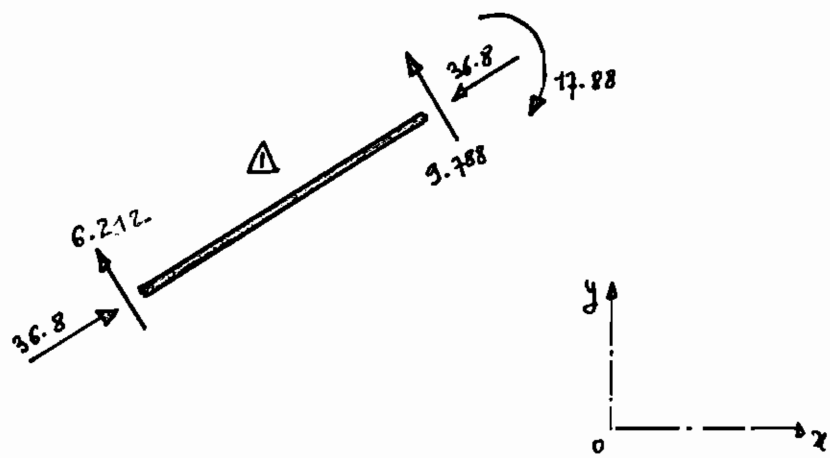
Appendice - B

données générales

$E = 200 . 10^6 \ kN/m^2 \quad A = 0.75 . 10^{-5} \ m^2 \quad I_1 = 0.5 . 10^{-6} \ m^4 \quad I_2 = 1 . 10^{-5} \ m^4$







efforts en bout de membrure

```
        ****************************************
        *******     DONNEES GENERALES     *******
        ****************************************
NOMBRE D'ELEMENTS -----------------=  2
NOMNRE DE NOEUDS ------------------=  3
NOMBRE DE DEGRES DE LIBERTE---------=  3
MODULE D'ELASTICITE ---------------=   200000000.00000
MODULE D'ELAST TRANSVERSAL---------=  0.
NOMBRE DE NOEUDS RESTREINTS--------=  2
```

```
         ****************************************
         ******   DONNEES  DES  NOEUDS   ********
         ****************************************
```

NOEUDS	COORD.X	COORD.Y	REST.X	REST.Y	RES.R
1	.0000d+00	.0000d+00	1	1	0
2	0.8000d+01	0.6000d+01	0	0	0
3	0.1800d+02	0.6000d+01	1	1	1

```
         ******************************************
         *****   DONNEES  DES  ELEMENTS     ******
         ******************************************
```

ELMTS	NOEUD.1	NOEUD.2	AIRE	INERTIE	LONGUEUR
1	1	2	0.7500d-05	0.5000d-06	0.1000d+02
2	2	3	0.7500d-05	0.1000d-05	0.1000d+02

```
NOMBRE D'EQUATIONS -----------------=  9
ESPACE REQUIS POUR GRK--------------=  36
```

```
         *********************************
         *****  CHARGES  AUX  NOEUDS  *****
         *********************************
 CAS DE CHARGEMENT  NO  1
      NOMBRE DE NOEUDS CHARGES       =  1
```

NOEUD	FX	FY	MOMENT
2	.0000d+00	-0.1200d+02	.0000d+00

```
         CHARGE CONCENTREE
        *********************
 NOMBRE D'ELEMENTS CHARGES CONCENT     =  1
 NOMBRE DE CHARGES CONCENTREES         =  1
```

ELMTS	CH.CT	DIST.G
1	-0.1600d+02	0.5000d+01

****
******* ANALYSE LINEAIRE *******
****

CAS.DE CHARGEMENT NO 1

LES DEPLACEMENTS
****

NOEUD	DX	DY	ROT
1	-0.2571d-18	-0.2705d-18	-0.7739d+00
2	0.2354d+00	-0.7228d+00	0.3320d+00
3	0.3531d-18	0.2249d-19	-0.4605d-19

****
******* EFFORTS INTERNES *******
****

EFFORTS EN BOUT DE MEMBRURES
****

ELMT	NG	VG	MG
1	0.3680d+02	0.6212d+01	.0000d+00
	ND	VD	MD
1	-0.3680d+02	0.9788d+01	-0.1788d+02

aux 10 eme de portee
****

X	N	V	M
.00	-36.799	-6.212	.000
1.00	-36.799	-6.212	6.212
2.00	-36.799	-6.212	12.423
3.00	-36.799	-6.212	18.635
4.00	-36.799	-6.212	24.847
5.00	-36.799	-6.212	31.058
6.00	-36.799	9.788	21.270
7.00	-36.799	9.788	11.482
8.00	-36.799	9.788	1.694
9.00	-36.799	9.788	-8.095
10.00	-36.799	9.788	-17.883

EFFORTS EN BOUT DE MEMBRURES
****

ELMT	NG	VG	MG
2	0.3531d+02	0.2249d+01	0.1788d+02
	ND	VD	MD
2	-0.3531d+02	-0.2249d+01	0.4605d+01

aux 10 eme de portee
****

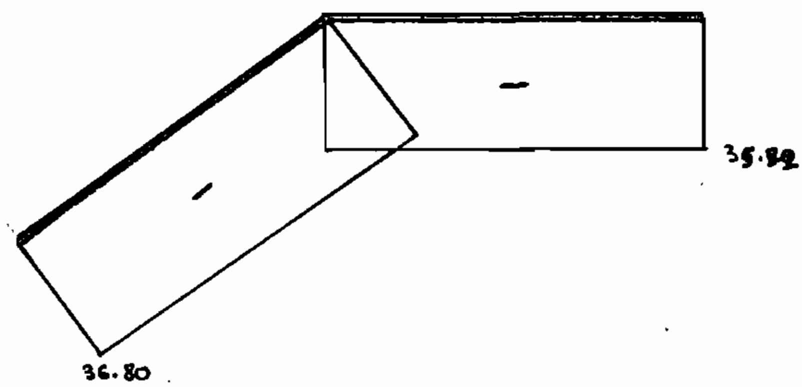
X	N	V	M
.00	-35.312	-2.249	-17.883
1.00	-35.312	-2.249	-15.634
2.00	-35.312	-2.249	-13.385
3.00	-35.312	-2.249	-11.137
4.00	-35.312	-2.249	-8.888
5.00	-35.312	-2.249	-6.639
6.00	-35.312	-2.249	-4.390
7.00	-35.312	-2.249	-2.141
8.00	-35.312	-2.249	.107
9.00	-35.312	-2.249	2.356
10.00	-35.312	-2.249	4.605

CALCUL DES REACTIONS

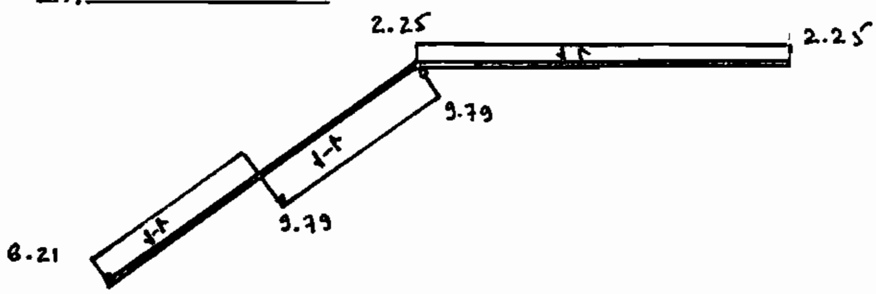
NOEUD	1	RX	=	0.2571d+02
NOEUD	1	RY	=	0.2705d+02
NOEUD	3	RX	=	-0.3531d+02
NOEUD	3	RY	=	-0.2249d+01
NOEUD	3	RM	=	0.4605d+01

Diagrammes

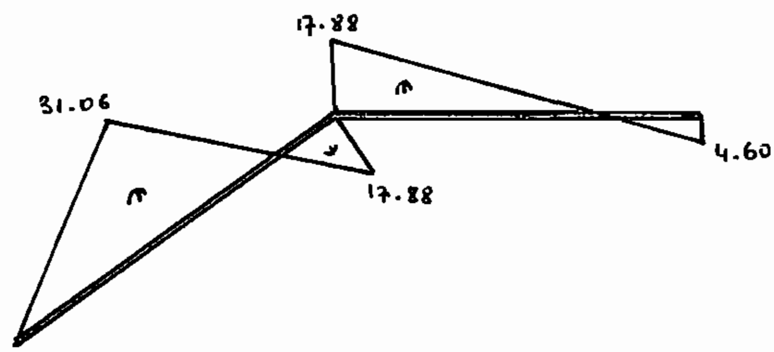
* efforts normaux



* efforts tranchants



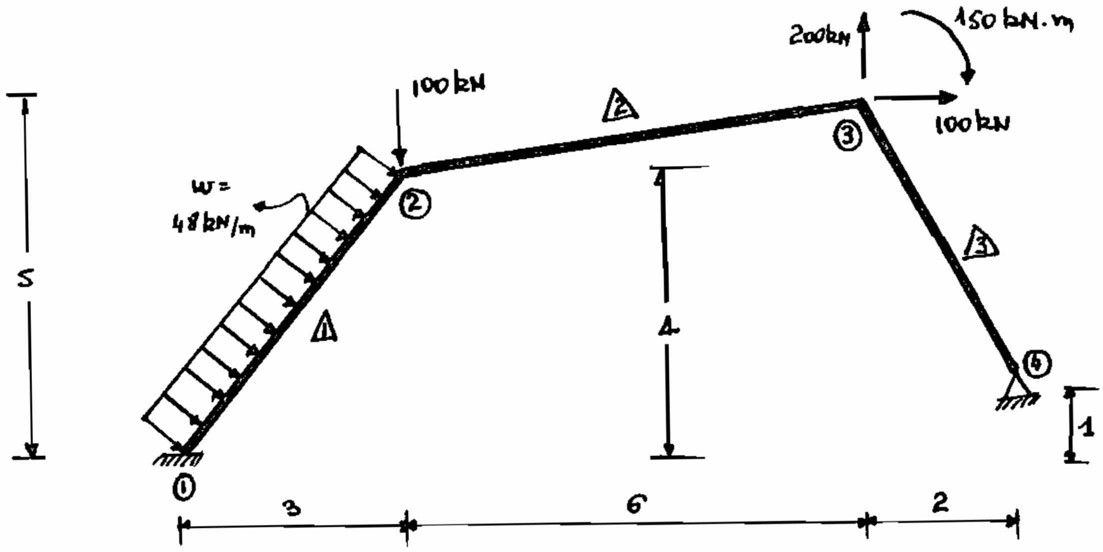
* moments fléchissants



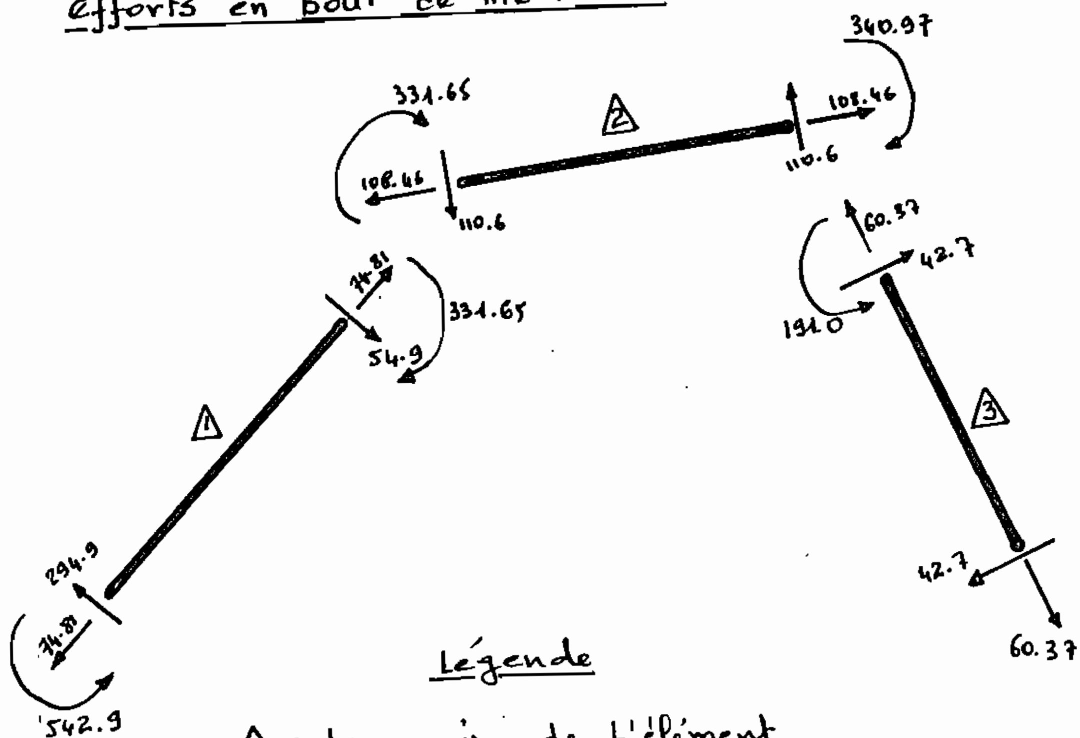
Appendice C

Données générales

$E = 70.10^6 \ kN/m^2$ $A = 0.02 \ m^2$ $I = 0.003 \ m^4$



efforts en bout de membrure



Légende

△ : le numéro de l'élément

① : le numéro du noeud

```
****************************************
*******     DONNEES GENERALES    *******
****************************************
```

NOMBRE D'ELEMENTS -----------------= 3
NOMNRE DE NOEUDS ------------------= 4
NOMBRE DE DEGRES DE LIBERTE---------= 3
MODULE D'ELASTICITE ------------= 70000000.000000
MODULE D'ELAST TRANSVERSAL---------= 0.
NOMBRE DE NOEUDS RESTREINTS--------= 2

```
****************************************
******   DONNEES   DES   NOEUDS   ********
****************************************
```

NOEUDS	COORD.X	COORD.Y	REST.X	REST.Y	RES.R
1	.0000d+00	.0000d+00	1	1	1
2	0.3000d+01	0.4000d+01	0	0	0
3	0.9000d+01	0.5000d+01	0	0	0
4	0.1100d+02	0.1000d+01	1	1	0

```
******************************************
*****    DONNEES   DES   ELEMENTS   ******
******************************************
```

ELMTS	NOEUD.1	NOEUD.2	AIRE	INERTIE	LONGUEUR
1	1	2	0.2000d-01	0.3000d-02	0.5000d+01
2	2	3	0.2000d-01	0.3000d-0	0.6083d+01
3	3	4	0.2000d-01	0.3000d-02	0.4472d+01

NOMBRE D'EQUATIONS -----------------= 12
ESPACE REQUIS POUR GRK--------------= 51

```
**********************************
*****  CHARGES   AUX   NOEUDS *****
**********************************
```

CAS DE CHARGEMENT NO 1
NOMBRE DE NOEUDS CHARGES = 2

NOEUD	FX	FY	MOMENT
2	.0000d+00	-0.1000d+03	.0000d+00
3	0.1000d+03	0.2000d+03	-0.1500d+03

CHARGE REPARTIE

```
*******************
```

NOMBRE D'ELEMENTS CHARGES UNIF = 1

ELMT	W
1	-0.4800d+02

****
******** ANALYSE LINEAIRE *********
****

CAS DE CHARGEMENT NO 1

LES DEPLACEMENTS
****

NOEUD	DX	DY	ROT
1	0.2808d-17	-0.1171d-17	-0.5429d-17
2	0.7368d-02	-0.5192d-02	-0.1335d-03
3	0.6410d-02	0.3421d-02	-0.2685d-03
4	0.1119d-18	0.7310d-18	-0.2302d-02

****
******* EFFORTS INTERNES *******
****

EFFORTS EN BOUT DE MEMBRURES
****

ELMT	NG	VG	MG
1	-0.7481d+02	0.2949d+03	0.5429d+03
	ND	VD	MD
1	0.7481d+02	-0.5490d+02	0.3316d+03

aux 10 eme de portee
****

X	N	V	M
.00	74.807	-294.903	-542.865
.50	74.807	-270.903	-401.413
1.00	74.807	-246.903	-271.962
1.50	74.807	-222.903	-154.511
2.00	74.807	-198.903	-49.059
2.50	74.807	-174.903	44.392
3.00	74.807	-150.903	125.843
3.50	74.807	-126.903	195.294
4.00	74.807	-102.903	252.746
4.50	74.807	-78.903	298.197
5.00	74.807	-54.903	331.648

EFFORTS EN BOUT DE MEMBRURES
****

ELMT	NG	VG	MG
2	-0.1085d+03	-0.1106d+03	-0.3316d+03
	ND	VD	MD
2	0.1085d+03	0.1106d+03	-0.3410d+03

aux 10 eme de portee
****

X	N	V	M
.00	108.461	110.577	331.648
.61	108.461	110.577	264.387
1.22	108.461	110.577	197.125
1.82	108.461	110.577	129.863
2.43	108.461	110.577	62.602
3.04	108.461	110.577	-4.660
3.65	108.461	110.577	-71.922
4.26	108.461	110.577	-139.183
4.87	108.461	110.577	-206.445
5.47	108.461	110.577	-273.707
6.08	108.461	110.577	-340.968

EFFORTS EN BOUT DE MEMBRURES
****

ELMT	NG	VG	MG
3	-0.6037d+02	0.4270d+02	0.1910d+03
	ND	VD	MD
3	0.6037d+02	-0.4270d+02	.0000d+00

aux 10 eme de portee
****

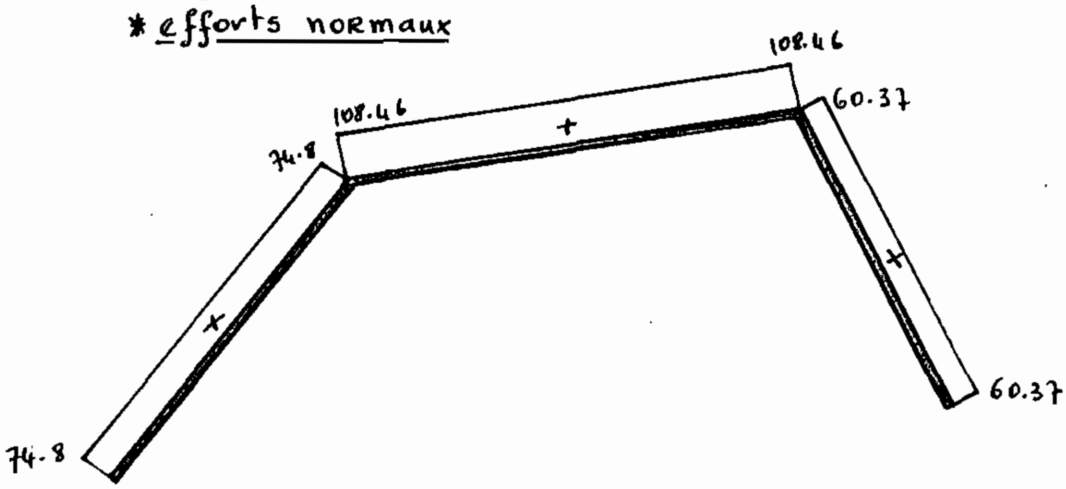
X	N	V	M
.00	60.373	-42.702	-190.968
.45	60.373	-42.702	-171.871
.89	60.373	-42.702	-152.775
1.34	60.373	-42.702	-133.678
1.79	60.373	-42.702	-114.581
2.24	60.373	-42.702	-95.484
2.68	60.373	-42.702	-76.387
3.13	60.373	-42.702	-57.290
3.58	60.373	-42.702	-38.194
4.02	60.373	-42.702	-19.097
4.47	60.373	-42.702	0.000

CALCUL DES REACTIONS

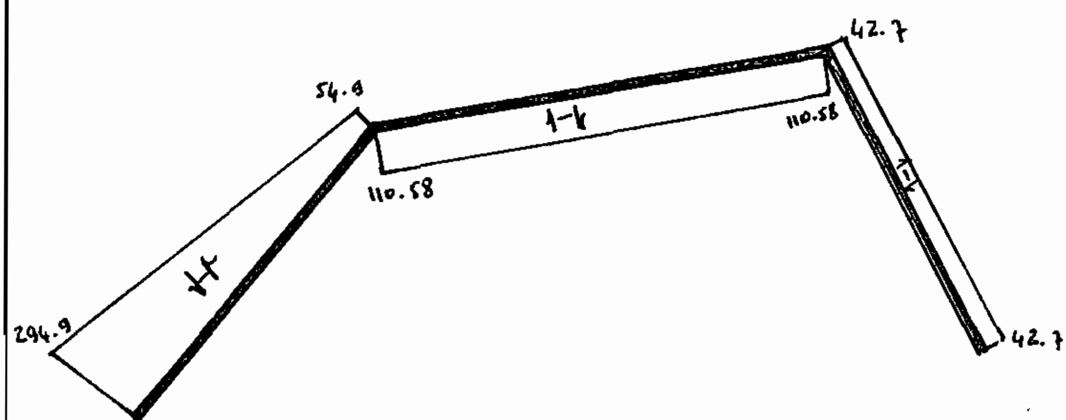
NOEUD	1	RX =	-0.2808d+03
NOEUD	1	RY =	0.1171d+03
NOEUD	1	RM =	0.5429d+03
NOEUD	4	RX =	-0.1119d+02
NOEUD	4	RY =	-0.7310d+02

Diagrammes

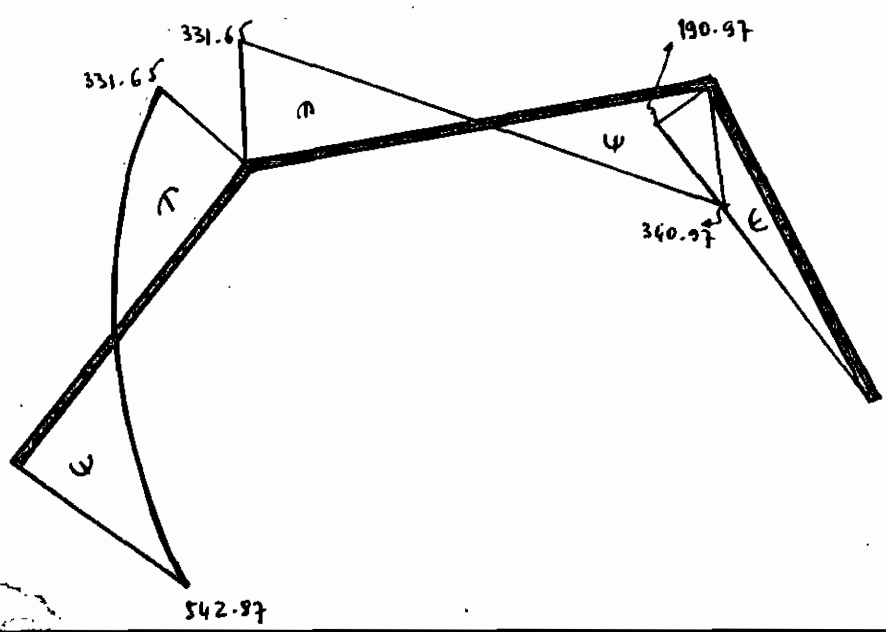
* efforts normaux



* efforts tranchants



* moments fléchissants



V.3 Bibliographie

* GERE and WEAVER, "Analysis of framed structures", D.Van Nostrand Company, 1965

* S. TIMOSHENKO: "Résistance des Matériaux II", Dunod 1968

* GHALI. M. NEVILLE: "Structural Analysis" Chapman and Hall 2e édition 1977

* M. DANIEL VANDERBIT: "Matrix Structural Analysis" Quantum Publishers, Inc. Copyright 1974

* ALFRED STROHMEIER: "Fortran 77. Approche systématique illustrée d'exemples" Eyrolles 2e édition 1984

* MOUSTAPHA NDIAYE : "Notes de cours STRUCT 4.21" E.P.T 1984

* PAUL CROTEAU : "Analyse Géométriquement Non Linéaire des structures tridimensionnelles" facicules de Publication 1977

* ROGER LUPIEN : "Notes de cours STRUCT 4.21" E.P.T 1984