ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE THIES

GC.0430

PROJET DE FIN D'ETUDES

PONT D'ETAGEMENT EN BETON ARMÉ

(A INERTIE VARIABLE)

ep-ecole polytechnique de thies

AUTEUR : Mohamadou Kabir SOW

GENIE CIVIL (4ème Promotion)

THIES LE 23 MAI 1981

A mon père et à ma mère qui m'ont fait au berceau, le don le plus précieux, celui de la foi.

REMERCIEMENTS

Nous ne manquerons pas de saisir cette occasion qui nous est offerte pour remercier avec la plus grande sincérité notre directeur de projet monsieur Roger Lupien qui n'a cessé de déployer ses efforts afin que nous puissions mener à bien cette étude.

Nos remerciements iront également à :

- l'ensemble des enseignants qui ont concouru à notre formation du cours d'initiation au cours de génie.
- A nos vieux parents qui ne se sont jamais lassés de nous assister à tout moment et de nous inculquer la foi et le désir de vaincre.
- Chérif Oumar Diagne, responsable de la bibliothèque qui nous a beaucoup aidé dans notre étude bibliographique.
- enfin à l'ensemble de tous ceux qui ont contribué matériellement ou moralement, de près ou de loin à notre formation.

TABLE DES MATIERES

pages

Liste des figures i

Liste des tableaux ii

INTRODUCTION 1

a) Generalités 1

b) Description du projet 1

1 LIGNES D'INFLUENCE 5

1.1 Définition 5

1.2 Lignes d'influence sur le moment aux appuis 5

a) Coefficients de distribution (α) et facteurs de transmission (c) 6

b) Moments d'encastrement 10

c) Distribution de moments 12

d) Coefficients d'influence des moments et ordonnées des L.I 17

1.3 Lignes d'influence sur le moment à des points intermédiaires 24

1.4 Calcul des surfaces des lignes d'influence 34

a) Surface des L.I du moment aux appuis 34

b) Surface des L.I du moment à des points intermédiaires 37

2. ETUDE DE CHARGEMENT 43

2.1 Définition 43

2.2 Etude des moments 43

pages

a) Moments causés par la surcharge 43

i) Charge de camion 43

ii) Charge uniforme 47

b) Moments causés par la charge permanente 50

i) Détermination de la charge équivalente uniforme q' 50

ii) Moments causés par la charge uniforme q' 53

c) Moments totaux de design 55

2.3 Vérification sommaire du cisaillement 58

3. DIMENSIONNEMENT PRELIMINAIRE 60

4. CONCLUSION ET DISCUSSION 62

BIBLIOGRAPHIE 64

LISTE DES FIGURES

figure 1 :	Vue longitudinale du pont	pages 3
figure 2 :	Vue transversale du pont (coupe A-A)	4
figure 3 :	Représentation d'une ligne d'influence à un appui	5
figure 4 :	Représentation des travées avec goussets :	7
figure 5 :	Camion M.S 250-77 (Lan 3 S6 M78)	45
figure 6 :	Représentation de la charge uniforme pour les charges vives	47
figure 7 :	Ligne d'influence du moment à l'appui B	A_2
figure 8 :	Ligne d'influence du moment à l'appui C	A_3
figure 9 :	Ligne d'influence du moment à l'appui D	A_4
figure 10 :	Ligne d'influence du moment à l'appui E	A_5
figure 11 :	Ligne d'influence du moment à .3 de la travée AB	A_6
figure 12 :	Ligne d'influence du moment à .5 de la travée AB	A_7
figure 13 :	Ligne d'influence du moment à .7 de la travée AB	A_8
figure 14 :	Ligne d'influence du moment à .3 de la travée BC	A_9
figure 15 :	Ligne d'influence du moment à .5 de la travée BC	A_{10}
figure 16 :	Ligne d'influence du moment à .7 de la travée BC	A_{11}
figure 17 :	Ligne d'influence du moment à .3 de la travée CD	A_{12}
figure 18 :	Ligne d'influence du moment à .5 de la travée CD	A_{13}

LISTE DES TABLEAUX

pages:

Tableau 1 : Coefficients de distribution (α) et facteur de transmission (c) 9

Tableau 2 : Moments d'encastrement 11

Tableau 3 : Distribution de Cross en appliquant un moment à gauche de l'appui B 13

Tableau 4 : Distribution de Cross en appliquant un moment à droite de l'appui B 14

Tableau 5 : Distribution de Cross en appliquant un moment à gauche de l'appui C 15

Tableau 6 : Distribution de Cross en appliquant un moment à droite de l'appui C 16

Tableau 7 : Ordonnées de la L.I du moment à l'appui B 20

Tableau 8 : Ordonnées de la L.I du moment à l'appui C 21

Tableau 9 : Ordonnées de la L.I du moment à l'appui D 22

Tableau 10 : Ordonnées de la L.I du moment à l'appui E 23

Tableau 11 : Ordonnées de la L.I du moment à .3 de la travée AB 26

Tableau 12 : Ordonnées de la L.I du moment à .5 de la travée AB 27

Tableau 13 : Ordonnées de la L.I du moment à .7 de la travée AB 28

Tableau 14 : Ordonnées de la L.I du moment à .3 de la travée BC 29

Tableau 15 : Ordonnées de la L.I du moment à .5 de la travée BC 30

Tableau 16 : Ordonnées de la L.I du moment à .7 de la travée BC 31

Tableau 17 : Ordonnées de la L.I du moment à .3 de la travée CD 32

Tableau 18 : Ordonnées de la L.I du moment à .5 de la travée CD 33

pages:

Tableau 19: Surface des L.I des moments aux appuis B, C, D et G 36

Tableau 20: Surface des L.I des moments à .3AB et à .5AB 39

Tableau 21: Surface des L.I des moments à .7AB et à .3BC 40

Tableau 22: Surface des L.I des moments à .5BC et à .7BC 41

Tableau 23: Surface des L.I des moments à .3CD et à .5CD 42

Tableau 24: Moments dus à la surcharge (déplacement du camion) 46

Tableau 25: Moments dus à la surcharge (charge uniforme + charges concentrées) 49

Tableau 26: Moments dus à la charge morte 54

Tableau 27: Moments totaux de design 57

INTRODUCTION

a) Généralités

L'homme à toujours rencontré sur son chemin des obstacles de nature différente : rivières, vallées, auto-route.

Ces obstacles devant nécessairement être surmontés, nous n'avons jamais cessé de les défier afin d'y parvenir. Des tentatives de la mise de trone d'arbres sur les rivières, des ponts en lianes ou en bois, nous sommes passés de nos jours à la construction des ponts métalliques ou en béton. Du seuil de cette fin du 20e siècle, différentes méthodes d'analyse, de design, et de construction rivalisent d'ardeur, toutes étant guidées par un seul souci, celui de réaliser un ouvrage résistant, merveilleux et au moindre coût.

b) Description du projet

L'étude que nous présentons ici porte sur une analyse préliminaire de la superstructure d'un pont.

L'ouvrage projeté est un pont-route à 5 travées continues. Il s'agit d'un passage supérieur franchissant une auto-route. Il est en béton armé à inertie variable d'une portée totale de 66m répartie en 2 travées de rive de 8m de long chacune, 2 travées intermédiaires de 20m chacune et une travée centrale de 10m de long. Le tablier constitué essentiellement de la dalle a une épaisseur de 28cm et repose directement sur des membrures inclinées. Le pont d'un tirant de 5m

repose sur 4 appuis rotulés visibles et deux appuis en fouille. (Cf fig 1).
Le profil en travers comporte une chaussée de 7m et un grand trottoir de 3m. La largeur du pont est de 10,20m (Cf fig 2)
Nous avons des goussets droits de 4m de long de part et d'autre des appuis intermédiaires à l'exception de celui de la travée centrale où il a un mètre de long sur chaque côté (Cf fig 4)

Outre l'aspect esthétique, l'obtention de bons dégagements a été déterminant sur l'allure générale du pont.

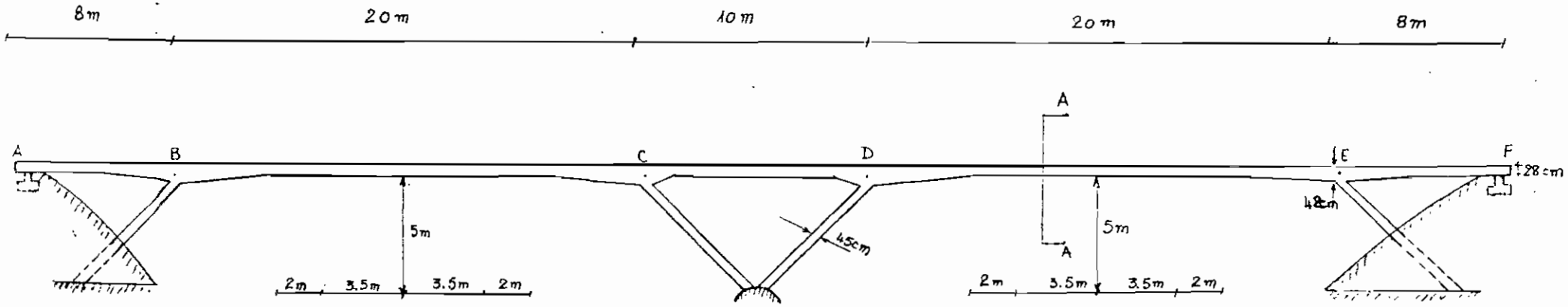
Compte tenu du trafic piétonnier extrêmement important, nous avons préféré un grand trottoir à la place de deux trottoirs de 1,5m chacun.

Après certaines vérifications, nous avons été amené à mettre des appuis en fouille aux travées extrêmes au lieu de mettre ces dernières en cantilever.

Concernant les matériaux utilisés, nous avons du béton qui a une masse volumique de 2500 kg/m^3 et une résistance f'_c de 30 MPa. La contrainte de nos armatures est de 400 MPa.

La méthode de distribution des moments de Hardy Cross est utilisée dans notre analyse; le calcul des lignes d'influences est effectué selon une variante proposée par Alfio Séni (1). Concernant l'aspect normatif, nous nous sommes référés au code canadien des ponts, le S6 M78; "Design of Highway Bridges".

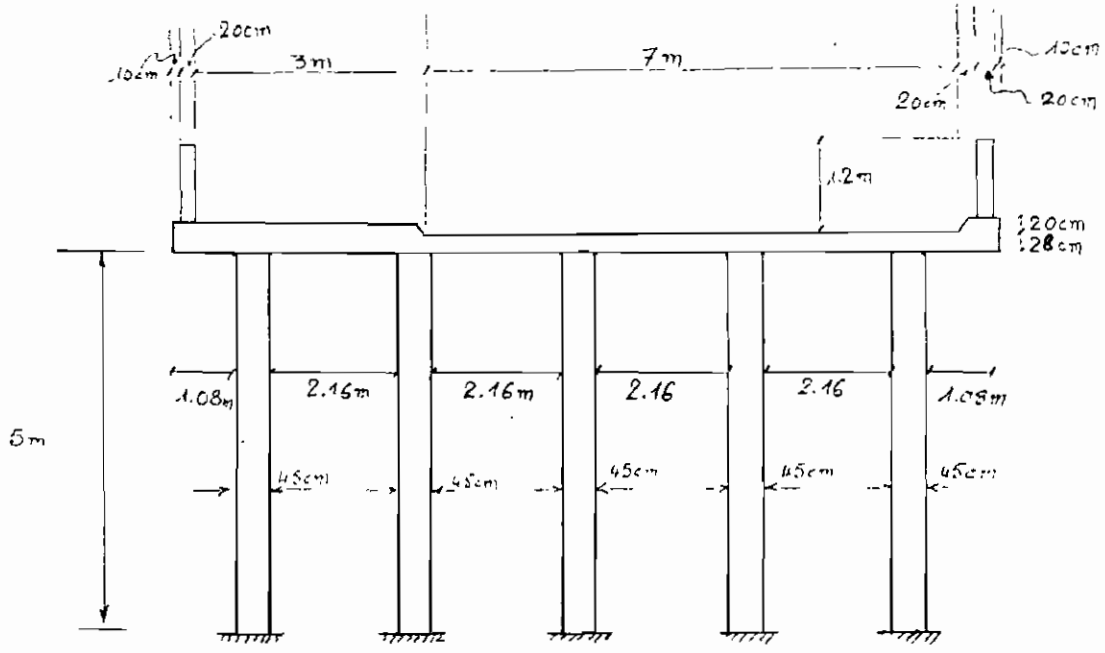
(1) : Alfio Séni : " Calcul des lignes d'influences pour les poutres continues par la méthode de distribution des moments" ds revue ing. Août 66



VUE LONGITUDINALE DU PONT

Echelle : 1/250

FIGURE 1



VUE TRANSVERSALE DU PONT (COUPE A-A)

FIGURE 2

Echelle : 1/100

1. LIGNE D'INFLUENCE (L.I)

1.1 Définition

La ligne d'influence (L.I) d'une cause sur un effet est un lieu dont chaque ordonnée représente la valeur de l'effet pour une charge unitaire au droit de l'endroit considéré

Si nous déplaçons le long d'une poutre une charge concentrée unitaire $P = 1$, calculons pour les positions successives de cette charge, les valeurs du moment M_B que nous mettons ensuite en ordonnées ces valeurs aux points d'application de P et que nous joignons ces différents points, nous obtenons alors l'influence de la charge mobile sur le moment à l'appui B.

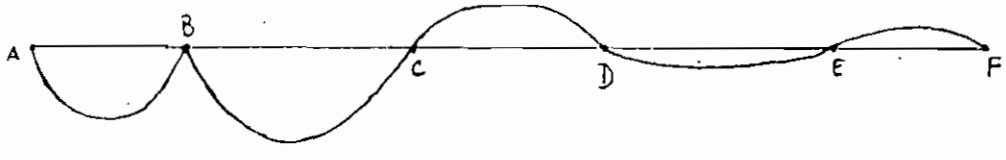


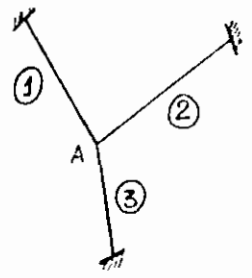
FIGURE 3

Il en sera de même pour les autres appuis. Nous allons illustrer les différentes étapes qui conduisent à la détermination de ces lignes d'influences.

1.2 Lignes d'influence sur le moment aux appuis

Le calcul des lignes d'influences necessite certaines considérations sur les inerties relatives des différents éléments de la structure.

a) Coefficients de distribution (α) et facteur de transmission (c)



Pour une barre donnée i aboutissant à un nœud quelconque, la valeur $\rho_i / \Sigma\rho$, est appelée coefficient de distribution.
$\rho_i = EI_i/L_i$ est la raideur de la barre i
$\Sigma\rho$: somme faite pour toutes les barres à ce nœud.

$M_B = C_{AB} \cdot M_A$

Le rapport entre le moment à l'extrémité éloignée sur celui distribué à l'autre extrémité s'appelle coefficient de transmission

$$C_{AB} = \frac{M_B}{M_A}$$

Remarque : Si la membrure AB était articulée en B, le moment de déséquilibre M_B serait $(1 - C_{AB} \cdot C_{BA})$ de ce qu'il est lorsqu'elle est encastrée en B ; soit $M_B = (1 - C_{AB} \cdot C_{BA})\, C_{AB} \cdot M_A$

Pour trouver ces coefficients α et c, nous allons utiliser les tables du Portland Cement Association (P.C.A)

Pour cela nous devons déterminer certains paramètres d'entrée dans ces tables. En se référant à la figure 4 nous aurons :

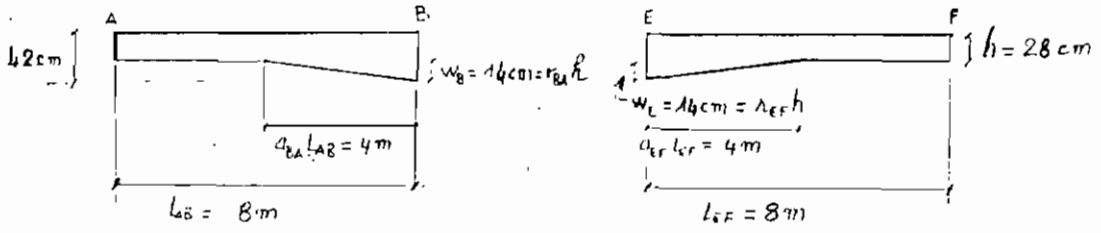
Pour les travées extrêmes : $r_{AB} = r_{FE} = 0$; $a_{AB} = a_{FE} = 0$

$r_{BA} = r_{EF} = .5$; $a_{BA} = a_{EF} = .5$

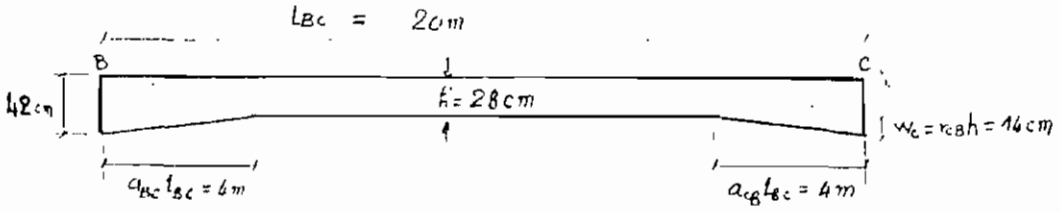
Pour les travées intermédiaires : $r_{BC} = r_{CB} = .5$; $a_{BC} = a_{CB} = .2$

$r_{DE} = r_{ED} = .5$ $a_{DE} = a_{ED} = .2$

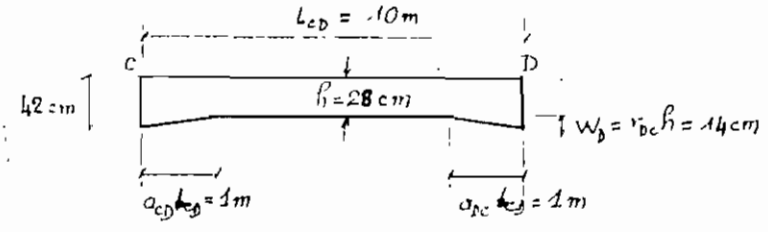
Pour la travée centrale ; $r_{CD} = r_{DC} = .5$ $a_{CD} = a_{DC} = .1$



a) TRAVÉES EXTREMES AB et EF



b) TRAVÉE INTERMEDIAIRE BC (ou DE)



c) TRAVÉE CENTRALE

FIGURE 4

ecole polytechnique de thies

A titre d'exemple trouvons les coefficients α et e à l'appui B:

- Coefficients de transmission : $C_{BA} = .4235$; $C_{BC} = .603$
- Coefficients de distribution : α'_{BA} et α'_{BC}

. raideurs des travées AB et BC : ρ_{BA} et ρ_{BC}

$$k_{BA} = 7.965 \Rightarrow \rho_{BA} = \frac{k_{BA}}{L_{AB}} = \frac{7.965}{8} = .996$$

$$k_{BC} = 6.1225 \Rightarrow \rho_{BC} = \frac{k_{BC}}{L_{BC}} = \frac{6.1225}{20} = .306$$

L'extrémité de la travée AB étant rotulée (appui en fouille), on aura : $\rho'_{BA} = \rho_{BA}(1 - C_{BA} \cdot C_{AB}) = .996(1 - .4235 \times .603) = .682$

. raideur des 5 colonnes au niveau de l'appui

$$\rho(5\text{ colonnes}) = 4 \times \frac{I}{L} = 4 \times \frac{bh^3}{12L} = 4 \times \frac{(5\times 450)(450)^3 \times 10^{-12}}{12 \times 5} = .0136$$

De là nous pourrons trouver nos coefficients de distribution:

$$\alpha'_{BA} = \frac{\rho_{BA}}{\rho'_{BA} + \rho_{BC} + \rho(5\text{colonnes})} = \frac{.682}{.682 + .306 + .0136} = .681$$

$$\alpha'_{BC} = \frac{\rho_{BC}}{\rho'_{BA} + \rho_{BC} + \rho(5\text{colonnes})} = \frac{.306}{.682 + .306 + .0136} = .306$$

Le processus est le même pour les autres appuis. Toutes les valeurs sont regroupées dans le tableau 1

Détermination des coefficients de distribution (K) et des facteurs de transmission (C) à partir des tablas du Portland Cement Association (P.C.A)

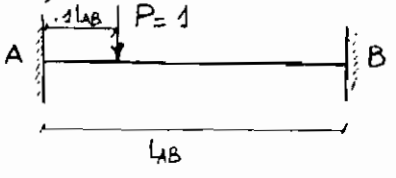
	A	B		C		D		E		F
M.E (wl^2) : j	-.0695 0	.1135 .165	-.09405 "	.09405 "	-.0897 "	.0897 "	-.09405 "	.09405 "	-.1135 .165	.0695 0
C	.7425	.4235	.603	.603	.559	.559	.603	.603	.4235	.7425
K	4.525	7.965	6.1225	6.1225	4.978	4.978	6.1225	6.1225	7.965	4.525
$\rho = K/L$	.566	.996	.306	.306	.498	.498	.306	.306	.996	.566
ρ (5 colonnes)		.0136		.0136		.0136		.0136		
$\Sigma\rho$	.566	1.3156		.8176		.8176		1.3156		.566
α	1	.757	.232	.374	.609	.609	.374	.232	.757	1
ρ'	.566	.682	.306	.306	.498	.498	.306	.306	.682	.566
$\Sigma\rho'$										
α'	0	.681	.306	.374	.609	.609	.374	.306	.681	0

TABLEAU 1

b) Moments d'encastrement

On appelle moments d'encastrement, les moments aux extrémités d'une barre encastrée dus à un chargement quelconque.
Pour ceci nous allons placer notre charge mobile unitaire à certaines positions de chacune des travées du pont. Pour chaque position (.1, .3, .5, .7 ou .9 de la travée étudiée), nous déterminons les moments d'encastrement dans les tables du L.C.A en utilisant les paramètres définis au §.1.2.a)

Exemple: Si nous plaçons notre charge à .1 de la travée AB, nous aurons:



$$\left.\begin{aligned} M_{AB} &= -.0787 \\ M_{BA} &= -.0149 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Il en sera de même pour les autres positions. Tous les résultats sont regroupés au tableau 2.

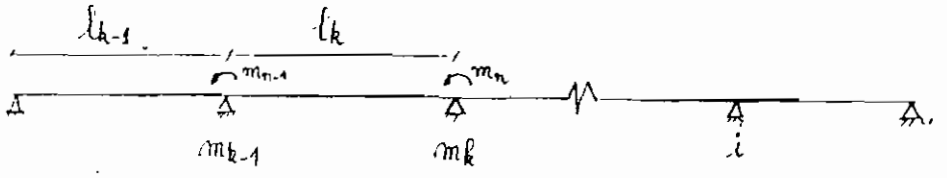
(1) : Le signe (-) est une convention d'Alfio Séni.

Calcul des moments d'encastrement pour différentes positions de la charge mobile (xPL)

Position de la charge	Travée AB		Travée BC		Travée CD		Travée DE		Travée EF	
	M_{AB}	M_{BA}	M_{BC}	M_{CB}	M_{CD}	M_{DC}	M_{DE}	M_{ED}	M_{EF}	M_{FE}
.1	-.0787	-.0149	-.0896	-.006025	-.0895	-.00552	-.0896	-.006025	-.0149	-.0787
.3	-.1318	-.1004	-.1779	-.061025	-.1654	-.0613	-.1779	-.61025	-.1004	-.1318
.5	-.0986	-.1846	-.1438	-.1438	-.1353	-.1353	-.1438	-.1438	-.1846	-.0986
.7	-.0416	-.1881	-.061025	-.1779	-.0613	-.1654	-.061025	-.1779	-.1881	-.0416
.9	-.00495	-.0879	-.006025	-.0896	-.00552	-.0895	-.006025	-.0896	-.0879	-.00495

TABLEAU 2

c) Distribution de moments:



Elle consiste à appliquer un moment (unitaire dans notre cas) m_k à un appui quelconque de notre poutre, et ensuite le distribuer sur les différents autres appuis.

On applique ainsi à chaque appui de notre pont en commençant de la gauche vers la droite, un moment unitaire non équilibré qu'on transmet et équilibre à tous les appuis de la poutre. Dans les tables 3 à 6 sont montrées les distributions des moments unitaires appliqués à gauche et à droite des appuis B et C.

Remarques: - L'extrémité A du pont étant sur appui simple, il n'est pas nécessaire d'appliquer un moment unitaire à cet endroit.

- Le pont étant symétrique, les résultats obtenus de la distribution des moments aux appuis B et C nous renseignent sur ceux concernant les appuis D et E

- Pour faciliter nos calculs, nous avons pris un moment égal à 1000. Après distribution tous les résultats sont divisés par 1000.

- Comme convention de signe, nous affecterons d'un signe (-) les moments appliqués à droite d'un appui et d'un signe (+) ceux appliqués à gauche d'un appui.

Distribution de Cross en appliquant un moment unitaire à gauche de l'appui B

	A	B		C		D		E	F
α	0	.681	.306	.374	.609	.609	.374	.306	.681	0
C	.7425	.4235	.603	.603	.559	.559	.603	.603	.4235	.7425
moment unitaire		1000								
		-681	-306	→ -184.5						
			41.6	← 69	112.4	→ 62.8				
		-28.3	-12.7	→ -7.7	-21.4	← -38.3	-23.5	→ -14.2		
			6.6	← 10.9	17.7	→ 8.9	2.6	← 4.3	9.7	
		-4.5	-2	→ -1.2	-4.3	← -7.6	-4.7	→ -2.8		
			1.2	← 2	3.3	→ 1.9	.5	← .9	1.9	
		-.8	-.4		-.8	← -1.5	-.9	→ -.5		
m		285.4	-271.7	-111.5	106.9	27.2	-26	-12.3	11.6	

TABLEAU 3

Distribution de Cross en appliquant un moment unitaire à droite de l'appui B

	A	B		C		D		E	F
α	0	.681	.306	.374	.609	.609	.374	.306	.681	0
C	.7425	.4235	.603	.603	.559	.559	.603	.603	.4235	.7425
moment unitaire			-1000						
		681	306 →	184.5					
			-41.6 ←	-69	-112.4 →	-62.8			
		28.3	12.7 →	9.7	21.4 ←	38.3	23.5 →	14.2	
			-6.6 ←	-10.9	-17.7 →	-9.9	-2.6 ←	-4.3	-9.7
		4.5	2 →	1.2	4.2 ←	7.6	4.7 →	2.8	
			-1.2 ←	-2	-3.3 →	-1.8	-.5 ←	-.9	-1.9
		.8	-4		.8 ←	1.4	.9 →	.5	
m		714.6	-728.3	111.5	-107	-27.2	26	12.3	-11.6

TABLEAU 4

Distribution de Cross en appliquant un moment unitaire à gauche de l'appui C

	A	B		C		D		E	F
α	0.	.681	.306	.374	.609	.609	.374	.306	.681	0
C	.7425	.4235	.603	.603	.559	.559	.603	.603	.4235	.7425
moment unitaire				1000						
			-225.5 ←	-374	-609 →	-340.4				
		153.6	69 →	41.6	115.9 ←	207.3	127.3 →	76.8		
			-35.5 ←	-58.9	-95.9 →	-53.6	-14.2 ←	-23.5	-52.3	
		24.2	10.9 →	6.6	23.1 ←	41.3	25.4 →	15.3		
			-6.7 ←	-11.1	-18.1 →	-10.1	-2.8 ←	-4.7	-10.4	
		4.6	2 →	1.2	4.4 ←	7.9	4.8 →	2.9		
			-1.3 ←	-2.1	-3.4 →	-1.9	-.5 ←	-.9	-.2	
		.9	.4 →	.2	.8 ←	1.5	.9 →	.5		
			-.2 ←	-.374	-.609 →	-.3				
m		183.6	-186.9	603.1	-582.8	-148.3	140.9	66.4	-64.7	

TABLEAU 5

Distribution de Cross en appliquant un moment unitaire à droite de l'appui C

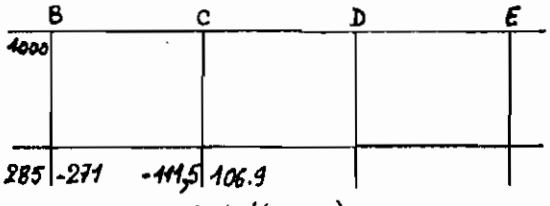
	A	B			C			D			E		F
α	0	.681	.306		.374	.609		.609	.374		.306	.681	0
C	.7425	.4235	.603		.603	.559		.559	.603		.603	.4235	.7425
moment unitaire						-1000							
			225.5	←	374	609	→	340.4					
		-153.6	-69	→	-41.6	-115.9	←	-207.3	-127.3	→	-76.8		
			35.5	←	58.9	95.9	→	53.6	14.2	←	23.5	52.3	
		-24.2	-10.9	→	-6.6	-23.1	←	-41.3	-25.4	→	-15.3		
			6.7	←	11.1	18.1	→	10.1	2.8	←	4.7	10.4	
		-4.6	-2.05	→	-1.2	-4.4	←	-7.9	-4.8	→	-2.9		
			1.3	←	2.1	3.4	→	1.9	.5	←	.9	2	
		-.9	.4	→	-.2	-.8	←	-1.5	-.9		-.5		
			.2	←	.374	.609	→	.3					
m		-183.3	186.6		396.9	-417.2		148.3	-140.9		-66.4	64.7	

TABLEAU 6

d) Coefficients d'influence des moments et ordonnées des L.I

Une fois la distribution des moments faite et que la sommation des valeurs à gauche et à droite de chaque appui ait eu lieu, nous sommes à même de déterminer nos coefficients d'influence mik (moment transmis à l'appui i après application d'un moment unitaire à l'appui k)

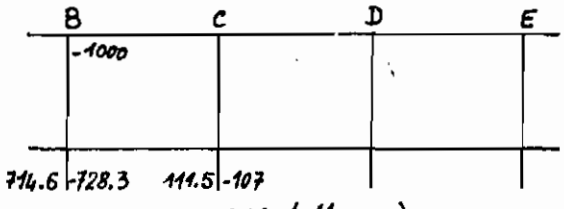
Exemple: déterminons les coefficients d'influence mik pour les appuis B et C en appliquant des moments unitaires à gauche et à droite des appuis B et C.



(Cf tableau 3)

$m_{bb} = \frac{285}{1000} = .286$

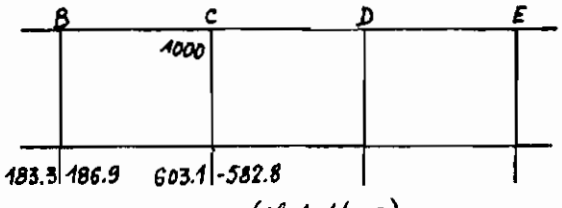
$m_{cb} = \frac{-111.5}{1000} = -.112$



(Cf tableau 4)

$m_{bb} = \frac{714.6}{1000} = .715$

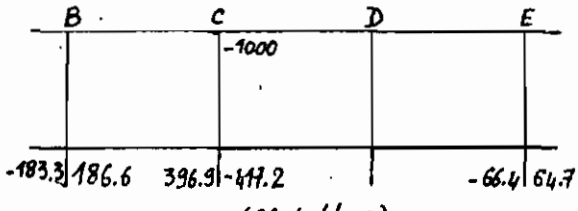
$m_{cb} = \frac{111.5}{1000} = .112$



(Cf table 5)

$m_{bc} = \frac{183.3}{1000} = .183$

$m_{cc} = \frac{603.1}{1000} = .603$



(Cf table 6)

$m_{bc} = \frac{-183.3}{1000} = -.183$

$m_{cc} = \frac{396.9}{1000} = .397$

Notes: - Les coefficients mik sont toujours obtenus en prenant les valeurs à gauche de l'appui i . Par exemple pour le premier tableau ci-dessus, nous avons $m_{bb} = \frac{285}{1000} = .285$ au lieu de $\frac{-271}{1000} = -.271$ pour l'appui B

- La différence des valeurs obtenues à gauche et à droite de chaque appui est la partie du moment unitaire repris par les colonnes.

- Pour la détermination des mik en appliquant des moments uni-

taires en D et E, nous utilisons la symétrie. En effet si nous voulons trouver m_{bd} en appliquant un moment à gauche de D, cela revient à aller dans le tableau 6 et de prendre la valeur à droite de l'appui E affectée d'un signe (-).

$$m_{bd} = (-1) \times \frac{64.7}{1000} = -.065$$

Après avoir trouvé tous les coefficients m_{ik} dont nous avons besoin, nous déterminons alors les ordonnées de nos lignes d'influence en multipliant les coefficients d'influence par les valeurs des moments d'encastrement (principe de superposition linéaire des effets). Le pont étant simplement appuyé aux extrémités, il résulte que les ordonnées des lignes d'influence pour les travées extrêmes ont un seul terme, tandis que celles pour les travées intermédiaires résultent de la sommation de deux termes qui sont les produits des moments d'encastrement par les coefficients d'influence respectif.

<u>Exemples</u>: - 1. En mettant une charge unitaire à .1 de la travée extrême AB, nous aurons comme moment au point B :

$$M_B = m_{bb} \cdot M_{BA} = .285 \times (-.0149) = \underline{4.24 \times 10^{-3}}$$

2. En plaçant cette même charge unitaire à .1 de la travée intermédiaire BC, nous aurons comme moment au point B :

$$M_B = m_{bb} \cdot M_{BC} + m_{bc} \cdot M_{CB} = .715(-.0896) + .183(-.006025) = \underline{-65.17 \times 10^{-3}}$$

Toutes ces valeurs devrons être multipliées par la longueur de leurs travées respectives.

Les autres valeurs sont obtenus de la même manière et les résultats sont regroupés dans les tableaux 7, 8, 9 et 10.

Partant de ces résultats, nous avons tracé les lignes d'influence du moment aux appuis B, C, D et E (Cf figures 7 à 10 en annexe)

Calcul de la ligne d'influence du moment à l'appui B ($\times 10^{-3}$)(PL)

Position de la charge mobile sur la travée	Travée AB	Travée BC	Travée CD	Travée DE	Travée EF
	$m_{bb} = .285$	$m_{bb} = .715$; $m_{bc} = .183$	$m_{bc} = -.183$; $m_{bd} = -.065$	$m_{bd} = .065$; $m_{be} = .012$	$m_{be} = -.012$
.1	$-.0149 \times .285 =$ -4.2465	$(-.0896)(.715) + (-.006025)(.183) =$ -65.17	$(-.0895)(-.183) + (-.00552)(-.065) =$ 16.74	$(-.0896)(.065) + (-.006025)(.012) =$ -5.89	$(-.0149)(-.012) =$ $.018$
.3	$-.1004 \times .285 =$ -28.614	$(-.1779)(.715) + (-.061025)(.183) =$ -138.37	$(-.1654)(-.183) + (-.0613)(-.065) =$ 34.25	$(-.1779)(.065) + (-.061025)(.012) =$ -12.29	$(-.1004)(-.012) =$ 1.2
.5	$-.1846 \times .285 =$ -52.611	$(-.1438)(.715) + (-.1438)(.183) =$ -129.13	$(-.1353)(-.183) + (-.1353)(-.065) =$ 33.55	$(-.1438)(.065) + (-.1438)(.012) =$ -11.07	$(-.1846)(-.012) =$ 2.22
.7	$-.1881 \times .285 =$ -53.608	$(-.061025)(.715) + (-.1779)(.183) =$ -76.19	$(-.0613)(-.183) + (-.1654)(-.065) =$ 21.97	$(-.061025)(.065) + (-.1779)(.012) =$ -6.1	$(-.1881)(-.012) =$ 2.26
.9	$-.0879 \times .285 =$ -25.052	$(-.006025)(.715) + (-.0896)(.183) =$ -20.7	$(-.00552)(-.183) + (-.0895)(-.065) =$ 6.83	$(-.006025)(.065) + (-.0896)(.012) =$ -1.47	$(-.0879)(-.012) =$ 1.06

TABLEAU 7

Calcul de la ligne d'influence du moment à l'appui C $(\times 10^{-3})(PL)$

Position de la charge mobile sur la travée	Travée AB	Travée BC	Travée CD	Travée DE	Travée EF
	$m_{cb} = -.112$	$m_{cb} = .112$; $m_{cc} = .603$	$m_{cc} = .397$; $m_{cd} = .141$	$m_{cd} = -.141$; $m_{ce} = -.026$	$m_{ce} = .026$
.1	$(-.0149)(-.112) =$ 1.67	$(-.0896)(.112) + (-.006025)(.603) =$ -13.67	$(-.0895)(.397) + (-.00552)(.141) =$ -36.3	$(-.0896)(-.141) + (-.006025)(-.026) =$ 12.8	$(-.0149)(.026) =$ -.4
.3	$(-.1004)(-.112) =$ 11.2	$(-.1779)(.112) + (-.061025)(.603) =$ -56.72	$(-.1654)(.397) + (-.0613)(.141) =$ -74.3	$(-.1779)(-.141) + (-.061025)(-.026) =$ 26.7	$(-.1004)(.026) =$ -2.6
.5	$(-.1846)(-.112) =$ 20.68	$(-.1438)(.112) + (-.1438)(.603) =$ -102.8	$(-.1353)(.397) + (-.1353)(.141) =$ -72.8	$(-.1438)(-.141) + (-.1438)(-.026) =$ 24	$(-.1846)(.026) =$ -4.8
.7	$(-.1881)(-.112) =$ 21.06	$(-.061025)(.112) + (-.1779)(.603) =$ -114.1	$(-.0613)(.397) + (.1654)(.141) =$ -47.7	$(-.061025)(-.141) + (-.1779)(-.026) =$ 13.2	$(-.1881)(.026) =$ -4.9
.9	$(-.0879)(-.112) =$ 9.84	$(-.006025)(.112) + (-.0896)(.603) =$ -54.7	$(-.00552)(.397) + (.0895)(.141) =$ -14.8	$(-.006025)(-.141) + (-.0896)(-.026) =$ 3.2	$(-.0879)(.026)$ -2.3

TABLEAU 8

École Polytechnique de Thiès

Calcul de la ligne d'influence du moment à l'appui D ($\times 10^{-3}$)(PL)

Position de la charge mobile sur la travée	Travée AB	Travée BC	Travée CD	Travée DE	Travée EF
	$m_{db} = .027$	$m_{db} = -.027$; $m_{dc} = -.148$	$m_{dc} = .148$; $m_{dd} = .417$	$m_{dd} = .583$; $m_{de} = .107$	$m_{de} = -.107$
.1	$(-.0149)(.027) =$ $-.4$	$(-.0896)(-.027) + (-.006025)(-.148) =$ 3.3	$(-.0895)(.148) + (-.00552)(.417) =$ -15.5	$(-.0896)(.583) + (-.006025)(.107) =$ -52.9	$(-.0149)(-.107) =$ 1.6
.3	$(-.1004)(.027) =$ -2.7	$(-.1779)(-.027) + (-.061025)(-.148) =$ 13.8	$(-.1654)(.148) + (-.0613)(.417) =$ -50	$(-.1779)(.583) + (-.061025)(.107) =$ -110.2	$(-.1004)(-.107) =$ 10.7
.5	$(-.1846)(.027) =$ -5	$(-.1438)(-.027) + (-.1438)(-.148) =$ 25.2	$(-.1353)(.148) + (-.1353)(.417) =$ -76.4	$(-.1438)(.583) + (-.1438)(.107) =$ -99.2	$(-.1846)(-.107) =$ 19.8
.7	$(-.1881)(.027) =$ -5.1	$(-.061025)(-.027) + (-.1779)(-.148) =$ 27.9	$(-.0613)(.148) + (-.1654)(.417) =$ -78	$(-.061023)(.583) + (-.1779)(.107) =$ -54.6	$(-.1881)(-.107) =$ 20.1
.9	$(-.0879)(.027) =$ -2.4	$(-.006025)(-.027) + (-.0896)(-.148) =$ 13.4	$(-.00552)(.148) + (-.0895)(.417) =$ -38.1	$(-.006025)(.583) + (-.0896)(.107) =$ -13.1	$(-.0879)(-.107) =$ 9.4

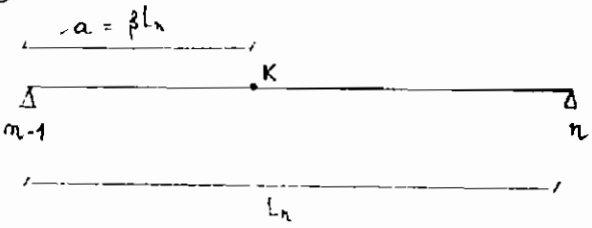
TABLEAU 9

Calcul de la ligne d'influence du moment à l'appui E ($\times 10^{-3}$)(PL)

Position de la charge mobile sur la travée	Travée AB	Travée BC	Travée CD	Travée DE	Travée EF
	$m_{Eb} = -.012$	$m_{Eb} = .012$; $m_{Ec} = .066$	$m_{Ec} = -.066$; $m_{Ed} = -.187$	$m_{Ed} = .187$; $m_{EE} = .728$	$m_{EE} = .272$
.1	$(-.0149)(-.012) =$ .2	$(-.0896)(.012) + (-.006025)(.066) =$ -1.5	$(.0895)(-.066) + (-.00552)(-.187) =$ 6.9	$(-.0896)(.187) + (-.006025)(.728) =$ -21.1	$(-.0149)(.272) =$ -4.05
.3	$(-.1004)(-.012) =$ 1.2	$(-.1779)(.012) + (-.061025)(.066) =$ -6.2	$(-.1654)(-.066) + (-.0613)(-.187) =$ 22.4	$(-.1779)(.187) + (-.061025)(.728) =$ -77.7	$(-.1004)(.272) =$ -27.3
.5	$(-.1846)(-.012) =$ 2.2	$(-.1438)(.012) + (-.1438)(.066) =$ -11.2	$(-.1353)(-.066) + (-.1353)(-.187) =$ 34.2	$(-.1438)(.187) + (-.1438)(.728) =$ -131.6	$(-.1846)(.272) =$ -50.2
.7	$(-.1881)(-.012) =$ 2.3	$(-.061025)(.012) + (-.1779)(.066) =$ -12.5	$(-.0613)(-.066) + (-.1654)(-.187) =$ 34.9	$(-.061025)(.187) + (-.1779)(.728) =$ -140.9	$(-.1881)(.272) =$ -51.2
.9	$(-.0879)(-.012) =$ 1.05	$(-.006025)(.012) + (-.0896)(.066) =$ -5.9	$(-.00552)(-.066) + (.0895)(-.187) =$ 17.1	$(-.006025)(.187) + (-.0896)(.728) =$ -66.4	$(-.0879)(.272) =$ -23.9

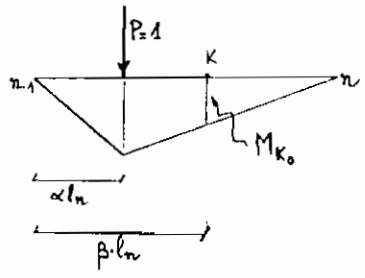
TABLEAU 10

1.3 : Lignes d'influence sur le moment à des points intermédiaires



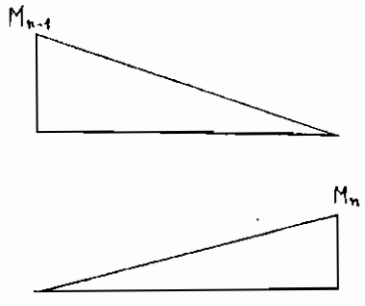
Une fois connues les lignes d'influence pour les moments aux appuis d'une poutre continue, nous pouvons en déduire celle pour un point quelconque. Si notre poutre se réduit à la seule travée n-1, n, nous aurons en mettant une charge unitaire à un point quelconque:

$$M_K = M_{K_0} + M_{n-1}\frac{l_n - a}{l_n} + M_n \frac{a}{l_n}$$

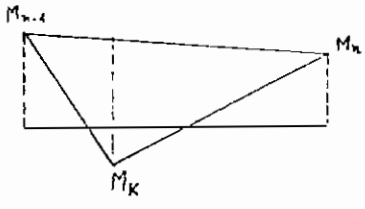


M_{K_0} est le moment au point K et est égal à :

- $\beta\alpha$ si $\alpha < 1-\beta$
- $(1-\alpha)(1-\beta)$ si $\alpha > 1-\beta$
- $(1-\alpha)\alpha$ si $\alpha = 1-\beta$



M_{n-1} et M_n sont les moments fléchissants aux appuis n-1 et n de la poutre continue. Ils sont obtenus à partir des lignes d'influence du moment aux appuis n-1 et n



M_K = moment au point K (à αl_n de l'appui n-1) de la travée n-1, n

Notons que pour les travées autres que celles où se trouve le point K, le terme M_{K_0} est nul.

Exemple: Trouvons l'ordonnée de la L.I du moment à .3 de la travée BC en plaçant notre charge unitaire à .1 de la travée BC

Donc nous avons: $\alpha = .1$, $\beta = .3$ $\Rightarrow \alpha < 1-\beta = .7 \Rightarrow M_{K_0} = \beta\alpha = .1 \times .7 = .07$

$M_{n-1} = -65.17 \times 10^{-3}$ (tableau 7)

$M_n = -13.67 \times 10^{-3}$ (tableau 8)

D'où $M_K = M_{K_0} + \frac{L_{BC}\beta L_{BC}}{L_{BC}} M_{n-1} + \frac{\beta L_{BC}}{L_{BC}} M_n$

$= M_{K_0} + (1-\beta) M_{n-1} + \beta M_n$

$= .07 + (1-.3)(-.06517) + .3(-.01367) = .0203$ (Cf tableau 14)

Toutes les valeurs ont été ainsi obtenues et sont regroupées dans les tableaux 11 à 18.

Partant de ces résultats, nous avons tracé les lignes d'influence du moment aux points intermédiaires (Cf fig 11 à 18 en annexe)

Calcul de la ligne d'influence du moment à .3 de la travée AB ($\times 10^{-3}$)(PL)

Position de la charge sur la travée	Travée AB				Travée BC				Travée CD			
	M_{K_o}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_o}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_o}	M_{n-1}	M_n	M_K
.1	70	0	-4.25	68.7	0	0	-65.17	-19.6	0	0	16.74	+5.02
.3	210	0	-28.62	201.4	0	0	-138.37	-41.5	0	0	34.25	10.3
.5	150	0	-52.61	134.2	0	0	-124.13	-38.7	0	0	33.53	10.1
.7	90	0	-53.61	73.9	0	0	-76.19	-22.8	0	0	21.97	6.6
.9	30	0	-25.05	22.5	0	0	-20.7	-6.2	0	0	6.83	2.05
	Travée DE				Travée EF							
.1	0	0	-5.89	-1.8	0	0	.018	.005				
.3	0	0	-12.29	-3.7	0	0	1.2	.36				
.5	0	0	-11.07	-3.3	0	0	2.22	.67				
.7	0	0	-6.1	-1.8	0	0	2.26	.68				
.9	0	0	-1.47	-.44	0	0	1.06	.32				

$$M_K = M_{K_o} + .7\,M_{n-1} + .3\,M_n$$

TABLEAU 11

Calcul de la Ligne d'influence du moment à .5 de la travée AB ($\times 10^{-3}$)(PL)

Position de La charge sur la travée	Travée AB				Travée BC				Travée CD			
	M_{K_0}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_0}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_0}	M_{n-1}	M_n	M_K
.1	50	0	-4.25	47.9	0	0	-65.17	-32.6	0	0	16.74	8.4
.3	150	0	-28.62	135.7	0	0	-138.37	-69.2	0	0	34.25	17.12
.5	250	0	-52.62	223.7	0	0	-129.13	-64.6	0	0	33.55	16.3
.7	150	0	-53.61	123.2	0	0	-76.19	-38.1	0	0	21.97	10.98
.9	50	0	-25.05	37.5	0	0	-20.7	-10.4	0	0	6.83	3.4
	Travée DE				Travée EF							
.1	0	0	-5.89	-2.9	0	0	.018	.009				
.3	0	0	-12.29	-6.14	0	0	1.2	.6				
.5	0	0	-11.07	-5.53	0	0	2.22	1.11				
.7	0	0	-6.1	-3.05	0	0	2.26	1.13				
.9	0	0	-1.47	-.73	0	0	1.06	.53				

$$M_K = M_{K_0} + .5M_{n-1} + .5M_n$$

TABLEAU 12

Ecole polytechnique de Thies

Calcul de la ligne d'influence du moment à .7 de la travée AB ($\times 10^{-3}$)(PL)

Position de la charge sur la travée	Travée AB				Travée BC				Travée CD			
	M_{K_0}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_0}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_0}	M_{n-1}	M_n	M_K
.1	30	0	-4.25	27	0	0	-65.17	-45.6	0	0	16.74	11.7
.3	90	0	-28.62	70	0	0	-138.37	-96.9	0	0	34.25	24
.5	150	0	-52.61	113.2	0	0	-129.13	-90.4	0	0	33.55	23.5
.7	210	0	-53.61	172.5	0	0	-76.19	-53.3	0	0	21.97	15.4
.9	70	0	-25.05	52.5	0	0	-20.7	-14.5	0	0	6.83	4.8
	Travée DE				Travée EF							
.1	0	0	-5.89	-4.1	0	0	.018	.012				
.3	0	0	-12.29	-8.6	0	0	1.2	.84				
.5	0	0	-11.07	-7.8	0	0	2.22	1.55				
.7	0	0	-6.1	-4.3	0	0	2.26	1.58				
.9	0	0	-1.47	-1.03	0	0	1.06	.74				

$$M_K = M_{K_0} + .3M_{n-1} + .7M_n$$

TABLEAU 13

Calcul de la ligne d'influence du moment à .3 de la travée BC ($\times 10^{-3}$)(PL)

Position de la charge sur la travée	Travée AB				Travée BC				Travée CD			
	M_{K_o}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_o}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_o}	M_{n-1}	M_n	M_K
.1	0	-4.25	1.67	-2.5	70	-65.17	-13.67	20.3	0	16.74	-36.3	-8
.3	0	-28.61	11.2	-16.7	210	-138.37	-56.72	96.1	0	34.25	-74.3	1.7
.5	0	-52.61	20.68	-30.62	150	-129.13	-102.8	28.8	0	33.55	-72.8	1.6
.7	0	-53.61	21.06	-31.2	90	-76.19	-114.1	2.4	0	21.97	-47.7	1.1
.9	0	-25.05	9.84	-14.6	30	-20.7	-54.7	-.9	0	6.83	-14.8	.3
	Travée DE				Travée EF							
.1	0	-5.89	12.8	-.3	0	.018	-.4	-.1				
.3	0	-12.29	26.7	-.6	0	1.2	-2.6	+.1				
.5	0	-11.07	24	-.5	0	2.22	-4.8	.1				
.7	0	-6.1	13.2	-.3	0	2.26	-4.9	.1				
.9	0	-1.47	3.2	-.1	0	1.06	-2.3	.05				

$$M_K = M_{K_o} + .7M_{n-1} + .3M_n$$

TABLEAU 14

Calcul de la ligne d'influence du moment à .5 de la travée BC ($\times 10^{-3}$)(PL)

Position de la charge sur la travée	Travée AB				Travée BC				Travée CD			
	M_{K_o}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_o}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_o}	M_{n-1}	M_n	M_K
.1	0	-4.25	1.67	-1.3	50	-65.17	-13.67	10.6	0	16.74	-36.3	-9.8
.3	0	-28.61	11.2	-8.7	150	-138.13	-56.72	52.5	0	34.25	-74.3	-20
.5	0	-52.61	20.68	-16	250	-129.13	-102.8	134	0	33.55	-72.8	-19.6
.7	0	-53.61	21.06	-16.3	150	-76.19	-114.1	54.9	0	21.97	-47.7	-12.9
.9	0	-25.05	9.84	-7.6	50	-20.7	-54.7	12.3	0	6.83	-14.8	-4
	Travée DE				Travée EF							
.1	0	-5.89	12.8	3.5	0	.018	-.4	-.2				
.3	0	-12.29	26.7	7.2	0	1.2	-2.6	-.7				
.5	0	-11.07	24	6.5	0	2.22	-4.8	-1.29				
.7	0	-6.1	13.2	3.6	0	2.26	-4.9	-1.32				
.9	0	-1.47	3.2	.9	0	1.06	-2.3	-.6				

$$M_K = M_{K_o} + .5M_{n-1} + .5M_n$$

TABLEAU 15

Calcul de la ligne d'influence du moment à .7 de la travée BC ($\times 10^{-3}$)(PL)

Position de la charge sur la travée	Travée AB				Travée BC				Travée CD			
	M_{K_0}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_0}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_0}	M_{n-1}	M_n	M_K
.1	0	-4.25	1.67	-.1	30	-65.17	-13.67	6.35	0	16.74	-36.3	-20.4
.3	0	-28.61	11.2	-.7	90	-138.37	-56.72	8.78	0	34.25	-74.3	-41.7
.5	0	-52.61	20.68	-1.31	150	-129.13	-102.8	39.3	0	33.55	-72.8	-40.9
.7	0	-53.61	21.06	-1.34	210	-76.19	-114.1	107.3	0	21.97	-47.7	-26.8
.9	0	-25.05	9.84	-.63	70	-20.7	-54.7	25.5	0	6.83	-14.8	-8.3
	Travée DE				Travée EF							
.1	0	-5.89	12.8	7.2	0	.018	-.4	-.3				
.3	0	-12.29	26.7	15	0	1.2	-2.6	-1.5				
.5	0	-11.07	24	13.5	0	2.22	-4.8	-2.7				
.7	0	-6.1	13.2	7.4	0	2.26	-4.9	-2.8				
.9	0	-1.47	3.2	1.8	0	1.06	-2.3	-1.3				

$$M_K = M_{K_0} + .3M_{n-1} + .7M_n$$

TABLEAU 16

Calcul de la ligne d'influence du moment à .3 de la travée CD ($\times 10^{-3}$)(PL)

Position de la charge sur la travée	Travée AB				Travée BC				Travée CD			
	M_{K_0}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_0}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_0}	M_{n-1}	M_n	M_K
.1	0	1.67	-.4	1.05	0	-13.67	3.3	-8.6	70	-36.3	-15.5	40.03
.3	0	11.2	-2.7	7.03	0	-56.72	13.8	-35.6	210	-74.3	-50	143
.5	0	20.68	-5	13	0	-102.8	25.2	-64.4	150	-72.8	-76.4	76.12
.7	0	21.06	-5.1	13.2	0	-114.1	27.9	-71.5	90	-47.7	-78	33.2
.9	0	9.84	-2.4	6.2	0	-54.7	13.4	-34.3	30	-14.8	-38.1	8.2
	Travée DE				Travée EF							
.1	0	12.8	-52.9	-6.9	0	-.4	1.6	.2				
.3	0	+ 26.7	-110.2	-14.4	0	-2.6	10.7	1.4				
.5	0	24	-99.2	-13	0	-4.8	19.8	2.6				
.7	0	13.2	-54.6	-7.14	0	-4.9	20.1	2.6				
.9	0	3.2	-13.1	-1.7	0	-2.3	9.4	1.2				

$$M_{K_1} = M_{K_0} + .7M_{n-1} + .3M_n$$

TABLEAU 17

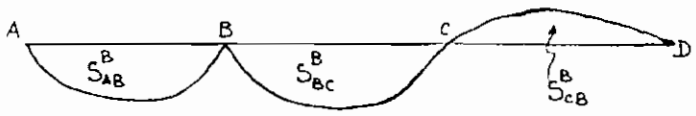
Calcul de la ligne d'influence du moment à .5 de la travée CD ($\times 10^{-3}$)(PL)

Position de la charge sur la travée	Travée AB				Travée BC				Travée CD			
	M_{K_o}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_o}	M_{n-1}	M_n	M_K	M_{K_o}	M_{n-1}	M_n	M_K
.1	0	1.67	-.4	.64	0	-13.67	3.3	-5.2	50	-36.3	-15.5	24.1
.3	0	11.2	-2.7	4.25	0	-56.72	13.8	-21.46	150	-74.3	-50	87.85
.5	0	20.68	-5	7.84	0	-102.8	25.2	-38.8	250	-72.8	-76.4	175.4
.7	0	21.06	-5.1	7.98	0	-114.1	27.9	-43.1	150	-47.7	-78	87.15
.9	0	9.84	-2.4	3.72	0	-54.7	13.4	-20.65	50	-14.8	-38.1	23.55
	Travée DE				Travée EF							
.1	0	12.8	-52.9	-20.05	0	-.4	1.6	.6				
.3	0	26.7	-110.2	-41.75	0	-2.6	10.7	4.05				
.5	0	24	-99.2	-37.6	0	-4.8	19.8	7.5				
.7	0	13.2	-54.6	-20.7	0	-4.9	20.1	7.6				
.9	0	3.2	-13.1	-4.95	0	-2.3	9.4	3.55				

$$M_K = M_{K_o} + .5M_{n-1} + .5M_n$$

TABLEAU 18

1.4 Calcul des surfaces des lignes d'influence



Pour le calcul des moments pour les charges uniformément réparties, il est nécessaire de calculer les surfaces des lignes d'influence

Si l'on suppose une charge uniforme q appliquée sur une travée de poutre, le moment produit sera :

$$M = q S^Z_{XY}$$

S^Z_{XY} étant la surface de la ligne d'influence du moment au point Z afférente à la travée XY chargée.

Lorsque les lignes d'influence ont été calculées par la méthode de Crass et que les coefficients d'influence m_{ik} sont connus, les surfaces des lignes d'influence peuvent se calculer aisément avec une précision accrue.

a) Surface des L.I du moment aux appuis

Nous savons que si une travée de longueur L est chargée d'une charge uniformément répartie, le moment d'encastrement sera $j q L^2$ (1). Par conséquent la surface de la ligne d'influence du moment d'encastrement est jL^2 et celle de la ligne d'influence du moment M sera $m_{ik} jL^2$.

(1) . $j = \frac{1}{12}$ pour les poutres à inertie constante

variable pour poutres à inertie variable (Cf tables L.C.A)

- Pour une travée extrême XY, on aura :

$$S^{z}_{XY} = m_{ZY} \cdot j_{XY} \cdot L^{2}_{XY}$$

Exemple: La surface de la ligne d'influence du moment à l'appui B pour la travée AB du pont sera :

$$S^{B}_{AB} = m_{BB} \cdot j_{AB} L^{2}_{AB} = .285 \times .165 \times 8^{2} = \underline{3.01\ m^{2}} \quad (\text{Cf tableau 19})$$

- Pour une travée intermédiaire $X_1 Y_1$ on aura :

$$S^{z}_{X_1 Y_1} = (m_{ZX_1} + m_{ZY_1})\, j_{X_1 Y_1}\, L^{2}_{X_1 Y_1}$$

Exemple: La surface de la ligne d'influence du moment à l'appui B pour la travée BC du pont sera :

$$S^{B}_{BC} = (m_{BB} + m_{BC}) \cdot j_{BC} \cdot L^{2}_{BC}$$

$$= (.715 + .183) \times .094 \times 20^{2} = \underline{33.76\ m^{2}} \quad (\text{Cf tableau 19})$$

Toutes les surfaces des lignes d'influence aux appuis pour chaque travée du pont sont présentées dans le tableau 19.

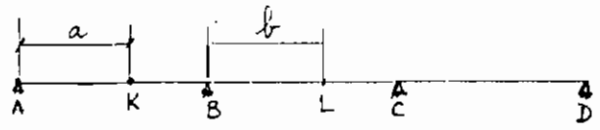
Calcul des surfaces des lignes d'influences des moments aux appuis B, C, D, E (m^2)

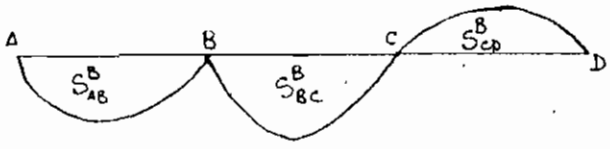
Travée	coefficient M.E	Longueur (m)	Appui B	Appui C	Appui D	Appui E
AB	.165	8	$.285 \times .165 \times 8^2 =$ 3.01	$.112 \times .165 \times 8^2 =$ 1.18	$.027 \times .165 \times 8^2 =$ .285	$.012 \times .165 \times 8^2 =$ .13
BC	.094	20	$(.715 + .183) \times .094 \times 20^2 =$ 33.76	$(.112 + .603) \times .094 \times 20^2 =$ 26.88	$(.027 + .148) \times .094 \times 20^2 =$ 6.58	$(.012 + .066) \times .094 \times 20^2 =$ 2.93
CD	.09	10	$(.183 + .065) \times .09 \times 10^2 =$ 2.23	$(.397 + .141) \times .09 \times 10^2 =$ 4.84	$(.148 + .417) \times .09 \times 10^2 =$ 5.085	$(.066 + .187) \times .09 \times 10^2 =$ 2.28
DE	.094	20	$(.065 + .012) \times .094 \times 20^2 =$ 2.89	$(.141 + .026) \times .094 \times 20^2 =$ 6.28	$(.583 + .107) \times .094 \times 20^2 =$ 25.94	$(.187 + .728) \times .094 \times 20^2 =$ 34.4
EF	.165	8	$(.012)(.165)\ 8^2 =$ +.13	$.026 \times .165 \times 8^2 =$ .27	$.107 \times .165 \times 8^2 =$ 1.13	$.272 \times .165 \times 8^2 =$ 2.87

TABLEAU 19

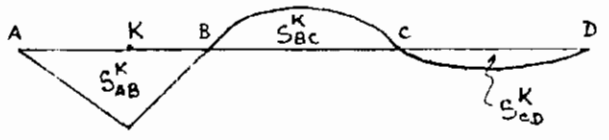
b) Surface des L.I du moment à des points intermédiaires:

Les surfaces des lignes d'influence aux appuis étant déterminées, celles pour des points intermédiaires s'en déduisent.

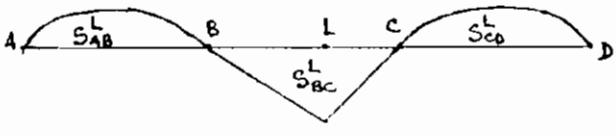




} L.I sur le moment à un appui: B

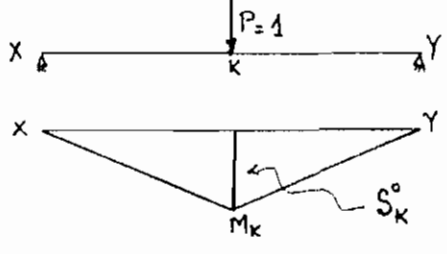


} L.I sur le moment à un point intermédiaire de la travée extrême K



} L.I sur le moment à un point intermédiaire de la travée intermédiaire: L

Si une charge est placée sur une travée quelconque XY que nous considérons sur appui simple, nous aurons:



$S^\circ_K = (M_K \cdot L_{XY})/2$

M_K est le moment au point K lorsque la charge unitaire est en ce point.

En faisant une superposition, nous aurons:

- Pour un point K intermédiaire dans la travée extrême AB:

$$S^K_{AB} = S^\circ_K - S^B_{AB} \times (a/L_{AB})$$

$$S^K_{BC} = 0 - S^B_{BC} \times (a/L_{AB})$$

$$S^K_{CD} = 0 + S^B_{CD} \times (a/L_{AB})$$

Exemple: La surface de la ligne d'influence du moment à .3AB pour la travée AB du pont sera:

$$S_{AB}^{.3AB} = S_K^{0} \div S_{AB}^{B}\,(a/L_{AB}) = (M_K \cdot L_{AB})\frac{L_{AB}}{2} - S_{AB}^{B}\left(\frac{.3L_{AB}}{L_{AB}}\right)$$

$$= (.21\times 8)\frac{8}{2} - 3.01\times .3 = 6.72 - .9 = \underline{5.82\,m^2} \quad (\text{Cf tableau 20})$$

- Pour un point intermédiaire dans la travée intermédiaire BC :

$$S_{AB}^{L} = 0 - S_{AB}^{B}\,(L_{BC}-b)/L_{BC} + S_{AB}^{C}\,(b/L_{BC})$$

$$S_{BC}^{L} = S_L^{0} - S_{BC}^{B}\,(L_{BC}-b)/L_{BC} - S_{BC}^{C}\,(b/L_{BC})$$

$$S_{CD}^{L} = 0 + S_{CD}^{B}\,(L_{BC}-b)/L_{BC} - S_{CD}^{C}\,(b/L_{BC})$$

Exemple: La surface de la ligne d'influence du moment à .38C pour la travée BC du pont sera :

$$S_{BC}^{.38C} = (M_K L_{BC})\frac{L_{BC}}{2} - S_{BC}^{B}\,(L_{BC}-.3L_{BC})/L_{BC} - S_{BC}^{C}\left(\frac{.3L_{BC}}{L_{BC}}\right)$$

$$= (.21\times 20)\frac{20}{2} - 33.76\times .7 - 26.88\times .3$$

$$= 42 - 23.63 - 8.06 = \underline{10.31} \quad (\text{Cf tableau 21})$$

Il en est ainsi pour tous les autres points intermédiaires étudiés. Les résultats sont regroupés dans les tableaux 20, 21, 22 et 23.

Remarques: - Pour les travées ne contenant pas le point intermédiaire étudié ou la travée extrême contenant le point intermédiaire étudié, les surfaces s'obtiennent en faisant la différence entre les deux termes en présence.

- Pour une travée intermédiaire contenant le point intermédiaire étudié, la surface s'obtient en faisant la différence entre S_K^{0} et le cumul des deux autres termes.

Calcul des surfaces des lignes d'influence des moments à .3(AB) et .5(AB) (en m^2)

Travée (XY)	Longueur (m)	.3 de la travée AB (K à .3AB)					.5 de la travée AB (K à .5AB)				
		M_K pour une charge au point K	S^o_K	S^A_{XY} (1-3)	S^B_{XY} x.3	S^K_{XY}	M_K pour une charge au point K	S^o_K	S^A_{XY} (1-.5)	S^B_{XY} x.5	S^K_{XY}
AB	8	.21	$.21 \times 8^2 \times \frac{1}{2} =$ 6.72	0	3.01 x .3 = .9	5.82	.25	$.25 \times 8^2 \times \frac{1}{2} =$ 8	0	3.01 x .5 = 1.5	6.5
BC	20	0	0	0	33.76 x .3 = 10.13	10.13	0	0	0	33.76 x .5 = 16.88	16.88
CD	10	0	0	0	+2.23 x .3 = .67	.67	0	0	0	2.23 x .5 = 1.12	1.12
DE	20	0	0	0	2.89 x .3 = .87	.87	0	0	0	2.89 x .5 = 1.44	1.44
EF	8	0	0	0	+.13 x .3 = .04	.04	0	0	0	.13 x .5 = .06	.06

TABLEAU 20

Calcul des surfaces des lignes d'influence des moments à .7(AB) et .3(BC) (en m²)

Travée(XY)	Longueur (m)	.7 de la travée AB (K à .7AB)					.3 de la travée BC (K à .3BC)				
		M_K pour une charge au point K	S°_K	S^{A}_{XY} (1-.7)	$S^{B.}_{XY}$ (.7)	S^{K}_{XY}	M_K pour une charge au point K	S°_K	S^{B}_{XY} (1-.3)	S^{C}_{XY} x .3	S^{K}_{XY}
AB	8	.21	$.21 \times 8^{2} \times \frac{1}{2}$ = 6.72	0	3.01 x .7 = 2.11	4.61	0	0	3.01 x .7 = 2.11	1.18 x .3 = .35	1.76
BC	20	0	0	0	33.76 x .7 = 23.63	23.63	.21	$.21 \times 20^{2} \times \frac{1}{2}$ = 42	33.76 x .7 = 23.63	26.88 x .3 = 8.06	10.31
CD	10	0	0	0	2.23 x .7 = 1.56	1.56	0	0	2.23 x .7 = 1.56	4.84 x .3 = 1.45	.11
DE	20	0	0	0	2.89 x .7 = 2.02	2.02	0	0	2.89 x .7 = 2.02	6.28 x .3 = 1.88	.14
EF	10	0	0	0	.13 x .7 = .09	.09	0	0	.13 x .7 = .09	.27 x .3 = .08	.01

TABLEAU 21

Calcul des surfaces des lignes d'influence des moments à .5(BC) et .7(BC) (en m^2)

Travée (xy)	Longueur (m)	.5 de la travée BC (K à .5BC)					.7 de la travée BC (K à .7BC)				
		M_K pour une charge au point K	S°_K	S^{B}_{xy} (1-.5)	S^{C}_{xy} X.5	S^{K}_{xy}	M_K pour une charge au point K	S°_K	S^{B}_{xy} (1-.7)	S^{C}_{xy} X.7	S^{K}_{xy}
AB	8	0	0	3.01x.5= 1.5	1.18x.5 = .59	.91	0	0	3.01x.3 = .9	1.18x.7= .83	.07
BC	20	.250	.250 x 20^2 x $\frac{1}{2}$= 50	33.76x.5= 16.88	26.88x.5= 13.44	19.68	.21	.21 x 20^2 x $\frac{1}{2}$= 42	33.76x.3= 10.13	26.88x.7 18.82	13.05
CD	10	0	0	2.23x.5= 1.12	4.84x.5= 2,42	1.3	0	0	2.23x.3= .67	4.84x.7= 3.39	2.72
DE	20	0	0	2.89x.5= 1.44	6.28x.5= 3.14	1.7	0	0	2.89x.3= .87	6.28x.7= 4.4	3.53
EF	8	0	0	.13x.5 = .06	.27x.5 = .13	.07	0	0	.13x.3 = .04	.27x.7= .19	.15

TABLEAU 22

Calcul des surfaces des lignes d'influence des moments à .3(CD) et .5(CD) (en m^2)

Travée (XY)	longueur (m)	.3 de la travée CD (K à .3CD)					.5 de la travée CD (K à .5CD)				
		M_K pour une charge au point K	S^o_K	S^{α}_{XY} (1-.3)	S^D_{XY} x .3	S^K_{XY}	M_K pour une charge au point K	S^o_K	S^c_{XY} (1-.5)	S^D_{XY} x .5	S^K_{XY}
AB	8	0	0	1.18x.7= .83	.285 x.3= .08	.75	0	0	1.18 x.5= .59	.285x.5 .14	.45
BC	20	0	0	26.88 x.7= 18.82	6.58 x.3= 1.97	16.85	0	0	26.88x.5= 13.44	6.58x.5 3.29	10.15
CD	10	.21	.21x10^2x$\frac{1}{2}$= 10.5	4.84x.7= 3.39	5.08x.3= 1.52	5.59	.25	.25x10^2x$\frac{1}{2}$= 12.5	4.84x.5= 2.42	5.08x.5= 2.54	7.54
DE	20	0	0	6.28x.7= 4.4	25.94x.3= 7.78	3.38	0	0	6.28x.5= 3.14	25.94x.5= 12.97	9.83
EF	8	0	0	.27x.7= .19	1.13x.3= .34	.15	0	0	.27x.5= .13	1.13x.5= .56	.43

TABLEAU 23

2. ETUDE DE CHARGEMENT

2.1 Définition:

L'étude de chargement consiste à évaluer les différentes charges susceptibles de solliciter notre ouvrage. Pour ceci nous distinguerons deux catégories:

- La charge permanente = poids de la dalle et du bitume pour la chaussée
- La charge vive ou surcharge = poids maximum du camion pouvant passer sur le pont.

Pour chacune de ces catégories de chargement, nous allons déterminer les moments qui sont engendrés.

2.2 Etude des moments:

a) Moments causés par la surcharge:

Pour le calcul des moments engendrés par les surcharges, le code canadien du pont (S6 M78) nous suggère deux alternatives:

i) Charge de camion

Le S.6 M78 recommande de considérer le camion M.S 250-77 (Cf figure 5) comme étant la plus grande surcharge pouvant passer sur le pont. Le principe consiste à traîner le camion sur le pont et de trouver à quelle position il produit un moment maximum à un point donné.

Exemple: Pour l'appui B, nous avons trouvé:

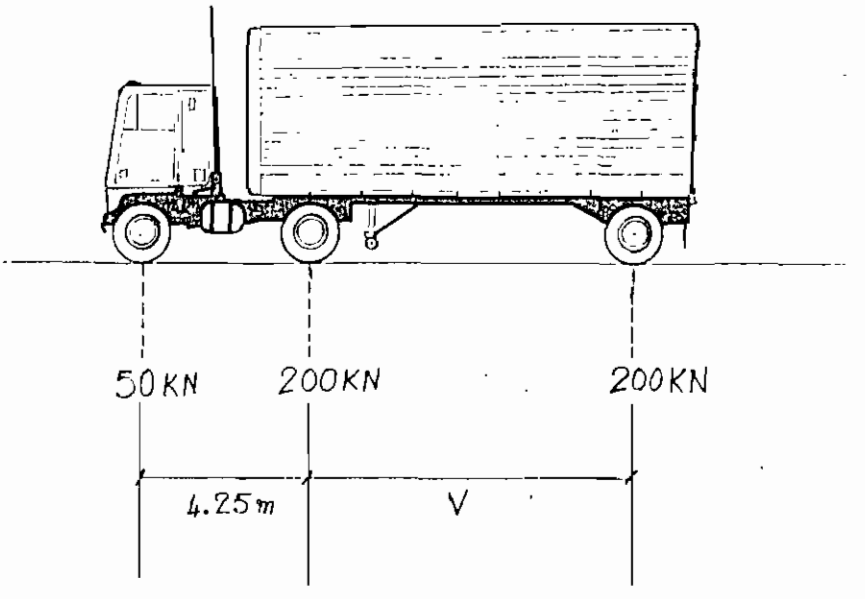
- un moment négatif (M_B^-) de 1176.5 kN.m lorsque la roue

du tracteur se trouve à 21,9m du point A, le camion se déplaçant de A à F (A → F)

- un moment positif (M_B^+) de 112,5 kn.m lorsque la roue du tracteur se trouve à l'appui D, le camion se déplaçant de A à F.

Tous ces deux moments ont été obtenus en additionnant les produits des charges par essieu du camion par les ordonnées des lignes d'influence correspondant à leurs positions.

Tous les moments négatifs et positifs aux appuis ainsi qu'aux points intermédiaires étudiés, sont évalués de la même manière. Les résultats sont regroupés dans le tableau 24.



W = Charge combinée des 2 premiers essieux

V = Espacement variable entre 4.25 et 9.25 m

CAMION MS 250-77

(can3 S6 M78)

FIGURE 5

MOMENTS DUS A LA SURCHARGE
(DEPLACEMENT DU CAMION MS 250-77)

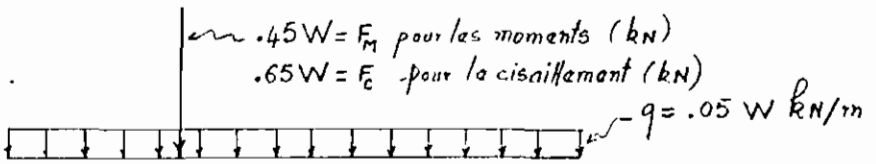
Points	Position et sens du camion (m)	Moment negatif (kn·m)	Position et sens du camion (m)	Moment positif (kn·m)
B	21.9 A → F	1176.5	38 A → F	112.5
C	15 F → A	937.5	50.6 A → F	212.5
D	52.2 A → F	885	15 F → A	227.5
E	43.8 F → A	1150	27.9 F → A	107.5
.3AB	21.9 A → F	350	10.8 A → F	339
.5AB	22.5 A → F	577.5	12.3 A → F	286.5
.7AB	22.2 A → F	778.75	9.6 A → F	271.5
.3BC	9.6 A → F	37	16.2 A → F	510
.5BC	38.1 A → F	60	13.5 F → A	783.75
.7BC	38.4 A → F	126.25	18 F → A	541.75
.3CD	15 F → A	571.5	39.6 A → F	331.87
.5CD	26.1 A → F	345	41.1 A → F	366.25

NB : C'est la position de la roue tracteur du camion par rapport à l'appui A qui est donnée . Pour la direction, nous mentionnons A → F (A vers F) et vice versa

TABLEAU 24

ii) Charge uniforme:

La seconde alternative consite à prendre une certaine charge uniforme accompagnée d'une charge concentrée.



Note W est défini à la figure 5

FIGURE 6

* - Pour les moments négatifs maximum, cette charge uniforme est à répartir sur toutes les travées ayant des surfaces des lignes d'influence engendrant un moment négatif. En plus de cette charge uniforme, nous plaçons deux charges concentrées identiques (.45 W chacune) à certains endroits dans les travées suscitées où elles créeront un moment maximum (une travée ne pouvant avoir qu'une seule charge).

Exemple: Pour trouver le moment négatif maximum au point B par cette méthode, nous nous reportons à la ligne d'influence du moment à l'appui B (Cf figure 7) et nous aurons:

. $\Sigma S^- = \Sigma S$ (créant un moment négatif) $= S^B_{AB} + S^B_{BC} + S^B_{DE}$

$= 3.01 + 33.76 + 2.89 = \underline{39.66\ m^2}$

. Ordonnées correspondantes aux emplacements des charges concentrées:

$y_1 = 2.25 \times 25 \times 10^{-3} \times 8 = 2.25 \times 25 \times 10^{-3} L_{AB} = .45m$

$y_2 = 6 \times 25 \times 10^{-3} L_{BC} = 6 \times 25 \times 10^{-3} \times 20 = 3m$

D'où le moment négatif maximum sera:

$M_B^- = q \Sigma S^- + F_M (y_1 + y_2) = .05W \Sigma S^- + .45W (y_1 + y_2)$

$= .05 \times 250 \times 39.66 + .45 \times 250 (.45 + 3) = \underline{883.8\ kN.m}$

* Pour les moments positifs maximum, la charge uniforme est répartie sur les travées ayant des surfaces de L.I engendrant un moment positif. En plus de la charge uniforme, nous ne placerons qu'une seule charge concentrée à un endroit de l'une de ces travées où elle produira le plus grand moment.

En reprenant notre exemple précédent pour trouver le moment positif M_B^+, nous aurons en se référant toujours à la figure 7:

. $\Sigma S^+ = S_{CD}^B + S_{EF}^B = 2,23 + .13 = \underline{2.36\ m^2}$

. Ordonnée correspondante à l'endroit où est placée la charge concentrée:

$$y = 1.4 \times 25 \times 10^{-3} \times l_{CD} = 1.4 \times 25 \times 10^{-3} \times 10 = \underline{.35m}$$

D'où le moment positif maximum M_B^+ sera:

$$M_B^+ = q\Sigma S^+ + F_m \cdot y = .05W\Sigma S^+ + .45W \cdot y$$

$$= .05 \times 250 \times 2.36 + .45 \times 250 \times .35 = \underline{68.8\ kn.m}$$

Pour tous les appuis et points intermédiaires étudiés, les moments maximum positif et négatif ont été calculés de la même manière. Les résultats sont présentés dans le tableau 25.

<u>Remarque:</u> . Qu'il s'agisse de la 1ère ou de la 2nde alternative, le chargement ne porte que sur une largeur de 3m

MOMENTS DUS A LA SURCHARGE
(CHARGE UNIFORME + CHARGES CONCENTRÉES)

Points	ΣS^- (m^2)	$y_1/25.10^3$ (m)	$y_2/25.10^3$ (m)	Moment négatif (kn.m)	ΣS^+ (m^2)	$y/25.10^{-3}$ (m)	Moment positif (kn.m)
B	39.66	$2.25\,l_{AB}$	$6\,l_{BC}$	883.875	2.36	$1.4\,l_{CD}$	68.875
C	31.99	$4.6\,l_{BC}$	$3.05\,l_{CD}$	744.4	7.46	$1.05\,l_{DE}$	152.3
D	31.31	$3.35\,l_{CD}$	$4.55\,l_{DE}$	741.5	7.71	$1.1\,l_{BC}$	158.25
E	40.2	$6.05\,l_{DE}$	$2.25\,l_{EF}$	893.4	2.41	$1.45\,l_{CD}$	70.9
.3AB	11	$1.7\,l_{BC}$	$.15\,l_{DE}$	241.56	6.53	$8.1\,l_{AB}$	263.875
.5AB	18.32	$2.84\,l_{BC}$	$.24\,l_{DE}$	402.25	7.68	$8.95\,l_{AB}$	297.375
.7AB	25.65	$3.88\,l_{BC}$	$.35\,l_{DE}$	558.225	6.26	$6.9\,l_{AB}$	233.05
.3BC	1.9	$1.3\,l_{AB}$	$.1\,l_{DE}$	53.11	10.43	$3.85\,l_{BC}$	346.375
.5BC	2.28	$.7\,l_{AB}$	$.8\,l_{CD}$	65.4	21.38	$5.35\,l_{BC}$	568.75
.7BC	2.94	$1.7\,l_{CD}$	$.1\,l_{EF}$	86.18	16.58	$4.3\,l_{BC}$	448
.3CD	20.23	$2.9\,l_{BC}$	$.6\,l_{DE}$	446.15	6.49	$5.7\,l_{CD}$	242
.5CD	19.98	$1.75\,l_{BC}$	$1.7\,l_{DE}$	440.55	8.42	$7\,l_{CD}$	302.125

$M(\text{négatif}) = (y_1 + y_2).P + w\Sigma S^-$; $M(\text{positif}) = y.P + w\Sigma S^+$

$P = .45W$; $w = .05W$ kN/m ; $W = 50 + 200 =$ kN

TABLEAU 25

b) Moments causés par la charge permanente:

La charge permanente est composée de la dalle et de la couche d'asphalte (bitume). Pour ceci nous devons déterminer une charge équivalente uniforme sur toute la portée du pont et produisant le même effet que le poids mort de la dalle et de l'asphalte. Cependant un problème se pose; il s'agit de la variation de l'épaisseur de la dalle au niveau des goussets. Pour ceci nous allons essayer de trouver une charge uniforme q' qui tienne compte de cette variation d'épaisseur. Une largeur de route de 3m sera considérée.

i) Détermination de la charge équivalente uniforme q':

Note: A ce stade précis, nous avons été obligé de revenir sur les dimensions préliminaires que nous nous étions fixées. En effet avec une épaisseur de dalle de 20cm avec un surépaississement de 10cm aux appuis, nous avons constaté que notre dalle serait surarmée. Nous avons donc été obligé de tenter d'autres dimensions tout en conservant nos paramètres d'entrée dans les tables du P.C.A ($\lambda = .5$, $a = .6$, $a = .2$, $a = .1$, Cf fig 4). Après quelques essais, nous avons abouti à une épaisseur de dalle de 34cm avec surépaississement de 17cm aux appuis.(1)

Trouvons une charge uniforme q_D en considérant une épaisseur constante de 34cm pour la dalle sur toute la longueur du pont en plus de la couche d'asphalte (5cm).

$q_D = \rho S_D$ = masse volumique (béton, asphalte) x (épaisseur x largeur)

(1) Ces dimensions (34 et 17) ont été réajustées dans le chapitre 3

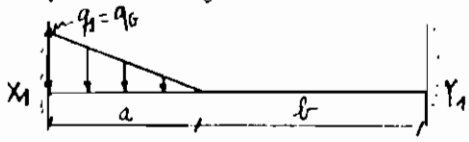
$q_p = 2500\,[(.34+.05)\times 3] =$ <u>2925 kg/m</u>

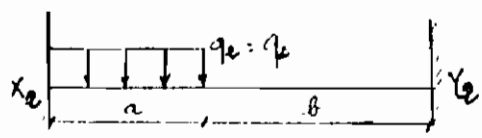
. Trouvons une charge uniforme q_{D+G} en assimilant l'épaisseur de la dalle sur toute la longueur du pont à ce qu'elle est au droit des appuis, soit $34 + 17 = 51$ cm

$q_{D+G} = \rho S_{D+G} = 2500\,[(.51+.05)\times 3] =$ <u>4200 kg/m</u>

Nous savons donc que notre q' cherchée est comprise entre 2925 kg/m et 4200 kg/m.

. Trouvons une équivalence entre les charges uniformes triangulaire q_1 et rectangulaire q_2





$$M_{X_1} = \frac{q_1 a^2}{60L^2}(3a^2 - 10aL + 10L^2) \qquad M_{X_2} = \frac{q_2 a^2}{12L^2}(3a^2 - 8aL + 6L^2)$$

<u>Note</u>: $L = a+b$

Concernant le pont nous aurons:

- Pour la travée AB (id travée EF) : $L = 8m$; $a = 4m$

$$\left.\begin{aligned} M_{X_1} &= \frac{q_1 \times 4^2}{60\times 8^2}(3\times 4^2 - 10\times 4\times 8 + 10\times 8^2) = 1.533\, q_1 \\ M_{X_2} &= \frac{q_2 \times 4^2}{12\times 8^2}(3\times 4^2 - 8\times 4\times 8 + 6\times 8^2) = 3.66\, q_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow M_{X_1} = M_{X_2} \text{ si } \underline{q_2 = .42 q_1}$$

- Pour la travée BC (id travée DE) : $L = 20m$; $a = 4m$

$$\left.\begin{aligned} M_{X_1} &= \frac{q_1 \times 4^2}{60\times 20^2}(3\times 4^2 - 10\times 4\times 20 + 10\times 20^2) = 2.16\, q_1 \\ M_{X_2} &= \frac{q_2 \times 4^2}{12\times 20^2}(3\times 4^2 - 8\times 4\times 20 + 6\times 20^2) = 6.03\, q_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow M_{X_1} = M_{X_2} \text{ si } \underline{q_2 = .36 q_1}$$

- Pour la travée CD : $L = 10m$; $a = 1m$

$$\left.\begin{aligned} M_{X_1} &= \frac{q_1 \times 1^2}{60\times 10^2}(3\times 1^2 - 10\times 1\times 10 + 10\times 10^2) = .1505\, q_1 \\ M_{X_2} &= \frac{q_2 \times 1^2}{12\times 10^2}(3\times 1^2 - 8\times 1\times 10 + 6\times 10^2) = .436\, q_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow M_{X_1} = M_{X_2} \text{ si } \underline{q_2 = .345 q_1}$$

- Evaluons le moment en B dû à la charge morte: $M_{D(B)}$ sans tenir compte des gousets

D'après la ligne d'influence du moment à l'appui B, nous aurons:

$S_B = \sum S^B_{xy} = -3.01 - 33.76 + 2.23 - 2.89 + .13 = -37.3\ m^2$ (engendre un moment négatif)

D'où le moment $M_{D(B)}$ sera :

$M_{D(B)} = q_p \cdot S^B = 2925 \times (-37.3) = \underline{-109102.5\ kg.m}$ (moment négatif)

. Trouvons la charge uniforme maximale triangulaire q_G pour le gousset :

q_G = (surépaisissement × largeur) × δ = (.17 × 3) × 2500 = $\underline{1275\ kg.m}$

. Trouvons sur notre ligne d'influence du moment à l'appui B, la surface représentée par un carreau d'un mm^2 (Cf fig 7)

Pour la travée CD : 301 carreaux équivalent à $2.23\ m^2$

d'où 1 carreau équivaut à $7.41 \times 10^{-3}\ m^2$

. Trouvons le moment engendré par les goussets :

- Pour la travée AB : 216 carreaux en négatif, soit :

$M_{AB(G)} = -\frac{L_{AB}}{L_{CD}} \times 216 \times 7.41 \times 10^{-3} \times .42\, q_G = -\frac{8}{10} \times 216 \times 7.41 \times 10^{-3} \times .42 \times 1275 = \underline{-685.68\ kg.m}$

- Pour la travée BC : 476 carreaux en négatif, soit :

$M_{BC(G)} = -\frac{L_{BC}}{L_{CD}} \times 476 \times 7.41 \times 10^{-3} \times .36\, q_G = -\frac{20}{10} \times 476 \times 7.41 \times 10^{-3} \times .36 \times 1275 = \underline{-3237.93\ kg.m}$

- Pour la travée CD : 17 carreaux en positif, soit :

$M_{CD(G)} = \frac{L_{CD}}{L_{CD}} \times 17 \times 7.41 \times 10^{-3} \times .345\, q_G = \frac{10}{10} \times 17 \times 7.41 \times 10^{-3} \times .345 \times 1275 = \underline{55.41\ kg.m}$

Pour la travée DE : 38 carreaux en négatif, soit :

$M_{DE(G)} = -\frac{L_{DE}}{L_{CD}} \times 38 \times 7.41 \times 10^{-3} \times .36\, q_G = -\frac{20}{10} \times 38 \times 7.41 \times 10^{-3} \times .36 \times 1275 = \underline{-258.48\ kg.m}$

Pour la travée EF : 8 carreaux en positif, soit :

$M_{EF(G)} = \frac{L_{EF}}{L_{CD}} \times 8 \times 7.41 \times 10^{-3} \times .42\, q_G = \frac{8}{10} \times 8 \times 7.41 \times 10^{-3} \times .42 \times 1275 = \underline{26.39\ kg.m}$

D'où le moment M_G du aux goussets sera :

$M_{G(B)} = -685.68 - 3237.93 + 55.41 - 258.48 + 25.39 = \underline{-4101.29\ kg.m}$ (négatif)

Le moment en B dû à la charge morte sera alors :

$M_{B(D)} = M_{D(B)} + M_{G(B)} = 109102.5 + 4101.29 = \underline{113203.79\ kg.m}$ (négatif)

Comparons cette valeur $M_{B(D)}$ à celle obtenue sans avoir tenu compte des goussets :

$$\frac{M_{B(D)}}{M_{D(B)}} = \frac{113203.79}{109102.5} = 1.037$$

Donc on peut conserver l'épaisseur de la dalle (34 cm) et pour tenir compte des goussets, majorer notre q_D du facteur 1.036, soit :

$$q' = 1.036\, q_D = 1.036 \times 2925 \text{ kg/m} = \frac{1.036 \times 2925 \times 9.81}{1000} = 29.8 \text{ kN/m}$$

$$\underline{q' = 29.8 \text{ kN/m}}$$

ii) Moments causés par la charge uniforme q' :

Une fois la charge uniforme équivalente q' trouvée, les moments dus à la charge permanente s'obtiennent en faisant le produit de q' par la sommation algébrique de nos surfaces de L.I. Selon notre convention, si la somme est négative nous aurons un moment négatif et vice versa.

Exemple : Le moment en B créé par la charge morte sera :

$$\Sigma S = -S^B_{AB} - S^B_{BC} + S^B_{CD} - S^B_{DE} + S^B_{EF} = -3.01 - 33.76 + 2.23 - 2.89 + .13 = \underline{-37.3 \text{ m}^2}$$

D'où $M_B = q\Sigma S = 29.8 \times (-37.3) = \underline{-1111.54 \text{ kN.m}}$ (moment négatif)

Les autres moments sont calculés de la même manière et les résultats sont regroupés dans le tableau 26.

MOMENTS DUS A LA CHARGE MORTE

Points	ΣS (m^2)	Moment négatif (kn.m)	Moment positif (kn.m)
B	-37.3	1111.54	0
C	-24.53	730.994	0
D	-23.6	703.28	0
E	-37.79	1126.142	0
.3AB	-4.47	133.206	0
.5AB	-10.64	317.072	0
.7AB	-19.39	577.822	0
.3BC	8.53	0	254.194
.5BC	19.1	0	569.18
.7BC	13.64	0	406.472
.3CD	-13.74	409.452	0
.5CD	-11.56	344.488	0

NB : Pour ΣS , si c'est négatif, nous avons un moment négatif et vice versa

M (positif ou négatif) = q'ΣS avec q' = 29.8 kn/m

TABLEAU 26

c) Moments totaux de design

Une fois que les moments dus à la charge permanente et aux surcharges ont été déterminés séparément, nous pouvons maintenant trouver pour tous les points étudiés, les moments totaux de design (M_u)
En s'inspirant de la clause § 5.1.24.3 du S.6 M78, nous aurons comme moment de design :

$$M_u = 1.3 \left[M_D + 1.67 (M_L + M_I) \right]$$

- M_D = moment dû à la charge permanente (cf tableau 26)
- M_L = moment dû à la charge vive (cf tableau 24 et 25)
- M_I = moment dû à la charge d'impact = $I \times M_L$
- I = coefficient d'impact = $15/(L+38)$ (S6 M78 § 5.1.11.2)
- L = longueur en mètres de la travée étudiée.

Donc avec $M_I = I \cdot M_L$, le moment de design devient :

$$M_u = 1.3 \left[M_D + 1.67 (1+I) M_L \right]$$

. Déterminons les coefficients d'impact :

- Pour les points intérieurs à la travée AB ou EF

$$I_{AB} = I_{EF} = 15/(L_{AB}+38) = 15/(8+38) = .326 > .3 \text{ d'où}$$

$$\underline{\underline{I_{AB} = I_{EF} = .3}}$$

- Pour les points intérieurs à la travée BC ou DE

$$I_{BC} = I_{DE} = 15/(L_{BC}+38) = 15/(20+38) = \underline{\underline{.26}}$$

- Pour les points intérieurs à la travée CD

$$I_{CD} = 15/(L_{CD}+38) = 15/(10+38) = .312 > .3 \text{ d'où}$$

$$\underline{\underline{I_{CD} = .3}}$$

- Pour l'appui B ou E

$$I_B = I_E = (I_{AB} + I_{BC})/2 = (.3+.26)/2 = \underline{\underline{.28}}$$

. Pour l'appui C ou D :

$$I_C = I_D = (I_{BC} + I_{CD})/2 = (.26 + .3)/2 = \underline{.28}$$

Après avoir déterminé ces coefficients, nous sommes maintenant à même de déterminer nos moments de design.

Par exemple pour l'appui B, trouvons le moment négatif de design :

- Moment négatif dû à la surcharge (par le camion) = 1176.5 kn.m (Cf tableau 24)
- Moment négatif dû à la surcharge (par la charge uniforme) = 883.875 kn.m (Cf tableau 25)

D'où le moment négatif dû à la surcharge sera le maximum de ces deux valeurs, soit $\underline{M_l^- = 1176.5 \text{ kn.m}}$ (a)

- Moment négatif dû à la charge permanente :

$$\underline{M_D^- = 1111.54 \text{ kn.m}} \quad \text{(tableau 26)}$$

- coefficient d'impact $I_B = .28$

D'où le moment négatif de design au point B sera :

$$M_{u(B)}^- = 1.3 \left[M_D^- + 1.67 (1 + I_B) M_l^- \right]$$

$$= 1.3 \left[1111.54 + 1.67 (1 + .28) 1176.5 \right] = \underline{4714.35 \text{ kn.m}}$$

$$M_{u(B)}^- = 4714.35 \simeq \underline{4720 \text{ kn.m}}$$

Pour les moments des autres points (négatif ou positif), le principe est le même et les résultats sont présentés dans le tableau 27

(a) Pour les moments négatifs ou positifs dus à la surcharge, nous prenons toujours le maximum entre les tableaux 24 et 25.

MOMENTS TOTAUX DE DESIGN (M_u)

Points	coefficient impact I	M_u^- Moment négatif (kn.m)	M_u^+ Moment positif (kn.m)
B	.28	1.3[1111.54+ 1.67(1+.28)1176.5]= = 4720	1.3[-1111.54 +1.67(1+.28)112.5] = -1140
C	.28	1.3[730.99 + 1.67 (1+.28)937.5] 3560	1.3[730.99+1.67(1+.28)212.5] = -360
D	.28	1.3[703.28 + 1.67 (1+.28)885] = 3380	1.3[-703.28 +1.67(1+.28) 227.5] -290
E	.28	1.3[1126.14 + 1.67(1+.28)1150] = 4660	1.3[-1126.14+1.67(1+.28)107.5]= -1170
.3AB	.3	1.3[133.21 + 1.67(1+.3)350] = 1160	1.3[-133.21+1.67(1+.3)339] = 790
.5AB	.3	1.3[317.07 + 1.67 (1+.3)577.5] = 2050	1.3[-317.07+1.67(1+.3)297.38] = 430
.7AB	.3	1.3[577.82 + 1.67(1+.3)778.75] = 2950	1.3[-577.82+1.67(1+.3)271.5]= 15
.3BC	.26	1.3[-254.19+1.67(1+.26) 53.11] = -190	1.3[254.19+1.67(1+.26)510] = 1730
.5BC	.26	1.3[569.18+ 1.67(1+.26)65.4] = -570	1.3[569.18 + 1.67(1+.26)783.75] = 2890
.7BC	.26	1.3[-406.47+1.67(1+.26) 126.25] =190	1.3[406.47 + 1.67 (1+.26)541.75] 2010
.3CD	.3	1.3[409.45+1.67(1+.3)571.5] = 2150	1.3[-409.45+1.67(1+.3)331.87] = 410
.5CD	.3	1.3[344.49+1.67(1+.3)440.55] = 1700	1.3[-344.49+1.67(1+.3)366.25] 590

$M_u = 1.3\,[M_D + 1.67\,(1+I)\,M_L]$

TABLEAU 27

2.3 Vérification sommaire du cisaillement

Concernant le cisaillement, nous allons nous référer à la figure 6 tirée du S6 M78. Il nous suffit de vérifier la plus longue travée (BC ou DE). Pour ceci nous allons charger cette travée en plus de son poids propre (q'_{BC}), d'une charge uniforme $q_c = .05\,W$ kn/m et d'une charge concentrée $F_c = .65W$. En s'inspirant de la clause 5.1.24.3 du S6 M78, la valeur du cisaillement V_u sera si l'on assimile notre dalle à une poutre de 3m de large et 20m de long.

$$V_u = 1.3\left[V_D + 1.67\,(1 + I_{BC})\,V_L\right]$$

avec : $V_D = \dfrac{q'_{BC}}{2} = \dfrac{29.8 \times 20}{2} = 298$ kn

$$V_L = \frac{.05\,W L_{BC}}{2} + \frac{.65\,W}{2} = \frac{.05 \times 250 \times 20}{2} + \frac{.65 \times 250}{2} =$$

$$= 125 + 81.25 = 206.25 \text{ kn}$$

$I_{BC} = .26$

d'où $V_u = 1.3\left[298 + 1.67\,(1 + .26)\,206.25\right] = \underline{951.59 \text{ kn}}$

. Déterminons la contrainte de cisaillement nominale totale de calcul : v_u

$$v_u = \frac{V_u}{\phi\, b_w\, d}$$

ϕ = coefficient de réduction de la capacité portante

= .85 pour le cisaillement

b_w = largeur de notre dalle = 3000 mm (pour la portion considérée)

d = distance entre la fibre la plus comprimée et le centre de gravité de l'armature tendue

= épaisseur de la dalle − enrobage $- \frac{D}{2}$ [1] $= 510 - 20 - \frac{29.9}{2} = 475.05$

V_u = effort tranchant calculé plus haut = 951.59 kn = 951590 N

(1) Nous préconisons des barres #30, donc le diamètre D sera 29.9 mm

D'où v_u sera égal à :

$$v_u = \frac{951590}{.85 \times 3000 \times 475.05} = \underline{.785\ MPa}$$

. Pour le béton : v_c

$$v_c = .08\sqrt{f'c} = .08\sqrt{30} = \underline{.438\ MPa}$$

. Evaluons $(v_u - v_c)$

$$(v_u - v_c) = .785 - .438 = \underline{-.347\ MPa}$$

. Evaluons $(v_u - v_c)_{max}$

$$(v_u - v_c)_{max} = .34\sqrt{f'c} = .34\sqrt{30} = \underline{1.862\ MPa}$$

$$\left.\begin{array}{l}(v_u - v_c) = -.347 \\ (v_u - v_c)_{max} = 1.862\end{array}\right\} \Rightarrow (v_u - v_c) < (v_u - v_c)_{max}$$

Cette inégalité étant vérifiée, nous pouvons dire donc que les dimensions sont acceptables pour le cisaillement.

3 DIMENSIONNEMENT PRELIMINAIRE

a) Vérification des dimensions initiales

Le dimensionnement préliminaire, ici, consiste à déterminer certaines dimensions de la dalle de notre pont (épaisseur et surépaississement aux appuis) tout en étant le plus économique possible sur le plan béton, mais aussi ne pas avoir à faire face à une section nécessitant une quantité d'acier qui déborde. Comme nous l'avons mentionné au § 2.2 b i), nous avons procédé à des essais successifs qui nous ont amené à un choix de dimensions utilisées dans le paragraphe suscité pour la détermination du poids mort du pont.

Pour la détermination de nos quantités d'acier, nous allons utiliser les tables du metric design handbook (C.S.A)

En effet nous avons, dans ces tables :

$$M_u = \frac{K_u b d^2}{10^6} \Rightarrow K_u = \frac{M_u \cdot 10^6}{b d^2}$$

avec $K_u = \phi_s f_y \left(1 - .59 \frac{\phi_s f_y}{f'_c}\right)$

M_u = moment de flexion (positif ou négatif) en kn.m

b = largeur de notre section de dalle, en mm

d = distance entre la fibre la plus comprimée et le centre de gravité de l'armature tendue, en mm.

Exemple : A .5 de la travée BC, nous avons un moment positif $M_u = 2890$ kn.m

Avec des barres Ø30, nous avons

$d = h - \text{enrobage} - \frac{D}{2} = 340 - 20 - \frac{29.9}{2} = 305.05$

b = largeur considérée = 3000 mm

d'où $K_n = \frac{2890 \times 10^6}{30(305.05)^2} = 10.35 \Rightarrow 100\rho > 2.39 \Rightarrow \rho > .75\rho_B$ (ceci d'après les tables du metric design handbook avec un $f'c = 30\,MPa$).

Nous voyons donc à ce niveau que notre section exige une quantité d'acier supérieure à la valeur prescrite par la norme ($.75\rho_B$). Elles sont donc à changer:

(b) Dimensions proposées

Une épaisseur de dalle de 40cm avec surépaississement de 20cm aux appuis nous permettrait d'avoir des sections ne nécessitant pas une quantité d'acier (ρ) ne dépassant pas $.75\rho_B$. Nous parviendrons même à atteindre une quantité s'approchant de $.5\rho_B$, donc économique. Donc il faudra que nous remontions au niveau du chargement pour modifier le poids mort afin de déterminer les sollicitations finales nous permettant de déterminer les quantités d'acier requises. Donc les dimensions proposées sont:

épaisseur de la dalle : 500 mm

surépaississement aux appuis : 250 mm

4. CONCLUSION ET DISCUSSION

L'objectif de cette étude aura été la détermination des dimensions préliminaires de la superstructure d'un pont. Pour y parvenir, nous avons utilisé la méthode de distribution des moments appliquée aux lignes d'influence. Cette méthode d'analyse, une fois qu'elle est comprise, constitue un moyen efficace pour la détermination des moments susceptibles de solliciter notre ouvrage. Elle présente beaucoup d'avantages. En effet les ordonnées des lignes d'influence des moments aux appuis se déterminent aisément, une fois que les coefficients d'influence sont calculés, alors qu'elles ne devraient l'être qu'après une distribution de Cross des moments d'encastrement pour chaque position de la charge mobile sur le pont. Sans difficulté, les ordonnées des lignes d'influence des moments à des points intermédiaires s'en déduisent. Au cours de cette analyse, nous avons également constaté comment les surfaces des lignes d'influence peuvent être obtenues avec précision. Contrairement à la formule de Simpson $S = \frac{2}{3} d\,(2\Sigma y_i + \Sigma y_p)$, nous avons constaté que les surfaces des lignes d'influence peuvent être obtenues sans même connaître les valeurs des ordonnées des lignes d'influence

Concernant le chargement, nous avons constaté pour la surcharge, que l'alternative qui consiste à faire traîner le camion Ms 250-77 nous donne à quelques exceptions près les plus grandes sollicitations par opposition à la méthode qui consiste à trouver une

charge uniforme avec charges concentrées (Cf tableaux 24 et 25). Cependant avec des travées très longues, le contraire peut se produire.

Pour la charge permanente, les tables des moments d'encastrement nous ont permis à partir d'une comparaison de trouver une charge uniforme qui tienne compte du surépaississement de la dalle au niveau des goussets. Les contraintes de temps ne nous ont pas permis de faire une étude détaillée sur le cisaillement. Nous nous sommes limités à une vérification sommaire du cisaillement qui nous a permis de constater que le béton pouvait reprendre tout le cisaillement. En effet nous avons $v_u \simeq \frac{v_c}{2}$ (cf paragraphe 2.3 : $v_u = .785$ et $\frac{v_c}{2} = \frac{.931}{2} = .466$)

Quand au dimensionnement nous avons pu trouver des épaisseurs ne nécessitant pas des quantités d'armatures non économiques. Compte tenu de ceci, nous ne risquons pas d'avoir à faire face à des problèmes de fissuration, de retrait et de flèche. Le temps ne nous a pas permis de déterminer les aciers de répartition.

Tel qu'il est suscité, l'étude ne portait que sur la superstructure du pont. Cependant lors de l'analyse, nous avons pu déterminer les coefficients qui nous permettent de trouver la portion des moments qui irait dans les colonnes (Cf notes paragraphe 1.2 (d)). Donc partant de ces résultats on est à même d'entamer l'étude des colonnes.

BIBLIOGRAPHIE

- Revue de l'ingénieur : Août 1966
- CAN3-S6 M78 : Design of Highway Bridges
- Handbook of frame constant beam factors and moment coefficient for members of variable section published by Portland Cement Association (PCA) : copyright 1956
- Metric Design Handbook : Division canadienne PCA (1978)
- Code CSA A 23.3 M 1977
- Cours de pont 4ème ed (Si) par Alfio Séni (1979)
- Symposium sur les ponts en béton : Québec, 3 et 4 mai 1972
- Lupien Roger : Notes de cours struct 411, 423 : structures (1979-80)
- Lupien Roger : Notes de cours struct 421, 511 : Béton armé (1980-81)

ANNEXE

Dans les pages qui suivent sont représentées graphiquement les lignes d'influence du moment aux appuis et à certains points intermédiaires. Les figures sont numérotées de 7 à 18.

Nous avons une échelle horizontale de 1cm pour 3m et une échelle verticale de 1cm pour $25 \cdot 10^{-3}$. (qui est l'échelle des ordonnées).

Remarque : Concernant cette échelle des ordonnées, les valeurs recherchées sont obtenues en multipliant, par $25 \cdot 10^{-3}$ et par la longueur de la travée dans laquelle nous nous trouvons, le nombre de cm compté.

Exemple : à la figure 7, la valeur maximale est obtenue pour la travée AB de la manière suivante :

Nous comptons 2.16 cm ; donc la valeur sera :

$$2.16 \times 25 \cdot 10^{-3} L_{AB} = .054 L_{AB} = .054 \times 8 = \underline{.43}$$

Nous avons tenu d'ailleurs à inscrire les valeurs maximales au niveau de chaque travée, ceci pour toutes les figures.

Pont d'engagement en béton armé à inertie variable

LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT A L'APPUI B

échelles : horiz : 1 cm → 3 m
vert : 1 cm → 25×10^{-3} (ℓL)

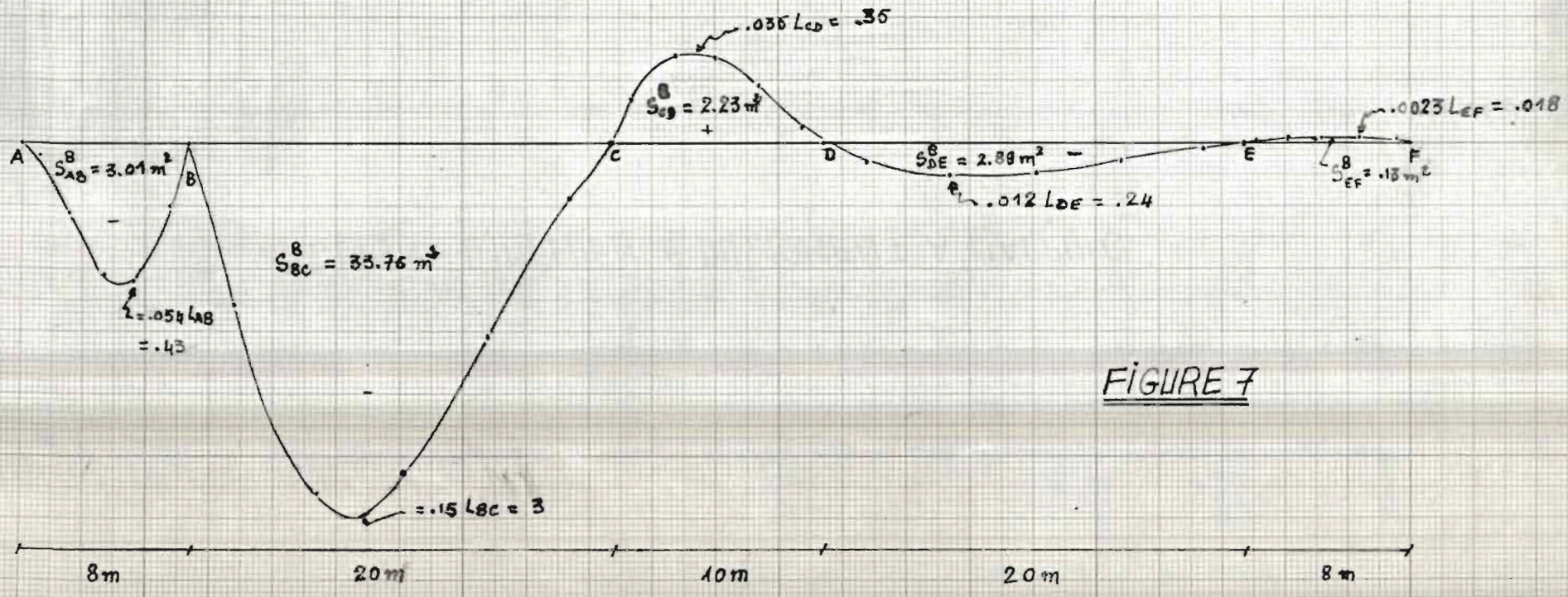


FIGURE 7

– Les Papiers Canson – France –

Pont d'étagement en béton armé à inertie variable

LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT A L'APPUI C

échelles : horiz : 1 cm → 3 m
vert : 1 cm → 25×10^{-3} (PL)

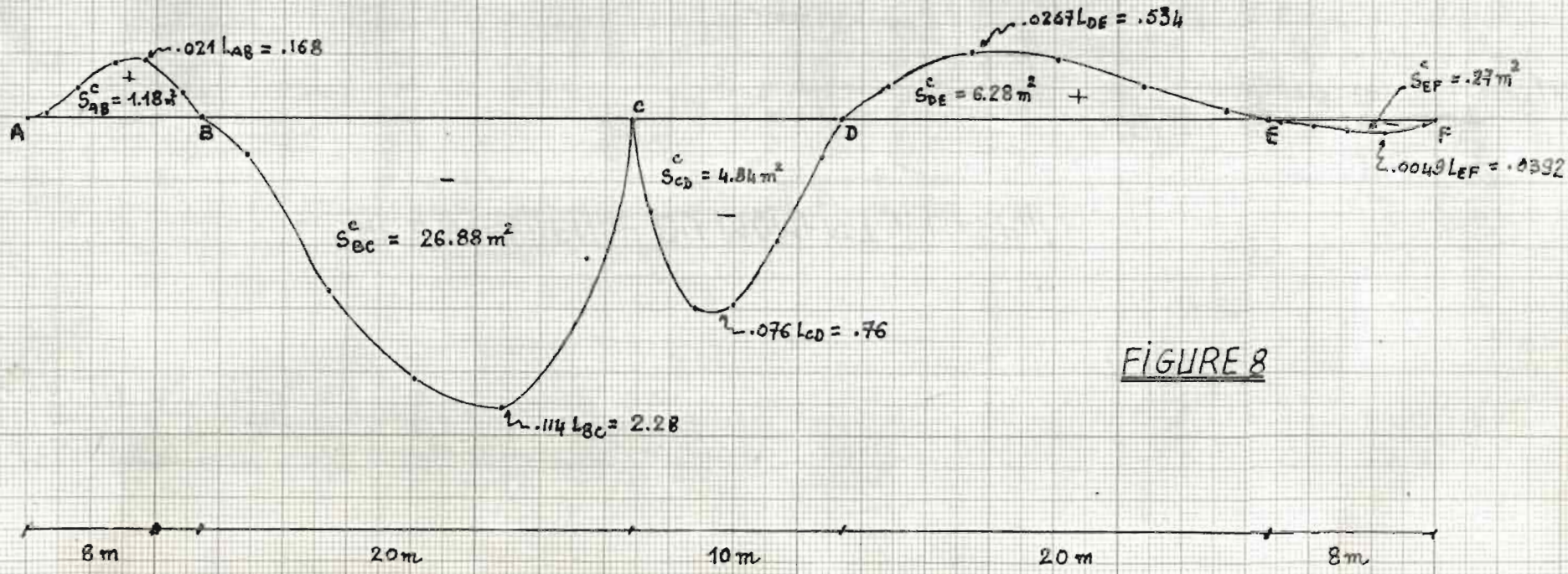


FIGURE 8

A3

Papiers Canson – France –

Pont d'étagement
en béton armé à
inertie variable

LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT A L'APPUI D

échelles : horiz : 1cm → 3m
vert : 1cm → 25×10^{-3} (PL)

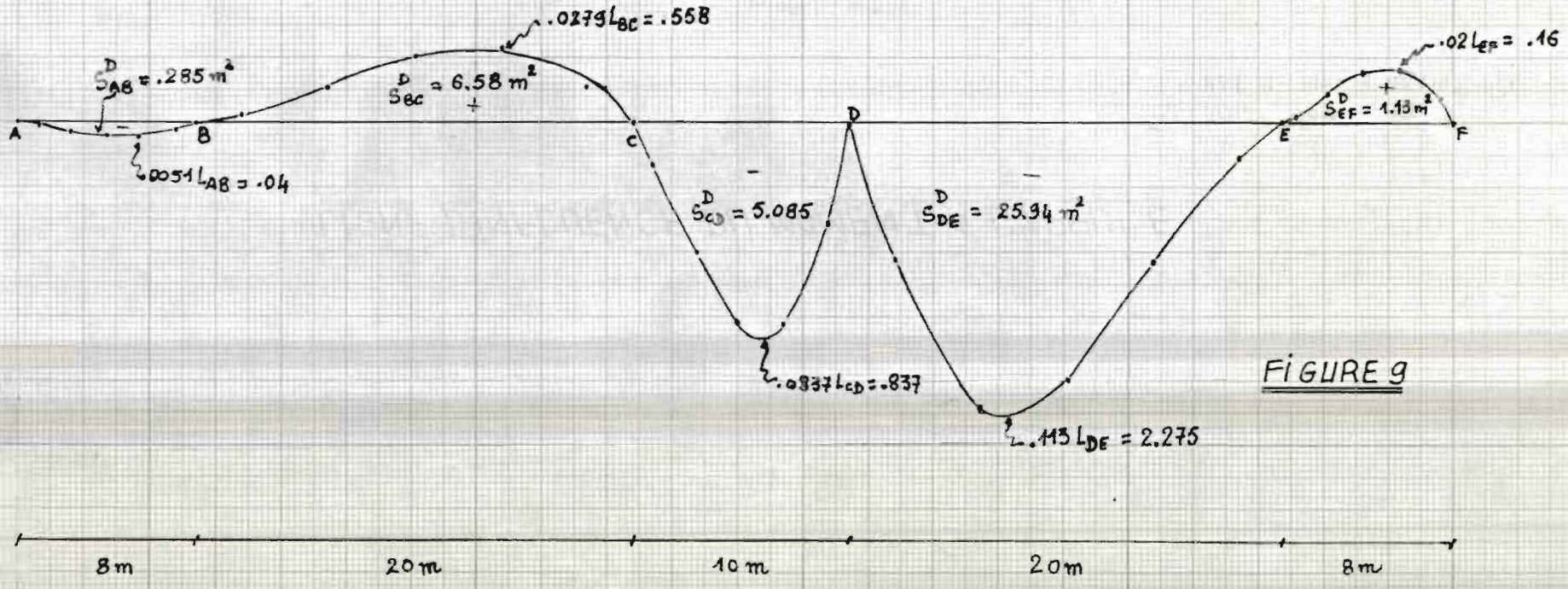


FIGURE 9

– Les Papiers Canson – France –

Pont d'étagement en béton armé à inertie variable

LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT A L'APPUI E

échelles : horiz : 1cm → 3m
vert : 1cm → 25×10^{-3} (PL)

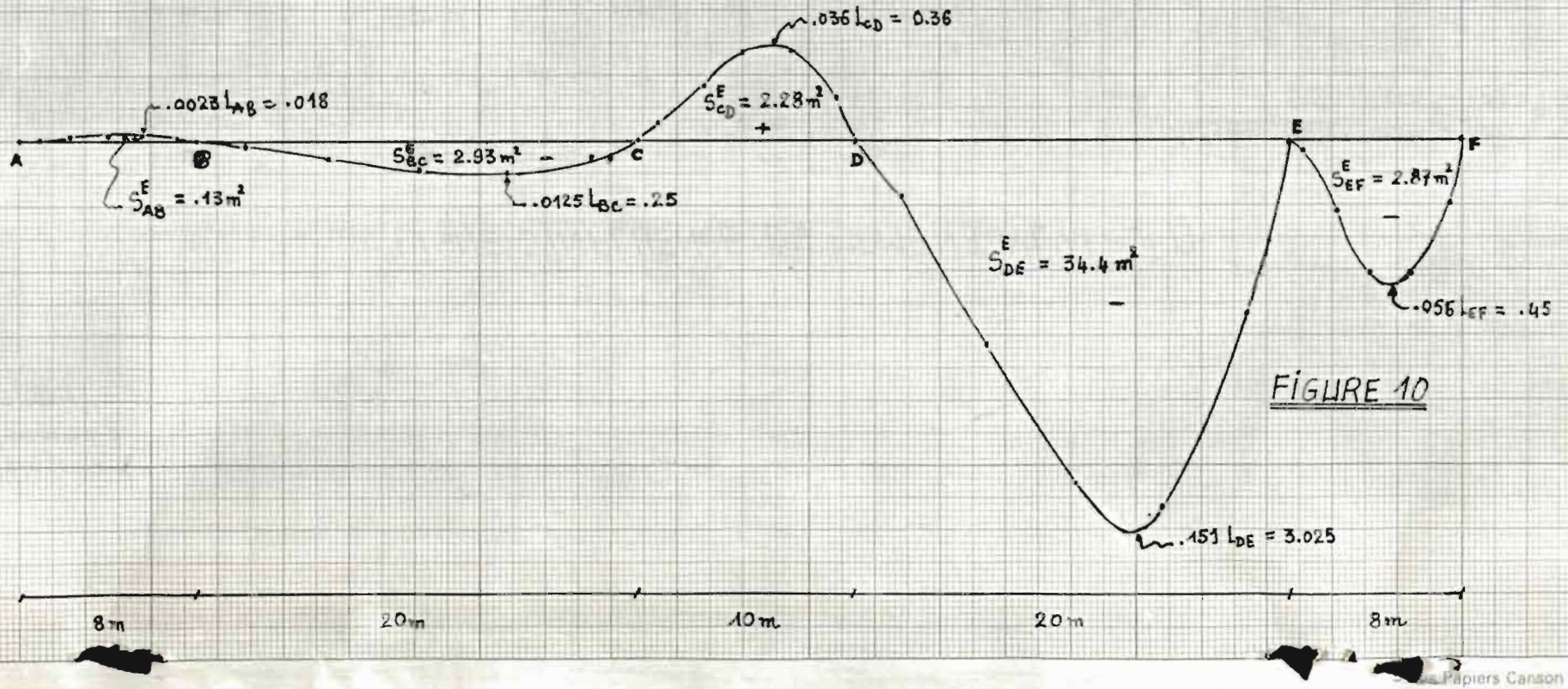


FIGURE 10

Papiers Canson – France –

Pont d'étagement
en béton armé à
inertie variable

LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT A .3 DE LA TRAVEE AB

échelles horiz : 1 cm → 3 m
vert : 1 cm → 25×10^{-3} (Pl)

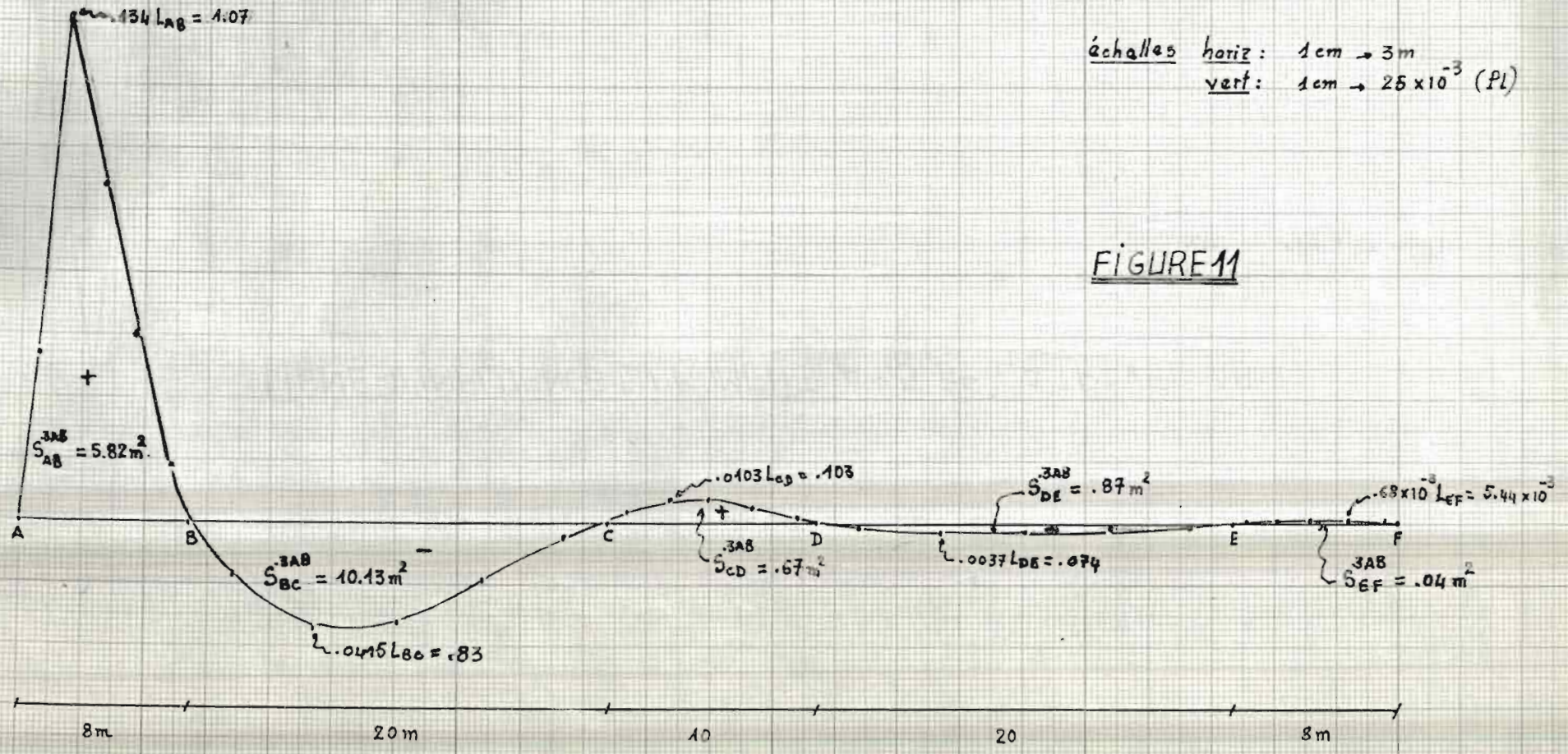


FIGURE 11

A6

- Les Papiers Canson - France -

Pont d'étagement en béton armé à inertie variable

LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT A .5 DE LA TRAVEE AB

échelles : horiz : 1cm → 3m
vert : 1cm → $25 \times 10^{-3}(PL)$

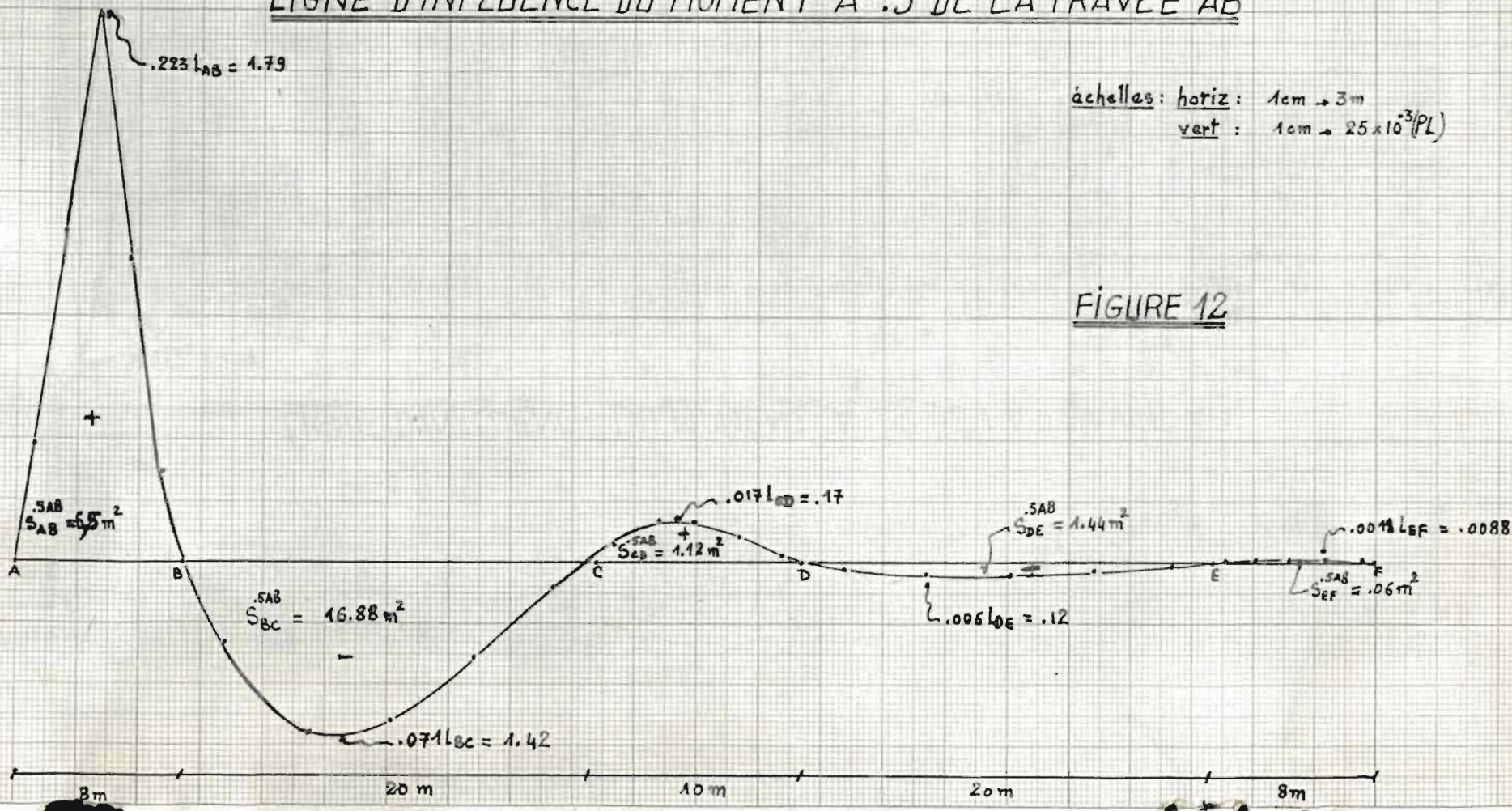


FIGURE 12

Papiers Canson – France –

Pont d'étagement
en béton armé à
inertie variable

LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT A .7 DE LA TRAVEE AB

échelles : horiz : 1cm → 3m
vert : 1cm → 25×10^{-3} (PL)

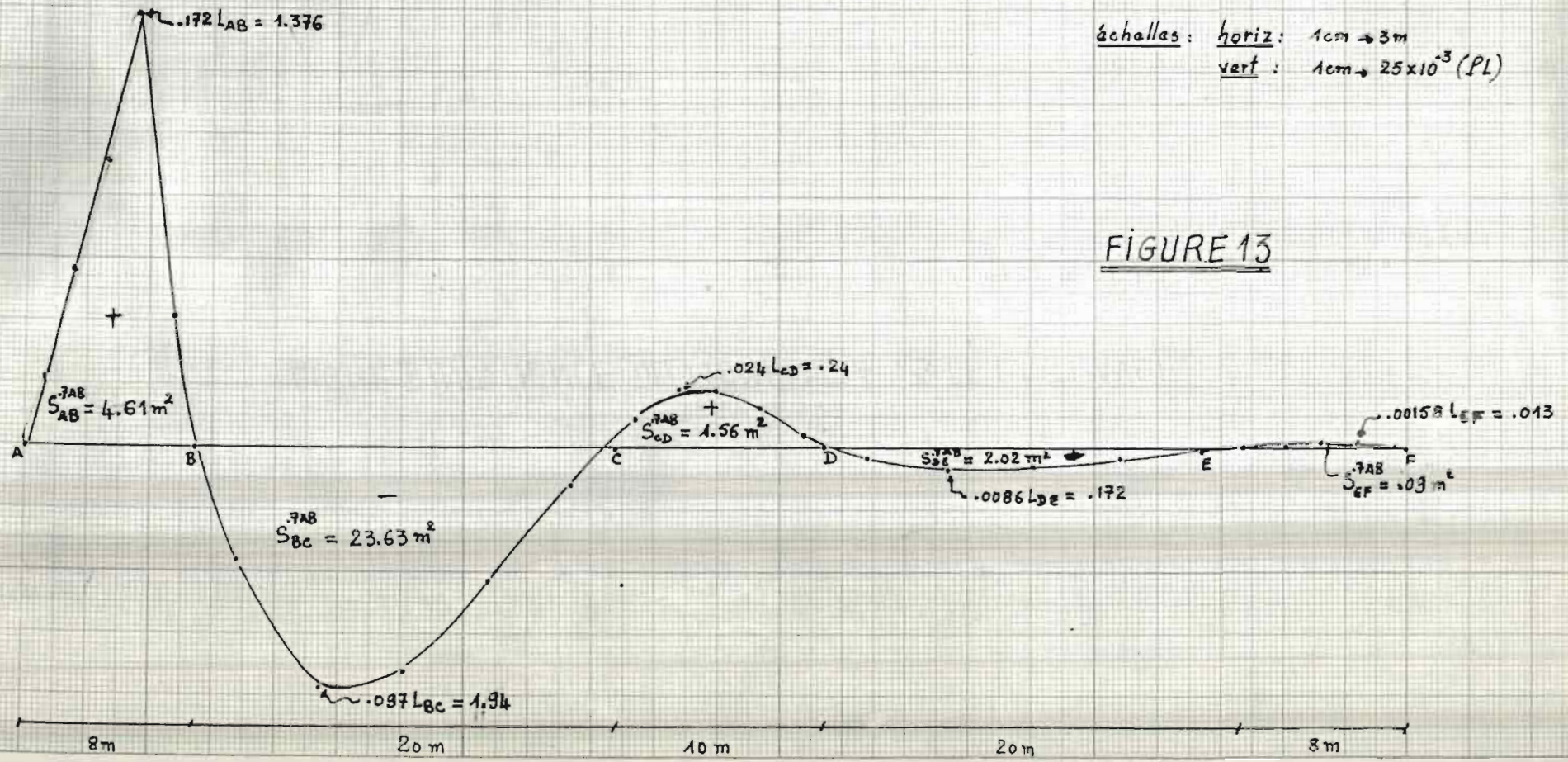


FIGURE 13

- Les Papiers Canson – France

Pont d'étagement en béton armé à inertie variable

LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT A .3 DE LA TRAVEE BC

échelles : horiz : 1cm → 3m
: vert : 1cm → 25×10^{-3} (PL)

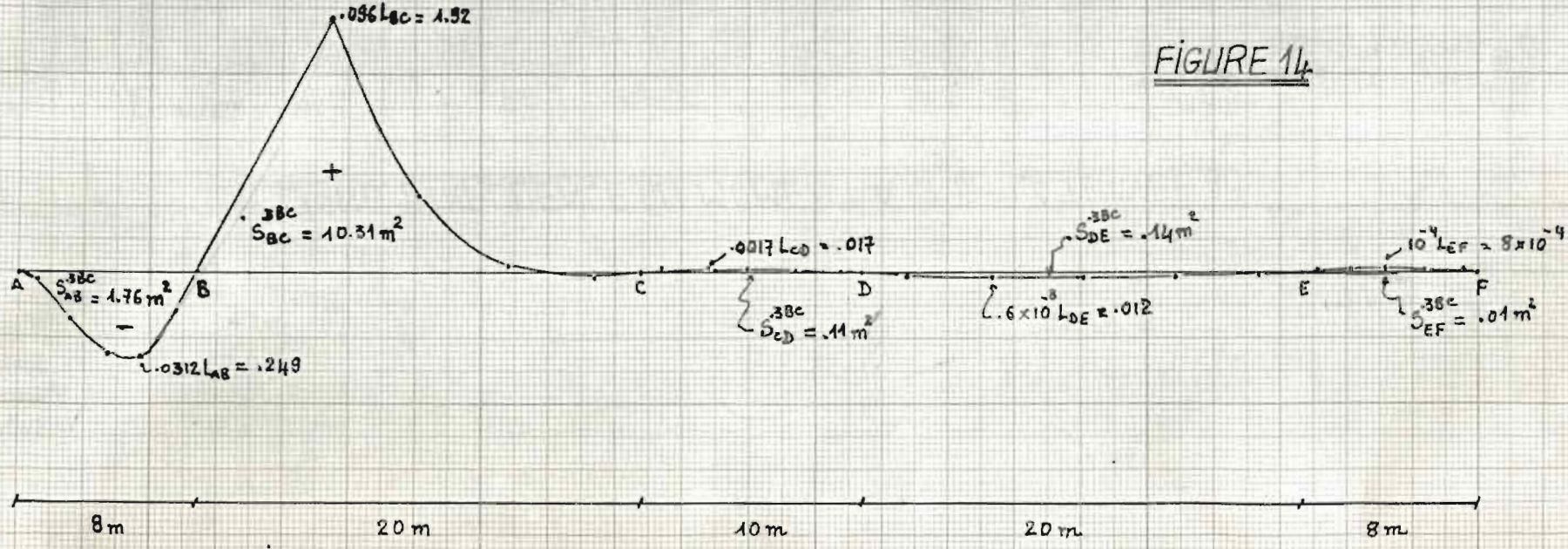


FIGURE 14

Les Papiers Canson – France –

Pont ...agement
en béton armé à
inertie variable

LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT A .5 DE LA TRAVEE BC

échelles: horiz: 1cm → 3m
vert: 1cm → 25×10^{-3} (PL)

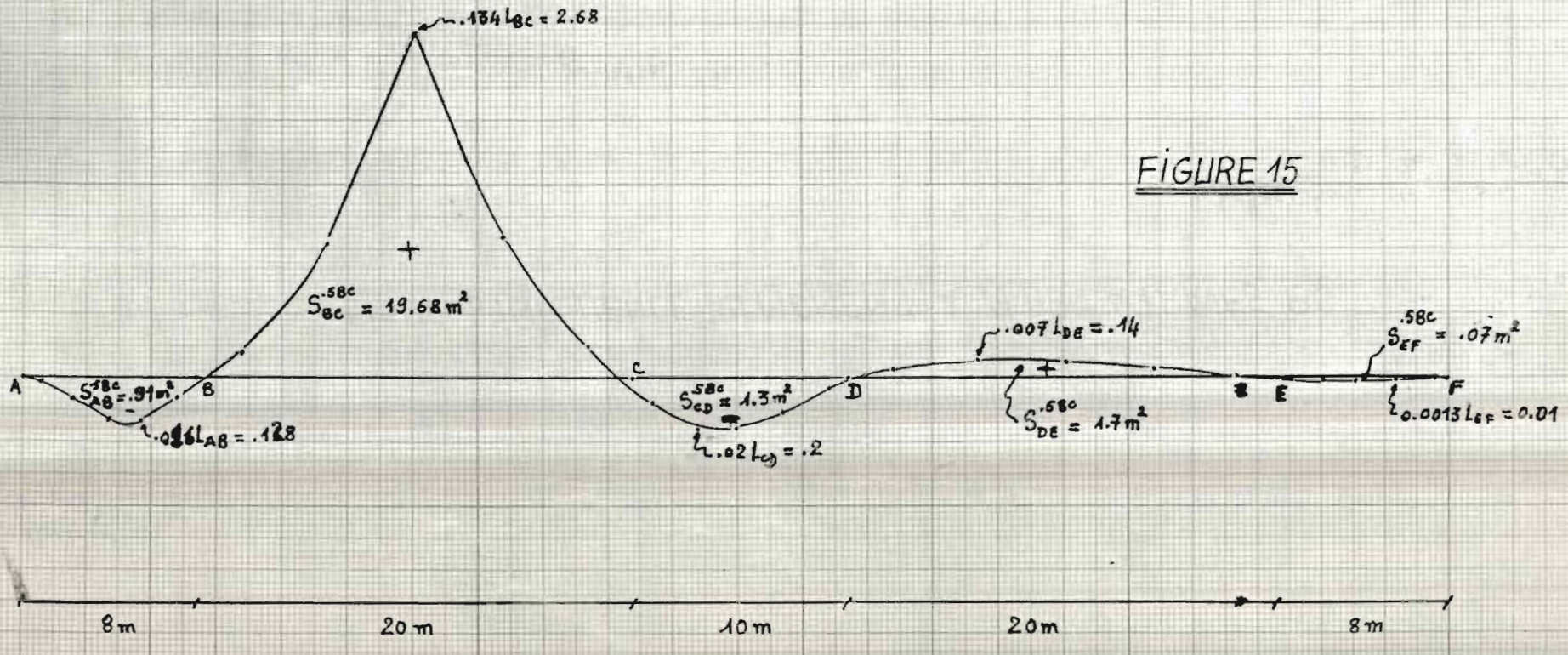


FIGURE 15

– Les Papiers Canson – France –

Pont d'étagement
en béton armé à
inertie variable

LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT A .7 DE LA TRAVEE BC

échellas: horiz: 1cm → 3m
vert: 1cm → 25×10^{-3} (PL)

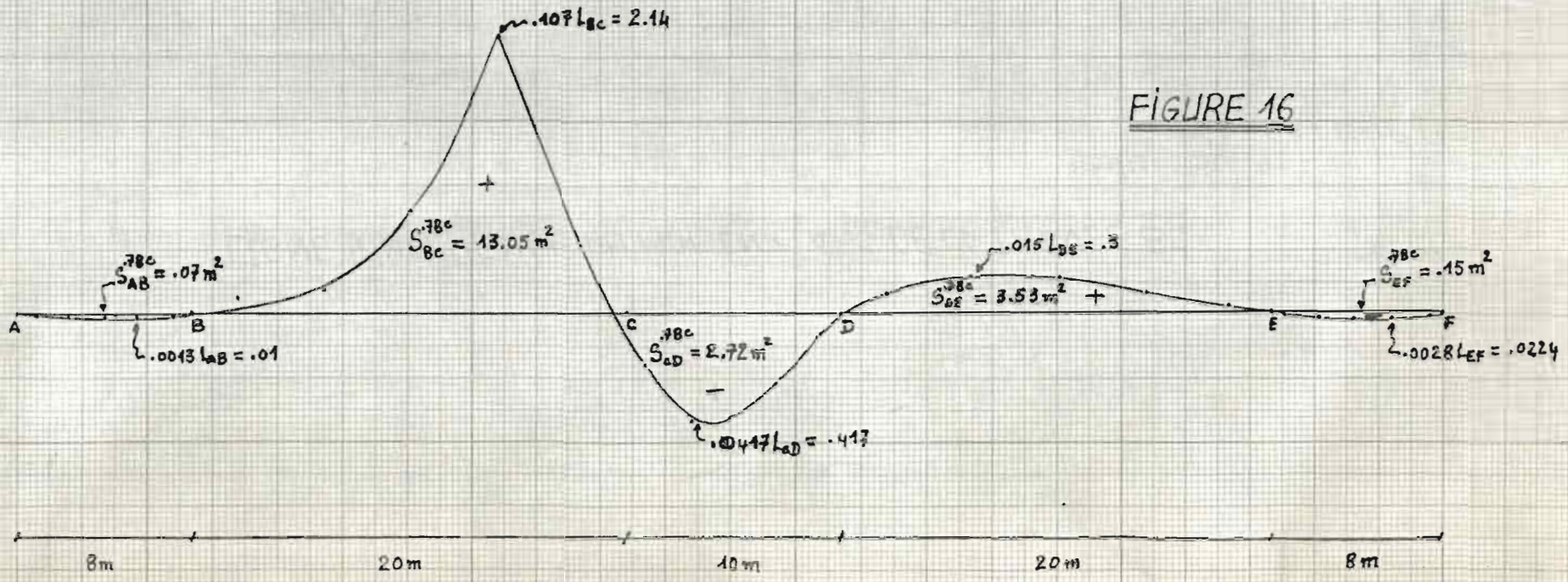


FIGURE 16

– Les Papiers Canson – France

Pont d'étagement
en béton armé à
inertie variable

LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT A .3 DE LA TRAVEE CD

échelles horiz : 1cm → 3m
vert : 1cm → 25×10^{-3} (PL)

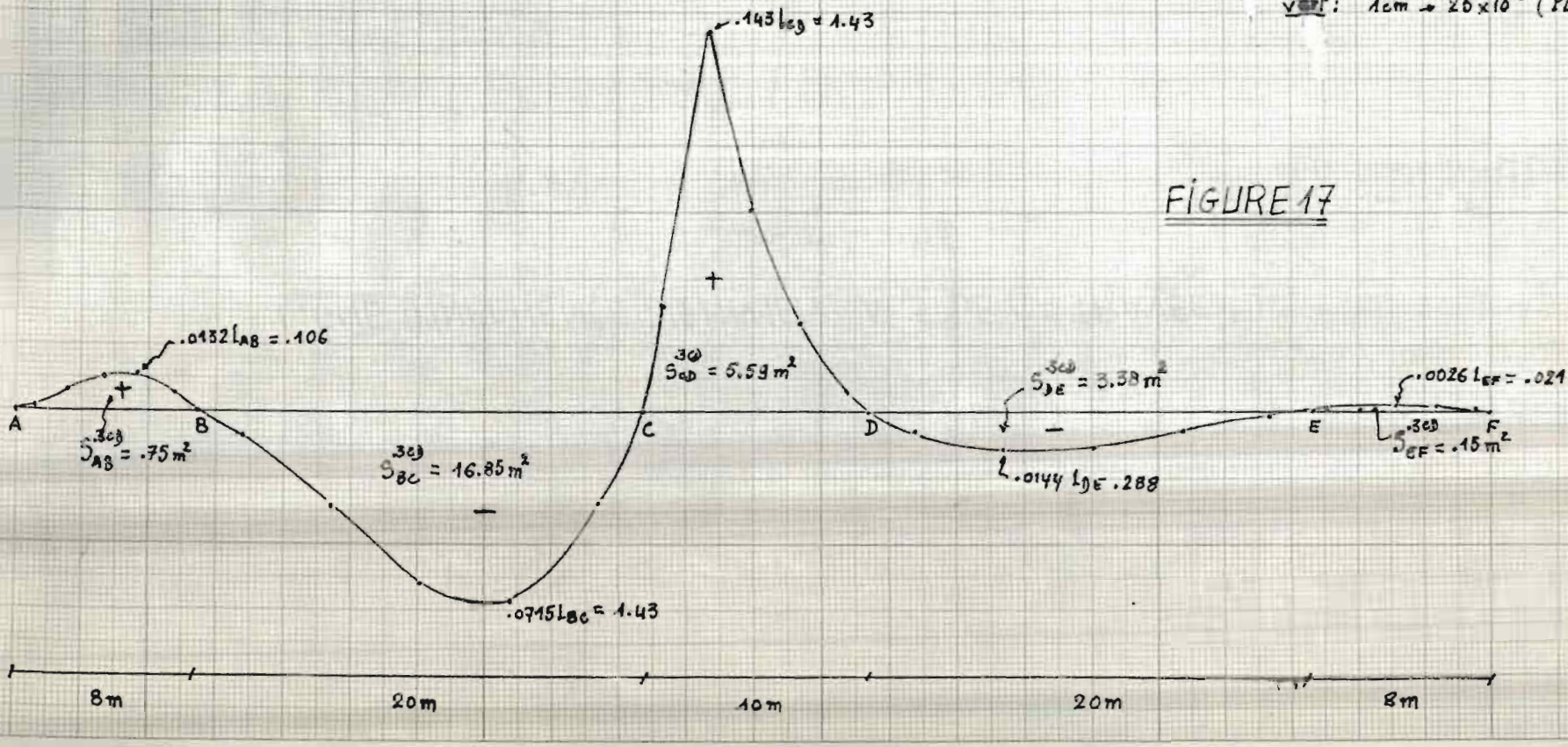


FIGURE 17

– Les Papiers Canson – France

Pont d'étagement en béton armé à inertia variable

LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT A .5 DE LA TRAVEE CD

échelles : horiz : 1cm → 3m
vert : 1cm → 85×10^{-3} (L)

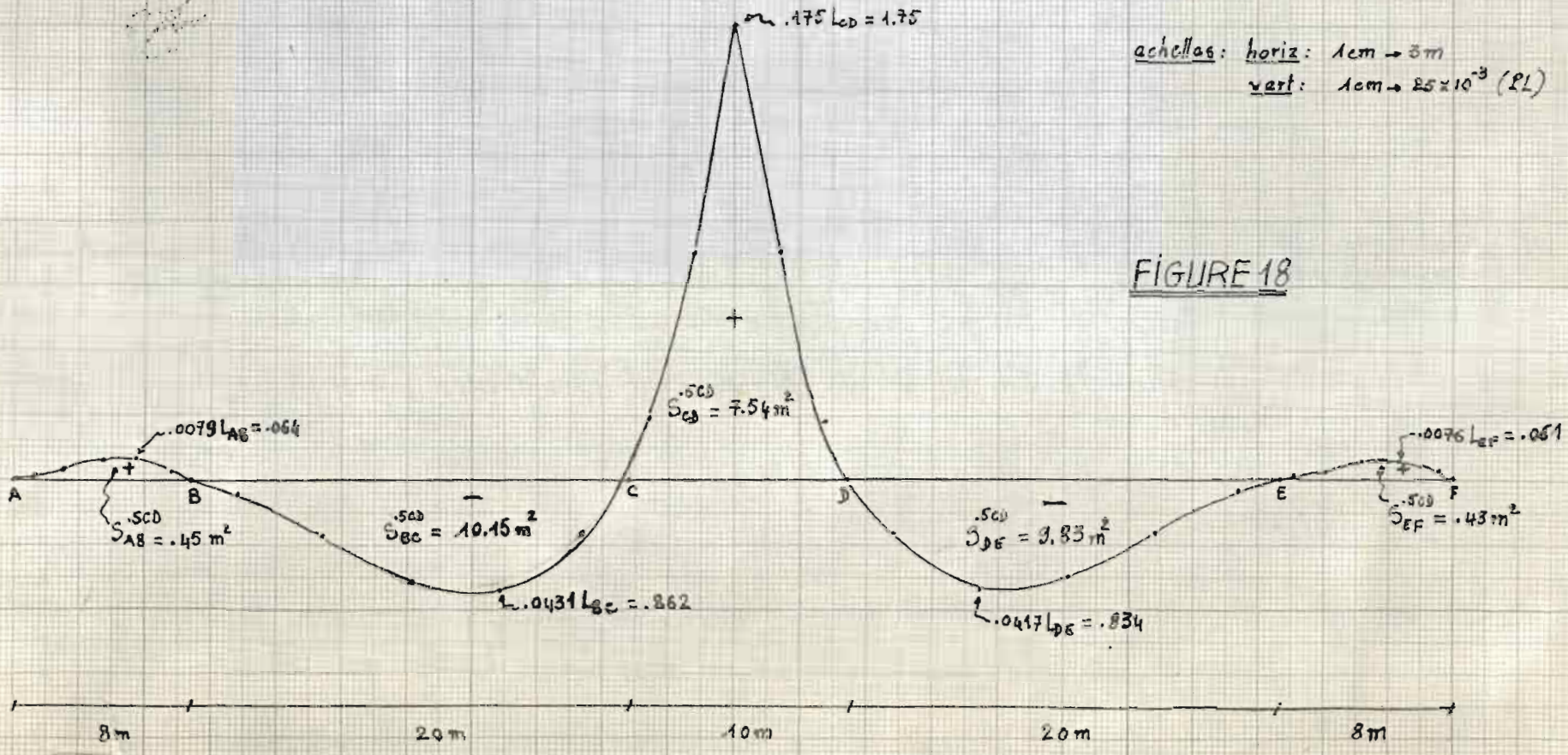


FIGURE 18

Papiers Canson - France