

RÉPUBLIQUE DU SÉNÉGAL



ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE THIÈS

PROJET GC.0365
DE
FIN D'ÉTUDES

Titre Modélisation mathématique des réseaux
de distribution en eau potable

Auteur L - Cissé

Génie CIVIL

Date JUIN 1984

ECOLE POLYTECHNIQUE DE THIES

PROJET
DE
FIN D'ETUDES

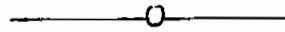
TITRE : MODELISATION MATHEMATIQUE
DES RESEAUX DE DISTRIBUTION
EN EAU POTABLE

AUTEUR : LAMINE CISSE

GENIE : CIVIL

DATE JUIN 1984

REMERCIEMENTS



Nous tenons ici à remercier notre directeur de projet - M^r Rousseau, professeur d'hydraulique urbaine et de traitement des eaux pour ses encouragements continus, les suggestions pertinentes qu'il n'a cessés de nous faire pour la réalisation de ce projet.

Nous ne saurions passer sous silence la participation de M^r

- Saint Pleux professeur en informatique
- Belanger technicien en informatique
- DINK VO. NOG professeur de Mécanique des fluides
- Moustapha N Diaye, professeur en structure

Nous Remercions tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à la réalisation de ce projet.

SOMMAIRE

Dans cette étude nous nous sommes proposé d'établir des programmes d'ordinateur en langage BASIC sur la méthode de Hardy Cross et celle de la théorie linéaire.

Nous avons essayé ensuite d'évaluer la performance de la deuxième méthode en la comparant à la première.

Sur le plan des résultats, nous avons établi des programmes qui utilisent la formule de Darcy Weisbach ou de Hazen Williams.

D'autre part les différents tests que nous avons faits en simulant diverses conditions nous ont permis de comparer ces deux méthodes.

TABLE DES MATIERES

	PAGE
Remerciements — — — — —	i
SOMMAIRE — — — — —	ii
Introduction — — — — —	1
<u>Chapitre 1: Théorie de base du balancement des</u>	
<u>réseaux d'aqueduc</u> — — —	2
<u>1.1 ossature des réseaux</u> — — —	2
<u>1.2 Eléments de base d'un réseau d'aqueduc</u> —	6
1.2.1 les composantes — — —	6
1.2.2 les Variables — — —	6
1.2.3 les paramètres — — —	7
1.2.4 les relations fonctionnelles — —	7
a) loi des noeuds — — —	7
b) loi de conservation d'énergie —	8
c) loi des conduites — — —	9
- equation de Hazen Williams —	10
- Equation de Darcy Weisbach —	11
- Cas des pompes — — —	12
<u>1.3 SYSTEME d'équations décrivant l'écoule-</u>	
<u>ment dans un réseau</u> — — —	12
<u>Chapitre 2: La Methode de Hardy Cross</u> — —	14
<u>2.1 Introduction</u> — — —	14

<u>2.2</u>	<u>Base théorique de la méthode</u>	14
2.2.1	Méthode de relaxation	14
2.2.2	Exemple d'application	15
<u>2.3</u>	<u>Méthode de Hardy Cross</u>	17
2.3.1	Méthode des mailles	17
2.3.2	Méthode des nœuds	18
<u>2.4</u>	<u>Programme en Basic sur Cross</u>	19
2.4.1	Données requises	19
2.4.2	Fonctionnement	20
2.4.3	ORGANIGRAMME	22
2.4.4	Listing	24
2.4.5	EXEMPLE	29

Chapitre 3: Méthode de la théorie linéaire 32

<u>3.1</u>	<u>INTRODUCTION</u>	32
<u>3.2</u>	<u>EXPOSÉ THÉORIQUE SUR LA MÉTHODE</u>	32
3.2.1	Méthode des nœuds	34
3.2.2	Méthode des mailles	35
<u>3.3</u>	<u>PROGRAMME EN BASIC</u>	36
3.3.1	Rappel sur la méthode de Gauss	36
	a) Principe de la méthode	36
	b) Exemple	37
3.3.2	Description des Variables	39
3.3.3	Fonctionnement	41

3.3.4	ORGANIGRAMME	43
3.3.5	LISTING	45
3.3.6	Exemple	51
<u>Chapitre 4 Comparaison entre les deux méthodes</u>		53
4.1	<u>Introduction</u>	53
4.2	<u>LA CONVERGENCE</u>	53
4.3	<u>PRÉCISION</u>	58
4.4	<u>Cas des Réservoirs multiples</u>	59
<u>CONCLUSION et RECOMMANDATIONS</u>		62
<u>Bibliographie</u>		65

INTRODUCTION

Le réseau de distribution en eau potable est une infrastructure de toute première importance pour une municipalité. La fiabilité d'un tel réseau dépend de sa capacité de répondre à la demande croissante d'une population qui se développe parfois très rapidement et à la variation de cette demande durant la journée.

Hors l'une des difficultés principales des réseaux de distribution réside dans le fait que nous sommes en présence d'un écoulement non permanent.

En effet à cause des variations locales des consommations sur le réseau, les débits fluctuent en permanence dans les conduites. Pour palier à ces difficultés nous devons étudier les réseaux avec des cas de chargement (ou demande en eau critique) que nous supposons permanents. Nous vérifions ensuite si les débits nécessaires peuvent être transportés en maintenant des pressions minimales requises sur l'étendu du réseau.

La deuxième difficulté est que les équations qui déterminent les pertes de charge sont des équations non linéaires. Ce qui nous oblige à utiliser des techniques de résolution numériques spéciales pour

simuler le comportement des réseaux. Parmi ces méthodes on peut distinguer celle de Hardy Cross qui est la plus populaire et la plus utilisée, et la méthode de la théorie linéaire.

Cette étude a pour but d'établir des programmes en Basic pour évaluer la performance de la deuxième méthode en la comparant à la première. Elle se fera sur de petits réseaux théoriques.

CHAPITRE 1

THEORIE DE BASE DU BALANCEMENT DES RESEAUX D'ACQUEDUC

1.1 OSSATURE DES RESEAUX

Le réseau de distribution d'eau est une composante d'un système plus complexe d'approvisionnement en eau potable qui comprend toujours des ouvrages de stockage, de captage et d'adduction, parfois une usine de traitement.

L'ossature d'un réseau de distribution en eau potable est souvent dictée par l'ossature du réseau routier. Ainsi il existe différents types de réseau parmi lesquels, on peut distinguer :

- le réseau ramifié ou étoilé
- le réseau maillé

LE RESEAU RAMIFIE OU ETOILE

Comme son nom l'indique, le réseau ramifié ou étoilé a une structure d'arbre ou parfois d'étoile. Il est caractérisé par une alimentation à sens unique.

Ce type de réseau est représenté à la figure (1.1)

(voir page 5).

LE RESEAU MAILLE

Il est composé d'un ensemble de conduites reliées entre elles par des nœuds. L'espace formé par la jonction de plusieurs conduites est appelé maille ou boucle.

Il existe une loi qui relie le nombre de conduites (C) au nombre de nœuds (N) et de boucles (B):

$$C = (N - 1) + B \quad (1.1)$$

Contrairement au réseau ramifié, le réseau maille permet l'alimentation de plusieurs directions à partir d'un point donné.

Dans le cadre de cette étude, nous ne considérerons que le dernier type de réseau, celui à cause des avantages hydrauliques qu'il offre.

Le schéma de la figure (1.2), illustre bien ce type de réseau (voir page 5)

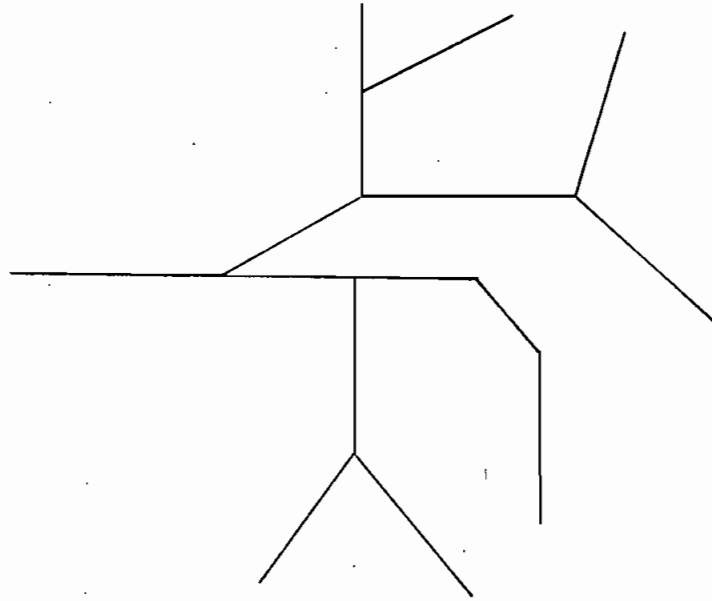


FIGURE 1.1 SCHEMA D'UN RESEAU RAMIFIE

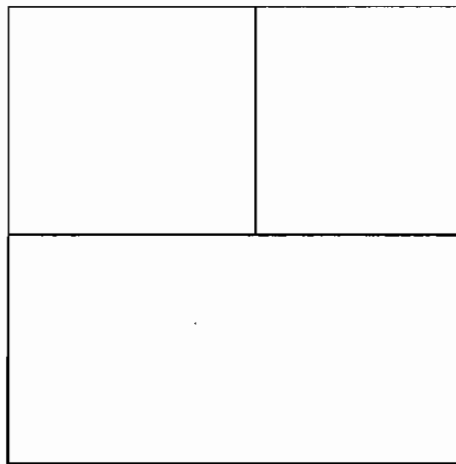


FIGURE 1.2: SCHEMA D'UN RESEAU MAILLE

1.2 LES ELEMENTS DE BASE D'UN RESEAU D'AQUEDUC

On a construit des modèles mathématiques pour évaluer la performance des réseaux de distribution en eau potable. Ces modèles tiennent compte des caractéristiques significatives des réseaux et sont constitués de quatre éléments :

- les composantes
- les variables
- les paramètres
- les relations fonctionnelles.

1.2.1 LES COMPOSANTES

Les composantes représentent :

- les conduites
- les réservoirs
- les pompes
- les éléments auxiliaires
 - vannes d'isolement
 - vannes de réduction de pression
 - évents et ventouses
 - clapets etc...

1.2.2 LES VARIABLES

Ce sont :

- les pressions
- les débits

- les vitesses
- les pertes de charge
- les gradients hydrauliques

Ces variables donnent une indication sur la performance des réseaux.

1.2.3 LES PARAMETRES

Ces paramètres sont des quantités qui affectent la performance des réseaux. Ce sont :

- les diamètres
- les longueurs
- la rugosité des conduites
- la température
- les elevations
- les hauteurs d'eau
- la charge piézométrique initiale
- les saignées

1.2.4 LES RELATIONS FONCTIONNELLES

Ces relations fonctionnelles sont des expressions mathématiques qui relient les paramètres aux variables

a) la loi des noeuds ou loi de continuité

Cette loi s'énonce ainsi :

la somme algébrique des débits Q , à un noeud doit être nulle ou encore la somme des débits

qui entrent dans ce nœud doit être égale à la somme des débits qui en sortent

$$\sum \varepsilon \varphi = 0 \quad (1.2)$$

Remarque: pour tout ce qui suivra, nous choisirons, par convention, pour un nœud donné:

$\varepsilon = -1$ si le débit φ entre dans le nœud

$\varepsilon = +1$ si le débit φ sort du nœud

$\varepsilon = 0$ si la conduite de débit φ n'appartient pas au nœud considéré

Exemple

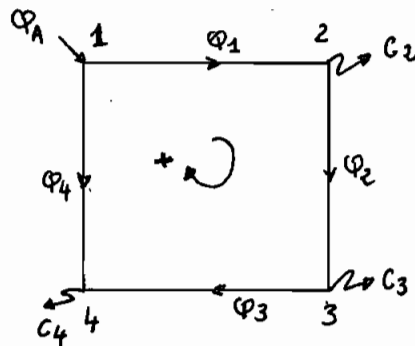


Figure 1.3

Si nous appliquons cette loi au nœud 1 de la figure ci-dessus, nous aurons:

$$\varphi_A = \varphi_1 + \varphi_4 \quad (1.3)$$

b) Loi de conservation d'énergie ou loi des mailles

Cette loi des mailles stipule que la somme algébrique des pertes de charge H , sur une maille doit être nulle.

Ce qui s'exprime par la relation suivante:

$$\sum \varepsilon H = 0 \quad (1.4)$$

Remarque : Pour tout ce qui suivra et pour une maille donnée, nous choisirons par convention :

$\varepsilon = +1$ si le débit φ va dans le sens des aiguilles d'une montre (qui est considéré ici comme sens positif)

$\varepsilon = -1$ si φ se dirige dans le sens contraire

$\varepsilon = 0$ si la conduite de débit φ n'appartient pas à la maille considérée.

Exemple

La loi de conservation d'énergie appliquée à la maille du réseau de la figure (1.3) donne :

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_4 = 0 \quad (1.5)$$

c) Loi des conduites ou expression mathématique des Pertes de charge

Il existe plusieurs formules qui relient la perte de charge dans une conduite au débit. Parmi celles-ci, on peut distinguer :

- la formule de Atkalanke
- la formule de Cole Brook
- la formule de Hazen Williams
- la formule de Darcy Weisbach

Ces deux dernières formules restent probablement les plus connues et les plus utilisées.

Toutes ces formules peuvent s'écrire sous la forme :

$$H = K \varphi^n \quad (1.6)$$

où K est une constante

n est une constante qui varie entre 1 et 2 selon la formule considérée.

Pour les besoins de notre étude, nous n'avons considéré que les formules de Darcy Weisbach et de Hazen Williams, que nous allons présenter ci-dessous

EQUATION DE HAZEN WILLIAMS

$$H = \frac{\beta L}{D^{4.871} C^{1.852}} \varphi^{1.852} \quad (1.7)$$

D = diamètre de la conduite (m)

φ = débit (m^3/s)

H = perte de charge (m)

$\beta = 10.667$

L = longueur (m)

L'équation (1.7) peut s'écrire :

$$H = K \varphi^n$$

avec $n = 1.852$

$$K = \frac{10.667 \times L}{D^{4.871} C^{1.852}} \quad (1.8)$$

EQUATION DE DARCY WEISBACH

Cette équation est basée sur l'hypothèse que la perte de charge dans une conduite est proportionnelle au carré de la vitesse :

$$H = \frac{fL}{D \times 2g} v^2 \quad (1.9)$$

L = longueur de la conduite (m)

D = diamètre de la conduite (m)

v = vitesse (m/s)

f = coefficient de perte par frottement, fonction de Re et e/D

e = rugosité de la paroi intérieure de la conduite (m)

Pour une conduite circulaire $\varphi = \left(\sqrt{\pi} \frac{D^2}{4} \right)$ et l'équation (1.9) devient :

$$H = \frac{16 \times L}{\pi^2 \times D^5 \times 2g} f \varphi^2 \quad (1.10)$$

ou encore $H = K \varphi^n$

avec
$$K = \frac{16 \times L \times f}{\pi^2 \times D^5 \times 2g} \quad (1.11)$$

$$n = 2$$

Remarque : Nous avons négligé dans ce qui précède, les pertes de charge singulières par rapport aux pertes

de charge par frottement. Il a été démontré que ces pertes de charge sont généralement négligeables dans les réseaux étendus.

CAS DES POMPES

Avec la méthode des moindres carrés, on peut faire passer un polynôme de degré 2 ou 3 (voire même 4) par les points de la courbe de fonctionnement d'une pompe. On obtient ainsi une relation fonctionnelle qui relie le débit (Q) et la perte de charge (H):

$$H_r = A Q^2 + B Q + C \quad (1.12)$$

ou encore

$$H_r = A Q^3 + B Q^2 + C Q + D \quad (1.13)$$

où A, B, C, D sont des constantes.

1.3 SYSTEME D'EQUATIONS DECRIVANT L'ECOULEMENT DANS UN RESEAU

Soit un réseau comportant N nœuds, C conduites et B boucles. La loi de continuité nous permet d'écrire $(N-1)$ équations linéaires et la loi de conservation d'énergie B équations, non linéaires de boucle, pour des conditions d'écoulement permanent. Ce système s'écrit:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 E_{11} \varphi_1 + E_{12} \varphi_2 + \dots + E_{1c} \varphi_c = C_1 \\
 E_{21} \varphi_1 + E_{22} \varphi_2 + \dots + E_{2c} \varphi_c = C_2 \\
 \dots \\
 E_{N-1,1} \varphi_1 + E_{N-1,2} \varphi_2 + \dots + E_{N-1,c} \varphi_c = C_{N-1} \\
 E_{11} K_1 \varphi_1^n + E_{12} K_2 \varphi_2^n + \dots + E_{1c} K_c \varphi_c^n = 0 \\
 \dots \\
 E_{B,1} K_1 \varphi_1^n + E_{B,2} K_2 \varphi_2^n + \dots + E_{B,c} K_c \varphi_c^n = 0
 \end{array} \right. \quad (1.14)$$

EXEMPLE : La loi de continuité et la loi des mailles appliquées au réseau de la figure (1.3) donnent :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \varphi_1 + 0 \varphi_2 + 0 \varphi_3 + \varphi_4 = \varphi_A \\
 -\varphi_1 + \varphi_2 + 0 \varphi_3 + 0 \varphi_4 = C_2 \\
 0 \varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_3 + 0 \varphi_4 = C_3 \\
 K_1 \varphi_1^n + K_2 \varphi_2^n + K_3 \varphi_3^n - K_4 \varphi_4^n = 0
 \end{array} \right.$$

CHAPITRE 2

LA METHODE DE HARDY CROSS

2.1. INTRODUCTION

La méthode de Hardy Cross est probablement la plus ancienne et la plus utilisée des techniques de balancement des réseaux de distribution en eau potable. Elle remonte à 1936. C'est une méthode qui consiste essentiellement en une technique de relaxation et résulte de l'adaptation aux problèmes hydrauliques de ce qui se fait dans le calcul des systèmes hyperstatiques, en structure.

2.2. BASE THEORIQUE DE LA METHODE

La méthode de Hardy Cross est basée sur le principe de la relaxation qui est en fait une technique numérique pour résoudre un système d'équations non linéaires

2.2.1. EXPOSE THEORIQUE SUR LA METHODE DE RELAXATION

Considérons le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = c_1 \\ \vdots \\ a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots + a_{nn} x_n = c_2 \end{cases} \quad (2.1)$$

On appelle résidus, les quantités R_1, R_2, \dots, R_n , telles que :

$$R_1 = C_1 - a_{11}x_1 - a_{12}x_2 \dots - a_{1n}x_n$$

$$R_2 = C_2 - a_{21}x_1 - a_{22}x_2 \dots - a_{2n}x_n$$

La méthode de relaxation consiste à :

- supposer des valeurs pour x_1, x_2, \dots, x_n
- calculer les résidus correspondants

On procède ainsi jusqu'à ce que R_1, R_2, \dots, R_n tendent vers zéro à la limite

REMARQUE : si on augmente la valeur de x_i d'une unité, en fixant les autres valeurs, R_i diminue de a_{ij}

2.2.2 EXEMPLE D'APPLICATION

Soit le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} -3x + y = -117 & (1) \\ x - 2y = -51 & (2) \end{cases} \quad (2.2)$$

Les résidus correspondants aux équations (1) et (2) sont respectivement :

$$R_1 = -117 + 3x - y$$

$$R_2 = -51 - x + 2y$$

Essayons de réduire R_1, R_2 à zéro, par des accroissements successifs de Δx et Δy , respectivement

ETAPES		R1	R2
1)	$x = y = 0$	-117	-51
2) On considère le plus grand résidu qu'on divise par le coefficient de x	$\Delta x = \frac{R_1}{3} = 40$	3	-91
3) même procédure qu'à l'étape 2	$\Delta y = \frac{R_2}{2} = 45$	-42	-1
4)	$\frac{R_1}{3} = \Delta x = 14$	0	-15
5)	$\Delta y = 7$	-7	-1
6)	$\Delta x = 2$	-1	-3
7)	$\Delta y = 1$	-2	-1
8)	$\Delta x = 1$	1	-2
9)	$\Delta y = 1$	0	0

$$x = \sum \Delta x = 57$$

$$y = \sum \Delta y = 54$$

3.3 METHODE DE CROSS

Originellement, deux méthodes d'analyse ont été proposées par Hardy Cross:

- la méthode des mailles ou méthode de balancement des charges
- la méthode des nœuds ou méthode de balancement des débits

3.3.1 METHODE DES MAILLES

La méthode des mailles consiste à supposer des débits initiaux dans les conduites de telle sorte que la loi de continuité soit vérifiée à chaque nœud. Un facteur de correction $\Delta\varphi$ est alors appliqué aux débits supposés de façon à équilibrer les charges autour des mailles (loi des mailles).

FORMULE DE CORRECTION

Posons $\varphi = \varphi_e + \Delta\varphi$

avec φ_e : débit estimé

$\Delta\varphi$: correction de débit

Remplaçons φ par sa valeur dans l'équation (1.6)

$$\begin{aligned} H &= K (\varphi_e + \Delta\varphi)^n \\ &= K \varphi_e^n \left(1 + \frac{\Delta\varphi}{\varphi_e}\right)^n \\ &= K \varphi_e^n \left(1 + \frac{n\Delta\varphi}{\varphi_e} + \frac{n(n-1)}{2!} \frac{\Delta\varphi^2}{\varphi_e^2} + \dots \dots\right) \end{aligned}$$

($\Delta\varphi/\varphi_e$) étant très petit, on peut négliger les termes

du second ordre de ce développement en série de Taylor. On a alors :

$$H = K \varphi_e^n \left(1 + \frac{n \Delta \varphi}{\varphi_e} \right)$$

La loi de conservation d'énergie appliquée à une maille donne :

$$\sum H = 0 \Rightarrow \sum K \varphi_e^n + \sum \left(K \varphi_e \frac{n \Delta \varphi}{\varphi_e} \right) = 0$$

$$\text{soit} \quad \Delta \varphi = \frac{- \sum H_e}{n \sum (H_e / \varphi_e)} \quad (2.3)$$

Dans cette formule le numérateur représente la charge résiduelle sur la maille considérée et le dénominateur la résistance des conduites à un changement d'écoulement.

2.3.2 METHODES DES NOEUDS

- 1- On suppose des charges initiaux aux nœuds en respectant la loi de conservation d'énergie
- 2- Avec un facteur de correction ΔH , corriger les charges à chaque nœud de façon à équilibrer les débits

FORMULE DE CORRECTION

Par analogie à la formule (2.3) on a :

$$\Delta H = \frac{- \sum \varphi_e}{\sum \frac{\varphi_e}{n H_e}} \quad (2.4)$$

$\sum \varphi_e$ représente l'excès de déficience de l'écoulement

à un nœud.

$\Sigma(Qe/nHe)$ = résistance des conduites à un changement de charge

2.4 PROGRAMME EN BASIC SUR "HARDY CROSS"

2.4.1 DONNEES REQUISES

Pour mieux exploiter ce programme nous mentionnons ci-dessous la liste des données que réclame l'ordinateur avant l'exécution du programme.

- M = indicateur de formule ($M=0$ Pour Hazen Williams, $M=1$ pour Darcy Weisbach)
- $N1$ = nombre de boucles
- $N2$ = nombre de conduites
- $N3$ = nombre de nœuds
- $E1$ = précision désirée
- $J(L)$ = nombre de conduites dans la boucle L
- $D(I)$ = diamètre de la conduite I (en m)
- $G(I)$ = longueur de la conduite I (en m)
- $C(I)$ = coefficient de Hazen Williams
- $E(I)$ = rugosité de la conduite I (en m)
- $T(L, K)$ = numéro de la conduite K dans la boucle L avec son signe : ce numéro est positif dans la première boucle où la conduite apparaît lorsqu'elle est commune à deux mailles. Il est

négatif dans la deuxième maille.

- H_1 : viscosité cinématique (m/s)

2.4.2 FONCTIONNEMENT

Après introduction des données décrites dans la section (2-3.1) le programme suit les étapes suivantes :

1. Evaluation des pertes de charge dans chaque conduite :

- Pour $M=0$, c'est la formule de Hazen Williams qui est utilisée pour calculer $H(\pm)$ (voir formule (1.7) page 10)

- Lorsque $M=1$, l'ordinateur utilise la formule de Darcy Weisbach pour évaluer les pertes de charge (voir formule 1.9, page 11)

Pour la détermination du coefficient de perte par frottement f , deux cas sont envisagés :

- Pour un nombre de Reynolds ($R = \frac{VD(\pm)}{H_1}$) inférieur à 2000, on a un écoulement laminaire :

$$f = 64/R \quad (2.5)$$

- Pour R strictement supérieur à 2000, l'écoulement est turbulent et une formule approximative représentant analytiquement le diagramme de Moody est utilisée. Cette formule est de J. Don. Wood'

Elle s'écrit :

$$f = a + b R^{-c} \quad (2.6)$$

où

$$a = 0.094 \left(\frac{E(I)}{D(I)} \right)^{0.225} + 0.53 \left(\frac{E(I)}{D(I)} \right)$$

$$b = 88 \left(\frac{E(I)}{D(I)} \right)^{0.44}$$

$$c = 1.62 \left(\frac{E(I)}{D(I)} \right)^{0.134}$$

- Après avoir calculé les pertes de charge, l'ordinateur évalue les rapports: $A(I) = \frac{H(I)}{\varphi(I)}$
- 2- Pour chaque maille L , la somme des pertes de charge $\pi(L)$, la somme des rapports $(Z(L) = \frac{H(I)}{\varphi(I)})$ et la correction de débit $P(L)$ sont calculées. Puis les débits estimés sont corrigés
- 3- La somme des valeurs absolues des corrections (U) est comparée à E_1
 - si $U \leq E_1$ on va à l'étape 4
 - sinon l'ordinateur reprend le processus à partir de l'étape 1
- 4- Calcul de la perte de charge, du gradient et de la vitesse pour chaque conduite, impression de ces résultats.

5. Calcul des pressions à chaque nœud.

- un fichier de données contenant les nœuds de départ et d'arrivée de chaque conduite et les élévations de ces nœuds est créé. Ces données sont stockées dans la matrice W

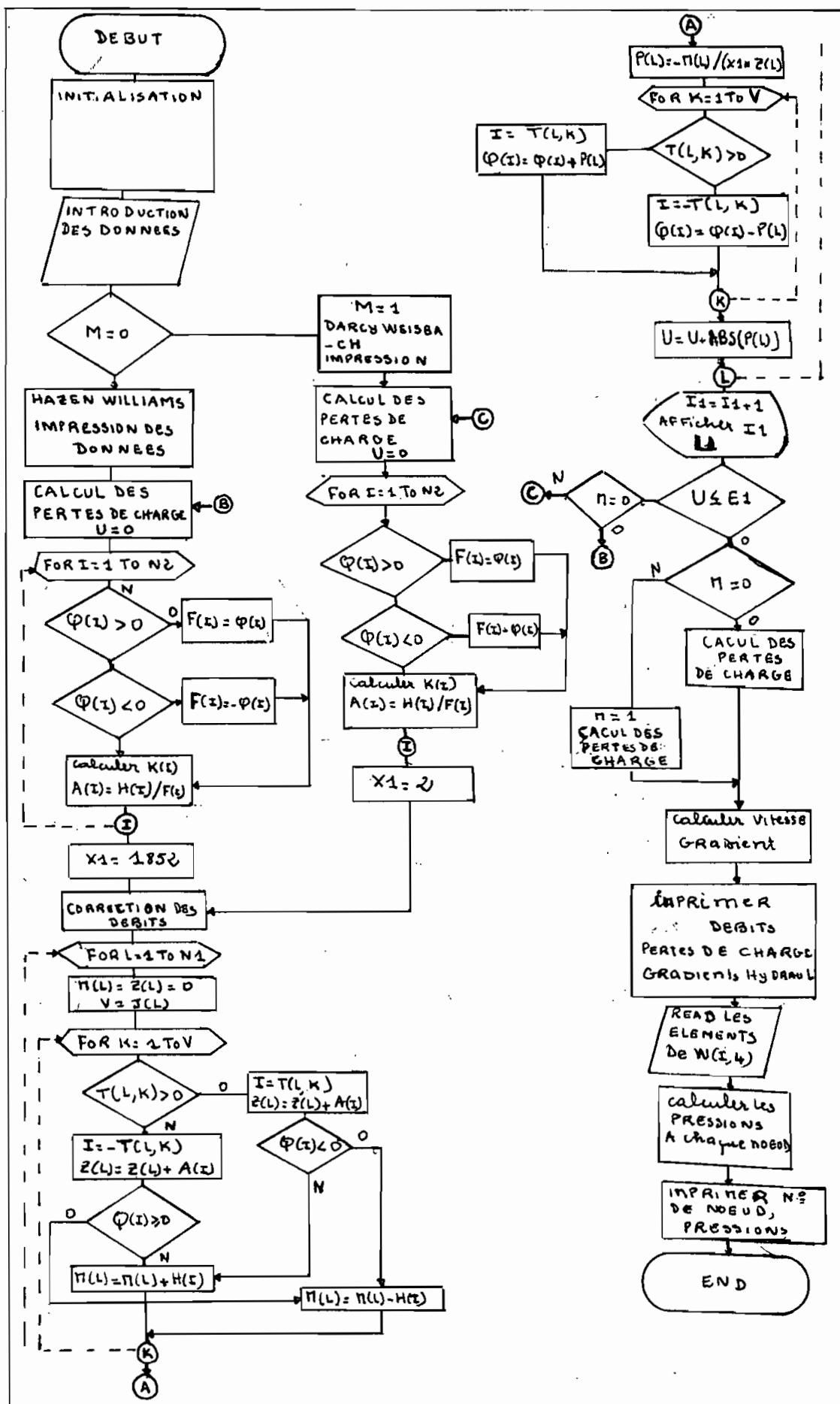
- A partir du clavier on introduit la valeur de la pression au nœud de départ (nœud numéro 1)

- Pour tenir compte du changement d'écoulement une numérotation judicieuse des conduites doit être utilisée:

- les premiers numéros de conduite doivent correspondre aux premiers numéros de nœud. Par exemple les conduites qui arrivent au nœud 1 ou qui en partent doivent être numérotées 1 et 2, 3 etc...

- Les pressions ainsi calculées sont imprimées

2.4.3 ORGANIGRAMME



2.4.4 LISTING

(Voir page 25)

```

00010 REM *-----PROJET DE FIN D'ETUDES-----*
00020 REM *DEPARTEMENT GENIE CIVIL *
00030 REM *ANNEE SCOLAIRE 1983/1984 *
00040 REM *SUJET CALCUL D'UN RESEAU DE DISTRIBUTION EN EAU POTABLE *
00050 REM *METHODE HARDY CROSS *
00060 REM *AUTEUR LAMINE CISSE *
00070 REM *-----*
00080 REM -----DESCRIPTION DES VARIABLES-----
00090 REM A(I) RAPPORT DE LA PERTE DE CHARGE AU DEBIT DANS LA CONDUITE I
00100 REM A1,A2,A3 VARIABLES
00110 REM C(I) COEFFICIENT DE HAZEN WILLIAMS DE LA CONDUITE I
00120 REM D(I) DIAMETRE DE LA CONDUITE I EN METRE
00130 REM E(I) RUGOSITE DE LA CONDUITE I EN METRE
00140 REM E1: PRECISION
00150 REM F: COEFFICIENT DE FROTTEMENT
00160 REM G(I) LONGUEUR DE LA CONDUITE I EN METRE
00170 REM H(I) PERTE DE CHARGE DANS LA CONDUITE I EN METRE
00180 REM H1: VISCOSITE CINEMATIQUE
00190 REM I: NUMERO DE CONDUITE
00200 REM J(L) NOMBRE DE CONDUITE DANS LA BOUCLE L
00210 REM K(I): COEFFICIENT DE PERTE DE CHARGE DE LA CONDUITE I
00220 REM L: NUMERO DE BOUCLE
00230 REM M: INDICATEUR DE FORMULE
00240 REM M(L) SOMME DES PERTES DE CHARGE AUTOUR DE LA MAILLE L
00250 REM N1: NOMBRE DE BOUCLES
00260 REM N2: NOMBRE DE CONDUITES
00270 REM N3: NOMBRE DE NOEUDS
00280 REM P(L): CORRECTION DE DEBIT DANS LA BOUCLE L
00290 REM Q(I) DEBIT DANS LA CONDUITE I (MC/S)
00300 REM R: NOMBRE DE REYNOLD
00310 REM R(I) RUGOSITE RELATIVE DE LA CONDUITE I
00320 REM S(I) GRADIENT DANS LA CONDUITE I
00330 REM T(L,K) NUMERO DE LA CONDUITE K DANS LA BOUCLE L
00340 REM U: ERREUR COMMISE
00350 REM W(I,J) MATRICE DES NOEUDS ET ELEVATIONS
00360 REM -----INITIALISATION-----
00370 BEGIN PRINT 'CS'; FLOATING POINT
00380 DIM A$(15),B$(12),C$(12),D$(17),E$(9),F$(11),G$(1),H$(3),I$(3)
00390 DIM L$(5),M$(15),N$(8),S$(7),T$(8),U$(8)
00400 DIM D(30),Q(30),G(30),C(30),H(30),B(30),M(30),T(10,30),U(30)
00410 DIM E(30),J(30),Z(30),S(30),V(30),W(30,5),K(30),F(30),R(30),P(10)
00420 DIM A(30)
00430 LET A$="CONDUITE NO", LET B$="DIAMETRE", LET C$="LONGUEUR"
00440 LET E$="COEFF C", LET D$="DEBIT ESTIME", LET F$="RUGOSITE"
00450 LET L$="DEBIT", LET M$="PERTE DE CHARGE", LET N$="GRADIENT"
00460 LET S$="VITESSE", LET T$="NOEUD NO", LET U$="PRESSION"
00470 LET J$="MC/S", LET G$="M", LET H$="M/M", LET I$="M/S"
00480 LET I1=0, LET P=3.1415926, LET G2=19.62
00490 REM -----INTRODUCTION DES DONNEES-----
00500 OPEN (6) "LP"
00510 PRINT (6) "EP", "DONNEES"
00520 PRINT (6) "*****"
00530 PRINT "HAZEN WILLIAMS? M=0 DARCY WEISBACH? M=1"
00540 INPUT "ENTRER LA VALEUR DE M",M
00550 INPUT "LE NOMBRE DE CONDUITES DANS LE RESEAU ?",N2
00560 PRINT (6) "LE NOMBRE DE CONDUITES DANS LE RESEAU",N2
00570 INPUT "LE NOMBRE DE BOUCLES DANS LE RESEAU ?",N1
00580 PRINT (6) "LE NOMBRE DE BOUCLES DANS LE RESEAU",N1
00590 INPUT "LE NOMBRE DE NOEUDS DANS LE RESEAU ?",N3
00600 PRINT (6) "LE NOMBRE DE NOEUDS DANS LE RESEAU",N3
00610 INPUT "PRECISION ?",E1
00620 PRINT (6) "LA VALEUR DE EPS",E1
00630 PRINT (6) "*****",
00640 PRINT (6) "*****",
00650 FOR L=1 TO N1

```



```

00660 PRINT "NOMBRE DE CONDUITES DANS LA BOUCLE",L,"?"; INPUT J(L)
00670 NEXT L
00680 FOR I=1 TO N2
00690 PRINT "ENTRER LE DIAMETRE, LA LONGUEUR, LE DEBIT DE LA CONDUITE",I
00700 INPUT D(I),G(I),Q(I)
00710 NEXT I
00720 FOR L=1 TO N1
00730 LET V=J(L)
00740 FOR K=1 TO V
00750 PRINT "NO CONDUITE",K,"DANS LA BOUCLE",L,"?"; INPUT T(L,K)
00760 NEXT K
00770 NEXT L
00780 ON M GOTO 00790,01130
00790 REM -----HAZEN WILLIAMS-----
00800 FOR I=1 TO N2
00810 PRINT "ENTRER LA VALEUR DU COEFFICIENT C DE LA CONDUITE",I
00820 INPUT C(I)
00830 NEXT I
00840 REM -----IMPRESSION DES DONNEES
00850 PRINT (6) "*" ,A(4),A$,A(18),"*",A(21),B$,A(34),"*",A(37),C$,
00860 PRINT (6) A(48),"*",A(51),D$,A(66),"*",A(69),E$,A(79),"*"
00870 PRINT (6) "*" ,A(18),"*",A(24),G$,A(34),"*",A(41),G$,
00880 PRINT (6) A(48),"*",A(55),J$,A(66),"*",A(79),"*"
00890 PRINT (6) "*****",
00900 PRINT (6) "*****"
00910 FOR I=1 TO N2
00920 PRINT (6) "*" ,A(7),I,A(18),"*",A(23),D(I),A(34),"*",A(39),G(I),
00930 PRINT (6) A(48),"*",A(53),Q(I):"-AA.AAA",A(66),"*",A(71),C(I),A(79),"*"
00940 NEXT I
00950 PRINT (6) "*****",
00960 PRINT (6) "*****"
00970 REM -----CALCUL DES PERTES DE CHARGE
00980 LET U=0
00990 FOR I=1 TO N2
01000 IF Q(I)>0 THEN GOTO 01060
01010 IF Q(I)<0 THEN GOTO 01040
01020 PRINT "Q EST NULLE POUR I=",I
01030 GOTO 01100
01040 LET F(I)=-Q(I)
01050 GOTO 01070
01060 LET F(I)=Q(I)
01070 LET K(I)=10.667*G(I)/(D(I)**4.871*C(I)**1.852)
01080 LET H(I)=K(I)*F(I)**1.852
01090 LET A(I)=H(I)/F(I)
01100 NEXT I
01110 LET X1=1.852
01120 GOTO 01620
01130 REM -----DARCY WEISBACH-----
01140 FOR I=1 TO N2
01150 PRINT "ENTRER LA RUGOSITE DE LA CONDUITE",I
01160 INPUT E(I)
01170 NEXT I
01180 INPUT "VISCOSITE CINEMATIQUE ?",H1
01190 REM -----IMPRESSION DES DONNEES
01200 PRINT (6) "*" ,A(4),A$,A(18),"*",A(21),B$,A(34),"*",A(37),C$,
01210 PRINT (6) A(48),"*",A(51),D$,A(66),"*",A(69),F$,A(79),"*"
01220 PRINT (6) "*" ,A(18),"*",A(24),G$,A(34),"*",A(41),G$,A(48),"*",
01230 PRINT (6) A(55),J$,A(66),"*",A(72),G$,A(79),"*"
01240 PRINT (6) "*****",
01250 PRINT (6) "*****"
01260 FOR I=1 TO N2
01270 PRINT (6) "*" ,A(7),I,A(18),"*",A(23),D(I):"A.AAA",A(34),"*",
01280 PRINT (6) A(39),C(I),A(48),"*",A(53),Q(I):"-AA.AAA",A(66),"*",
01290 PRINT (6) A(69),E(I):"A.AAAAAAA",A(79),"*"
01300 NEXT I
01310 PRINT (6) "*****",

```

```

01320 PRINT (6) "*****"
01330 REM -----CALCUL DES PERTES DE CHARGE
01340 LET U=0
01350 FOR I=1 TO N2
01360 IF Q(I)>0 THEN GOTO 01420
01370 IF Q(I)<0 THEN GOTO 01400
01380 PRINT "Q EST NULLE POUR I=", I
01390 GOTO 01600
01400 LET F(I)=-Q(I)
01410 GOTO 01430
01420 LET F(I)=Q(I)
01430 LET R(I)=E(I)/D(I)
01440 LET K1=16*G(I)/(P**2*D(I)**5*G2)
01450 LET K2=4/(P*D(I)*H1)
01460 LET R=K2*F(I)
01470 IF R<=1 THEN GOTO 01500
01480 IF R>2000 THEN GOTO 01530
01490 GOTO 01510
01500 LET R=1
01510 LET F=64/R
01520 GOTO 01570
01530 LET A1=.094*R(I)**.225+.53*R(I)
01540 LET A2=88*R(I)**.44
01550 LET A3=1.62*R(I)**.134
01560 LET F=A1+A2*R**(-A3)
01570 LET K=K1*F
01580 LET H(I)=K*Q(I)**2
01590 LET A(I)=H(I)/F(I)
01600 NEXT I
01610 LET X1=2
01620 REM -----CORRECTION DES DEBITS-----
01630 FOR L=1 TO N1
01640 LET M(L)=0
01650 LET Z(L)=0
01660 LET V=J(L)
01670 FOR K=1 TO V
01680 IF T(L,K)>0 THEN GOTO 01740
01690 LET I=-T(L,K)
01700 LET Z(L)=Z(L)+A(I)
01710 IF Q(I)>0 THEN GOTO 01790
01720 LET M(L)=M(L)+H(I)
01730 GOTO 01800
01740 LET I=T(L,K)
01750 LET Z(L)=Z(L)+A(I)
01760 IF Q(I)<0 THEN GOTO 01790
01770 LET M(L)=M(L)+H(I)
01780 GOTO 01800
01790 LET M(L)=M(L)-H(I)
01800 NEXT K
01810 LET P(L)=(-M(L))/(X1*Z(L))
01820 LET V=J(L)
01830 FOR K=1 TO V
01840 IF T(L,K)>0 THEN GOTO 01880
01850 LET I=-T(L,K)
01860 LET Q(I)=Q(I)-P(L)
01870 GOTO 01900
01880 LET I=T(L,K)
01890 LET Q(I)=Q(I)+P(L)
01900 NEXT K
01910 LET U=U+ABS(P(L))
01920 NEXT L
01930 LET I1=I+.1
01940 PRINT "LE NOMBRE D'ITERATIONS :", I1
01950 PRINT "L'ERREUR COMMISE:", U
01960 IF U<=E1 THEN GOTO 01980
01970 ON M GOTO 00980,01340

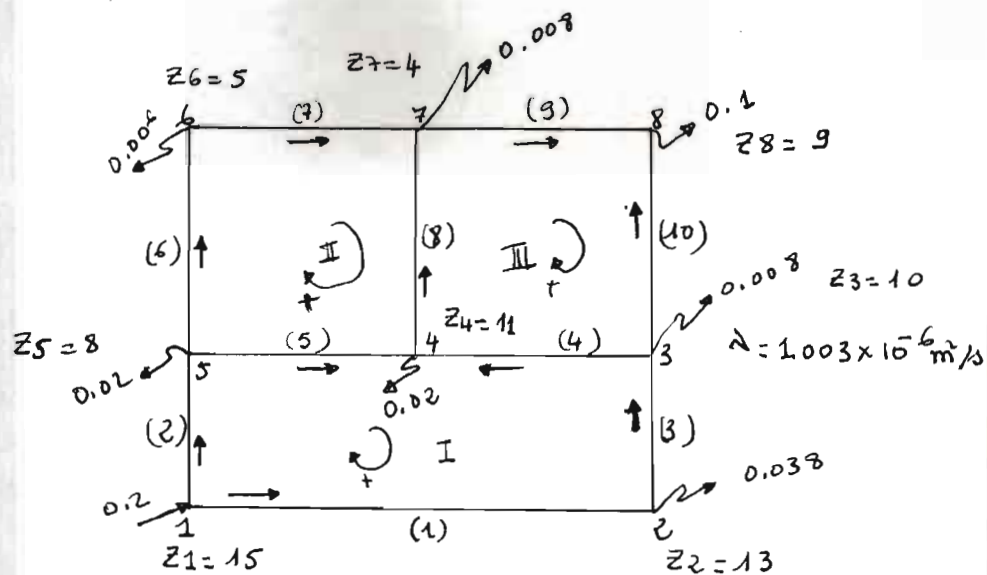
```

```

01980 REM -----RESULTATS-----
01990 PRINT (6) "EP", "RESULTATS"
02000 PRINT (6) "*****"
02010 PRINT (6) "*****"
02020 PRINT (6) "*****"
02030 PRINT (6) "*" , a(4) , A5 , a(18) , "*" , a(21) , L5 , a(29) , "*" , a(32) , M5 ,
02040 PRINT (6) a(50) , "*" , a(53) , N5 , a(64) , "*" , a(67) , S5 , a(77) , "*"
02050 PRINT (6) "*" , a(18) , "*" , a(21) , J5 , a(29) , "*" , a(40) , G5 , a(50) , "*" ,
02060 PRINT (6) a(55) , H5 , a(64) , "*" , a(68) , I5 , a(77) , "*"
02070 PRINT (6) "*****"
02080 PRINT (6) "*****"
02090 ON M GOTO 02100,02150
02100 FOR I=1 TO N2
02110 LET F(I)=ABS(Q(I))
02120 LET H(I)=K(I)*F(I)**1.852
02130 NEXT I
02140 GOTO 02280
02150 FOR I=1 TO N2
02160 LET K1=16*G(I)/(P**2*D(I)**5*G2) , LET K2=4/(P*D(I)*H1)
02170 LET R=K2*ABS(Q(I))
02180 IF R<=1 THEN GOTO 02210
02190 IF R>2000 THEN GOTO 02240
02200 GOTO 02220
02210 LET R=1
02220 LET F=64/R
02230 GOTO 02260
02240 LET A1=0.94*R(I)**2.25+53*R(I) ; LET A2=88*R(I)**.44
02250 LET A3=1.62*R(I)**.134 ; LET F=A1+A2*R**(-A3)
02260 LET H(I)=K1*F*Q(I)**2
02270 NEXT I
02280 FOR I=1 TO N2
02290 LET V(I)=4*ABS(Q(I))/(P*D(I)**2)
02300 LET S(I)=H(I)/G(I)
02310 NEXT I
02320 FOR I=1 TO N2
02330 PRINT (6) "*" , a(7) , I , a(18) , "*" , a(21) , Q(I) , "-aa.aaa" , a(29) , "*" ,
02340 PRINT (6) a(37) , H(I) , "aa.aaa" , a(50) , "*" , a(53) , S(I) , "aa.aaa" ,
02350 PRINT (6) a(64) , "*" , a(69) , V(I) , "a.aaa" , a(77) , "*"
02360 NEXT I
02370 PRINT (6) "*****"
02380 PRINT (6) "*****"
02390 REM -----CALCUL DES PRESSIONS-----
02400 INPUT "PRESSION AU NOEUD 1?" , P(1)
02410 OPEN (2) "EP359001"
02420 FOR I=1 TO N2
02430 READ (2) W(I,1) , W(I,2) , W(I,3) , W(I,4)
02440 LET N=W(I,1)
02450 LET Y=W(I,2)
02460 LET P(Y)=P(N)+W(I,3)-W(I,4)-H(I)
02470 NEXT I
02480 CLOSE (2)
02490 PRINT (6) "*" , a(4) , T5 , a(14) , "*" , a(17) , U5 , a(29) , "*"
02500 PRINT (6) "*" , a(14) , "*" , a(20) , G5 , a(29) , "*"
02510 PRINT (6) "*****"
02520 FOR J=1 TO N3
02530 PRINT (6) "*" , a(7) , J , a(14) , "*" , a(18) , P(J) , "aa.aaa" , a(29) , "*"
02540 NEXT J
02550 PRINT (6) "*****"
02560 CLOSE (6)
02570 END

```

2.4.4 Exemple



Les résultats obtenus à partir du réseau représenté ci-dessus sont mentionnés à la page 30 (Hazen Williams) et à la page 31 (Darcy Weisbach). Les données y sont intégrées

DONNEES

LE NOMBRE DE CONDUITES DANS LE RESEAU 10

LE NOMBRE DE BOUCLES DANS LE RESEAU 3

LE NOMBRE DE NOEUDS DANS LE RESEAU 8

LA VALEUR DE EPS .002

* CONDUITE NO	* DIAMETRE	* LONGUEUR	* DEBIT ESTIME	* COEFF C
	* M	* M	* MC/S	*
* 1	* .255	* 300	* - .15	* 120
* 2	* .255	* 150	* .05	* 120
* 3	* .255	* 150	* - .112	* 120
* 4	* .15	* 150	* - .014	* 120
* 5	* .15	* 150	* .01	* 120
* 6	* .205	* 300	* .02	* 120
* 7	* .205	* 150	* .014	* 120
* 8	* .205	* 300	* - .004	* 120
* 9	* .205	* 150	* .01	* 120
* 10	* .205	* 300	* - .09	* 120

RESULTATS

* CONDUITE NO	* DEBIT	* PERTE DE CHARGE	* GRADIENT	* VITESSE
	* MC/S	* M	* M/M	* M/S
* 1	* - .102	* 5.111	* .017	* 1.995
* 2	* .098	* 2.381	* .016	* 1.921
* 3	* - .064	* 1.077	* .007	* 1.251
* 4	* - .009	* .372	* .002	* .505
* 5	* .033	* 4.106	* .027	* 1.845
* 6	* .045	* 3.322	* .011	* 1.378
* 7	* .039	* 1.278	* .009	* 1.196
* 8	* - .022	* .831	* .003	* .652
* 9	* .053	* 2.205	* .015	* 1.606
* 10	* - .047	* 3.528	* .012	* 1.424

/ NOEUD NO * PRESSION *

* M *

* 1	* 10.
* 2	* 6.889
* 3	* 8.813
* 4	* 7.513
* 5	* 14.619
* 6	* 14.298
* 7	* 13.682
* 8	* 6.285

DONNEES

 LE NOMBRE DE CONDUITES DANS LE RESEAU 10
 LE NOMBRE DE BOUCLES DANS LE RESEAU 3
 LE NOMBRE DE NOEUDS DANS LE RESEAU 8
 LA VALEUR DE EPS .002

CONDUITE NO	DIAMETRE M	LONGUEUR M	DEBIT ESTIME MC/S	RUGOSITE M
1	.255	300	.15	.00015
2	.255	150	.05	.00015
3	.255	150	.112	.00015
4	.15	150	.014	.00015
5	.15	150	.01	.00015
6	.205	300	.02	.00015
7	.205	150	.014	.00015
8	.205	300	.004	.00015
9	.205	150	.01	.00015
10	.205	300	.09	.00015

RESULTATS

CONDUITE NO	DEBIT MC/S	PERTE DE CHARGE M	GRADIENT M/M	VITESSE M/S
1	.102	4.6	.015	1.997
2	.098	2.128	.014	1.919
3	.064	.925	.006	1.253
4	.009	.336	.002	.531
5	.032	3.596	.024	1.8
6	.046	2.998	.01	1.4
7	.04	1.143	.008	1.218
8	.021	.661	.002	.642
9	.053	1.989	.013	1.618
10	.047	3.048	.01	1.412

NOEUD NO	PRESSION M
1	10
2	7.4
3	9.476
4	8.276
5	14.872
6	14.874
7	14.615
8	7.427

CHAPITRE 3

METHODE DE LA THEORIE LINEAIRE

3.1. INTRODUCTION

Nous avons vu dans le chapitre 1 que les relations fonctionnelles qui décrivent la loi de conservation d'énergie dans un réseau de distribution en eau potable sont des équations non linéaires.

La méthode de la théorie linéaire consiste à linéariser ces équations afin d'obtenir un système d'équations linéaires. Dans ce système, on peut avoir comme inconnus les débits (loi des mailles) ou les pertes de charge (loi des nœuds)

3.2. EXPOSE THEORIQUE SUR LA METHODE

Dans la méthode de la théorie linéaire, les équations non linéaires de boucle (voir relation 1.14) sont linéarisées de la façon suivante:

$$H = K \varphi^n = (K \varphi^{n-1}) \varphi = K' \varphi \quad (3.1)$$

Dans cette équation $K' = K \varphi^{n-1}$ est un coefficient qui dépend de la solution elle-même. Il est défini comme étant le produit de K (coefficient K de la formule de Hazen Williams) par φ^{n-1}

qui est une estimation de débit.

Ainsi en formulant la loi de conservation d'énergie avec l'équation (3.1), on obtient B équations linéaires de boucle, qui combinées aux $(N-1)$ équations de continuité forment un système linéaire de $L = (N-1) + B$ équations, qui s'écrit:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^B \varepsilon K_i \varphi_i = 0 \\ \sum_{i=1}^{N-1} \varepsilon \varphi_i = C \end{cases} \quad (3.2)$$

Ce système peut être résolu par l'une des techniques de résolution des systèmes linéaires. Mais comme les coefficients K' ne sont pas constants, il faut alors procéder par itérations successives jusqu'à ce que la valeur du débit ($\varphi_{K'}$) utilisée pour déterminer K' soit à un facteur de précision près la même que celle obtenue à partir de la résolution du système (φ_{sys}), c'est à dire:

$$|\varphi_{K'} - \varphi_{\text{sys}}| \leq E_1 \quad (3.3)$$

où E_1 est la précision désirée

A la première itération la valeur de K' est prise égale à K , en posant $\varphi = 1$

Pour accélérer la convergence Wood et Charles recommandent d'utiliser le débit à l'itération n , comme étant égal à la moyenne des débits

aux étapes $(n-1)$ et $(n-2)$:

$$\varphi(n) = \frac{\varphi(n-1) + \varphi(n-2)}{2} \quad (3.4)$$

Il est inutile dans cette méthode d'estimer des débits dans le réseau comme c'est le cas avec la méthode de Cross.

Pour rendre plus efficace le temps de calcul et réduire l'espace mémoire on peut utiliser la méthode des nœuds ou celle des mailles.

3.2.1 METHODE DES NOEUDS

La méthode des nœuds considère comme inconnue la charge totale au nœud. Dans cette méthode la somme des pertes de charge autour des mailles est toujours respectée.

Il s'agit d'exprimer φ en fonction de H dans l'équation (1.6) :

$$\varphi = \left(\frac{H}{K}\right)^{\frac{1}{n}} = R H^m = R H^{m-1} \cdot H \quad (3.5)$$

ou encore

$$\varphi = R_{ij} (H_i - H_j)^{m-1} (H_i - H_j) = R_{ij} (H_i - H_j) \quad (3.6)$$

Dans cette relation la perte de charge dans la conduite est remplacé par la différence de charge $(H_i - H_j)$ à ses deux extrémités, c'est à dire aux nœuds i et j

En utilisant la relation (3.6) dans la loi de

continuité aux nœuds, on obtient un système de $(N-1)$ équations linéaires (voir relation (3.7)) dont les inconnues sont les charges aux $(N-1)$ nœuds. La charge au nœud de départ étant connue.

$$\begin{cases} E_{11} R'_1 (H_{i1} - H_{j1}) + \dots + E_{1L} R'_L (H_{iL} - H_{jL}) = C_1 \\ E_{21} R'_1 (H_{i1} - H_{j1}) + \dots + E_{2L} R'_L (H_{iL} - H_{jL}) = C_2 \\ \vdots \\ E_{N-1,1} R'_1 (H_{i1} - H_{j1}) + \dots + E_{N-1,L} R'_L (H_{iL} - H_{jL}) = C_{N-1} \end{cases} \quad (3.7)$$

3.2.2 METHODE DES MAILLES

Dans cette méthode c'est la somme des débits autour des mailles qui est considérée comme inconnue.

Elle est basée sur le principe suivant : les débits aux nœuds sont en équilibre. Ainsi on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} E_{11} \varphi_1 + E_{12} \varphi_2 + \dots + E_{1L} \varphi_L = C_1 \\ E_{21} \varphi_1 + E_{22} \varphi_2 + \dots + E_{2L} \varphi_L = C_2 \\ \dots \\ E_{B,1} K' \varphi_1 + E_{B,2} K' \varphi_2 + \dots + E_{B,L} K' \varphi_L = 0 \\ \dots \\ E_{B,1} K' \varphi_1 + E_{B,2} K' \varphi_2 + \dots + E_{B,L} K' \varphi_L = 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

3.3. PROGRAMME EN BASIC SUR LA METHODE LINEAIRE

C'est un programme qui utilise le principe de la méthode des mailles. Il applique la méthode de Gauss pour la résolution du système linéaire.

3.3.1 RAPPEL SOMMAIRE SUR LA METHODE DE GAUSS

Cette méthode doit son nom au mathématicien et physicien allemand Carl Friedrich Gauss (1777-1855). C'est une méthode qui procède par substitutions successives, en transformant la matrice d'origine en une matrice triangulaire droite.

a) PRINCIPE DE LA METHODE

Soit le système d'équations linéaires d'ordre n suivant:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = a_{1,n+1} \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = a_{2,n+1} \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = a_{n,n+1} \end{cases} \quad (3.9)$$

Le principe de la méthode est le suivant:

- 1- Exprimer x_1 en fonction des autres inconnues, à partir de la première équation.
- 2- Remplacer x_1 par sa valeur dans toutes les autres équations pour obtenir un système linéaire d'ordre n , dans lequel tous les coefficients de x_1 sont nuls sauf dans la première équation. C'est

l'étape de la substitution

3- Répéter les étapes 1 à 2 pour les autres inconnues et pour les $(n-1)$ dernières équations

4- De la dernière équation, trouver la valeur de x_n

5- Procéder à la remontée pour obtenir successivement les valeurs des autres inconnues.

REMARQUE : avant de commencer la première étape, il faut s'assurer que le coefficient a_{ij} de x_i est différent de 0. Pour cela on procède à ce qu'on appelle la recherche du pivot maximal par colonne. Cette recherche consiste à faire une comparaison par colonne des coefficients a_{ij} , et à considérer le plus grand en valeur absolue. Ensuite on permute l'équation de pivot nul et celle de pivot maximal. Si le pivot maximal est nul cela signifie que le système est dégénéré.

b) EXEMPLE

Soit le système suivant:

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 8x_4 = 16 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 9 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

MATRICE D'ORIGINE :

$$\begin{array}{cccc} 2 & 6 & 2 & 16 \\ 1 & 4 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 9 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{array}$$

ETAPE 1 : Division par le pivot max ($A_{max} = 2$) et substitution de x_1

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 3 & 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & -3 & -6 \end{array}$$

ETAPE 2 : Recherche du pivot, max ($A_{max} = -2$)
permutation des lignes 3 et 2

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 3 & 1 & 4 & 8 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & -2 & 0 & -3 & -6 \end{array}$$

ETAPE 3 : Division par le pivot max et substitution

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 3 & 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & -1/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 3/2 & -2 & -5/2 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & -7 \end{array}$$

ETAPE 4 : Division par le pivot max ($A_{max} = 3/2$)
et substitution

$$\left| \begin{array}{ccccc} 1 & 3 & 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & -1/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -4/3 & -5/3 \\ 0 & 0 & 0 & -13/3 & -26/3 \end{array} \right|$$

ETAPE 5: Division par le pivot ($A_{max} = -13/3$), remontées et calcul des inconnues

$$x_4 = 2$$

$$x_3 = 1$$

$$x_2 = 0$$

$$x_1 = -1$$

3.3.2 DESCRIPTION DES VARIABLES

Nous n'avons pas pu faire un programme du type "HARDY CROSS" avec une partie décrivant les principales variables utilisées. Ceci à cause des problèmes d'espace mémoire que nous avons rencontrés bien que le programme ait été divisé en plusieurs sous-programmes.

Les variables utilisées dans le programme "THEORIE LINEAIRE" sont décrites ci-dessous.

• $A(I, J)$: matrice des coefficients du système linéaire:

- $A(I, J) = 1$ lorsque le débit sort du nœud
- $A(I, J) = -1$ lorsque le débit entre dans le

noeud

- $B(I, K)$ = numero de la conduite K au noeud I
- $C(I)$ = coefficient de Hazen Williams ou de rugosite' de la conduite I ($E(I)$ en m)
- $D(I)$ = diametre de la conduite I (en m)
- $E(I)$ = rugosite' de la conduite I (en m)
- $E1$ = Precision desiree
- F = coefficient de frottement
- $G(I)$ = Gradient (m/m)
- $H(I)$ = Perte de charge dans la conduite I (m)
- $H1$ = viscosite' cinematique (m^2/s)
- $K(I)$ = coefficient de perte de charge
- $J(L)$ = nombre de conduites dans la boucle L
- $L(I)$ = Longueur de la conduite I (m)
- M = indicateur de formule
- $M1$ = nombre d'iterations
- $N1$ = nombre de boucles
- $N2$ = nombre de conduites
- $N3$ = nombre de noeuds
- $N(I)$ = nombre de conduites au noeud I
- $P(J)$ = Pression au noeud J (m)
- $\Phi(I)$ = Debit dans la conduite I (m^3/s)
- $R(I)$ = rugosite' relative de la conduite I
- R = nombre de Reynold.

: $S(I)$ = saignée au nœud I (m^3/s)

- Cette saignée est négative lorsqu'elle sort du réseau.

- Elle est positive dans le sens contraire.

. $T(L, K)$ = numéro de la conduite K dans la boucle L :

- $T(L, K) > 0$ pour une conduite dont le débit va dans le sens des aiguilles d'une montre.

- $T(L, K) < 0$ dans le sens contraire.

. $V(I)$ = vitesse dans la conduite I (m/s)

. $W(I, 4)$ = matrice contenant les données suivantes: les nœuds de départ et d'arrivée de chaque conduite, leurs élévations.

3.3.3 FONCTIONNEMENT

Nous allons vous définir d'abord les données nécessaires pour le fonctionnement de ce programme. Il s'agit :

- des diamètres
- des longueurs
- des coefficients de Hazen Williams ou de Darcy Weisbach des conduites du réseau à étudier.

Ces trois premières données sont stockées avec les numéros de conduite dans le fichier

"EP359002"

- du nombre de conduites dans le réseau
- du nombre de boucles dans le réseau
- du nombre de nœuds dans le réseau
- de la précision désirée
- du nombre de conduites dans chaque maille et de leurs numéros
- du nombre de conduites à chaque nœud et de leurs numéros
- Des saignées à chaque nœud
- de la matrice $W(I, 4)$ (définie dans la sous section 3.3.2) stockée dans le fichier "EP359001"

Après introduction de toutes ces données, le programme fonctionne en suivant les étapes suivantes :

1. à la première itération les coefficients de perte de charge ($K(I)$) sont calculés avec la formule de Hazen Williams même dans le cas où l'indicateur de formule $M = 1$
2. Formation de la matrice des coefficients du système linéaire
3. Résolution du système d'équations

• linéaires ainsi formé avec la méthode de Gauss.

4. La somme des valeurs absolues des différences entre les débits calculés (Φ_{synt}) et les débits utilisés pour évaluer $K(I)$ (Φ_K) est comparée à la précision E_1

. si $\sum |\Phi_{\text{synt}} - \Phi_K| \leq E_1$ on va à l'étape 5

. sinon l'ordinateur révalue les valeurs de $K(I)$: $K(I) = K(I) \times (\Phi_{\text{synt}})^{n-1}$

Selon la valeur de n (indicateur de formule) spécifiée, l'ordinateur utilise

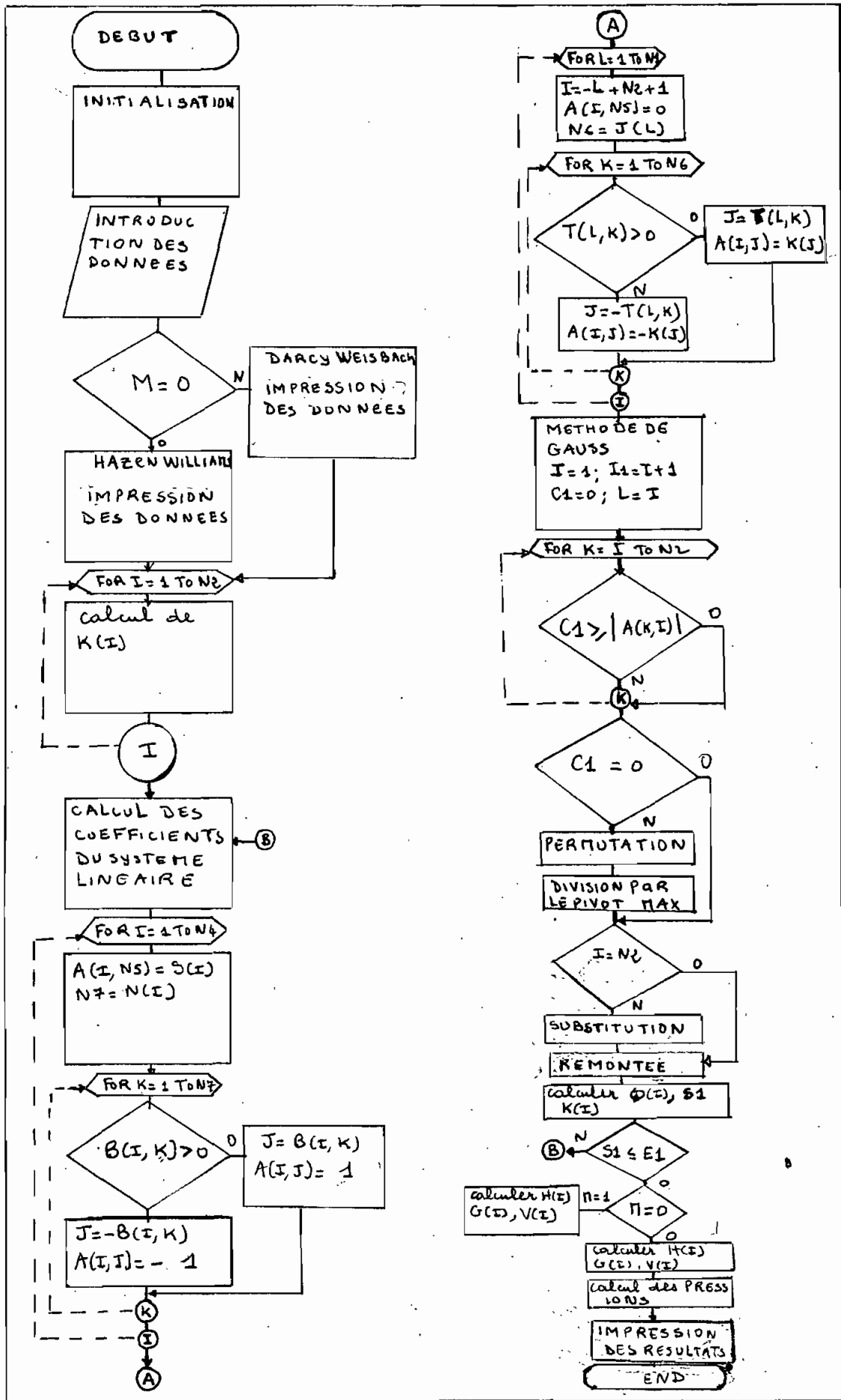
l'équation de Hazen Williams ou de Darcy Weisbach et va à l'étape 2

5. Calcul des pertes de charge, des gradients et des vitesses

6. Après avoir introduit la pression au nœud 1 (pression au nœud de départ), l'ordinateur calcule également la pression à chaque nœud du réseau.

7. Impression des résultats

3.3.4 ORGANIGRAMME



3.3.5 LISTING

(voir page 46)

```

00010 REM * _____ PROJET DE FIN D'ETUDES _____ *
00020 REM *DEPARTEMENT:GENIE CIVIL *
00030 REM *ANNEE SCOLAIRE :1983/1984 *
00040 REM *SUJET:CALCUL D'UN RESEAU DE DISTRIBUTION EN EAU POTABLE *
00050 REM *METHODE: THEORIE LINEAIRE *
00060 REM *AUTEUR: LAMINE CISSE *
00070 REM * *
00080 REM *****INITIALISATION*****
00090 BEGIN ; PRINT 'CS'; FLOATING POINT
00100 DIM A(25,25),B(25,6),G(25),H(25),K(25),P(25),Q(25),T(10,25),V(25)
00110 DIM J(10),C(25),N(15),D(25),W(25,4),R(25),F(25),E(25),S(15),L(25)
00120 DIM A$(11),B$(8),C$(8),D$(13),E$(8),G$(5),H$(15),I$(8),J$(7)
00130 DIM K$(15),M$(8),N$(4)
00140 LET A$="CONDUITE NO"; LET B$="DIAMETRE"; LET C$="LONGUEUR"
00150 LET D$="COEFFICIENT C"; LET E$="RUGOSITE"; LET G$="DEBIT"
00160 LET H$="PERTE DE CHARGE"; LET I$="GRADIENT"; LET J$="VITESSE"
00170 LET K$="NOEUD NO"; LET M$="PRESSION"; LET N$="MC/S"; LET P$="M"
00180 LET Q$="M/M"; LET R$="M/S"
00190 LET U=3.1415926; LET G=19.62; LET M1=0
00200 REM *****DONNEES*****
00210 PRINT "HAZEN WILLIAMS ? M=0 DARCY WEISBACH ? M=1"
00220 INPUT "ENTRER LA VALEUR DE M",M
00230 INPUT "LE NOMBRE DE CONDUITES DANS LE RESEAU ?",N2
00240 INPUT "LE NOMBRE DE BOUCLES DANS LE RESEAU?",N1
00250 INPUT "LE NOMBRE DE NOEUDS DANS LE RESEAU ?",N3
00260 INPUT "PRECISION DESIREE ?",E1
00270 LET N4=N3-1; LET N5=N2+1
00280 FOR L=1 TO N1
00290 PRINT "NOMBRE DE CONDUITES DANS LA BOUCLE",L,"?"; INPUT J(L)
00300 LET N6=J(L)
00310 FOR K=1 TO N6
00320 PRINT "NO CONDUITE",K,"DANS LA BOUCLE ",L,"?"; INPUT T(L,K)
00330 NEXT K
00340 NEXT L
00350 FOR I=1 TO N4
00360 PRINT "NOMBRE DE CONDUITES AU NOEUD",I,"?"; INPUT N(I)
00370 LET N7=N(I)
00380 FOR J=1 TO N7
00390 PRINT "NO CONDUITE",J; PRINT "AU NOEUD",I,"?"; INPUT B(I,J)
00400 NEXT J; NEXT I
00410 FOR I=1 TO N4
00420 PRINT "SAIGNEE AU NOEUD",I,"?"; INPUT S(I)
00430 NEXT I
00440 ON M GOTO 00450,00510
00450 OPEN (1) "EP359002"
00460 FOR K=1 TO N2
00470 READ (1) I,D(I),L(I),C(I)
00480 NEXT K
00490 CLOSE (1)
00500 GOTO 00560
00510 OPEN (1) "EP359002"
00520 FOR K=1 TO N2
00530 READ (1) I,D(I),L(I),E(I)
00540 NEXT K
00550 CLOSE (1)

```



```

00560 REM *****IMPRESSION DES DONNEES*****
00570 OPEN (6) "LP"
00580 PRINT (6) 'EP',"DONNEES"
00590 PRINT (6) "*****"
00600 PRINT (6) "NOMBRE-DE CONDUITES DANS LE RESEAU:",N2
00610 PRINT (6) "NOMBRE DE BOUCLE DANS LE RESEAU:",N1
00620 PRINT (6) "NOMBRE DE NOEUDS DANS LE RESEAU:",N3
00630 PRINT (6) "PRECISION:",E1
00640 ON M GOTO 00650,00810
00650 REM *****HAZEN WILLIAMS*****
00660 PRINT (6) "*****",
00670 PRINT (6) "*****"
00680 PRINT (6) "*",a(4),A$,a(17),"*",a(20),B$,a(31),"*",a(34),C$,a(44),"*"
00690 PRINT (6) a(47),D$,a(62),"*"
00700 PRINT (6) "*",a(17),"*",a(24),P$,a(31),"*",a(38),P$,a(44),"*",a(62),"*"
00710 PRINT (6) "*****",
00720 PRINT (6) "*****"
00730 FOR I=1 TO N2
00740 PRINT (6) "*",a(7),I,a(17),"*",a(21),D(I):"a.aaa",a(31),"*",a(36),L(I),
00750 PRINT (6) a(44),"*",a(51),C(I),a(62),"*"
00760 NEXT I
00770 PRINT (6) "*****",
00780 PRINT (6) "*****"
00790 CLOSE (6)
00800 GOTO 00990
00810 REM *****DARCY WEISBACH*****
00820 PRINT (6) "*****"
00830 PRINT (6) "*",a(4),A$,a(17),"*",a(20),B$,a(31),"*",a(34),C$,a(44),"*",
00840 PRINT (6) a(47),E$,a(57),"*"
00850 PRINT (6) "*",a(17),"*",a(24),P$,a(31),"*",a(38),P$,a(44),"*",
00860 PRINT (6) a(50),P$,a(57),"*"
00870 PRINT (6) "*****"
00880 FOR I=1 TO N2
00890 PRINT (6) "*",a(7),I,a(17),"*",a(21),D(I):"a.aaa",a(31),"*",a(36),L(I),
00900 PRINT (6) a(44),"*",a(48),E(I):"a.aaaaaa",a(57),"*"
00910 NEXT I
00920 PRINT (6) "*****"
00930 CLOSE (6)
00940 INPUT "VISCOSITE CINEMATIQUE ?",H1
00950 FOR I=1 TO N2
00960 PRINT "ENTRER LE COEFFICIENT DE HAZEN WILLIAMS DE LA CONDUITE",I
00970 INPUT C(I)
00980 NEXT I
00990 RUN "EP359G2"
01000 RESET
01010 REM *****SOUS PROGRAMME"EP359G2"*****
01020 PRINT 'CS'; FLOATING POINT
01030 IF M1>0 THEN GOTO 01080
01040 FOR I=1 TO N2
01050 LET F(I)=10.667*L(I)/(D(I)**4.871*C(I)**1.852)
01060 LET K(I)=F(I)
01070 NEXT I
01080 FOR I=1 TO N2
01090 FOR J=1 TO N2
01100 LET A(I,J)=0

```

```

01110 NEXT J; NEXT I
01120 REM *****CALCUL DES COEFFICIENTS DES EQUATIONS DE NOEUD*****
01130 FOR I=1 TO N4
01140 LET A(I,N5)=S(I); LET N7=N(I)
01150 FOR K=1 TO N7
01160 IF B(I,K)>0 THEN GOTO 01190
01170 LET J=-B(I,K); LET A(I,J)=-1
01180 GOTO 01200
01190 LET J=B(I,K); LET A(I,J)=1
01200 NEXT K
01210 NEXT I
01220 REM *****CALCUL DES COEFFICIENTS DES EQUATIONS DE BOUCLE*****
01230 FOR L=N1 TO 1
01240 LET I=(-L)+N2+1
01250 LET A(I,N5)=0; LET N6=J(L)
01260 FOR K=1 TO N6
01270 IF T(L,K)>0 THEN GOTO 01300
01280 LET J=-T(L,K); LET A(I,J)=-K(J)
01290 GOTO 01310
01300 LET J=T(L,K); LET A(I,J)=K(J)
01310 NEXT K
01320 NEXT L
01330 RUN "EP359G3"
01340 RESET
01350 REM *****SOUS PROGRAMME "EP359G3"*****
01360 REM *****RESOLUTION DU SYSTEME LINEAIRE PAR LA METHODE
01370 REM DE GAUSS
01380 PRINT 'CS'; FLOATING POINT
01390 LET I=1
01400 LET I1=I+1
01410 REM *****RECHERCHE DU PIVOT MAX
01420 LET C1=0; LET L=I
01430 FOR K=I TO N2
01440 IF C1>=ABS(A(K,I)) THEN GOTO 01460
01450 LET L=K; LET C1=ABS(A(K,I))
01460 NEXT K
01470 IF C1=0 THEN GOTO 01570
01480 REM *****PERMUTATION
01490 IF L=I THEN GOTO 01540
01500 FOR J=1 TO N5
01510 LET T1=A(I,J); LET A(I,J)=A(L,J); LET A(L,J)=T1
01520 NEXT J
01530 REM *****DIVISION PAR LE PIVOT MAX
01540 FOR J=I1 TO N5
01550 LET A(I,J)=A(I,J)/A(I,I)
01560 NEXT J
01570 IF I=N2 THEN GOTO 01660
01580 REM *****SUBSTITUTION
01590 FOR K=I1 TO N2
01600 FOR J=I1 TO N5
01610 LET A(K,J)=A(K,J)-A(K,I)*A(I,J)
01620 NEXT J
01630 NEXT K
01640 LET I=I+1
01650 GOTO 01400

```



```

01660 REM *****REMONTEE
01670 FOR L=2 TO N2
01680 LET I=N2-L+1
01690 LET I1=I+1
01700 FOR K=I1 TO N2
01710 LET A(I,N5)=A(I,N5)-A(K,N5)*A(I,K)
01720 NEXT K
01730 NEXT L
01740 RUN "EP359G5"
01750 RESET
01760 REM *****SOUS PROGRAMME "EP359G5"*****
01770 PRINT 'CS'; FLOATING POINT
01780 IF M1>0 THEN GOTO 01800
01790 GOTO 01810
01800 LET S1=0
01810 FOR I=1 TO N2
01820 LET Q2=A(I,N5)
01830 IF M1>0 THEN GOTO 01860
01840 LET Q3=Q2
01850 GOTO 01880
01860 LET Q3=.5*(Q(I)+Q2)
01870 LET S1=S1+ABS(Q(I)-Q2)
01880 LET Q(I)=Q3
01890 LET Q1=ABS(Q3)
01900 ON M GOTO 01910,01930
01910 LET K(I)=F(I)*Q1*.852
01920 GOTO 02060
01930 LET R1=E(I)/D(I)
01940 LET K1=16*L(I)/(U**2*D(I)**5*G)
01950 LET K2=4/(U*D(I)*H1)
01960 LET R=K2*ABS(Q(I))
01970 IF R<=1 THEN GOTO 02000
01980 IF R>2000 THEN GOTO 02030
01990 GOTO 02010
02000 LET R=1
02010 LET F=64/R
02020 GOTO 02050
02030 LET A1=.09*R1**.225+.53*R1; LET A2=88*R1**.44
02040 LET A3=1.62*R1**.134; LET F=A1+A2*R*(-A3)
02050 LET K(I)=K1*F*Q1
02060 NEXT I
02070 LET M1=M1+1
02080 PRINT "NOMBRE D'ITERATIONS:",M1; PRINT "ERREUR COMMISE:",S1
02090 IF S1=0 THEN GOTO 02110
02100 IF S1<E1 THEN GOTO 02120
02110 RUN "EP359G2"
02120 RUN "EP359G4"
02130 RESET
02140 REM *****SOUS PROGRAMME "EP359G4"*****
02150 REM *****RESULTATS
02160 FLOATING POINT
02170 ON M GOTO 02180,02250
02180 FOR I=1 TO N2
02190 LET Q1=ABS(Q(I))
02200 LET H(I)=F(I)*Q1**1.852

```



```

02210 LET G(I)=H(I)/L(I)
02220 LET V(I)=4*ABS(Q(I))/(U*D(I)**2)
02230 NEXT I
02240 GOTO 02410
02250 FOR I=1 TO N2
02260 LET R(I)=E(I)/D(I)
02270 LET K1=16*L(I)/(U**2*D(I)**5*G); LET K2=4/(U*D(I)*H1)
02280 LET R=K2*ABS(Q(I))
02290 IF R<=1 THEN GOTO 02320
02300 IF R>2000 THEN GOTO 02350
02310 GOTO 02330
02320 LET R=1
02330 LET F=64/R
02340 GOTO 02370
02350 LET A1=.094*R(I)**.225+.53*R(I); LET A2=88*R(I)**.44
02360 LET A3=1.62*R(I)**.134; LET F=A1+A2*R**(-A3)
02370 LET H(I)=K1*F*Q(I)**2
02380 LET G(I)=H(I)/L(I)
02390 LET V(I)=4*ABS(Q(I))/(U*D(I)**2)
02400 NEXT I
02410 REM *****CALCUL DES PRESSIONS
02420 INPUT "PRESSION AU NOEUD 1?";P(1)
02430 OPEN (2) "EP359001"
02440 FOR I=1 TO N2
02450 READ (2) W(I,1),W(I,2),W(I,3),W(I,4)
02460 LET N=W(I,1)
02470 LET Y=W(I,2)
02480 LET P(Y)=P(N)+W(I,3)-W(I,4)-H(I)
02490 NEXT I
02500 CLOSE (2)
02510 OPEN (6) "LP"
02520 PRINT (6) 'EP', "RESULTATS"
02530 PRINT (6) "*****"
02540 PRINT (6) "*****",
02550 PRINT (6) "*****"
02560 PRINT (6) "*",a(4),A$,a(18),"*",a(21),G$,a(28),"*",a(31),H$,
02570 PRINT (6) a(48),"*",a(51),I$,a(61),"*",a(64),J$,a(73),"*"
02580 PRINT (6) "*",a(18),"*",a(21),N$,a(28),"*",a(38),P$,a(48),"*"
02590 PRINT (6) a(53),Q$,a(61),"*",a(66),R$,a(73),"*"
02600 PRINT (6) "*****",
02610 PRINT (6) "*****"
02620 FOR I=1 TO N2
02630 PRINT (6) "*",a(7),I,a(18),"*",a(20),Q(I):"-a.aaa",a(28),"*",
02640 PRINT (6) a(34),H(I):"aa.aaa",a(48),"*",a(52),G(I):"a.aaa",
02650 PRINT (6) a(61),"*",a(65),V(I):"a.aaa",a(73),"*"
02660 NEXT I
02670 PRINT (6) "*****",
02680 PRINT (6) "*****"
02690 PRINT (6) "*",a(4),K$,a(14),"*",a(17),M$,a(29),"*"
02700 PRINT (6) "*",a(14),"*",a(20),F$,a(29),"*"
02710 PRINT (6) "*****"
02720 FOR J=1 TO N3
02730 PRINT (6) "*",a(7),J,a(14),"*",a(18),P(J):"aa.aaa",a(29),"*"
02740 NEXT J
02750 PRINT (6) "*****"
02760 CLOSE (6)
02770 END

```

3.3.6 Exemple

Nous avons repris ici le même exemple que celui de la page 37

a) Darcy Weisbach

DONNEES

NOMBRE DE CONDUITES DANS LE RESEAU: 10

NOMBRE DE BOUCLE DANS LE RESEAU: 3

NOMBRE DE NOEUDS DANS LE RESEAU: 8

PRECISION: .002

```

*****
* CONDUITE NO * DIAMETRE * LONGUEUR * RUGOSITE *
* * * M * M * M *
*****
* 1 * .255 * 300 * .00015 *
* 2 * .255 * 150 * .00015 *
* 3 * .255 * 150 * .00015 *
* 4 * .15 * 150 * .00015 *
* 5 * .15 * 150 * .00015 *
* 6 * .205 * 300 * .00015 *
* 7 * .205 * 150 * .00015 *
* 8 * .205 * 300 * .00015 *
* 9 * .205 * 150 * .00015 *
* 10 * .205 * 300 * .00015 *
*****
    
```

RESULTATS

```

*****
* CONDUITE NO * DEBIT * PERTE DE CHARGE * GRADIENT * VITESSE *
* * MC/S * M * M/M * M/S *
*****
* 1 * .101 * 4.539 * .015 * 1.983 *
* 2 * .099 * 2.157 * .014 * 1.933 *
* 3 * .063 * .906 * .006 * 1.239 *
* 4 * .009 * .32 * .002 * .517 *
* 5 * .032 * 3.608 * .024 * 1.803 *
* 6 * .047 * 3.079 * .01 * 1.419 *
* 7 * .041 * 1.178 * .008 * 1.237 *
* 8 * .021 * .65 * .002 * .636 *
* 9 * .054 * 2.021 * .013 * 1.631 *
* 10 * .046 * 2.992 * .01 * 1.398 *
*****
    
```

```

*****
* NOEUD NO * PRESSION *
* * M *
*****
* 1 * 10. *
* 2 * 7.461 *
* 3 * 9.556 *
* 4 * 8.235 *
* 5 * 14.843 *
* 6 * 14.764 *
* 7 * 14.585 *
* 8 * 7.563 *
*****
    
```

b) HAZEN WILLIAMS

DONNEES

NOMBRE DE CONDUITES DANS LE RESEAU: 10

NOMBRE DE BOUCLE DANS LE RESEAU: 3

NOMBRE DE NOEUDS DANS LE RESEAU: 8

PRECISION: .002

```
*****
* CONDUITE NO * DIAMETRE * LONGUEUR * COEFFICIENT C *
* * * M * * M * *
*****
* 1 * .255 * 300 * 120 *
* 2 * .255 * 150 * 120 *
* 3 * .255 * 150 * 120 *
* 4 * .15 * 150 * 120 *
* 5 * .15 * 150 * 120 *
* 6 * .205 * 300 * 120 *
* 7 * .205 * 150 * 120 *
* 8 * .205 * 300 * 120 *
* 9 * .205 * 150 * 120 *
* 10 * .205 * 300 * 120 *
*****
```

RESULTATS

```
*****
* CONDUITE NO * DEBIT * PERTE DE CHARGE * GRADIENT * VITESSE *
* * * MC/S * * M * * M/M * * M/S *
*****
* 1 * .1 * 4.933 * .016 * 1.958 *
* 2 * .1 * 2.468 * .016 * 1.959 *
* 3 * .062 * 1.017 * .007 * 1.214 *
* 4 * .008 * .321 * .002 * .466 *
* 5 * .033 * 4.276 * .029 * 1.886 *
* 6 * .047 * 3.487 * .012 * 1.415 *
* 7 * .041 * 1.351 * .009 * 1.233 *
* 8 * .022 * .834 * .003 * .653 *
* 9 * .054 * 2.302 * .015 * 1.644 *
* 10 * .046 * 3.356 * .011 * 1.386 *
*****
```

```
*****
* NOEUD NO * PRESSION *
* * * M *
*****
* 1 * 10. *
* 2 * 7.067 *
* 3 * 9.05 *
* 4 * 7.256 *
* 5 * 14.532 *
* 6 * 14.045 *
* 7 * 13.422 *
* 8 * 6.694 *
*****
```

CHAPITRE 4

COMPARAISON ENTRE LES DEUX METHODES

4.1 INTRODUCTION

Après avoir établi les programmes ainsi présentés aux chapitres 2 et 3 sur "Hardy Cross" et sur la "Théorie linéaire" (respectivement), nous pouvons maintenant procéder à la comparaison des deux méthodes. Cette comparaison a été rendue possible grâce aux différents tests que nous avons pu faire et sera axée principalement sur :

- la convergence
- la précision
- la manière de tenir compte de certains éléments du réseau (réservoirs multiples avec charges fixes, pompes)

4.2 LA CONVERGENCE

Cette convergence, d'après les études que nous avons faites est influencée par plusieurs facteurs :

1. la présence simultanée d'une grosse et

et d'une petite conduite à un nœud.

2- un faible débit dans une conduite

3- la taille du réseau

4- la précision

Des deux premiers facteurs sont moins importants et affectent surtout la convergence de "Hardy Cross"

Exemple: Pour le réseau de la page 29, lorsque le diamètre de la conduite 2 passe de 255 mm à 800 mm, celui de la conduite 3 étant le même (255 mm), le nombre d'itérations passe de 7 à 8 (en utilisant la formule de Hazen Williams) pour Cross alors qu'il reste inchangé pour la théorie linéaire.

De même lorsque le débit estimé pour la conduite 3 devient nul, la convergence de la méthode de Cross s'en trouve modifiée (le nombre d'itérations passe de 7 à 8) tandis que la convergence de la théorie linéaire reste la même (4 itérations)

Par contre les facteurs précision et taille du réseau sont beaucoup plus déterminants dans l'étude du critère de convergence.

• a) Precision

Le tableau de la figure 4.1 (voir ci-dessous) montre que pour des précisions élevées, le nombre d'itérations (I) augmente considérablement avec la méthode de Hardy Cross. Par contre cette augmentation n'est pas importante quand il s'agit de la théorie linéaire.

D'autre part, on remarque que pour des valeurs de E_1 (précision désirée) jusqu'à l'ordre de $5 \cdot 10^{-2}$ (à peu près) les deux méthodes convergent rapidement et avec sensiblement le même nombre d'itérations

PRECISION E_1	THEORIE LINEAIRE	HARDY CROSS	NOMBRE D'ITERATIONS
0.5	1	1	
0.1	1	1	
0.05	1	2	
0.002	4	8	
0.0001	5	12	

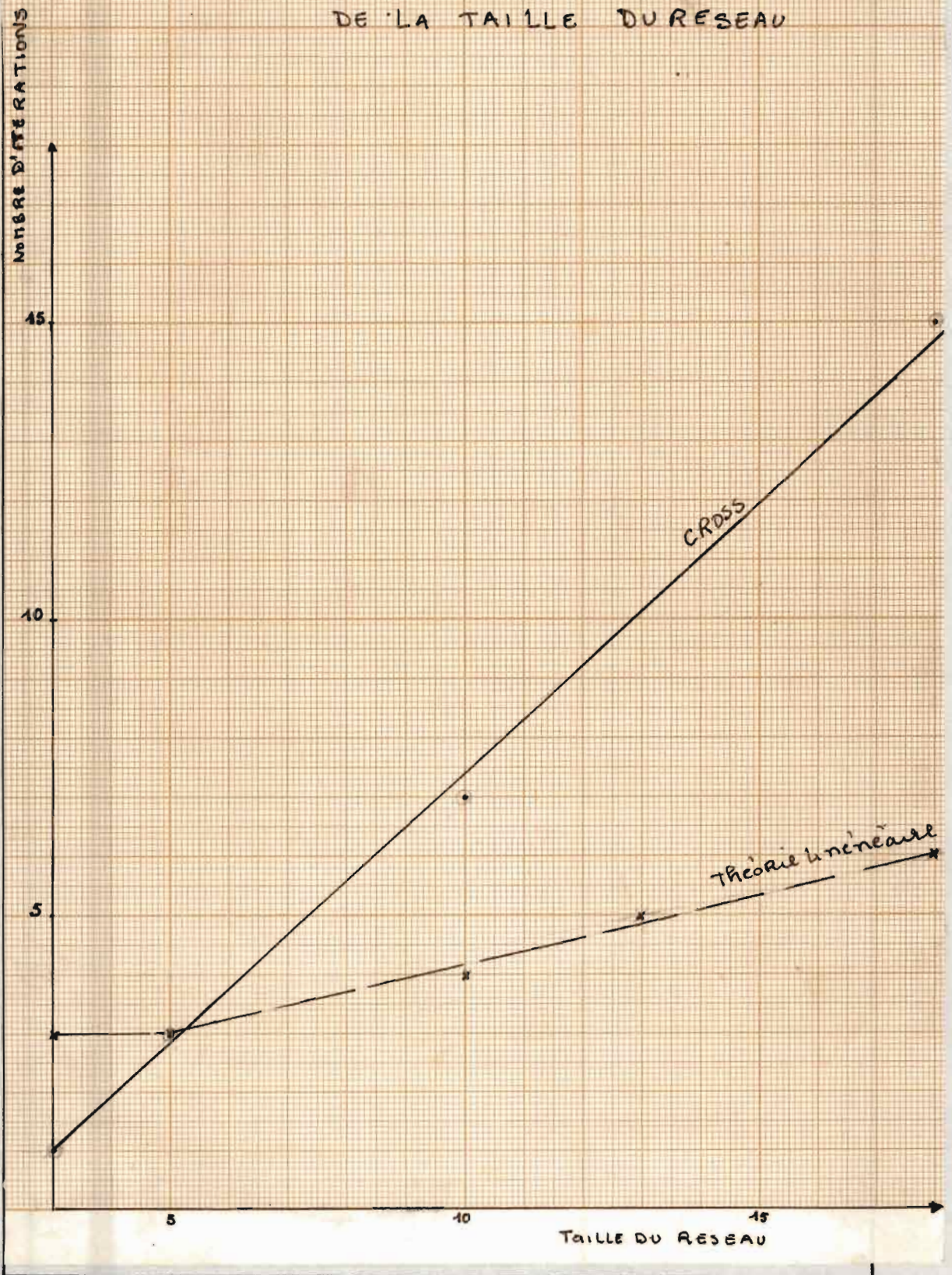
FIGURE 4.1: TABLEAU REPRESENTANT LE
NOMBRE D'ITERATIONS EN FONCTION DE LA
PRECISION

- b) Taille du Réseau

Là aussi nous avons fait des tests sur des réseaux de taille variée et pour une même précision (0.002), en utilisant la formule de Hazen Williams. Les résultats auxquels nous avons abouti sont représentés à la figure 4.2 par deux courbes ($I = f(N)$ où N représente la taille du réseau)

Ces courbes nous montrent que pour des réseaux de petite taille, la méthode de Hardy Cross est meilleure du point de vue convergence puisqu'elle offre moins d'itérations. Mais lorsque la taille du réseau devient importante, le nombre d'itérations croît rapidement pour Hardy Cross, alors que cette croissance est moins accentuée avec la théorie linéaire.

FIGURE 4.2 COURBES REPRESENTANT LE NOMBRE D'ITERATIONS EN FONCTION DE LA TAILLE DU RESEAU



4.3 PRECISION

On obtient pratiquement les mêmes résultats pour les deux méthodes, dans la plupart des cas étudiés.

Cependant lorsque la taille du réseau augmente on observe certains écarts (voir les résultats de l'exemple traité pour les deux méthodes):

- Pour les débits on trouve des écarts de (0.1%) avec la formule de Darcy Weisbach et de (0.2%) avec la formule de Hazen Williams.

- Les écarts les plus grands ont été observés sur les pertes de charge: (10%) avec Darcy Weisbach et 20% avec Hazen Williams.

L'influence de la taille du réseau sur les résultats peut s'expliquer par le fait que ce paramètre affecte également la convergence (c'est à dire le nombre d'itérations). En effet comme nous l'avons vu à la section (4.2), lorsque la taille du réseau augmente, le nombre d'itérations augmente plus rapidement avec la méthode de Cross qu'avec la méthode de la théorie linéaire. C'est ce qui crée cette légère différence entre les résultats.

Pour la même méthode, on observe également des écarts entre les résultats obtenus avec Darcy Weisbach et ceux fournis par la formule de Hazen Williams jusqu'à l'ordre de 50% sur les pertes de charge

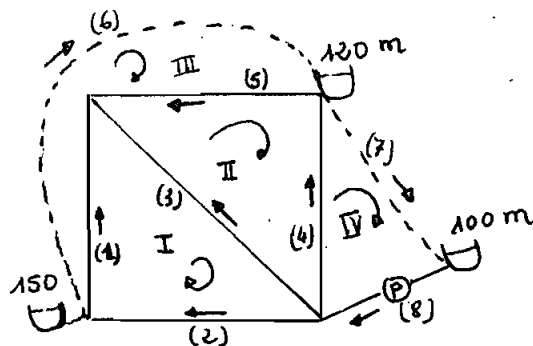
Sur le plan de la précision, on peut dire, d'une manière générale que les deux méthodes sont équivalentes.

4.4 CAS DES RESERVOIRS MULTIPLES

a) HARDY CROSS

lorsqu'un réseau comporte des réservoirs multiples et des pompes, on a recours à des artifices spéciaux pour tenir compte de ces éléments. On crée en effet ce qu'on appelle des boucles imaginaires reliant deux réservoirs

EXEMPLE : soit le réseau suivant



Les boucles III, IV sont des boucles imaginaires
Les conduites (6), (7) sont également imaginaires

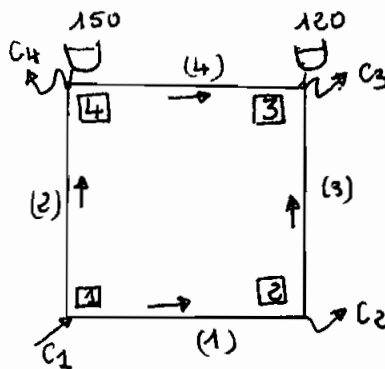
Les corrections de débit dans les boucles III et IV sont respectivement :

$$\Delta\varphi = -\frac{n(150-120-H_1+H_5)}{\sum \left(\frac{+H_1}{\varphi_1} + \frac{H_5}{\varphi_5} \right)} \quad (4.1)$$

$$\Delta\varphi = -n \frac{120-100 - (A\varphi_8^3 + B\varphi_8^2 + C\varphi + D) + H_4}{\sum \left(\frac{A\varphi_8^3 + B\varphi_8^2 + C\varphi + D}{\varphi_8} + \frac{H_4}{\varphi_4} \right)} \quad (4.2)$$

b) THEORIE LINEAIRE

Pour cette méthode on n'a pas besoin d'avoir recours à des artifices spéciaux. On fixe tout simplement la charge du réservoir au nœud correspondant. Prenons l'exemple de la figure suivante :



En appliquant la méthode des nœuds, aux nœuds 4 et 3 et en posant $x_i = H_i$ (charge au nœud I), on a respectivement :

- $$R_2 X_1 - R_4 X_3 + (R_2 + R_4) X_3 + 150(R_1 + R_4) - 120 R_4 = -C_4$$
$$-R_3 X_2 + (R_4 + R_3) X_3 - R_4 X_4 + 120(R_4 + R_3) - 150 R_4 = -C_3$$

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Il est certain que les programmes que nous avons établis dans le cadre de cette étude ont des limites d'utilisation:

- l'espace mémoire disponible ne permet que le traitement d'un réseau de 30 conduites pour la méthode de Cross et de 25 pour la théorie linéaire. Mais ce problème pourrait être contourné en utilisant un ordinateur plus puissant en BASIC.

- Lorsque il s'agira de tenir compte de certains éléments du réseau (réservoirs, pompes, vannes etc...) il est clair que ces programmes ne serviront pas à ce moment.

Malgré tout ce qui vient d'être dit ci-dessus, ces programmes nous ont permis de faire des études sur deux méthodes de balancement des réseaux de distribution d'eau: la méthode de Cross et celle de la théorie linéaire.

- Sur le plan de la précision des résultats, les deux méthodes sont pratiquement équivalentes en utilisant l'une ou l'autre des formules de Hazen Williams et de Darcy Weisbach.

8 - Pour la convergence, on ne peut pas dire

de façon absolue que telle ou telle méthode est plus performante que l'autre. Mais cependant il ressort des études faites sur les deux méthodes que :

- lorsqu'il s'agit d'un petit réseau (à peu près jusqu'à un réseau de 5 conduites) ou d'une précision jusqu'à l'ordre $5 \cdot 10^{-2}$, il serait souhaitable d'utiliser Hardy Cross parce qu'elle converge en ce moment plus vite et peut occasionner ainsi des coûts d'exploitation plus faibles.

- Par contre pour des réseaux très importants et pour de grandes précisions, la théorie linéaire semble être la méthode la plus adéquate

- La méthode des nœuds est mieux adaptée à la théorie linéaire surtout lorsqu'on doit tenir compte des accessoires du réseau.

Avec la méthode de Cross il faut avoir recours à des artifices spéciaux.

Les équations qui décrivent l'écoulement dans un réseau de distribution en eau potable, les programmes établis, sont basés sur l'hypothèse d'un régime permanent.

Or le réseau de distribution en eau potable est un système dynamique qui est presque, continuellement en état de changement. Il s'avère donc nécessaire de mettre au point des méthodes pour tenir compte de cette réalité.

BIBLIOGRAPHIE

— 0 —

- F.B. HILDBRAND: "Introduction To Numerical analysis", second edition, P.P 564-567
- VICTOR L. STREETER E BENJAMIN WYLIE
"Fluid Mechanics", sixth edition, P.P 565-585
- "Balancement Hydraulique des réseaux d'aqueduc"
CLEMENT BERUBE, ingénieur - Association
Québécoise des Techniques de l'eau (Comité
technique d'Hydraulique et d'Hydrologie):
A.Q.T.E, octobre 1974, P.P 75-115
- A DUPONT "HYDRAULIQUE Urbaine - Tome 2 - Ouvrage
de Transport; Elevation et distribution des EAUX",
2^e édition P.P 350-371, Editions Eyrolles, 1971
- BUSINESS-BASIC REFERENCE Guide, Fortune
systems