

ECOLE POLYTECHNIQUE DE THIES

PROJET DE FIN D'ETUDES

GC.0312

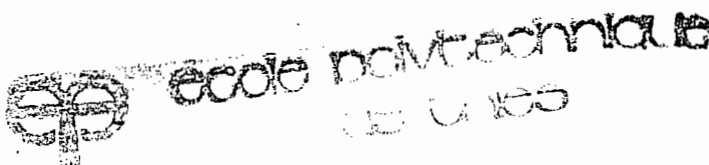
CALCUL A L'ORDINATEUR DE POUTRES

SUR FONDATION ELASTIQUE

AUTEUR: IBRAHIMA YOUSSEUF SAKHO

DIRECTEUR DU PROJET: VICTOR CIUBOTARIU

GENIE CIVIL



ANNEE SCOLAIRE 84-85

## DEDICACE

Je dédie cette présente étude :

- à mon père
- à ma mère
- à mon frère Mame Abdou Sakho
- à toute ma famille
- et à tous mes amis

## REMERCIEMENTS

Je remercie vivement mon directeur de projet, Monsieur Victor Ciubotariu, pour sa bonne disponibilité à mon égard pendant toute la durée du projet, pour la documentation qu'il a mise à ma disposition et pour ses conseils précieux.

Mes vifs remerciements vont aussi à tout le personnel du Centre de Calcul pour leur aide très utile et à tous mes camarades de promotion pour leur soutien moral qui m'a été très utile.

## SOMMAIRE

Il s'agit dans cette étude d'élaborer un programme en langage BASIC pouvant déterminer les déformations et les sollicitations dans les deux types de structure suivants :

- poutre reposant sur une fondation élastique
- Réservoir circulaire à paroi mince

Deux méthodes de calcul, la méthode de la poutre infinie et celle des paramètres initiaux, sont employées.

La procédure suivante est employée

- Analyse théorique du problème à partir d'une recherche bibliographique
- Elaboration du programme de calcul
- Exploitation du programme
- Recommandations

# TABLE DES MATIERES

	<u>page</u>
<u>DEDICACE</u>	i
<u>REMERCIEMENTS</u>	ii
<u>SOMMAIRE</u>	iii
<u>TABLE DES MATIERES</u>	iv
<u>INTRODUCTION</u>	1

## PREMIERE PARTIE ANALYSE THEORIQUE

Ch: I <u>ANALYSE DU PROBLEME</u>	
1 - Hypothèses fondamentales	3
2 - Equation de l'élastique	4
Ch: II <u>METHODE DE LA POUTRE INFINIE</u>	
I - Poutre de longueur infinie	8
1 - Cas d'une poutre chargée par une force	8
2 - Cas d'une poutre chargée par un moment	10
3 - Cas d'un chargement distribué	12
II - Poutre semi-infinie	15
III - Poutre de longueur finie	16
Ch: III <u>METHODE DES PARAMETRES INITIAUX</u>	
I - Les paramètres initiaux	19
II - Les termes de correction	20
III - Exemple	23

Ch: <u>IV</u> <u>RESERVOIR CIRCULAIRE A PAROI MINCE</u>	
I- Utilisation du concept de poutre sur fondation élastique	24
II- Réservoirs circulaires	27

## DEUXIEME PARTIE PROGRAMMATION

Ch: <u>V</u> <u>FONCTIONNEMENT DU PROGRAMME</u>	
I- Généralités	28
II- Description des variables	29
III- Détermination des paramètres initiaux et des forces fictives	31
Ch: <u>VI</u> <u>ORGANIGRAMME</u>	32
Ch: <u>VII</u> <u>PROGRAMME</u>	64
Ch: <u>VIII</u> <u>EXEMPLES NUMERIQUES</u>	
I- Introduction	78
II- Conclusion et remarques	78
<u>CONCLUSION</u>	81
<u>ANNEXE</u>	
Exemples numériques	83
Bibliographie	95

## INTRODUCTION

Le calcul de poutre sur fondation élastique est une méthode de calcul assez précise mais il a l'inconvénient de nécessiter des calculs numériques très laborieux. De ce fait des méthodes approximatives simples sont souvent utilisées dans la pratique pour éviter les calculs laborieux. Les méthodes simples font gagner du temps, certes, mais elles sont souvent sécuritaires et ne sont donc pas économiques.

Le principe de poutre reposant sur une fondation élastique est aussi utilisé dans le calcul de réservoir circulaire vertical à paroi mince. Mais la méthode de calcul est là aussi très laborieuse et elle est souvent simplifiée par l'utilisation d'abaques basés sur ce principe.

L'étude qui suit a pour but l'élaboration d'un programme écrit en langage Basic de calcul utilisant le principe de poutre sur fondation élastique et capable de déterminer les déformations et les sollicitations générées, aussi bien dans les poutres que dans les réservoirs circulaires. Deux méthodes de calcul utilisant ce principe sont traitées à savoir la méthode de la poutre infinie et celle des paramètres initiaux. Une étude sera faite pour déterminer la méthode qui occupe le moins d'espace mémoire et la proposer pour une utilisation éventuelle dans les ordinateurs de poche qui envahissent de plus en plus nos marchés et qui utilisent le langage Basic le plus souvent.

La conception de ce programme pourra permettre d'obtenir des résultats assez exacts et peut-être de faire un dimensionnement économique sans pour autant augmenter le temps de conception.



PREMIERE PARTIE

ANALYSE THEORIQUE

 école polytechnique  
de thèses

# CHAPITRE I

## ANALYSE DU PROBLEME

### I- Poutre reposant sur une fondation élastique

#### 1 Hypothèses fondamentales

Nous considérons une poutre prismatique reposant sur toute sa longueur sur une fondation élastique continue et sur laquelle sont appliquées, dans le plan vertical principal d'inertie, des charges ponctuelles ou distribuées, ou des couples. Ces charges sont transmises à la fondation par la poutre. Nous faisons les hypothèses suivantes :

1<sup>ere</sup> hypothèse : La fondation est assez résistante pour qu'elle ne subisse pas de rupture. Donc seule la poutre pourrait présenter une rupture.

2<sup>eme</sup> hypothèse : L'intensité, en chaque section, de la pression développée entre la poutre et la fondation est proportionnelle à la déformation (déflexion) en cette section. Cette hypothèse peut être exprimée par l'équation suivante :

$$p = Ky \quad (1)$$

dans laquelle  $p$  représente la pression développée au contact poutre-fondation,  $y$  désignant la déformation verticale de la poutre et  $K$  une constante habituellement appelée module de fondation.

Le module de fondation représente la pression développée lorsque le tassement est égal à l'unité de

longueur. En réalité, le module de fondation n'est pas constant mais dépend des caractéristiques de la poutre. Il est donc important, que la valeur de  $K$  soit déterminée expérimentalement, par une méthode, qui respecte le plus possible les caractéristiques de la poutre et de la fondation élastique. Ses dimensions sont, celles d'une force par unité de volume ( $N/m^3$ )

d'hypothèse de proportionnalité, de la pression développée et la déformation verticale est assez exacte lorsque les déformations sont petites. Cependant lorsque les déformations sont grandes, la fondation présente une résistance plus grande que celle qui serait due par un comportement linéaire, de la fondation et il en résulte une réduction, des tassements et des contraintes dans la poutre; l'hypothèse devient donc sécuritaire.

## 2- L'équation de l'élastique

Nous supposons une poutre de section transversale constante et que les forces  $y$  sont appliquées dans le plan principal vertical d'inertie (voir figure I-1)

fig I-1

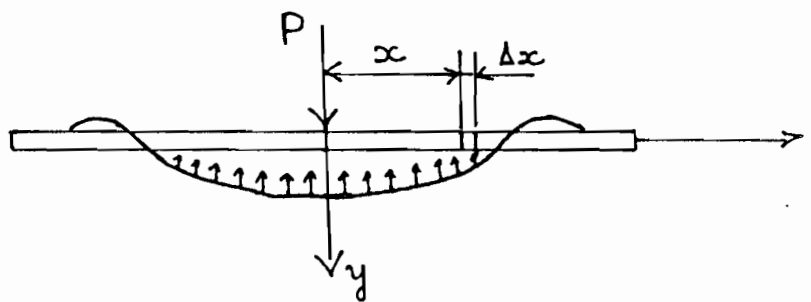
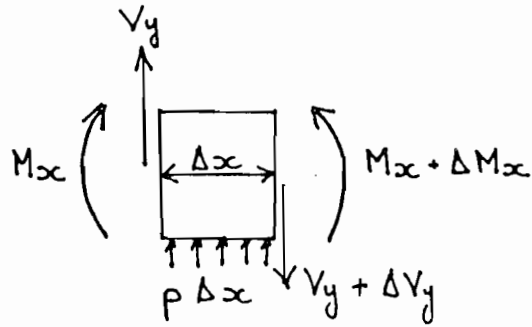


fig I-2



Le diagramme de corps libre d'un élément  $\Delta x$  est représenté à la figure I-2, avec les conventions de signe de l'effort tranchant et du moment fléchissant. L'équilibre de cet élément nous donne :

$$V_y - (V_y + dV_y) + K_y dx = 0$$

d'où :

$$\frac{dV_y}{dx} = K_y$$

En utilisant les relations connues en Résistance des Matériaux,  $V_y = \frac{dM}{dx}$  et  $EI \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = -M$ , et en dérivant, nous trouvons :

$$\frac{dV_y}{dx} = \frac{d^2 M}{dx^2} = K_y$$

$$EI \frac{d^3 y}{dx^3} = -V_y$$

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -K_y \quad (2)$$

L'équation (2) représente l'équation de l'élastique en fonction de la pression appliquée sur la poutre. En faisant la notation :

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{K}{4EI}}$$

(E : module d'élasticité ; I = moment d'inertie)

L'équation (2) s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4\alpha^4 y = 0 \quad (3)$$

qui représente une équation différentielle linéaire à coefficients constants, du quatrième ordre. Son équation caractéristique est :

$$r^4 + 4\alpha^4 = 0$$

dont les racines sont :

$$r_{1,2} = \alpha \pm \alpha i ; r_{3,4} = -\alpha \pm \alpha i$$

La solution générale de l'équation (3), devient alors :

$$y = e^{-\alpha x} (A \cos \alpha x + B \sin \alpha x) + e^{\alpha x} (C \cos \alpha x + D \sin \alpha x) \quad (4)$$

ce qui se vérifie en portant l'expression dans l'équation (3). Les constantes arbitraires A, B, C et D, doivent être déterminées à partir des conditions connues en certains points (conditions aux limites). Ces conditions portent sur la déflexion  $y$ , la rotation  $\frac{dy}{dx}$ , le moment fléchissant  $EI \frac{d^2 y}{dx^2}$  (M) et sur l'effort tranchant  $EI \frac{d^3 y}{dx^3}$  (T)

Par exemple, nous avons pour les 3 cas simples d'appui :

- Extrémité libre :

$$T = 0 \text{ et } M = 0$$

- Extrémité rotulée

$$y = 0 \text{ et } M = 0$$

- Extrémité encastree

$$y = 0 \text{ et } \frac{dy}{dx} = 0$$

La solution générale de l'équation (3), de l'élasticité peut s'exprimer aussi avec les fonctions hyperboliques :

$$y = c_1 \operatorname{ch} \alpha x \cos \alpha x + c_2 \operatorname{sh} \alpha x \cos \alpha x + c_3 \operatorname{ch} \alpha x \sin \alpha x + c_4 \operatorname{sh} \alpha x \sin \alpha x \quad (5)$$

Cette solution est utilisée lorsque la méthode des paramètres initiaux est utilisée comme méthode de calcul.

## CHAPITRE II

### METHODE DE LA POUTRE INFINIE

#### I Poutre de longueur infinie

##### 1 - Cas d'une charge concentrée

Considérons une poutre de longueur infinie, chargée d'une force concentrée isolée et prenons pour origine le point d'application de la force (figure II-1)

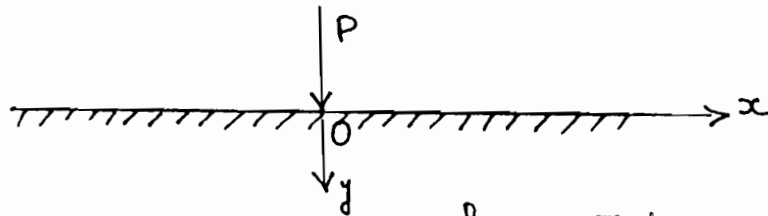


figure II-1

Par raison de symétrie nous étudions uniquement la partie de la poutre à droite de la force. Les conditions limites sont :

- A l'origine ( $x=0$ )

$$\begin{cases} dy/dx = y' = 0 \\ T = -P/2 \end{cases}$$

- Aux points infiniment éloignés ( $x \rightarrow \infty$ )

$$\begin{cases} T = 0 \\ M = 0 \end{cases} \quad y = 0$$

En utilisant l'équation (4), les conditions, aux limites, nous conduisent à :

$$A = B = \frac{P}{8\alpha^3 EI} = \frac{P\alpha}{2K}$$

et  $C = D = 0$

On obtient, ainsi :

$$y = \frac{P\alpha}{2K} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x)$$

$$y' = -\frac{P\alpha^2}{K} e^{-\alpha x} \sin \alpha x$$

$$M = -EI y'' = \frac{P}{4\alpha} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x - \sin \alpha x)$$

$$T = -EI y''' = -\frac{P}{2} e^{-\alpha x} \cos \alpha x$$

En utilisant les notations suivantes :

$$\varphi_1(\alpha x) = e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x)$$

$$\varphi_2(\alpha x) = e^{-\alpha x} \sin \alpha x$$

$$\varphi_3(\alpha x) = e^{-\alpha x} (\cos \alpha x - \sin \alpha x)$$

$$\varphi_4(\alpha x) = e^{-\alpha x} \cos \alpha x$$

Les équations (6) se simplifient et deviennent

$$y = \frac{P\alpha}{2K} \varphi_1(\alpha x)$$

$$y' = -\frac{P\alpha^2}{K} \varphi_2(\alpha x)$$

$$M = \frac{P}{4\alpha} \varphi_3(\alpha x)$$

$$T = -\frac{P}{2} \varphi_4(\alpha x)$$

des courbes représentatives de ces équations sont présentées aux figures II-2 a), b), c) et d)

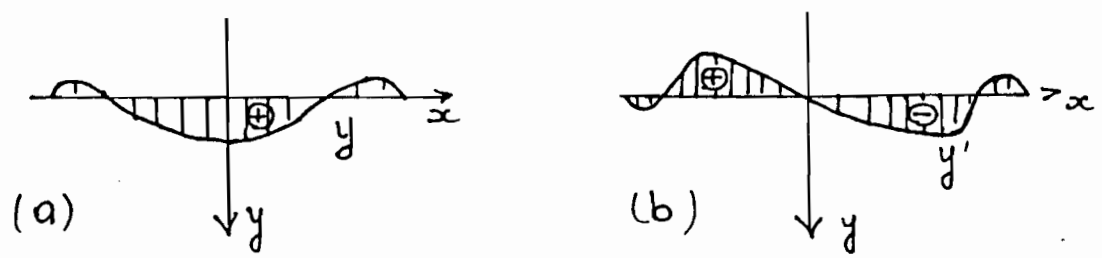


fig II-2



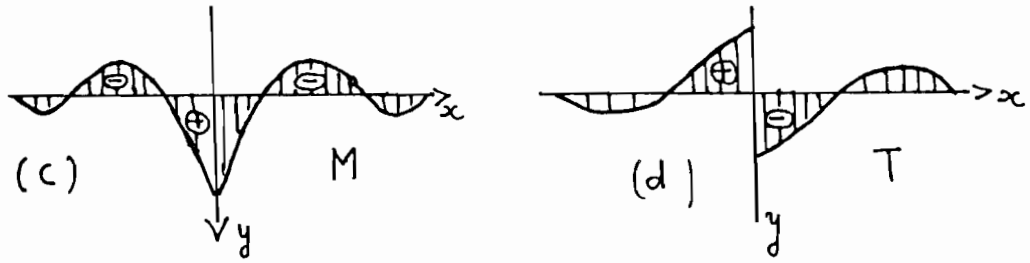


fig II-2

Nous remarquons, que :

$$y(-x) = y(x) ; y'(-x) = -y'(x)$$

$$M(-x) = M(x) ; T(-x) = -T(x)$$

## 2- Cas d'une poutre chargée par un moment

Au moyen des équations précédentes relatives à une force concentrée, on peut étudier le cas d'un moment appliqué à une poutre de longueur infinie (fig. II-3a) d'action du moment  $M_0$  est équivalente à celle, des deux forces  $P$  (fig II-3b) telles, que  $P \cdot a$  tende vers  $M_0$  lorsque  $a$  tend vers zéro

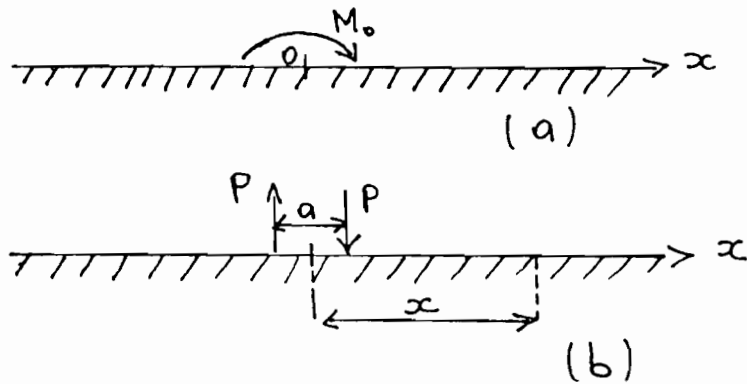


fig II-3

Nous avons, alors :

$$y = \frac{Pa}{2K} (-\varphi_1(\alpha(x+a)) + \varphi_1(\alpha x))$$

$$y = -\frac{Pa\alpha}{2K} \frac{\varphi_1(\alpha(x+a)) - \varphi_1(\alpha x)}{a} \quad x > 0$$

En remarquant que :

$$\lim_{a \rightarrow 0} \left[ \frac{\varphi_1(\alpha(x+a)) - \varphi_1(\alpha x)}{a} \right] = \frac{d\varphi_1(\alpha x)}{dx} = -2\alpha \varphi_2(\alpha x)$$

et  $\lim_{a \rightarrow 0} P \cdot a = M_0$  ,

nous obtenons finalement :

$$y = \frac{M_0 \alpha^2}{K} \varphi_2(\alpha x) \quad (8a)$$

Par dérivations successives de  $y$ , nous avons

$$y' = \frac{M_0 \alpha^3}{K} \varphi_3(\alpha x) \quad (8b)$$

$$M = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M_0}{2} \varphi_4(\alpha x) \quad (8c)$$

$$T = -EI \frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{M_0}{2} \alpha \varphi_1(\alpha x) \quad (8d)$$

Les courbes représentatives de ces équations sont représentées aux figures II-4.

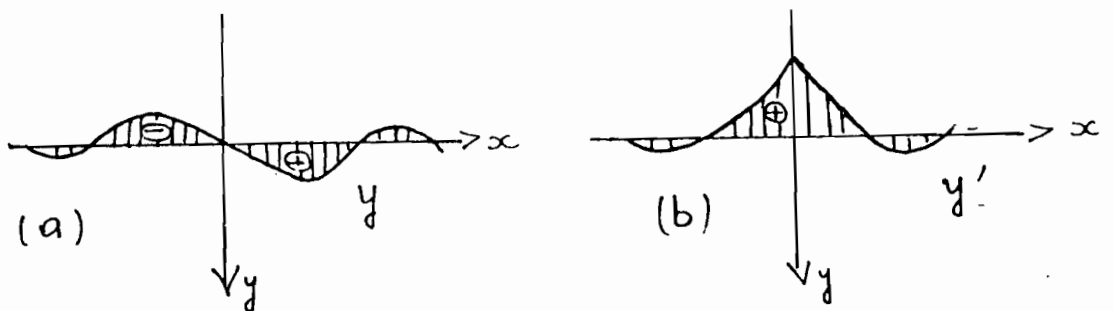
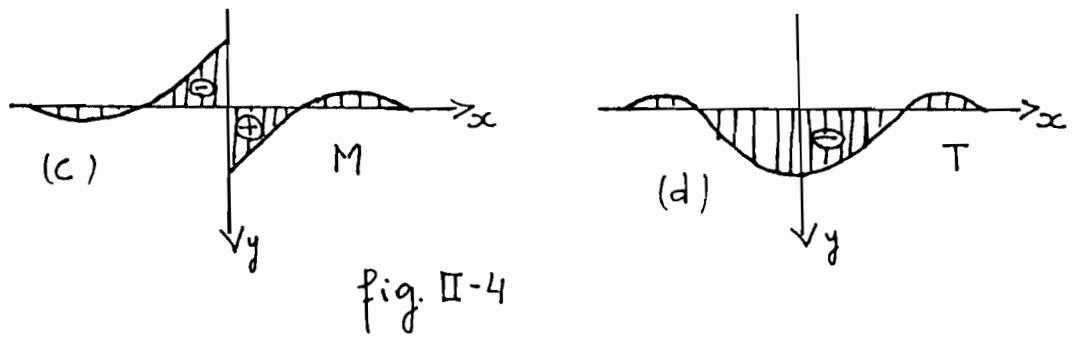


fig II-4



Nous pouvons constater que :

$$y(-x) = -y(x) ; y'(-x) = y'(x)$$

$$M(-x) = -M(x) ; T(-x) = T(x)$$

Remarquons que si le moment agit dans le sens anti-horaire, les équations précédentes doivent changer de signe.

### 3- Cas d'un chargement linéairement distribué

Le principe de superposition et l'équation (7a) relative à une force concentrée isolée nous permettent d'obtenir la déformation d'une poutre chargée linéairement (fig. II-5)

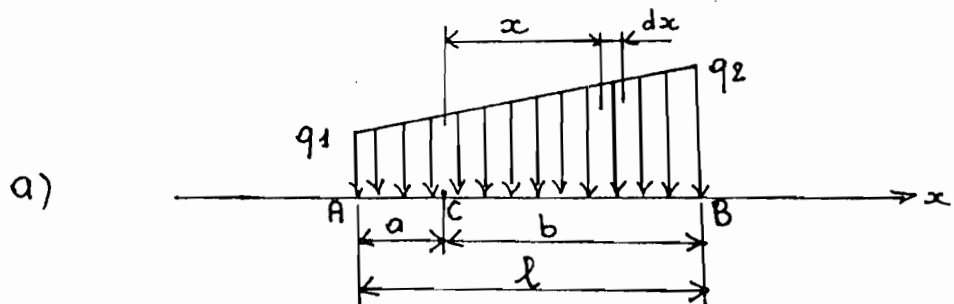


fig. II-5

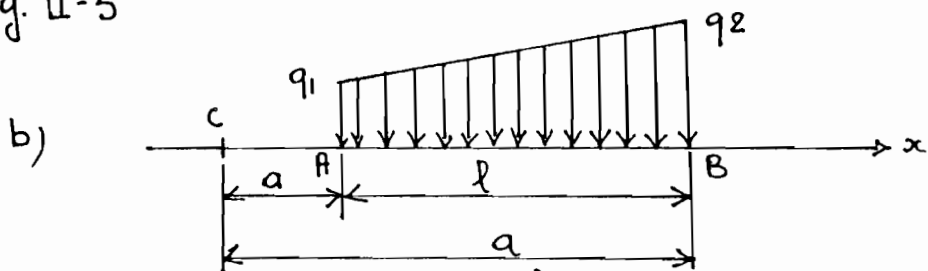
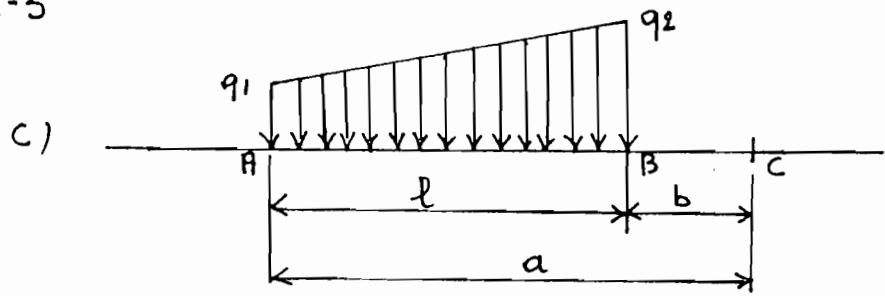


Fig II-5



Nous distinguons trois cas de figure suivant la position du point C pour lequel nous voulons déterminer les effets du chargement.

3a- Le point C est sous le chargement (fig. II-5a)

En comptant  $x$  à partir du point C, nous avons pour la région A-C,

$$q_x = \frac{q_2 - q_1}{l} (a - x) + q_1,$$

et pour la région C-B,

$$q_x = \frac{q_2 - q_1}{l} (a + x) + q_1.$$

En remplaçant dans l'équation (7a)  $P$  par  $q dx$ , nous obtenons :

$$dy = \frac{q dx}{2k} \alpha \varphi_1(\alpha x)$$

Nous avons donc pour la déflexion au point C

$$y = \frac{(q_2 - q_1)}{2kl} \alpha \left\{ \int_0^a (a - x) \varphi_1(\alpha x) + \int_0^b (a + x) \varphi_1(\alpha x) \right\} + q_1 \left\{ \int_0^a \varphi_1(\alpha x) + \int_0^b \varphi_1(\alpha x) \right\}$$

En calculant cette intégrale nous trouvons :

$$y = \frac{q_2 - q_1}{l} \times \frac{1}{4\alpha k} \left\{ \varphi_3(\alpha a) - \varphi_3(\alpha b) - 2\alpha l \varphi_4(\alpha b) + 4\alpha a \right\} + \frac{q_1}{2k} \left\{ 2 - \varphi_4(\alpha a) - \varphi_4(\alpha b) \right\} \quad (9a)$$

De la même façon nous trouvons :

$$y' = -\frac{q_2 - q_1}{l} \times \frac{1}{2k} \left\{ \varphi_4(\alpha a) + \varphi_4(\alpha b) + \alpha l \varphi_1(\alpha b) - 2 \right\} + \frac{q_1 \alpha}{2k} \left\{ \varphi_1(\alpha a) - \varphi_1(\alpha b) \right\} \quad (9b)$$

$$M = -\frac{q_2 - q_1}{l} \times \frac{1}{8\alpha^3} \left\{ \varphi_1(\alpha a) - \varphi_1(\alpha b) - 2\alpha l \varphi_2(\alpha b) \right\} + \frac{q_1}{4\alpha^2} \left\{ \varphi_2(\alpha a) + \varphi_2(\alpha b) \right\} \quad (9c)$$

$$T = \frac{q_2 - q_1}{l} \times \frac{1}{4\alpha^2} \left\{ \varphi_2(\alpha a) + \varphi_2(\alpha b) - \alpha l \varphi_3(\alpha b) \right\} + \frac{q_1}{4\alpha} \left\{ \varphi_3(\alpha a) - \varphi_3(\alpha b) \right\} \quad (9d)$$

3b - Le point C est à gauche du chargement (fig II-5b)

Pour ce cas nous avons :

$$y = \frac{q_2 - q_1}{l} \times \frac{1}{4\alpha k} \left\{ \varphi_3(\alpha a) - \varphi_3(\alpha b) - 2\alpha l \varphi_4(\alpha b) \right\} + \frac{q_1}{2k} \left\{ \varphi_4(\alpha a) - \varphi_4(\alpha b) \right\} \quad (10a)$$

$$y' = \frac{q_2 - q_1}{l} \times \frac{1}{2k} \left\{ \varphi_4(\alpha a) - \varphi_4(\alpha b) - \alpha l \varphi_1(\alpha b) \right\} + \frac{q_1 \alpha}{2k} \left\{ \varphi_1(\alpha a) - \varphi_1(\alpha b) \right\} \quad (10b)$$

$$M = -\frac{q_2 - q_1}{l} \times \frac{1}{8\alpha^3} \left\{ \varphi_1(\alpha a) - \varphi_1(\alpha b) - 2\alpha l \varphi_2(\alpha b) \right\} - \frac{q_1}{4\alpha^2} \left\{ \varphi_2(\alpha a) - \varphi_2(\alpha b) \right\} \quad (10c)$$

$$T = -\frac{q_2 - q_1}{l} \times \frac{1}{4\alpha^2} \left\{ \varphi_2(\alpha a) - \varphi_2(\alpha b) + \alpha l \varphi_3(\alpha b) \right\} + \frac{q_1}{4\alpha} \left\{ \varphi_3(\alpha a) - \varphi_3(\alpha b) \right\} \quad (10d)$$

3c - Le point C est à droite du chargement (fig. II-5c)

Pour ce dernier cas nous avons :

$$y = \frac{q_2 - q_1}{l} \times \frac{1}{4\alpha k} \left\{ \varphi_3(\alpha a) - \varphi_3(\alpha b) + 2\alpha l \varphi_4(\alpha b) \right\} - \frac{q_1}{2k} \left\{ \varphi_4(\alpha a) - \varphi_4(\alpha b) \right\} \quad (11a)$$

$$y' = \frac{q_2 - q_1}{l} \times \frac{1}{2k} \left\{ \varphi_4(\alpha a) - \varphi_4(\alpha b) + \alpha l \varphi_1(\alpha b) \right\} + \frac{q_1}{2k} \alpha \left\{ \varphi_1(\alpha a) - \varphi_1(\alpha b) \right\} \quad (11b)$$

$$M = -\frac{q_2 - q_1}{l} \times \frac{1}{8\alpha^3} \left\{ \varphi_1(\alpha a) - \varphi_1(\alpha b) + 2\alpha l \varphi_2(\alpha b) \right\} + \frac{q_1}{4\alpha^2} \left\{ \varphi_2(\alpha a) - \varphi_2(\alpha b) \right\} \quad (11c)$$

$$T = -\frac{q_2 - q_1}{l} \times \frac{1}{4\alpha^2} \left\{ \varphi_2(\alpha a) - \varphi_2(\alpha b) + \alpha l \varphi_3(\alpha b) \right\} + \frac{q_1}{4\alpha} \left\{ \varphi_3(\alpha a) - \varphi_3(\alpha b) \right\} \quad (11d)$$

Remarquons que pour un chargement uniforme nous avons  $q_1 = q_2$  et pour un chargement triangulaire nous avons  $q_1 = 0$  (ou  $q_2 = 0$ ).

## II Poutre semi-infinie

Une poutre est considérée semi-infinie lorsque son extension est illimitée dans une direction seulement, ayant au point A une extrémité finie (fig II-6). Cette extrémité peut être libre, encastree, ou rotulée. Nous pouvons utiliser les relations développées précédemment et le principe de superposition.

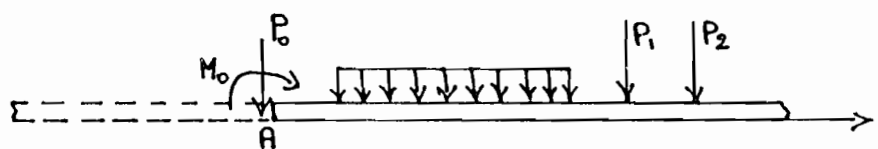


fig II-6.

Considérons la poutre semi-infinie représentée à la figure II-6, d'extrémité gauche libre. Nous pouvons trouver une poutre fictive infinie équivalente à la poutre semi-infinie du point de vue statique, en chargeant la poutre fictive par un couple  $M_0$  et une force concentrée  $P_0$  au niveau de l'extrémité A, de sorte à avoir dans la section A,  $M=0$  et  $T=0$  (conditions aux limites). En désignant par  $M_A$  et  $T_A$ , les sollicitations au point A, dues au chargement de la poutre semi-infinie et calculées selon les relations établies précédemment, nous devons avoir :

$$M_A + \frac{P_0}{4\alpha} + \frac{M_0}{2} = 0$$

et

$$T_A - \frac{P_0}{2} - \frac{M_0\alpha}{2} = 0$$

d'où :

$$P_0 = 4(\alpha M_A + T_A)$$

$$M_0 = -\frac{2}{\alpha}(2\alpha M_A + T_A)$$

D'une façon analogue nous pouvons déterminer  $P_0$  et  $M_0$  de sorte à remplir les conditions d'extrémité encastree ou rotulée en A. Une fois que  $P_0$  et  $M_0$  sont déterminés, nous les utilisons pour déterminer les sollicitations générées en n'importe quelle section de la poutre semi-infinie avec la méthode développée précédemment.

### III Poutre de longueur finie

Nous distinguons trois catégories de poutre suivant leur longueur :

- poutre de grande longueur, lorsque  $\alpha l > 5$  (char-

gement situé au centre) et pour laquelle les relations développées pour une poutre infinie sont directement applicables.

- poutre dite <sup>courte</sup> lorsque  $\alpha l < 0,6$  et pour laquelle on considère la raideur (rigidité) infinie. Par conséquent la pression  $p$  devient uniformément répartie et nous pouvons appliquer la formule suivante de la déformation:

$$y = \frac{P}{kR}$$

- poutre de longueur moyenne lorsque  $0,6 < \alpha l < 5$  et pour laquelle la méthode de calcul est développée dans ce paragraphe.

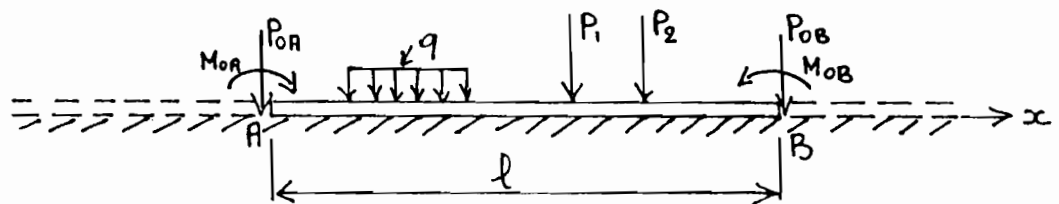


fig II-7

Considérons une poutre de longueur moyenne d'extrémités libres A et B (fig. II-7). Le principe de la méthode de calcul est le même que pour celui d'une poutre semi-infinie, ajouté à cela qu'il nous faut déterminer 4 forces fictives. Pour l'exemple illustré par la figure II-7 nous devons résoudre le système suivant:



$$\left\{ \begin{array}{l} M_A + \frac{P_{0A}}{4\alpha} + \frac{P_{0B}}{4\alpha} \varphi_3(\alpha l) + \frac{M_{0A}}{2} + \frac{M_{0B}}{2} \varphi_4(\alpha l) = 0 \\ T_A - \frac{P_{0A}}{2} + \frac{P_{0B}}{2} \varphi_4(\alpha l) - \alpha \frac{M_{0A}}{2} + \alpha \frac{M_{0B}}{2} \varphi_1(\alpha l) = 0 \\ M_B + \frac{P_{0A}}{4\alpha} \varphi_3(\alpha l) + \frac{P_{0B}}{4\alpha} + \frac{M_{0A}}{2} \varphi_4(\alpha l) + \frac{M_{0B}}{2} = 0 \\ T_B - \frac{P_{0A}}{2} \varphi_4(\alpha l) + \frac{P_{0B}}{2} - \alpha \frac{M_{0A}}{2} \varphi_1(\alpha l) + \alpha \frac{M_{0B}}{2} = 0 \end{array} \right.$$

$M_A, T_A, M_B$  et  $T_B$  étant les sollicitations générées en A et B par le chargement de la poutre de longueur moyenne.

## CHAPITRE III

### METHODE DES PARAMETRES INITIAUX

#### I Les paramètres initiaux

La méthode des paramètres initiaux est très pratique pour le calcul des poutres de longueur finie, car elle ne demande, le plus souvent, que la résolution d'un système simple. La solution générale (5) de l'équation de l'élastique :

$$y = C_1 \operatorname{ch} \alpha x \cos \alpha x + C_2 \operatorname{sh} \alpha x \sin \alpha x \\ + C_3 \operatorname{ch} \alpha x \sin \alpha x + C_4 \operatorname{sh} \alpha x \cos \alpha x$$

nous donne, par dérivations successives et en utilisant les relations

$$y'' = -\frac{M}{EI} \quad \text{et} \quad y''' = -\frac{T}{EI} ,$$

la valeur des constantes :

$$C_1 = y_0 \quad ; \quad C_2 = \frac{y_0'}{2\alpha} + \frac{T_0 \alpha}{K}$$

$$C_3 = \frac{y_0'}{2\alpha} - \frac{T_0 \alpha}{K} \quad ; \quad C_4 = -\frac{2M_0 \alpha^2}{K}$$

(l'indice "0" indique l'origine)

Nous faisons les notations suivantes :

$$f_1(\alpha x) = \operatorname{ch} \alpha x \cos \alpha x$$

$$f_2(\alpha x) = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} \alpha x \sin \alpha x + \operatorname{sh} \alpha x \cos \alpha x)$$

$$f_3(\alpha x) = \frac{1}{2} \operatorname{sh} \alpha x \sin \alpha x$$

$$f_4(\alpha x) = \frac{1}{4} (\operatorname{ch} \alpha x \sin \alpha x - \operatorname{sh} \alpha x \cos \alpha x)$$

En utilisant ces notations et les valeurs des constantes, et en faisant les dérivations nécessaires, nous obtenons :

$$y = y_0 f_1(\alpha x) + \frac{\varphi_0}{\alpha} f_2(\alpha x) - \frac{4M_0 \alpha^2}{K} f_3(\alpha x) - \frac{4T_0 \alpha}{K} f_4(\alpha x) \quad (12 a)$$

$$y' = \varphi = -4\alpha y_0 f_4(\alpha x) + \varphi_0 f_1(\alpha x) - \frac{4M_0 \alpha^3}{K} f_2(\alpha x) - \frac{4T_0 \alpha^2}{K} f_3(\alpha x) \quad (12 b)$$

$$M = \frac{K}{\alpha^2} y_0 f_3(\alpha x) + \frac{K}{\alpha^3} \varphi_0 f_4(\alpha x) + M_0 f_1(\alpha x) + \frac{T_0}{\alpha} f_2(\alpha x) \quad (12 c)$$

$$T = \frac{K}{\alpha} y_0 f_2(\alpha x) + \frac{K}{\alpha^2} \varphi_0 f_3(\alpha x) - 4\alpha M_0 f_4(\alpha x) + T_0 f_1(\alpha x) \quad (12 d)$$

Lorsqu'on connaît les paramètres initiaux  $y_0, \varphi_0, M_0, T_0$ , ces expressions sont suffisantes pour la détermination des sollicitations et déformations à une section quelconque, à condition qu'il n'y ait pas de chargement entre l'origine et la section en question. Autrement il faut des termes de correction pour tenir compte du chargement.

## II Les termes de correction

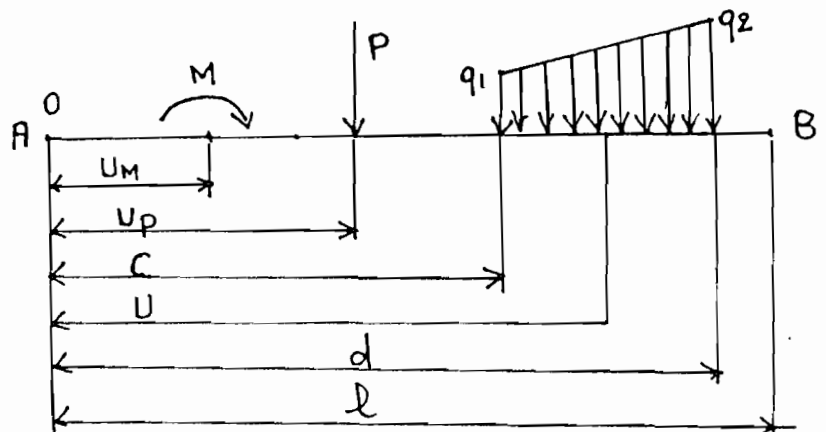


fig. III-1

Nous employons l'exemple de la figure III-1 pour illustrer l'utilisation des termes de correction, qu'il faut ajouter, aux expressions (12).

Lorsque  $x > \mu_m$ , les termes de correction, pour  $y$ ,  $\varphi$ ,  $M$  et  $T$  valent respectivement :

$$-\frac{4M\alpha^2}{K} f_3\{\alpha(x-\mu_m)\} ; \quad (13a)$$

$$-\frac{4M\alpha^3}{K} f_2\{\alpha(x-\mu_m)\} ; \quad (13b)$$

$$M f_1\{\alpha(x-\mu_m)\} ; \quad (13c)$$

$$-4\alpha M f_4\{\alpha(x-\mu_m)\} ; \quad (13d)$$

Lorsque  $x > \mu_p$ , nous devons, ajouter en plus des termes (13), les termes suivants pour respectivement  $y$ ,  $\varphi$ ,  $M$  et  $T$  :

$$\frac{4P\alpha}{K} f_4\{\alpha(x-\mu_p)\} ; \quad (14a)$$

$$\frac{4P\alpha^2}{K} f_3\{\alpha(x-\mu_p)\} ; \quad (14b)$$

$$-\frac{P}{\alpha} f_2\{\alpha(x-\mu_p)\} ; \quad (14c)$$

$$-P f_1\{\alpha(x-\mu_p)\} . \quad (14d)$$

Lorsque  $x > c$ , nous avons pour la déflexion  $y$  le terme de correction supplémentaire suivant :

$$\frac{4\alpha}{K} \int_c^x q f_4\{\alpha(x-u)\} du .$$

avec  $q = \frac{q_2 - q_1}{d - c} (u - c) + q_1$

En posant  $a = \frac{q_2 - q_1}{d - c}$  et  $q_1 = b$ ,  $q$  s'écrit :

$$q = a(u - c) + b$$

En faisant une intégration par parties et, avec l'utilisation du changement de variable  $v = \alpha(x - u)$ , nous trouvons pour le terme de correction pour la déflexion  $y$ ,

$$\frac{1}{k\alpha} \left[ \alpha \{ a(u - c) + b \} f_1 \{ \alpha(x - u) \} + a f_2 \{ \alpha(x - u) \} \right] \Big|_c^x ; \quad (15 a)$$

De même les termes de correction pour  $\varphi$ ,  $M$  et  $T$  sont respectivement :

$$\frac{4}{k} \left[ \alpha \{ a(c - u) - b \} f_4 \{ \alpha(x - u) \} + \frac{a}{4} f_1 \{ \alpha(x - u) \} \right] \Big|_c^x ; \quad (15 b)$$

$$\frac{1}{\alpha^3} \left[ \alpha \{ a(u - c) + b \} f_3 \{ \alpha(x - u) \} + a f_4 \{ \alpha(x - u) \} \right] \Big|_c^x ; \quad (15 c)$$

$$\frac{1}{\alpha^2} \left[ \alpha \{ a(u - c) + b \} f_2 \{ \alpha(x - u) \} + a f_3 \{ \alpha(x - u) \} \right] \Big|_c^x . \quad (15 d)$$

la borne supérieure  $x$  doit être remplacée par  $d$  lorsque  $x > d$ .

Le plus souvent nous avons deux paramètres initiaux qui sont nuls. Nous avons en effet lorsque

l'extrémité (origine) est libre :  $M_0 = 0$ ,  $T_0 = 0$  ; lorsqu'elle est encastrée :  $y_0 = 0$  et  $\varphi_0 = 0$  ; lorsqu'elle est rotulée :  $y_0 = 0$ ,  $M_0 = 0$ . Les deux autres paramètres sont déterminés en utilisant les conditions aux limites de l'autre extrémité.

### III Exemple de calcul

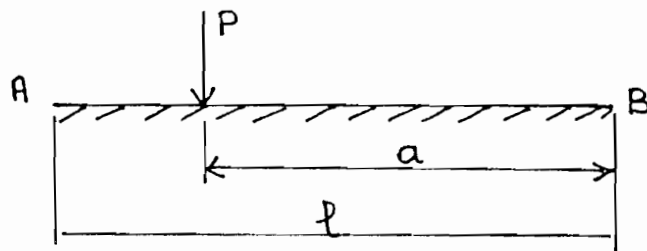


Fig III-2

l'exemple de la figure III-2 illustre la méthode de calcul des paramètres initiaux. l'extrémité A (origine) est libre donc  $M_0 = 0$  et  $T_0 = 0$ . l'extrémité est libre et nous avons alors  $M = 0$  et  $T = 0$ , c'est-à-dire :

$$\begin{cases} \frac{k}{\alpha^2} y_0 f_3(\alpha l) + \frac{k}{\alpha^3} \varphi_0 f_4(\alpha l) - \frac{P}{\alpha} f_2(\alpha a) = 0 \\ \frac{k}{\alpha} y_0 f_2(\alpha l) + \frac{k}{\alpha^2} \varphi_0 f_3(\alpha l) - P f_1(\alpha a) = 0 \end{cases}$$

Nous avons un système de deux équations, à deux inconnues que nous pouvons résoudre pour trouver  $y_0$  et  $\varphi_0$ . Une fois ces paramètres initiaux déterminés, nous pouvons appliquer les expressions (12), en ajoutant au besoin les termes de correction.

# CHAPITRE IV

## RESERVOIR CIRCULAIRE A PARDI MINCE

### I - Utilisation du concept de poutre sur fondation élastique

Le concept de poutre reposant sur une fondation élastique peut être utilisé pour le calcul de tube cylindrique à paroi mince, c'est-à-dire lorsque l'épaisseur de la paroi est petite par rapport au rayon, soumis à un chargement circulaire uniforme (fig. IV-1a)

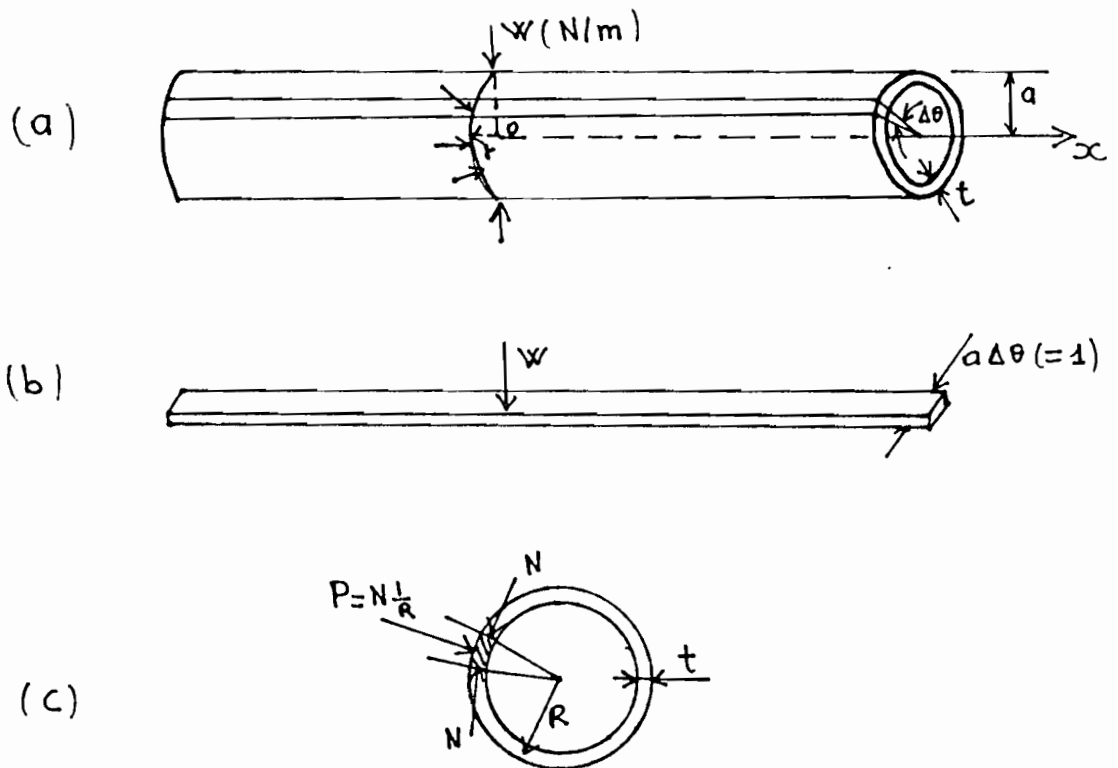


fig. IV-1

Du fait de la symétrie du chargement, chaque section normale à l'axe du tube restera circulaire tandis que le rayon va subir un changement  $\Delta r = y$ , différent pour chaque section. Cette déformation peut être regardée comme la déflexion d'un élément longitudinal du tube (fig IV-1b). Nous supposons  $a\Delta\theta$  égal à l'unité de longueur. La déformation radiale  $y$  cause une compression circonférentielle  $y/R$  du tube, qui cause à son tour des forces normales de compression  $N$  (fig IV-1c):

$$N = \frac{Et}{R} y \quad (16)$$

par unité de longueur d'élément longitudinal,  $R$  étant le rayon moyen,  $t$  l'épaisseur de la paroi et  $E$  le module d'élasticité du tube. La résultante de ces forces doit avoir une direction radiale et sa valeur est :

$$P = N \times \frac{1}{R} = \frac{Et}{R^2} y \quad (17)$$

Nous voyons que la force  $P$  qui est opposée à la déformation  $y$ , est aussi proportionnelle à  $y$ , le facteur de proportionnalité étant  $Et/R^2$ . Nous pouvons donc conclure qu'un élément longitudinal d'un tube cylindrique chargé symétriquement par rapport à son axe peut être considéré comme une poutre reposant sur une fondation élastique, dont le module,

$$K = \frac{Et}{R^2} \quad (18)$$



dépend des dimensions et du matériau du tube.

Nous notons que nous avons un état de contrainte et de déformation différent de celui d'une poutre reposant sur une fondation élastique car les deux côtés de l'élément longitudinal ne sont pas à même de tourner de façon à permettre une extension ou une contraction latérale des fibres, mais restent parallèles à leurs directions (radiales) initiales. Pour tenir compte de cet effet, nous prendrons pour le moment d'inertie la valeur

$$I = \frac{t^3}{12(1-\mu^2)} \quad (19)$$

où  $\mu$  désigne le coefficient de Poisson ( $\mu = 0,3$  pour l'acier). Nous avons alors

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{K}{4EI}} = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{R^2 t^2}} \quad (20)$$

Le calcul de  $y, y', M$  et  $T$  des éléments longitudinaux se fera de la même manière que développée dans les paragraphes précédents, mais en prenant les valeurs de  $K$  et  $\alpha$  données en (18) et (20). Le moment  $M_c$  agissant dans la direction de la circonférence vaut

$$M_c = \mu M$$

$M$  étant le moment fléchissant dans la direction de l'axe du tube.

La contrainte circonférentielle  $\sigma_c$  est égale à la somme algébrique de la contrainte due aux forces normales,  $\sigma_N$ , et de celle due au moment circonférentiel,  $\sigma_b$ . Ainsi

$$\sigma_c = \sigma_N + \sigma_b$$

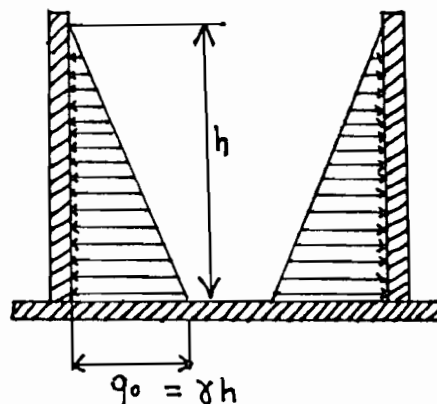
$$\sigma_N = \frac{E}{R} y$$

$$\sigma_b = \pm \frac{6}{t^2} \mu M \quad (\text{le signe - indique une compression de la fibre intérieure ou extérieure})$$

## II Réservoirs circulaires

Le principe de superposition est applicable dans le cas général où le chargement varie d'une façon quelconque le long de l'axe du tube, pourvu que la symétrie du chargement par rapport à cet axe soit respectée. Les réservoirs circulaires verticaux sont chargés symétriquement car ils subissent une poussée hydrostatique intérieure triangulaire, du moins lorsqu'ils contiennent un liquide.

fig IV-2



DEUXIEME PARTIE

PROGRAMMATION

# CHAPITRE V

## FONCTIONNEMENT DU PROGRAMME

### I Généralités

Le programme proposé est écrit en langage BASIC. Il utilise un mode conversationnel c'est-à-dire que le système (ordinateur) demande les informations et les données nécessaires quand il est mis en exécution. Le système affiche, à l'écran, chaque fois que c'est nécessaire, des remarques sur la façon d'introduire les informations et les données numériques. Les messages affichés sont clairs et précis et il n'est donc pas nécessaire d'utiliser les mêmes symboles que ceux utilisés dans le programme qui ne sont pas des notations habituelles. Il est tout juste suffisant de faire un petit schéma de chargement, avec les données numériques. Néanmoins une description des variables est donnée ci-après pour pouvoir expliquer le fonctionnement du programme.

Le programme est capable de déterminer les déformations et les sollicitations générées dans une poutre reposant sur une fondation élastique et également celles qui sont générées dans un réservoir circulaire ou plus généralement dans un tube cylindrique à paroi mince. Les chargements concentrés et ceux qui sont linéairement distribués (chargement uniforme ou trapézoïdal) sont traités par le programme.

Le programme comporte deux méthodes de calcul à savoir la méthode de la poutre infinie (ou des forces

fictives) et celle des paramètres initiaux. L'utilisateur du programme a le choix entre ces deux méthodes sauf lorsqu'il considère que la longueur de la poutre (ou du tube cylindrique) est infinie ou semi-infinie, aux- quels cas la méthode de la poutre infinie est utilisée.

## II Description des variables

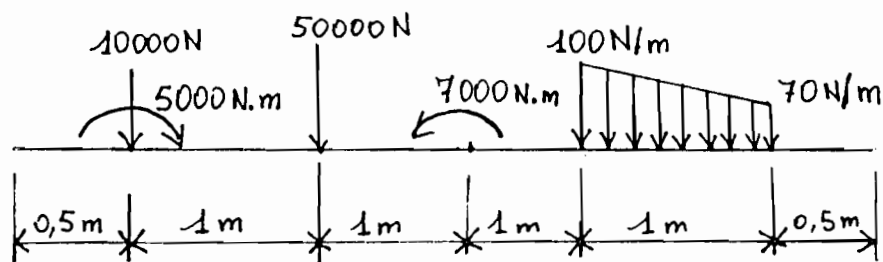


fig V-1

Nous utilisons l'exemple de la figure V-1 pour décrire les variables utilisées par le programme et pour illustrer la façon de les considérer.

- $L$  = longueur de la poutre =  $0,5 + 4 \times 1 + 0,5 = 5$  m
- $N1$  = nombre de points chargés par une force verticale et/ou par un moment

$$N1 = 3$$

- $N2$  = nombre de chargements distribués

$$N2 = 1$$

•  $D(1)$  = distance par rapport à l'extrémité gauche (considérée comme origine des abscisses) de la poutre du point chargé le plus à gauche.

$$D(1) = 0,5 \text{ m}$$

- $D(2)$  = distance du deuxième point chargé

$$D(2) = 0,5 + 1 = 1,5 \text{ m}$$

.  $D(3)$  = distance du troisième point, chargé

$$D(3) = 1,5 + 1 = 2,5 \text{ m}$$

.  $M(1)$  = moment appliqué à  $D(1)$

$$M(1) = 5000 \text{ N}\cdot\text{m}$$

.  $M(2)$  = moment appliqué à  $D(2)$

$$M(2) = 0 \quad (\text{pas de moment})$$

.  $M(3)$  = moment appliqué à  $D(3)$

$$M(3) = -7000 \text{ N}\cdot\text{m} \quad (\text{sens anti-horaire})$$

.  $P(1)$  = force verticale appliquée à  $D(1)$

$$P(1) = 10000 \text{ N}$$

.  $P(2)$  = force appliquée à  $D(2)$

$$P(2) = 50000 \text{ N}$$

.  $P(3)$  = force appliquée à  $D(3)$

$$P(3) = 0 \quad (\text{pas de force})$$

.  $Q(1)$  = Valeur (par unité de longueur) du chargement distribué au niveau de l'extrémité gauche

$$Q(1) = 100 \text{ N/m}$$

.  $R(1)$  = valeur du chargement au niveau de l'extrémité droite

$$R(1) = 70 \text{ N/m}$$

.  $P(0)$  et  $M(0)$  = charges fictives appliquées à l'extrémité gauche de la poutre

.  $P(N1+1)$  et  $M(N1+1)$  = charges fictives appliquées à l'extrémité droite de la poutre ( $D(N1+1) = L$ )

.  $X0, F0, M0, T0$  = paramètres initiaux

- $K$  = module de fondation  $\times$  largeur de la poutre ( $N/m^2$ )  
Le module de fondation est exprimé en  $N/m^3$ . Néanmoins  $K(N/m^2)$  est désigné par module de fondation.
- $E$  = module d'élasticité ( $N/m^2$ ), de la poutre
- $I_1$  = moment d'inertie ( $m^4$ ) de la poutre

Pour le calcul de réservoir circulaire nous avons les variables suivantes :

- $R$  = rayon moyen du réservoir (m)
- $R_1$  = épaisseur de la paroi (m)
- $E$  = module d'élasticité ( $N/m^2$ )
- $\nu_1$  = coefficient de Poisson
- $L$  = hauteur du réservoir (m)

### III Détermination des paramètres initiaux et des forces fictives

#### 1 - Détermination des paramètres initiaux

Elle consiste en la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues par la méthode des déterminants. Tous les cas (neuf au total) d'appui des deux extrémités sont étudiés, ce qui donne 27 déterminants au total ( $9 \times 3$ ).

#### 2 - Détermination des forces fictives

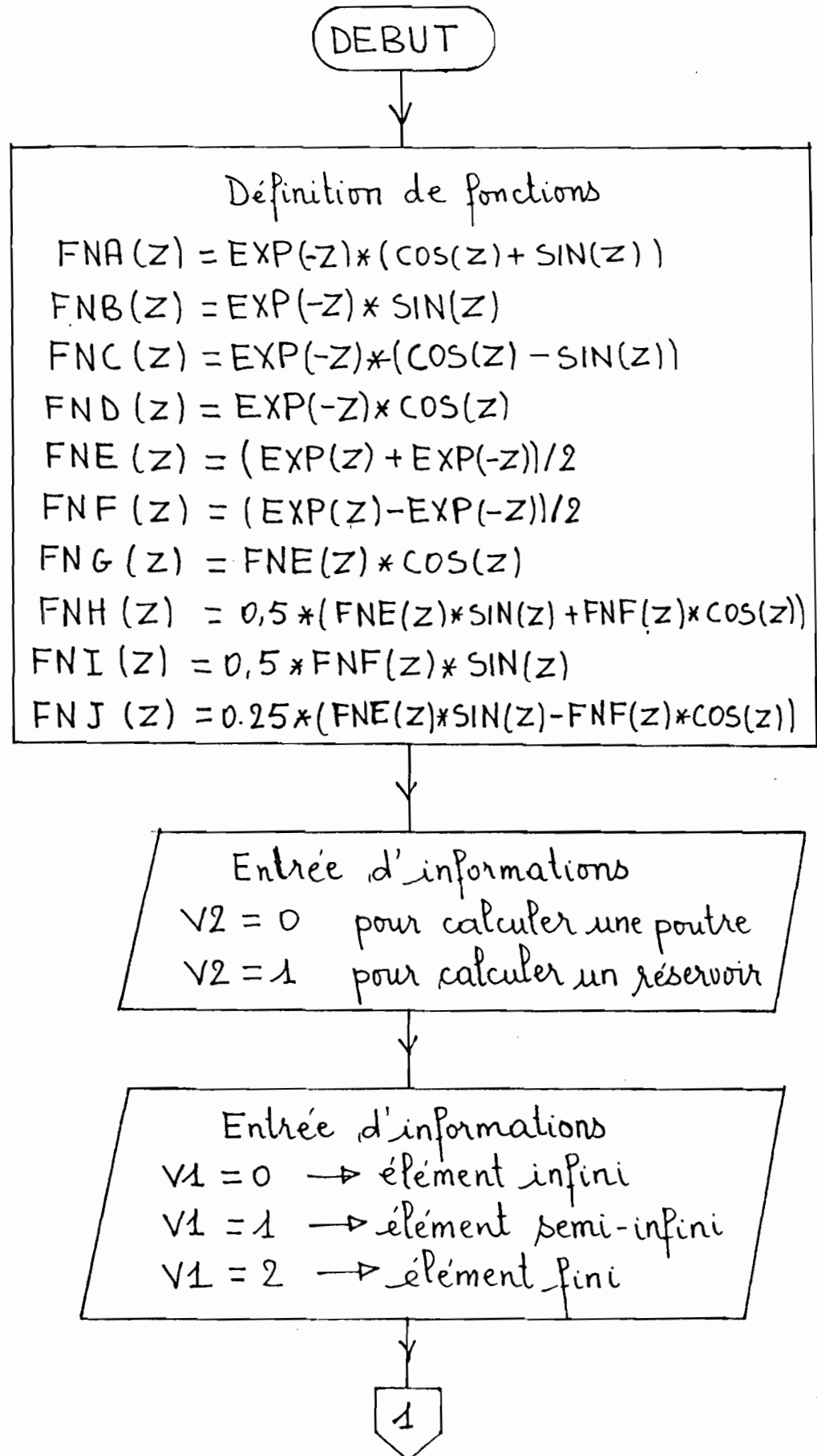
Il s'agit ici de résoudre des systèmes de 4 équations à 4 inconnues, mais résoudre tous les cas serait très fastidieux parce que les expressions deviendraient très longues. Nous résolvons donc une seule fois un système d'équations générales et selon les conditions, aux limites, des valeurs appropriées sont affectées aux coefficients des équations.

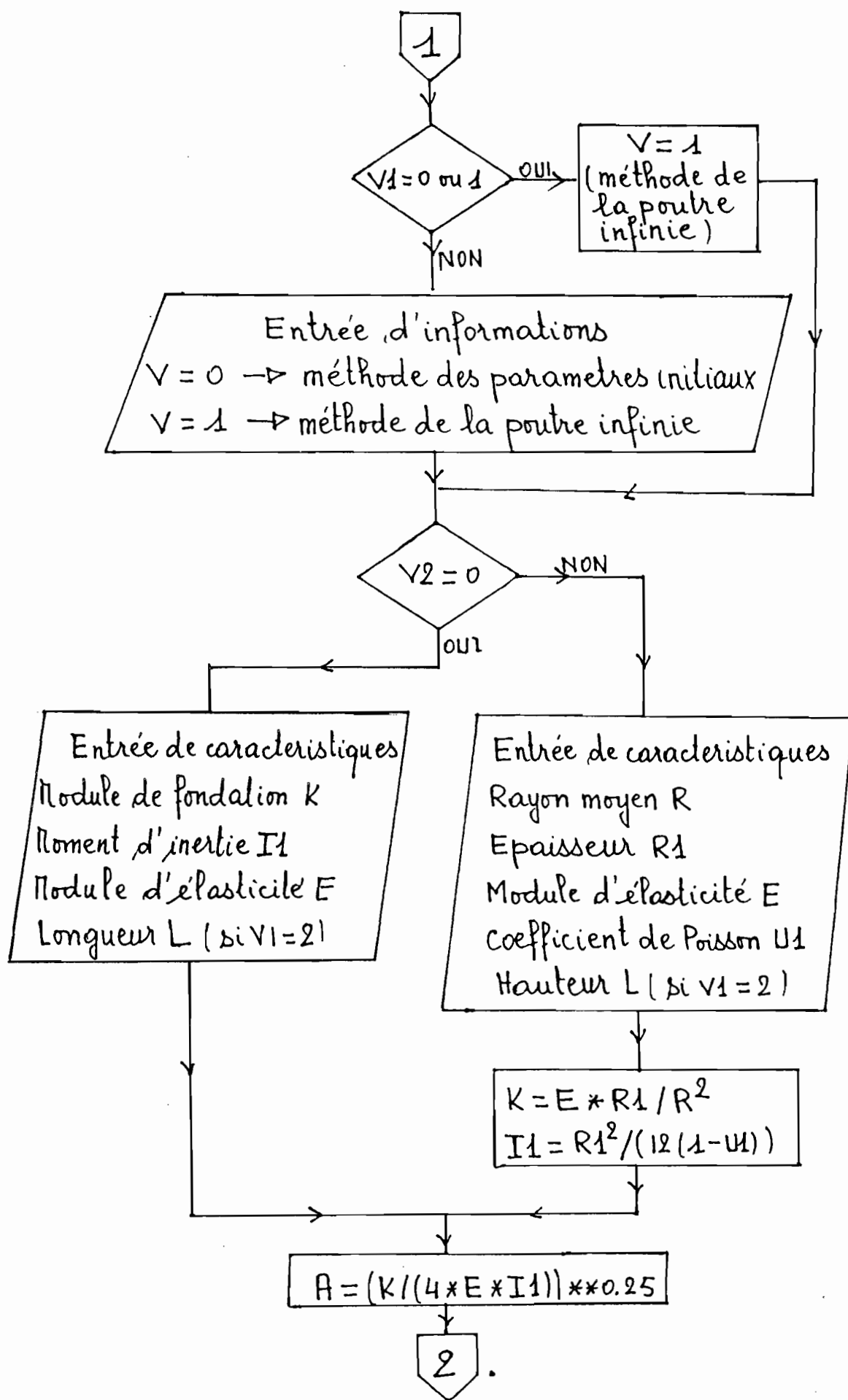
## CHAPITRE VI

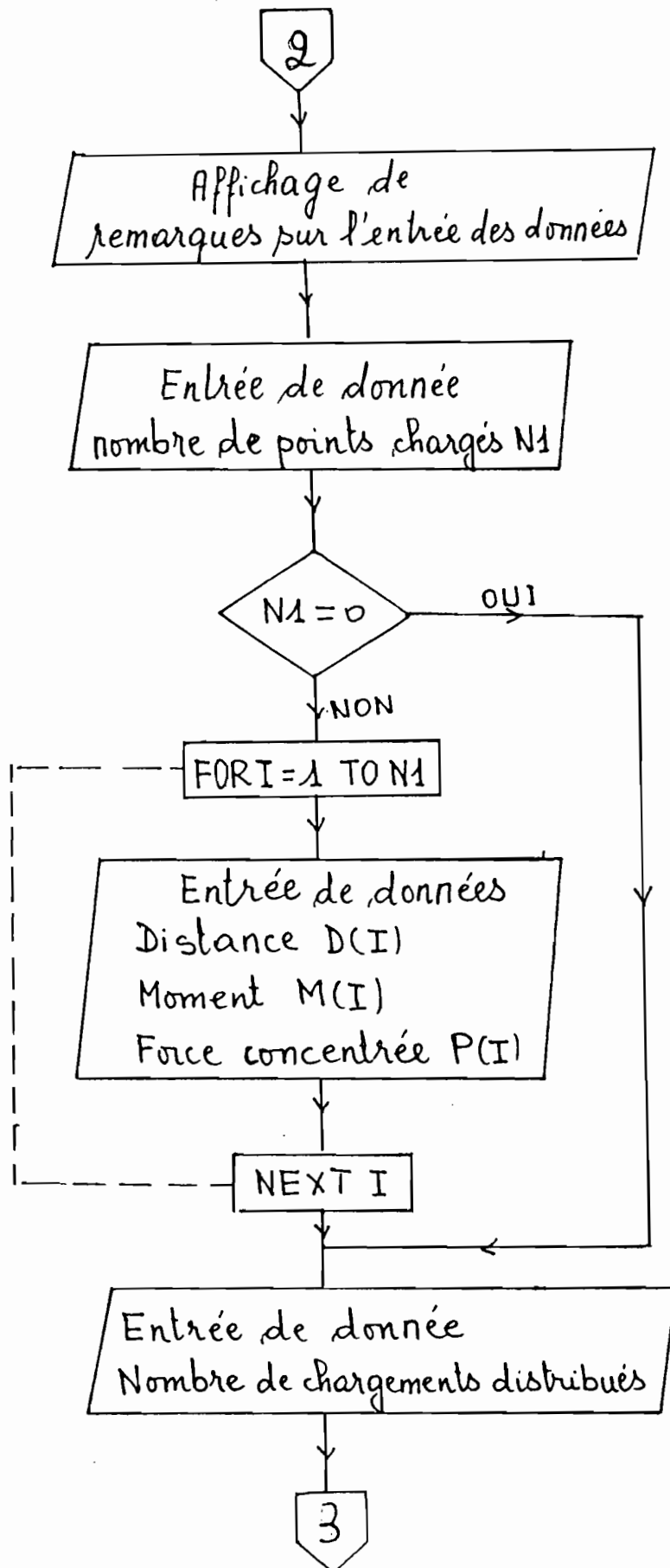
### ORGANIGRAMME

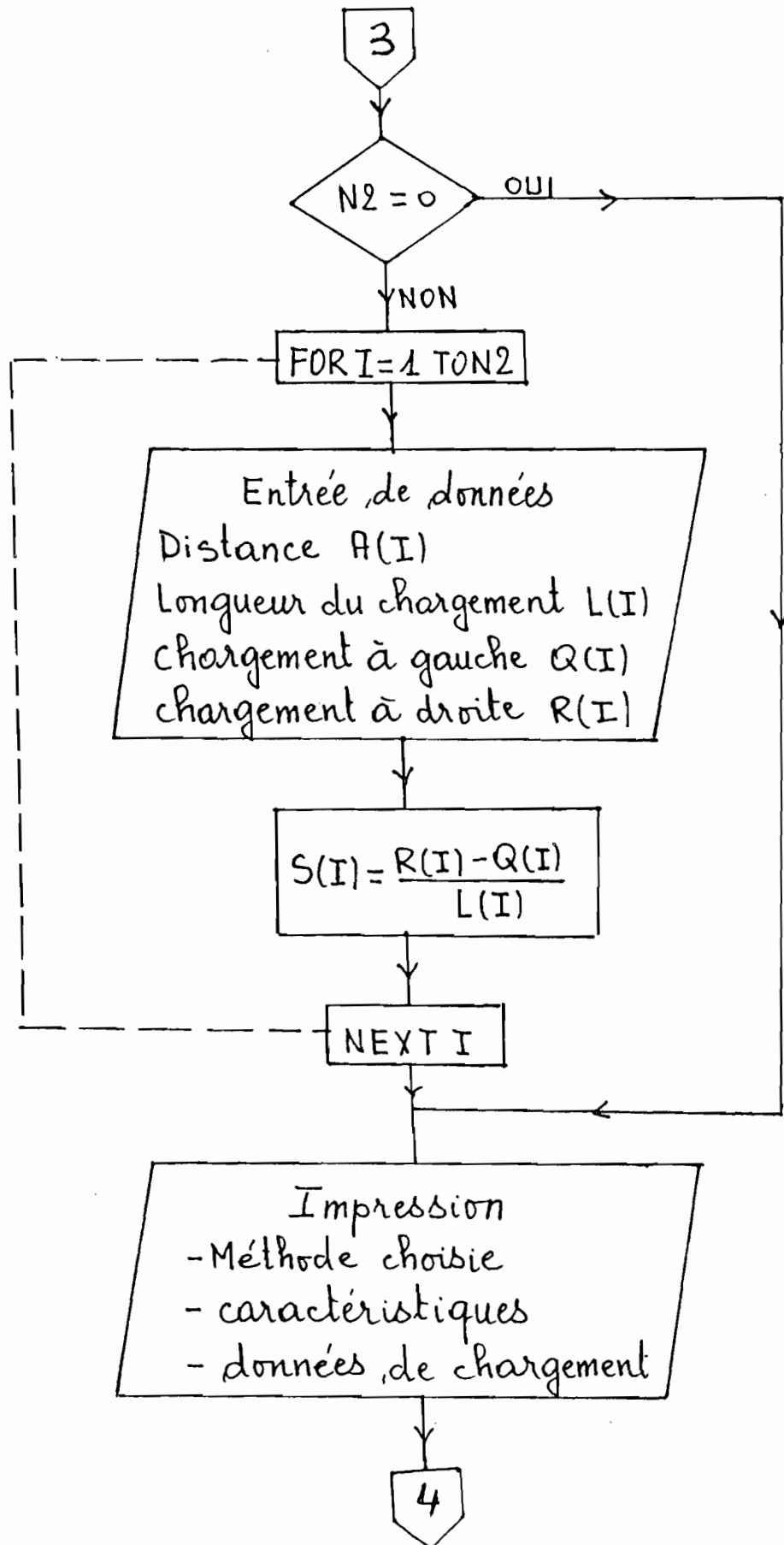
L'organigramme présenté ci-après montre le cheminement logique du programme. Il est assez détaillé et comporte toutes les opérations fondamentales du programme.

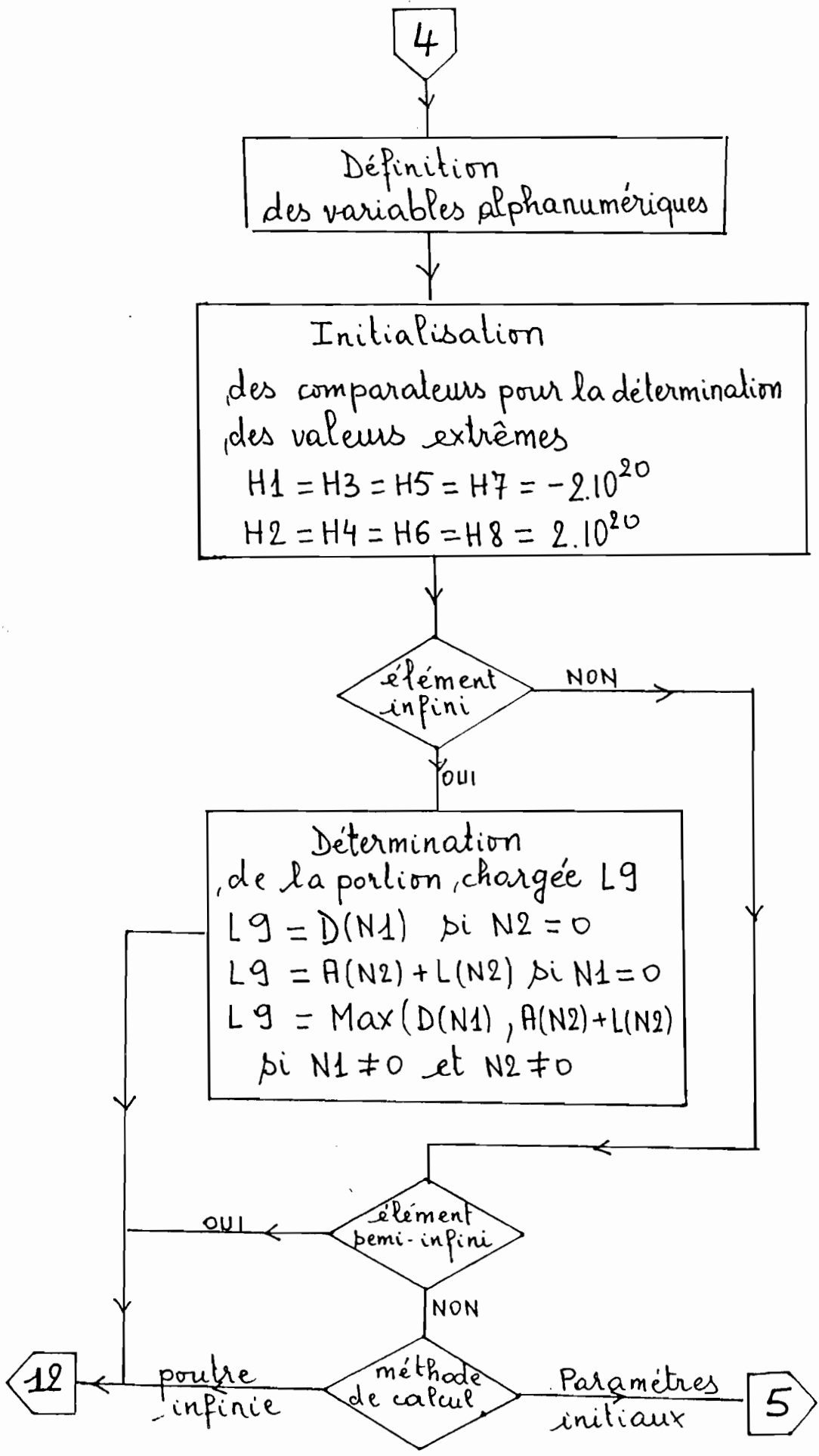




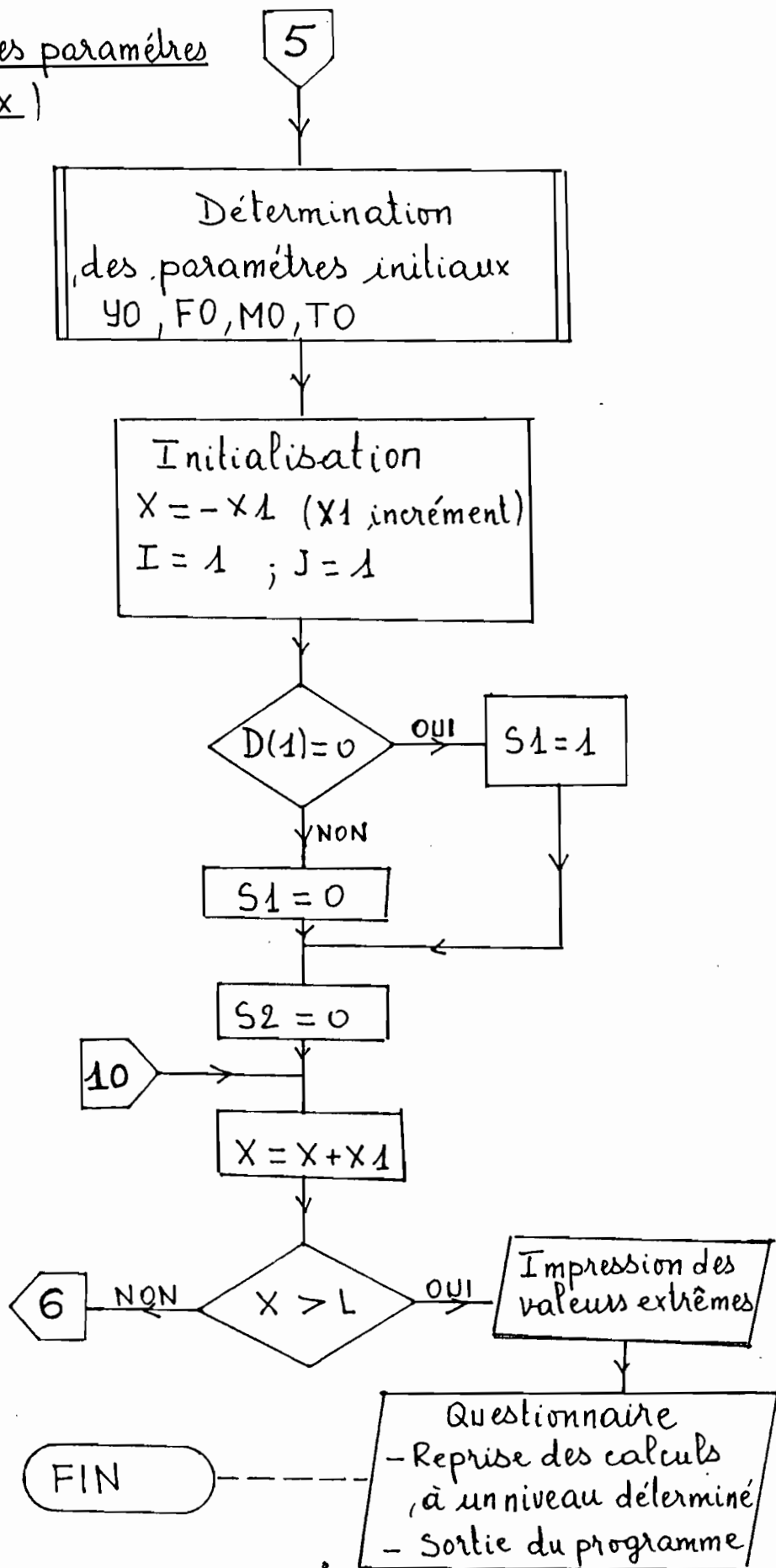


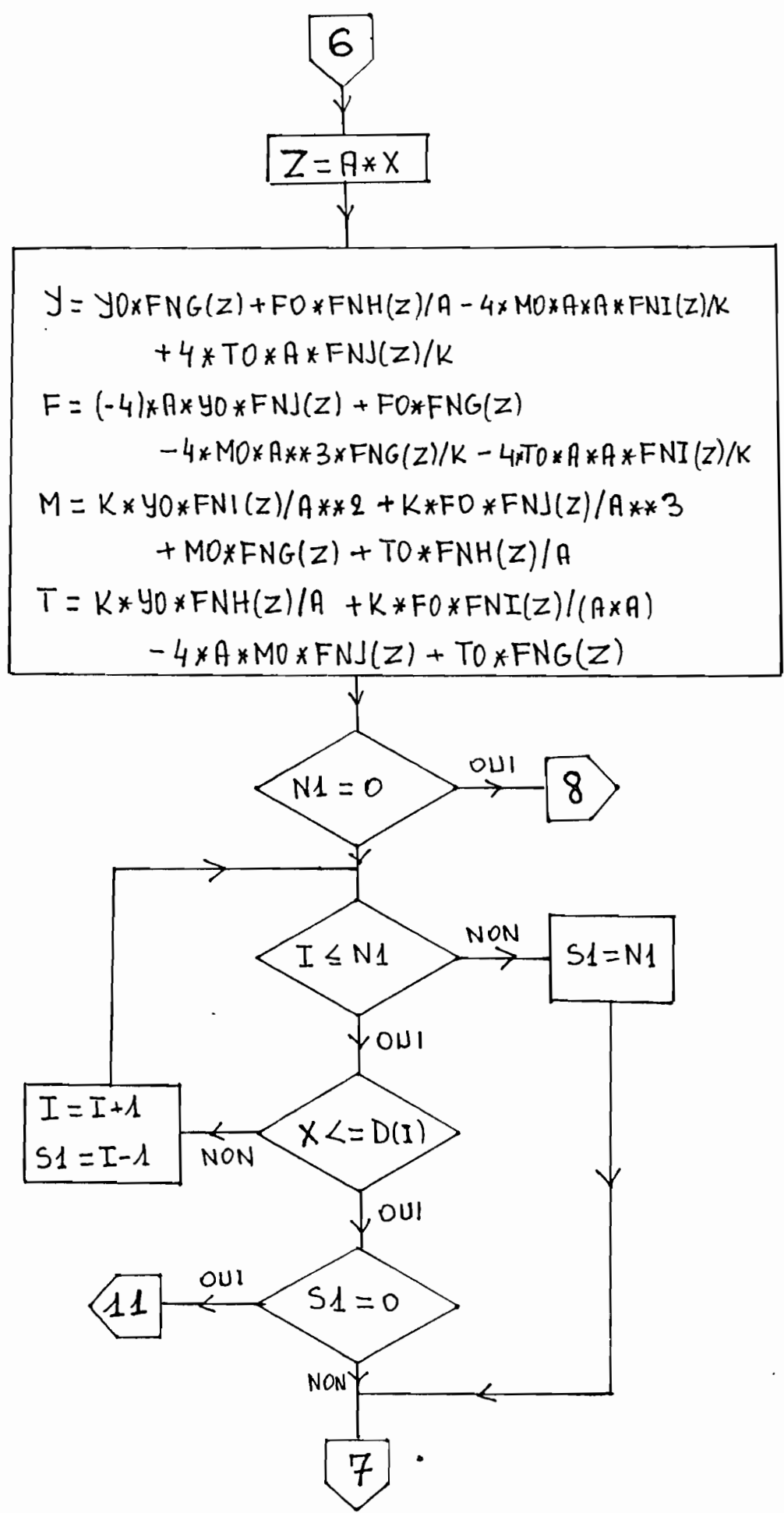


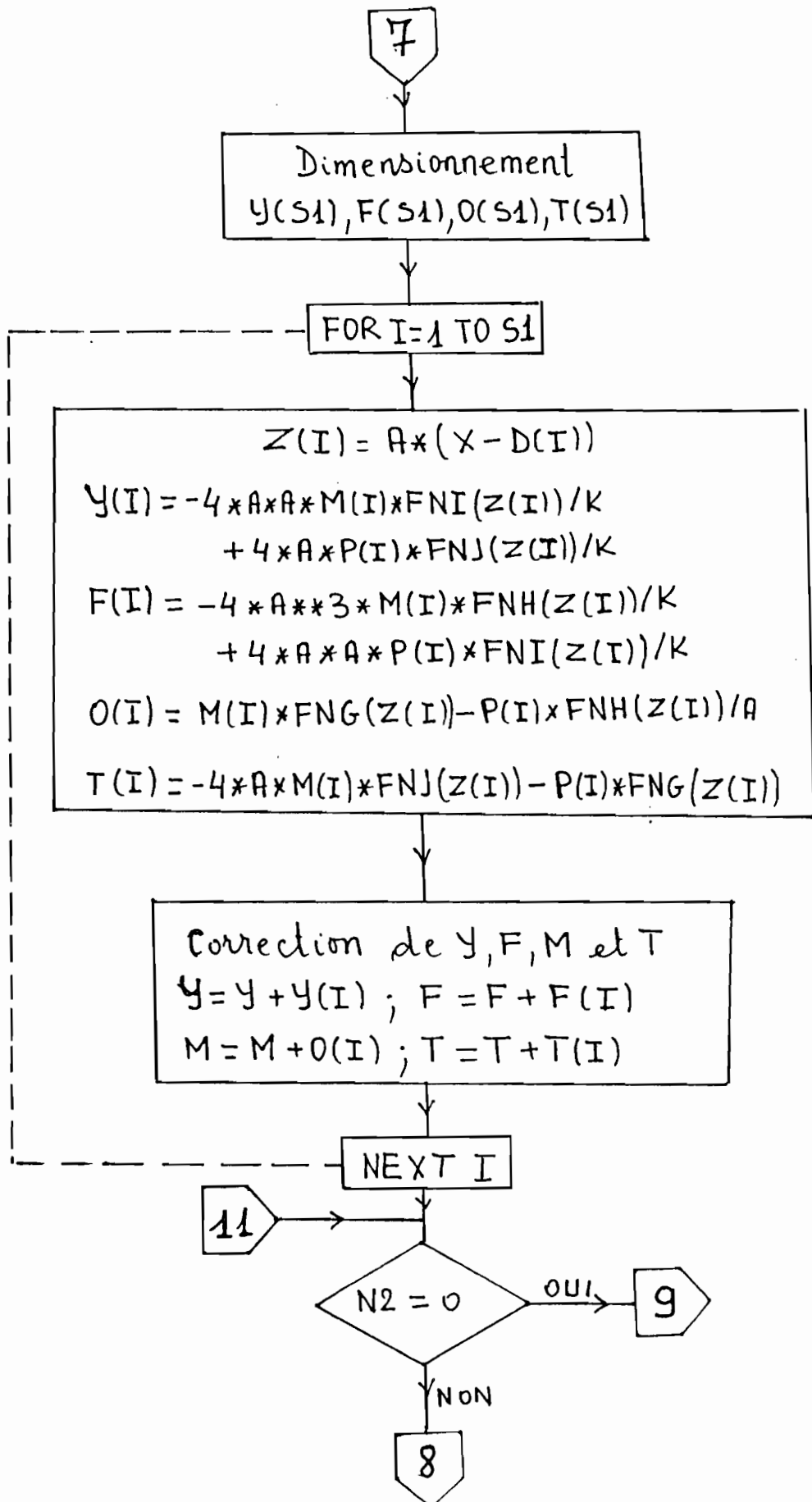




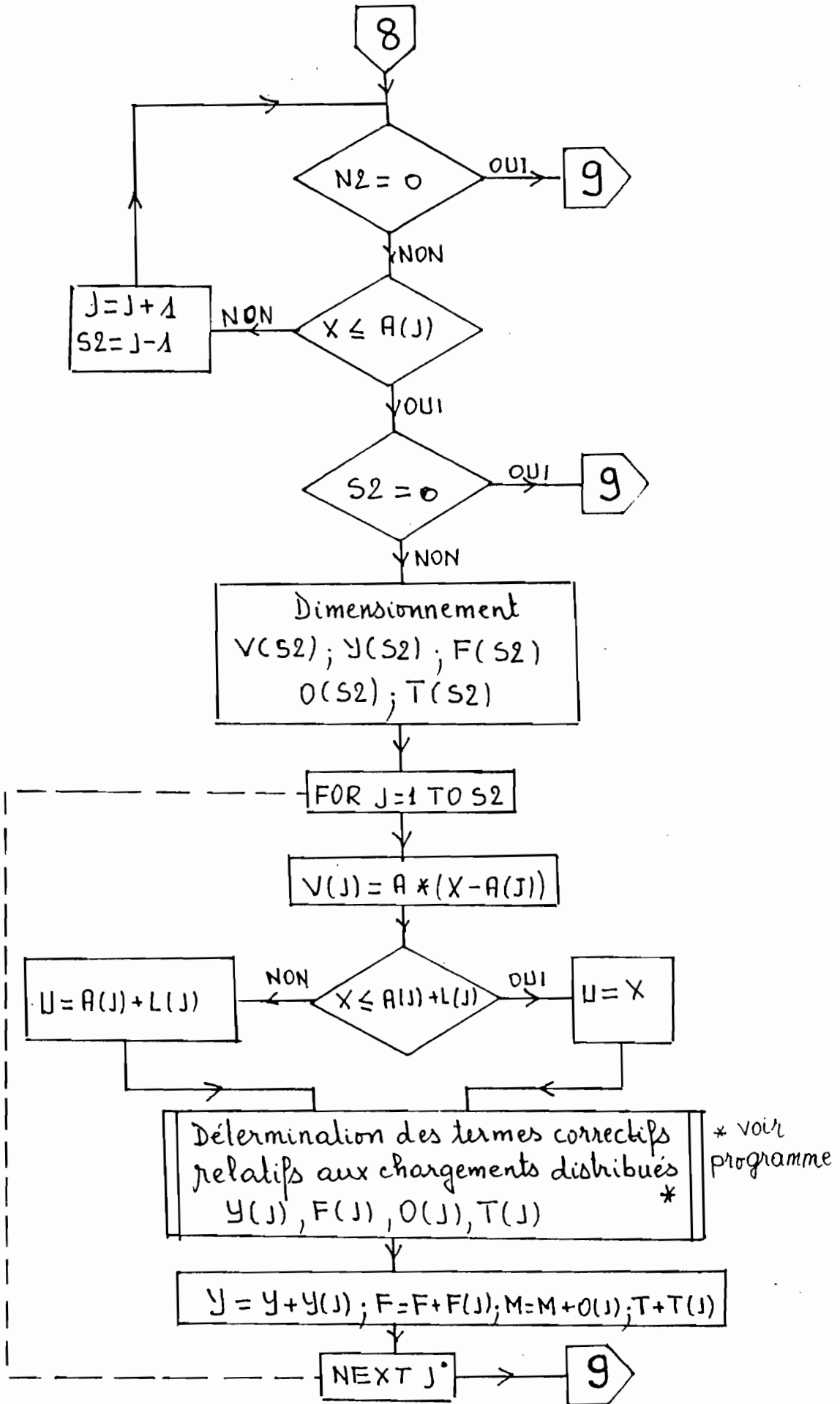
(Méthode des paramètres  
initiaux)



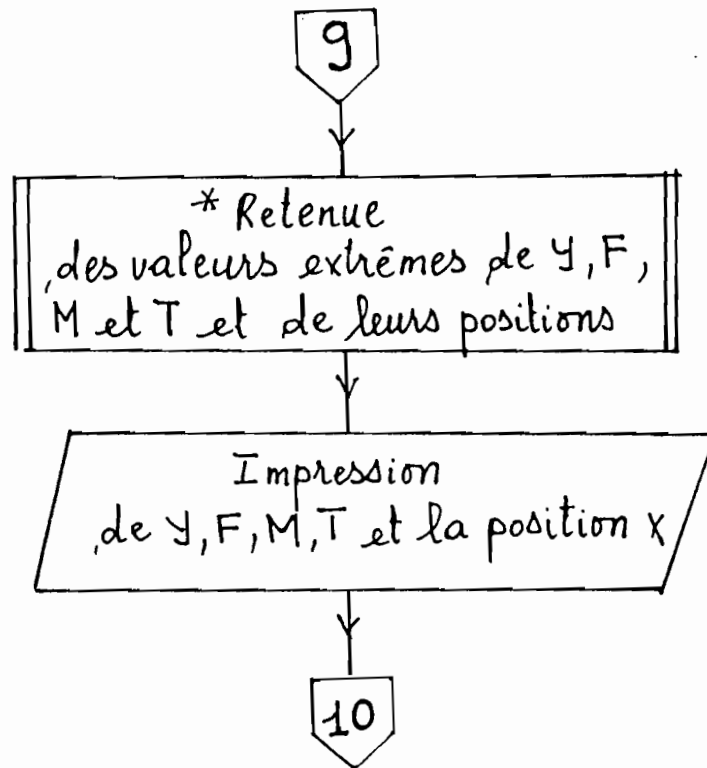






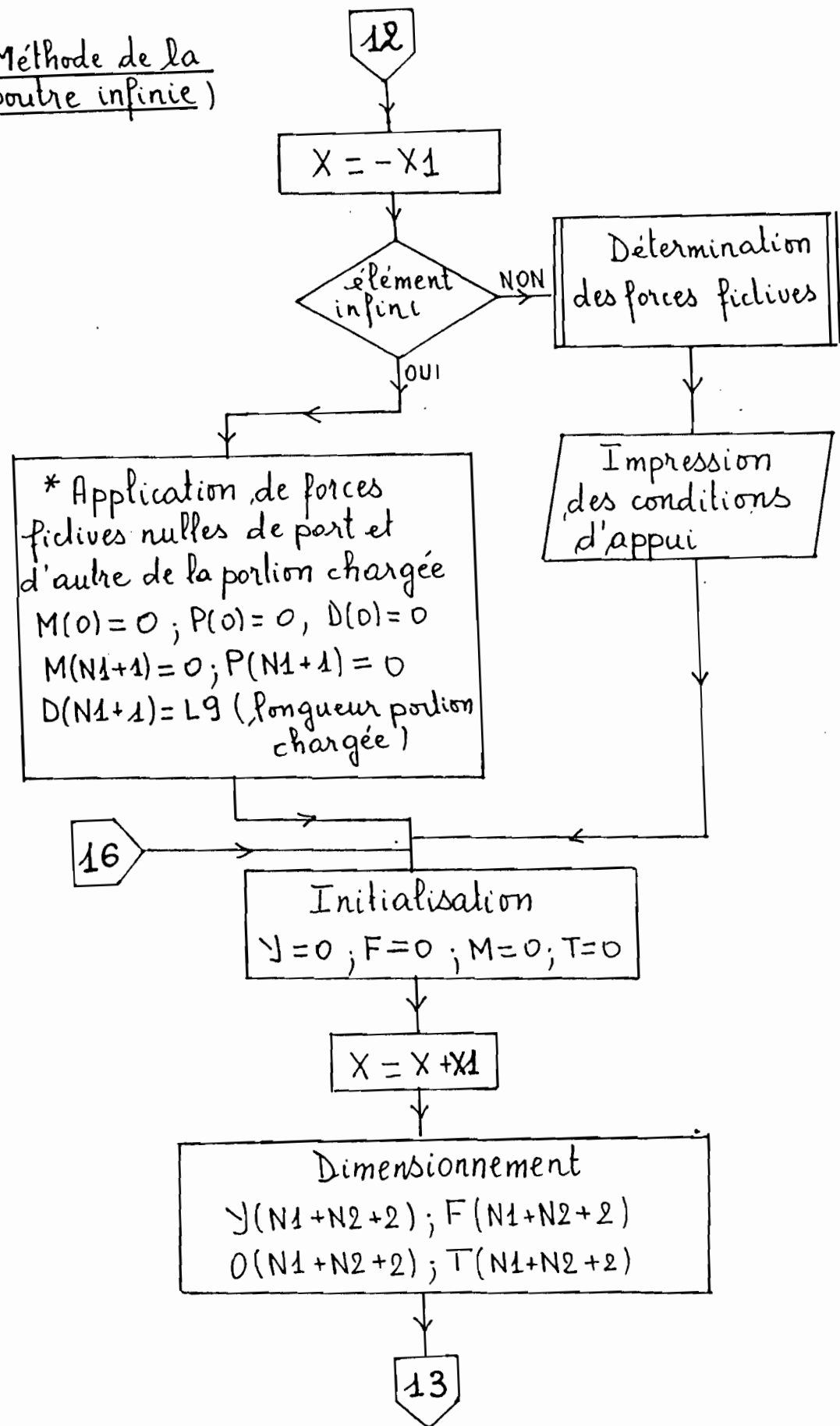


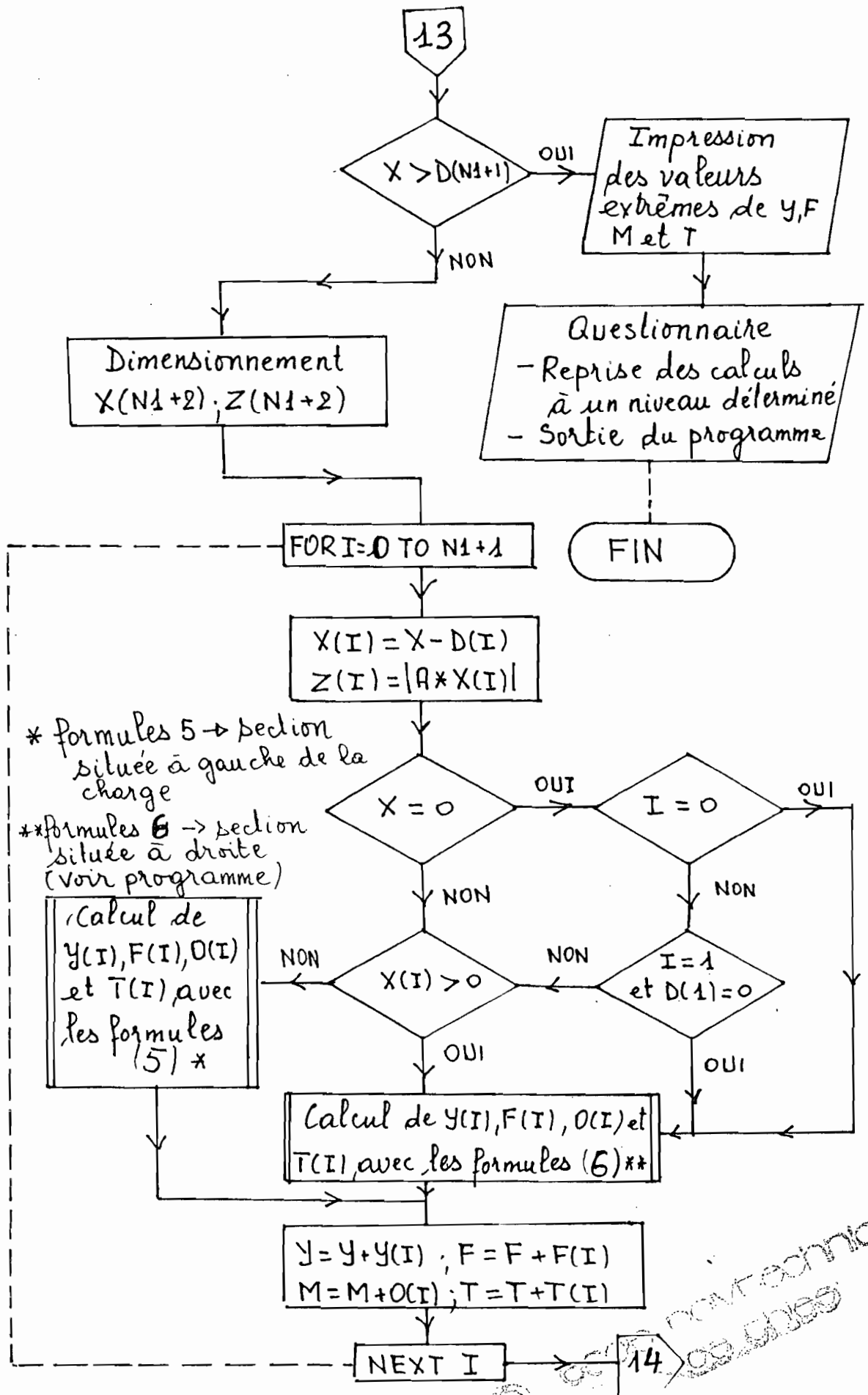
\* voir programme



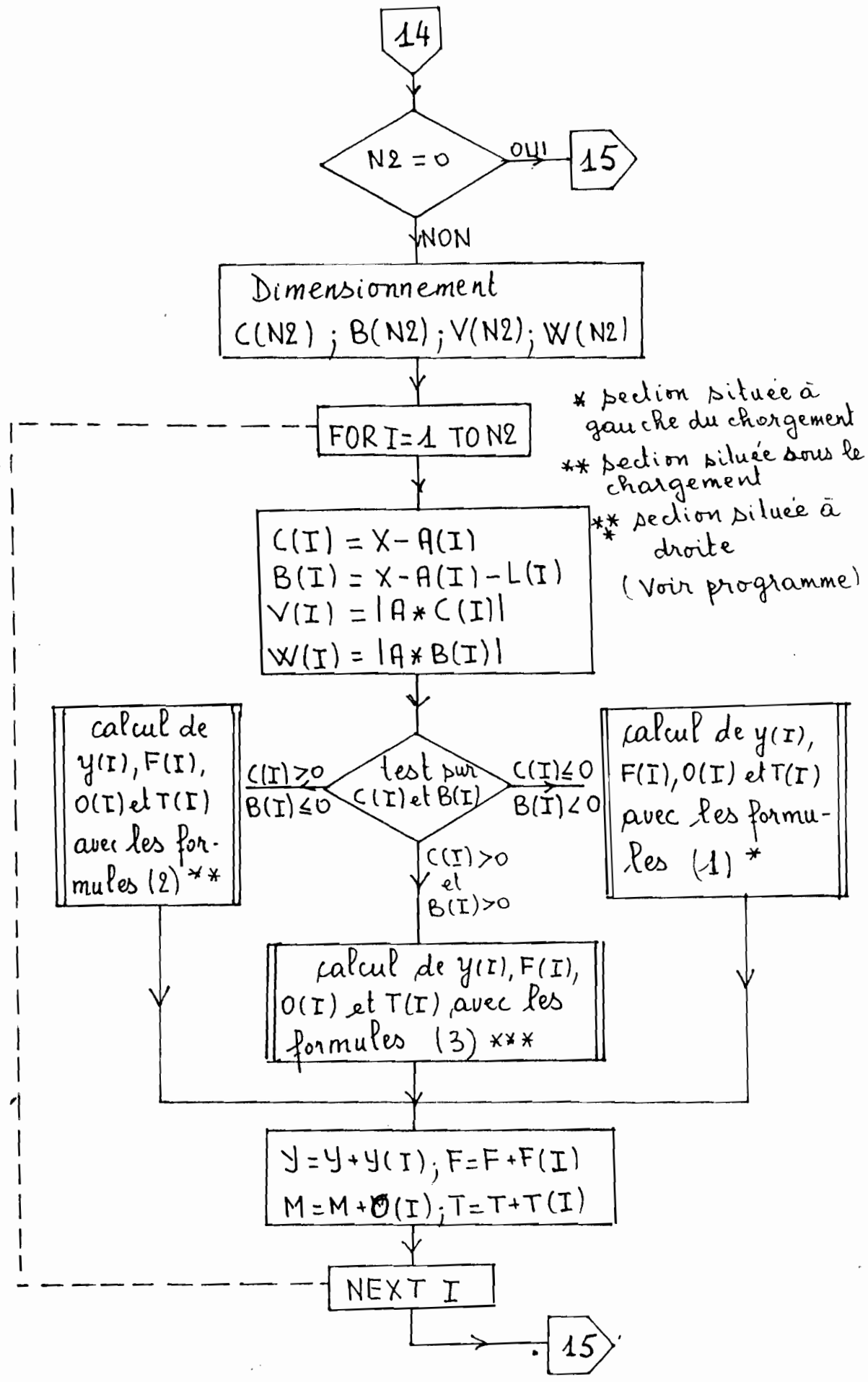
\* Voir programme, "SOUS-PROGRAMME  
DE DETERMINATION DES EXTREMA"

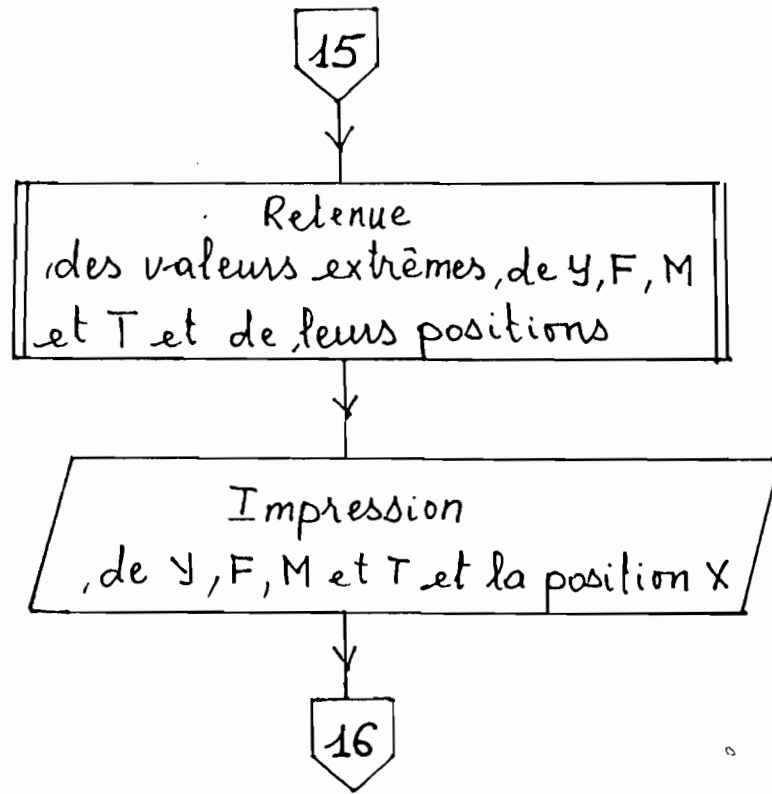
(Méthode de la poutre infinie)



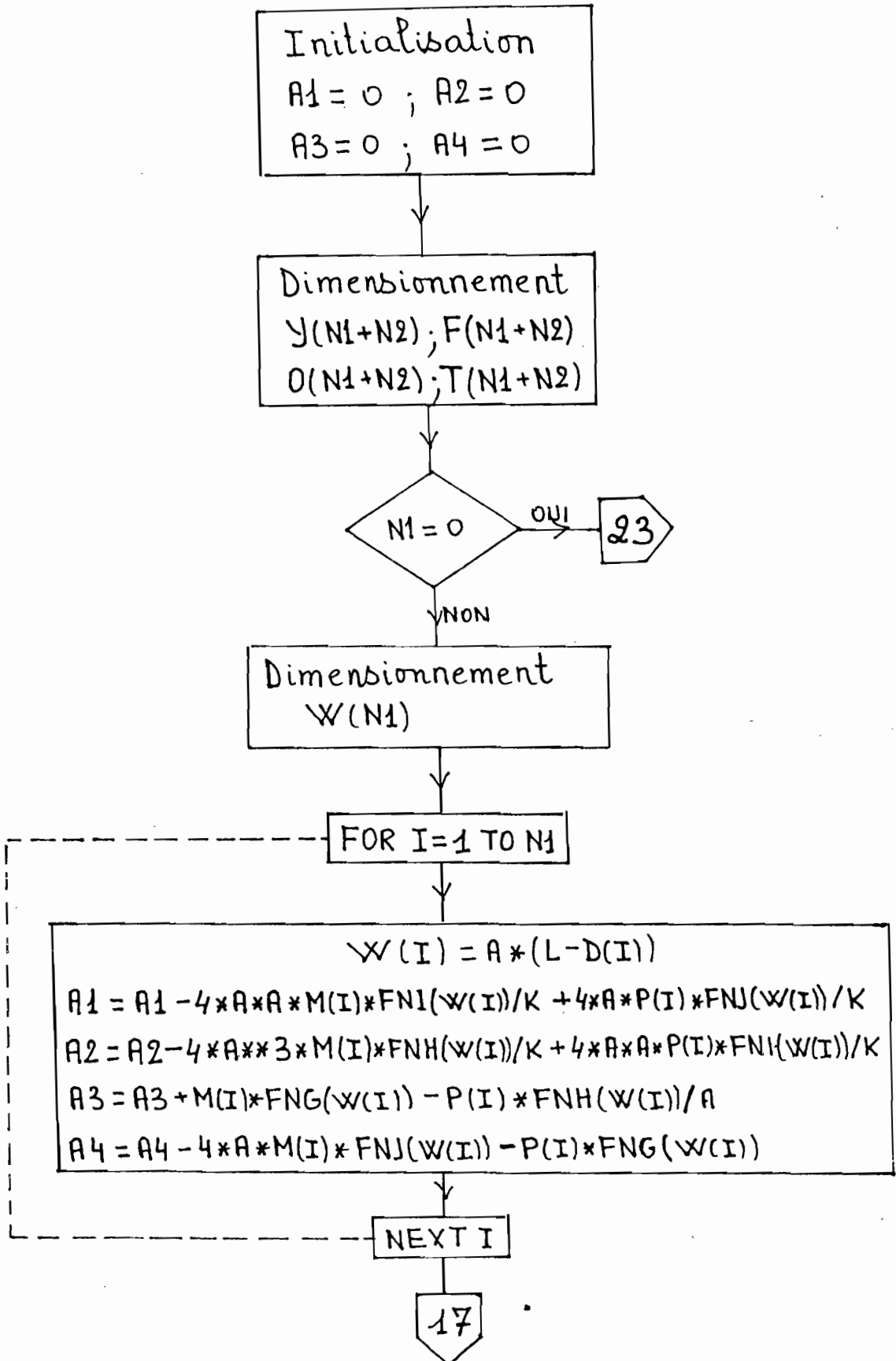


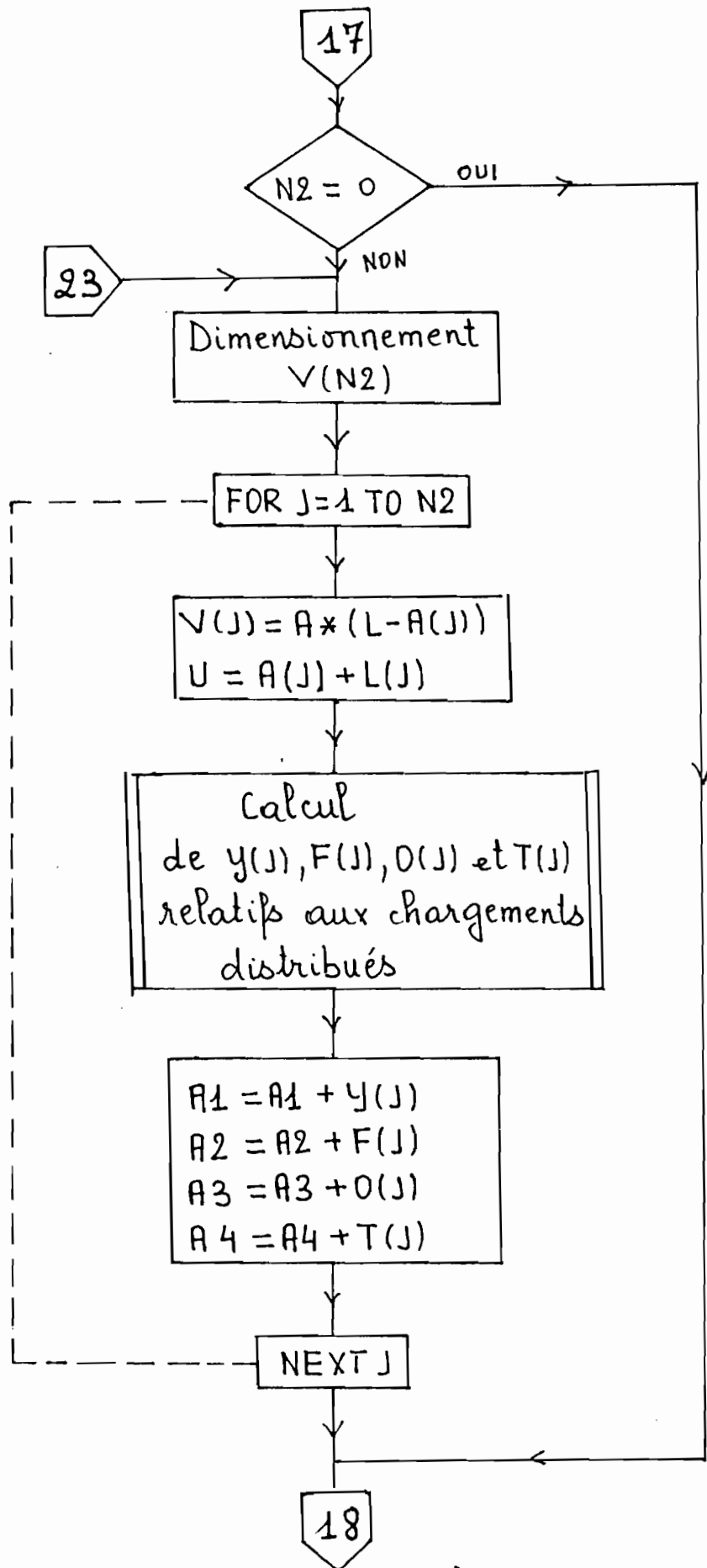
OS UNES  
 nouvelle technique





Sous-programme de détermination des paramètres initiaux







18

$$Q = A * L$$

$$F1 = FNG(Q) ; F2 = FNH(Q)$$

$$F3 = FNI(Q) ; F4 = FNJ(Q)$$

$$B1 = K * K * (F3 ** 2 - F2 * F4) / A ** 4$$

$$B2 = K * (-A3 * A * F3 + A4 * F4) / A ** 3$$

$$B3 = K * (-A4 * F3 + A3 * A * F2) / A ** 2$$

$$B4 = F1 ** 2 + 4 * F4 * F2$$

$$B5 = (-A1) * F1 + A2 * F2 / A$$

$$B6 = (-A2) * F1 - 4 * A1 * A * F4$$

$$B7 = K * (F1 * F4 - F2 * F3) / A ** 3$$

$$B8 = -A1 * K * F4 / A ** 3 + A3 * F2 / A$$

$$B9 = -A3 * F1 + A1 * K * F3 / A ** 2$$

$$C1 = F1 ** 2 + 4 * F2 * F4$$

$$C2 = -A3 * F1 + A4 * F2 / A$$

$$C3 = (-A4) * F1 - 4 * A3 * A * F4$$

$$C4 = 16 * A ** 4 * (F3 ** 2 - F2 * F4) / K ** 2$$

$$C5 = 4 * A * (A1 * A * F3 - A2 * F4) / K$$

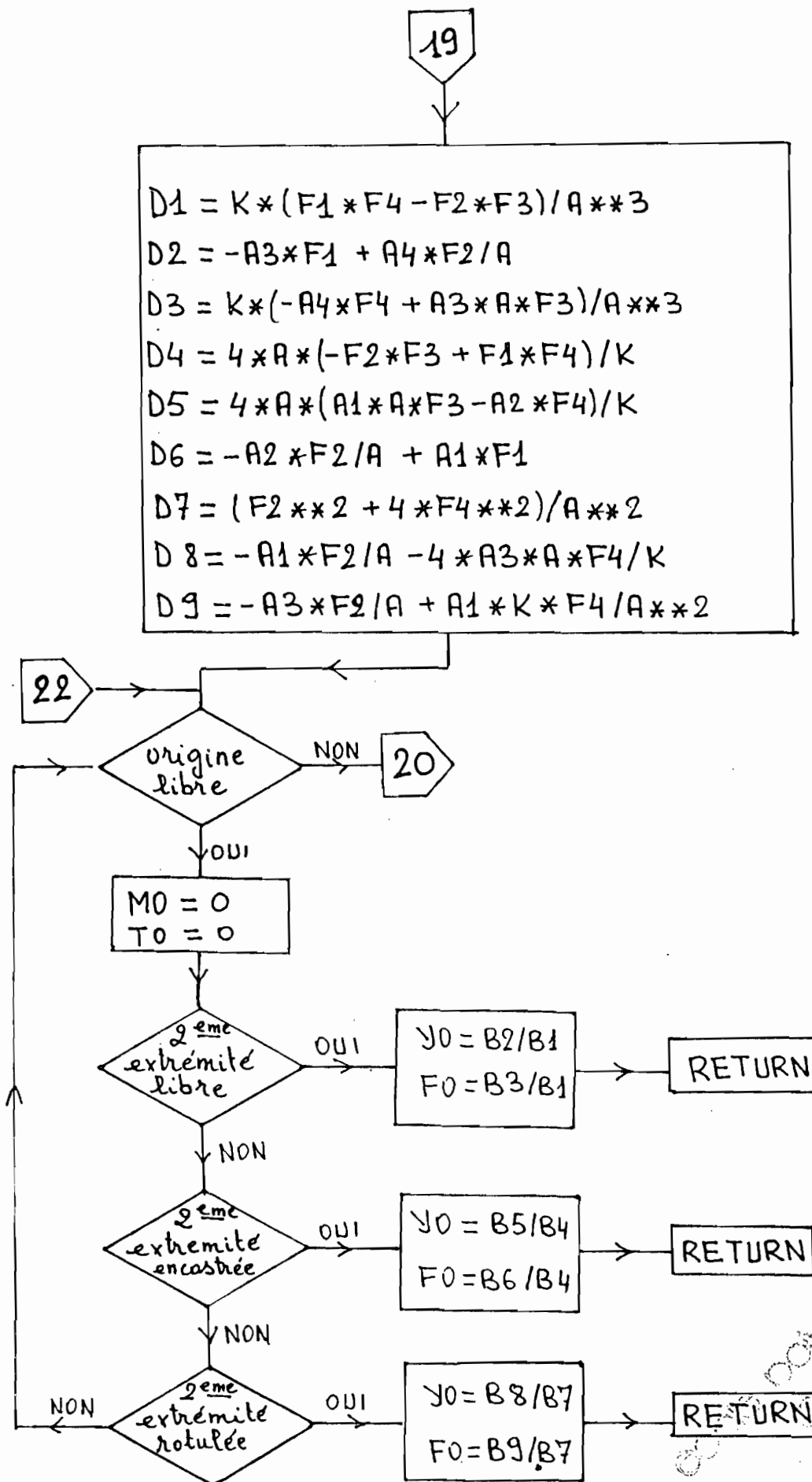
$$C6 = 4 * A ** 2 * (A2 * F3 - A1 * A * F2) / K$$

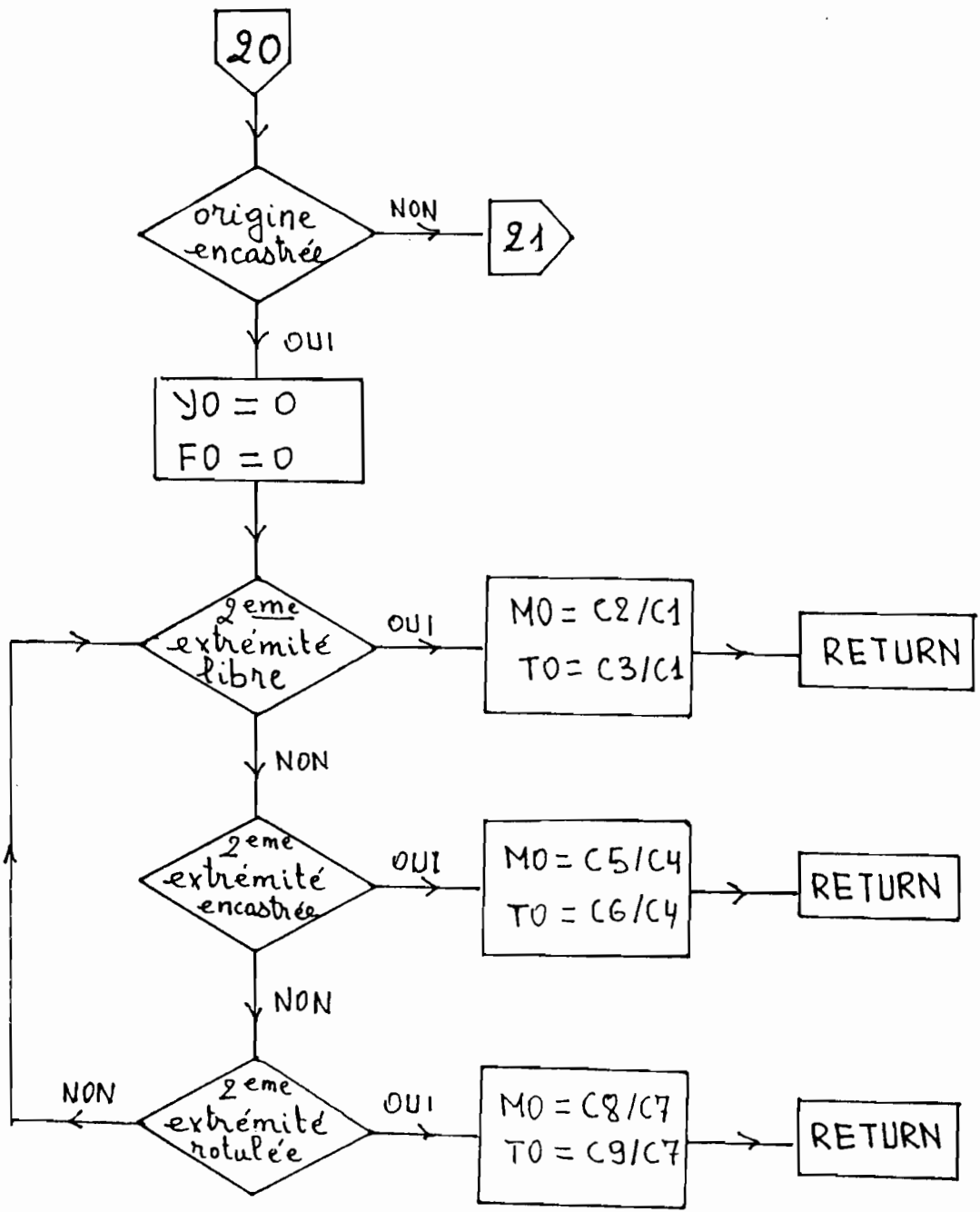
$$C7 = 4 * A * (-F3 * F2 + F1 * F4) / K$$

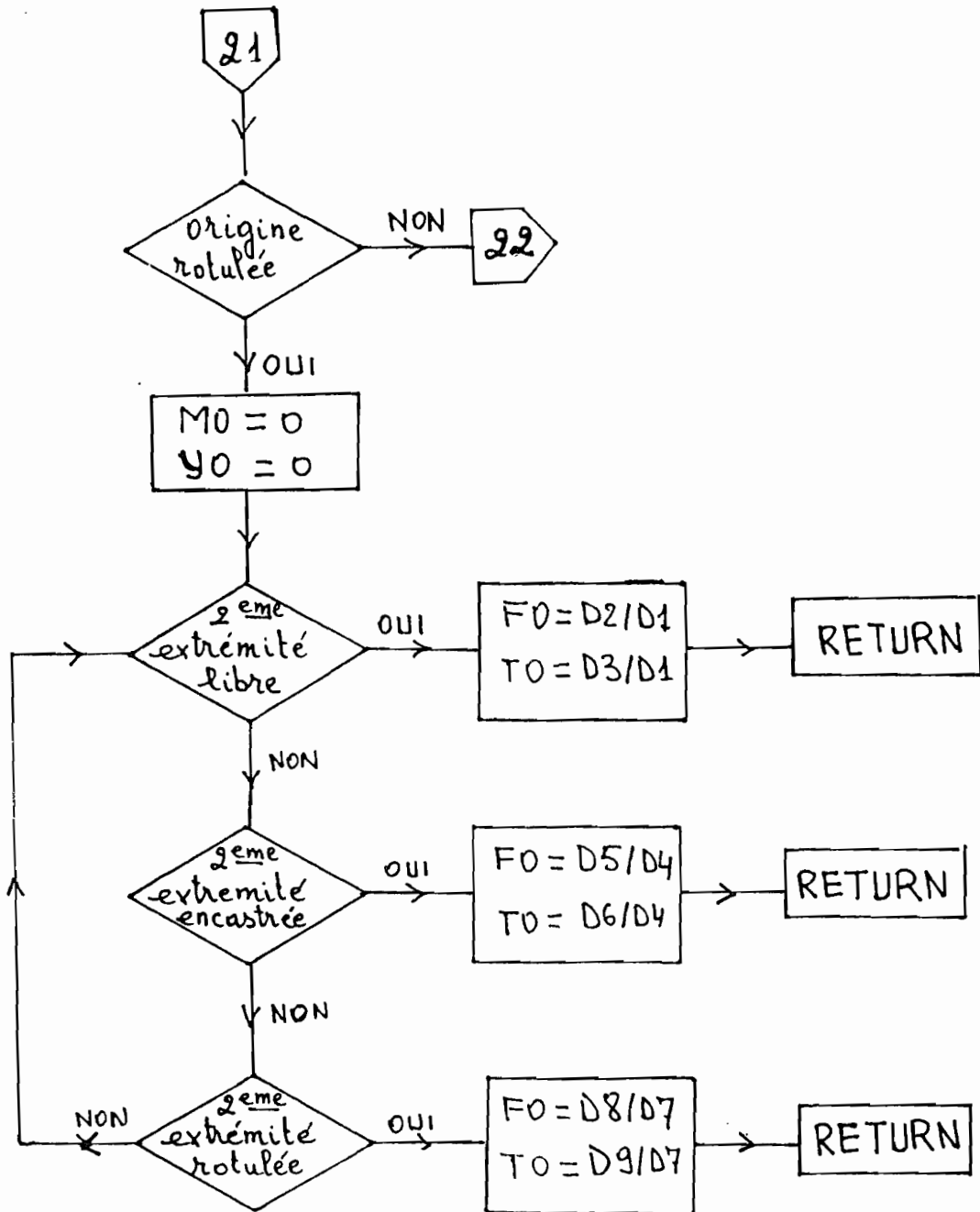
$$C8 = (-A1) * F2 / A - 4 * A3 * A * F4 / K$$

$$C9 = 4 * A3 * A ** 2 * F3 / K + A1 * F1$$

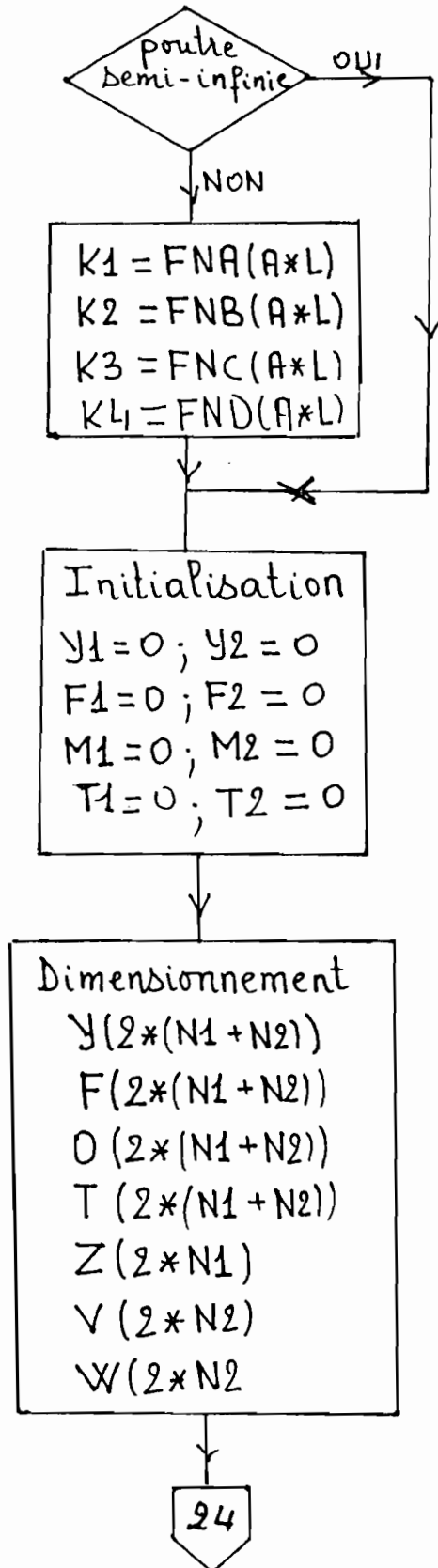
19

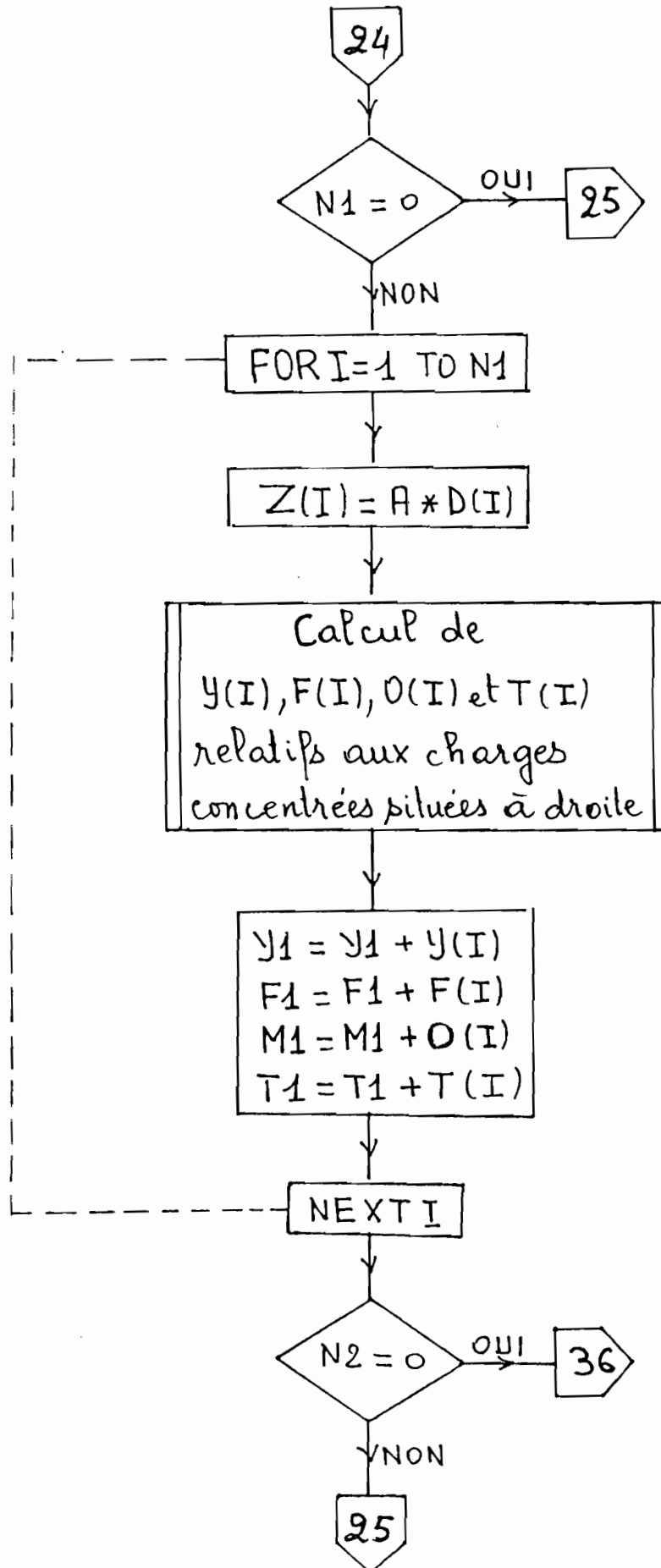


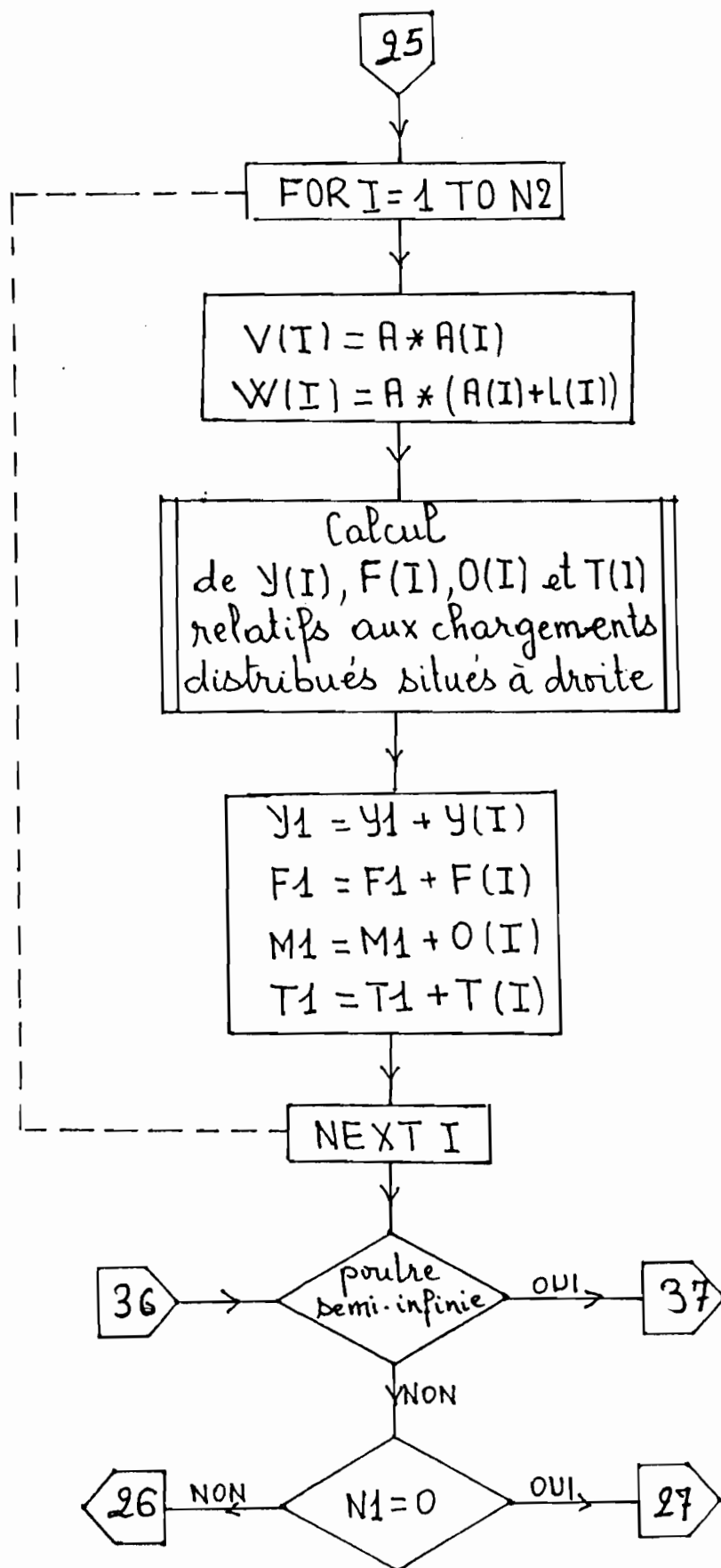


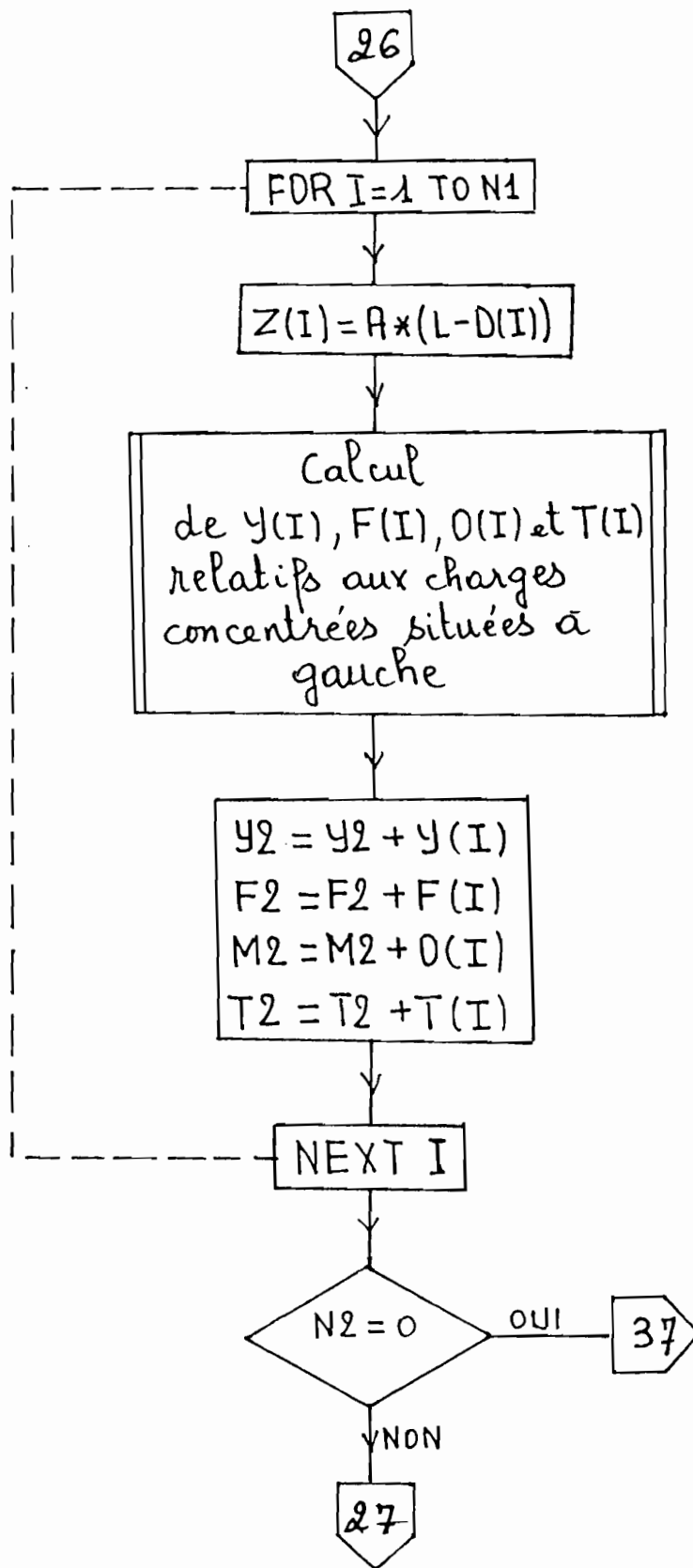


Sous-programme de détermination des forces  
fictives

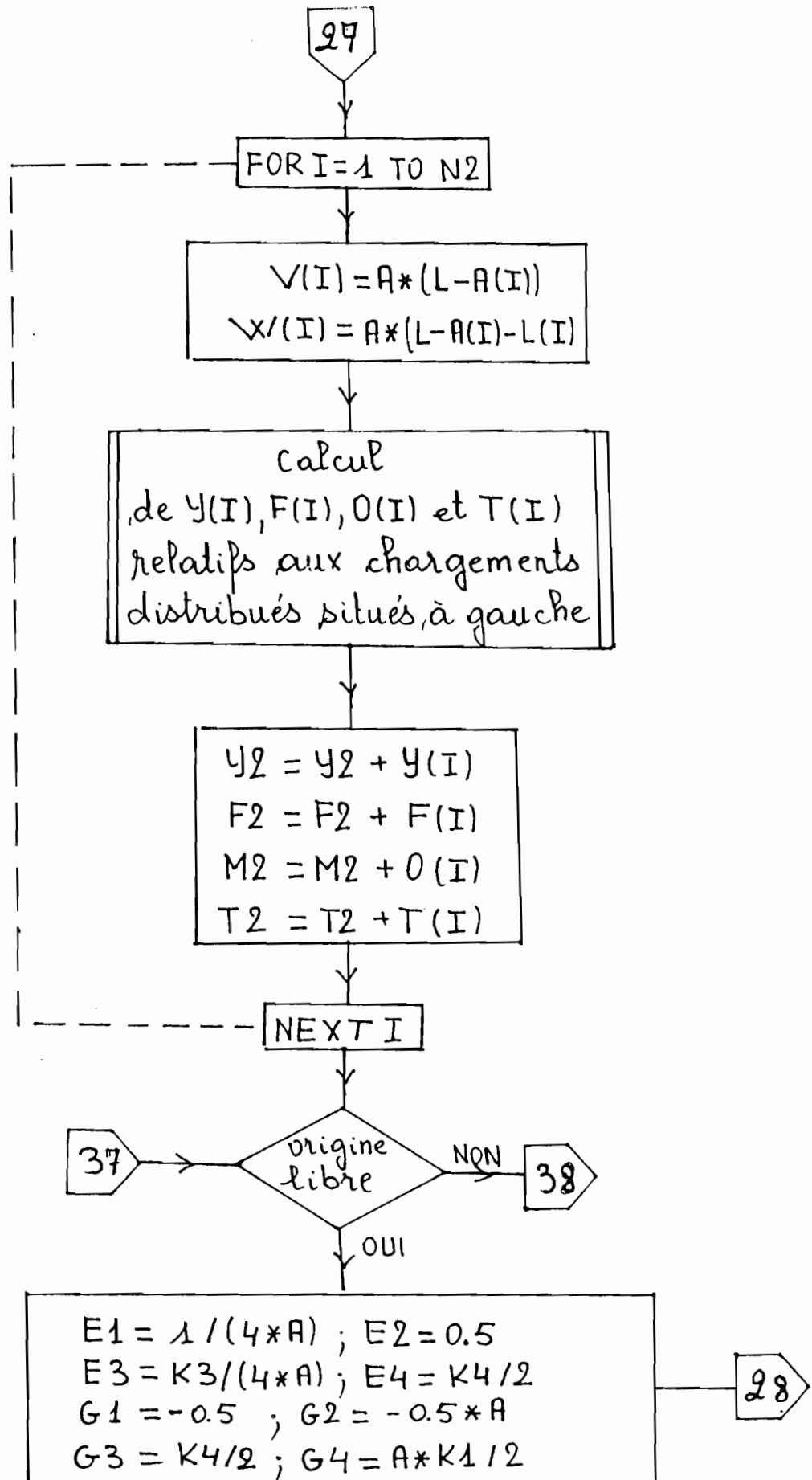


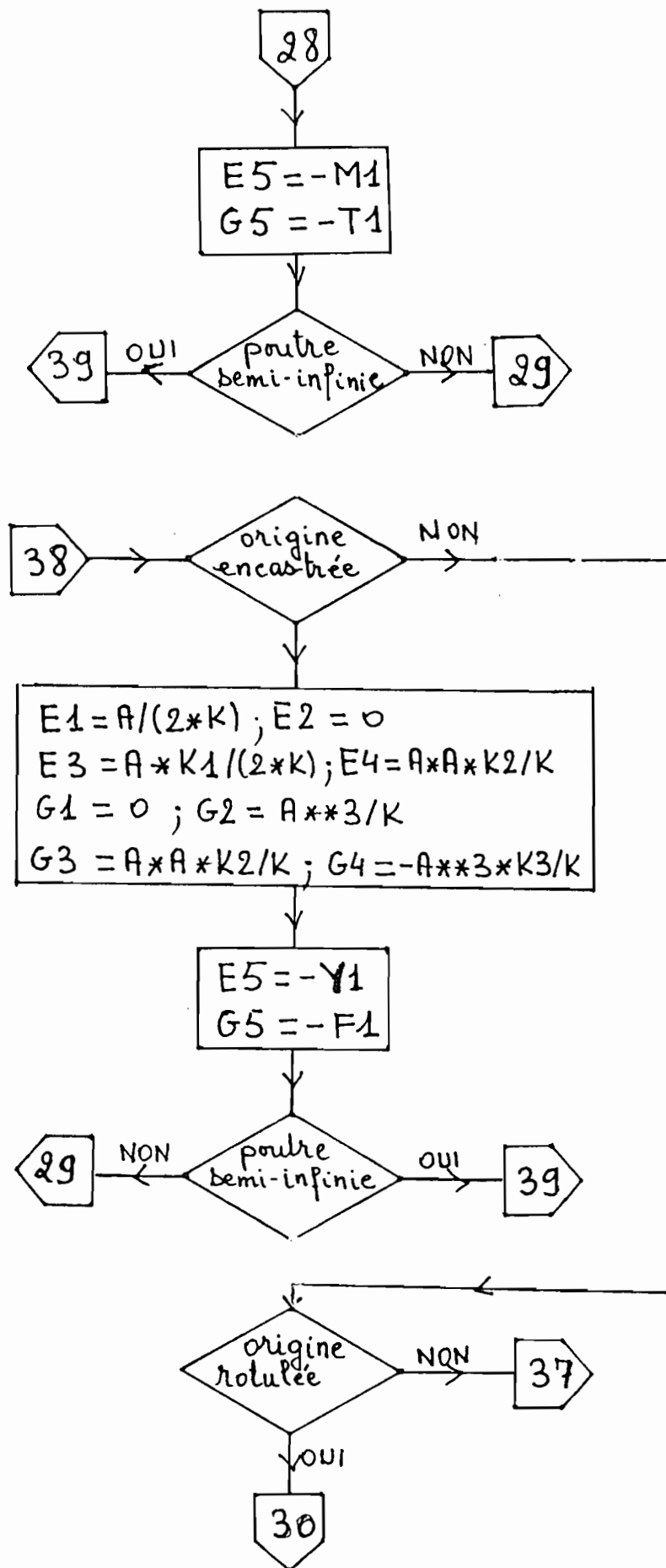


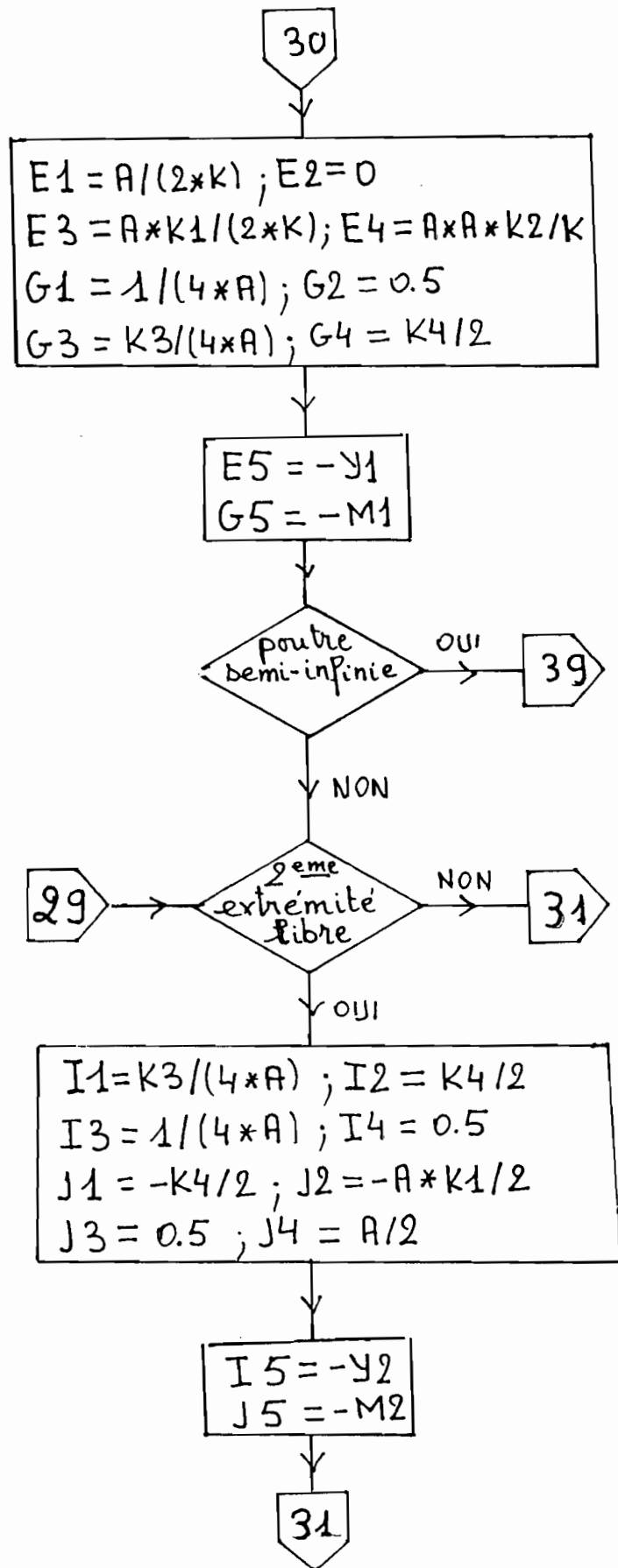


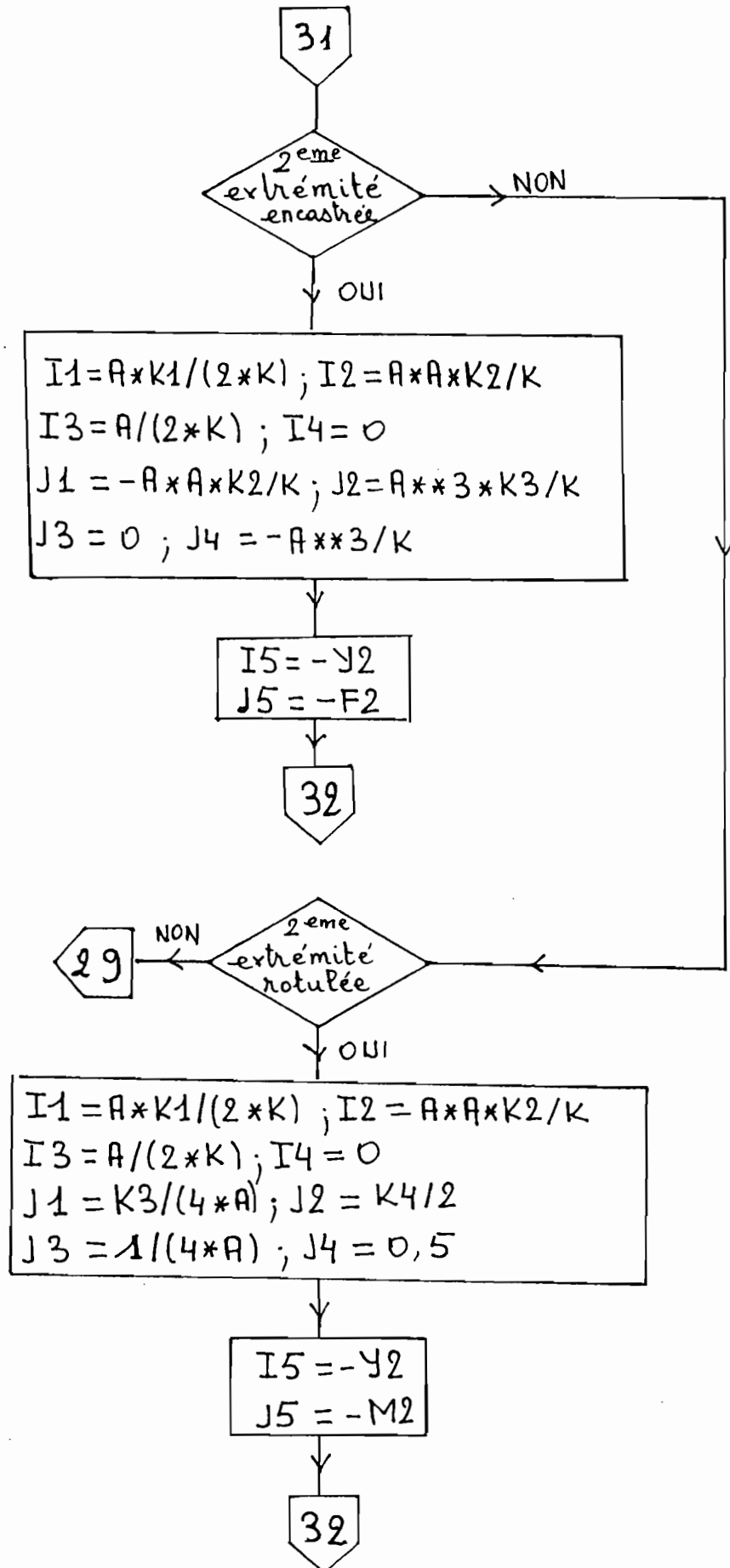












32

$$\begin{aligned}
 D = & E1 * (G2 * (I3 * J4 - I4 * J3) - G3 * (I2 * J4 - I4 * J2) \\
 & + G4 * (I2 * J3 - I3 * J2)) - E2 * (G1 * (I3 * J4 - I4 * J3) \\
 & - G3 * (I1 * J4 - I4 * J1) + G4 * (I1 * J3 - I3 * J1)) \\
 & + E3 * (G1 * (I2 * J4 - I4 * J2) - G2 * (I1 * J4 - I4 * J1) \\
 & + G4 * (I1 * J2 - I2 * J1)) - E4 * (G1 * (I2 * J3 - I3 * J2) \\
 & - G2 * (I1 * J3 - I3 * J1) + G3 * (I1 * J2 - I2 * J1))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D1 = & E5 * (G2 * (I3 * J4 - I4 * J3) - G3 * (I2 * J4 - I4 * J2) \\
 & + G4 * (I2 * J3 - I3 * J2)) - E2 * (G5 * (I3 * J4 - I4 * J3) \\
 & - G3 * (I5 * J4 - I4 * J5) + G4 * (I5 * J3 - I3 * J5)) \\
 & + E3 * (G5 * (I2 * J4 - I4 * J2) - G2 * (I5 * J4 - I4 * J5) \\
 & + G4 * (I5 * J2 - I2 * J5)) - E4 * (G5 * (I2 * J3 - I3 * J2) \\
 & - G2 * (I5 * J3 - I3 * J5) + G3 * (I5 * J2 - I2 * J5))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D2 = & E1 * (G5 * (I3 * J4 - I4 * J3) - G3 * (I5 * J4 - I4 * J5) \\
 & + G4 * (I5 * J3 - I3 * J5)) - E5 * (G1 * (I3 * J4 - I4 * J3) \\
 & - G3 * (I1 * J4 - I4 * J1) + G4 * (I1 * J3 - I3 * J1)) \\
 & + E3 * (G1 * (I5 * J4 - I4 * J5) - G5 * (I1 * J4 - I4 * J1) \\
 & + G4 * (I1 * J5 - I5 * J1)) - E4 * (G1 * (I5 * J3 - I3 * J5) \\
 & - G5 * (I1 * J3 - I3 * J1) + G3 * (I1 * J5 - I5 * J1))
 \end{aligned}$$

33

33

$$\begin{aligned}
 D3 = & E1 * (G2 * (I5 * J4 - I4 * J5) - G5 * (I2 * J4 - I4 * J2) \\
 & + G4 * (I2 * J5 - I5 * J2)) - E2 * (G1 * (I5 * J4 - I4 * J5) \\
 & - G5 * (I1 * J4 - I4 * J1) + G4 * (I1 * J5 - I5 * J1)) \\
 & + E5 * (G1 * (I2 * J4 - I4 * J2) - G2 * (I1 * J4 - I4 * J1) \\
 & + G4 * (I1 * J2 - I2 * J1)) - E4 * (G1 * (I2 * J5 - I5 * J2) \\
 & - G2 * (I1 * J5 - I5 * J1) + G5 * (I1 * J2 - I2 * J1))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D4 = & E1 * (G2 * (I3 * J5 - I5 * J3) - G3 * (I2 * J5 - I5 * J2) \\
 & + G5 * (I2 * J3 - I3 * J2)) - E2 * (G1 * (I3 * J5 - I5 * J3) \\
 & - G3 * (I1 * J5 - I5 * J1) + G5 * (I1 * J3 - I3 * J1)) \\
 & + E3 * (G1 * (I2 * J5 - I5 * J2) - G2 * (I1 * J5 - I5 * J1) \\
 & + G5 * (I1 * J2 - I2 * J1)) - E5 * (G1 * (I2 * J3 - I3 * J2) \\
 & - G2 * (I1 * J3 - I3 * J1) + G3 * (I1 * J2 - I2 * J1))
 \end{aligned}$$

39

(Poutre semi-infinie)

$$D = E1 * G2 - E2 * G1$$

$$D1 = E5 * G2 - E2 * G5$$

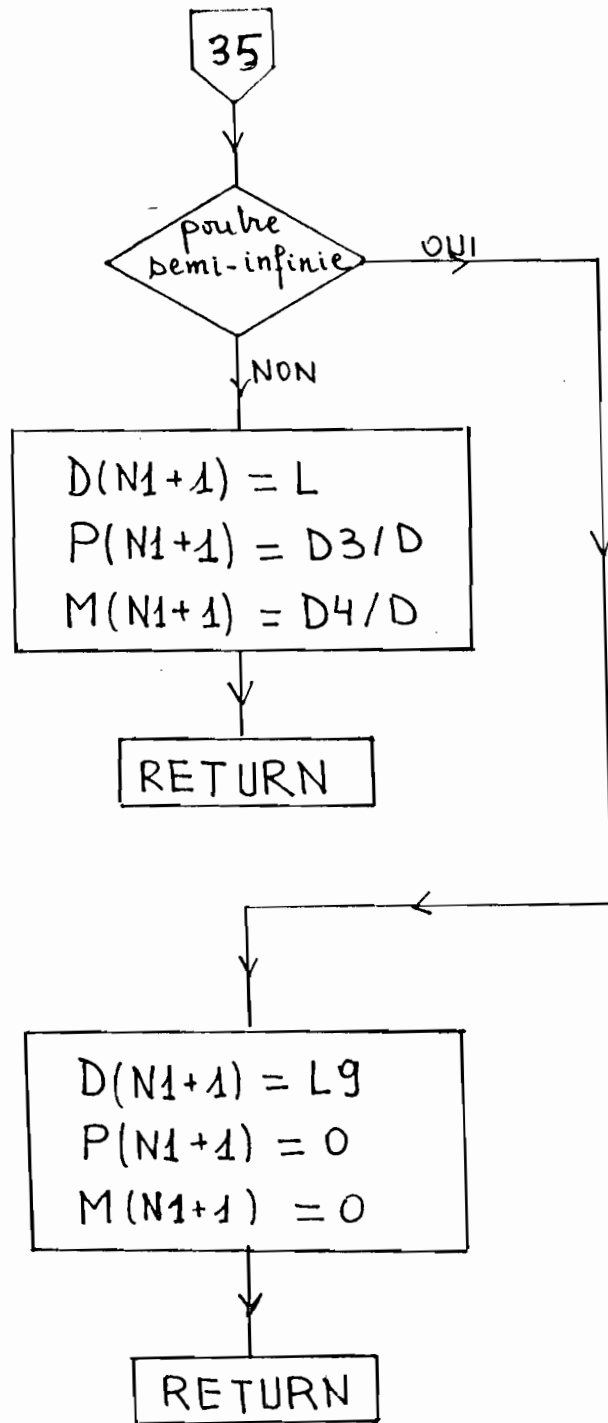
$$D2 = E1 * G5 - E5 * G1$$

$$D(0) = 0$$

$$P(0) = D1 / D$$

$$M(0) = D2 / D$$

34



# CHAPITRE VII : PROGRAMME

(bavé pour le nom "EP445MYS")

```
00010 REM PROJET DE FIN D'ETUDE
00020 REM AUTEUR : IBRAHIMA SAKHO
00030 REM TITRE : CALCUL A L'ORDINATEUR DES POUTRES SUR FO
NDATION ELASTIQUE E
00030:T DES RESERVOIRS CIRCULAIRES
00040 REM AUTEUR:IBRAHIMA YOUSOUF SAKHO
00050 REM DIRECTEUR DU PROJET:VICTOR CIUBOTARIU ,Prof.
00060 BEGIN
00070 OPEN (6) "P3"
00080 DEF FNA(Z)=EXP(-Z)*(COS(Z)+SIN(Z))
00090 DEF FNB(Z)=EXP(-Z)*SIN(Z)
00100 DEF FNC(Z)=EXP(-Z)*(COS(Z)-SIN(Z))
00110 DEF FND(Z)=EXP(-Z)*COS(Z)
00120 DEF FNE(Z)=(EXP(Z)+EXP(-Z))/2
00130 DEF FNF(Z)=(EXP(Z)-EXP(-Z))/2
00140 DEF FNG(Z)=FNE(Z)*COS(Z)
00150 DEF FNH(Z)=.5*(FNE(Z)*SIN(Z)+FNF(Z)*COS(Z))
00160 DEF FNI(Z)=.5*FNF(Z)*SIN(Z)
00170 DEF FNJ(Z)=.25*(FNE(Z)*SIN(Z)-FNF(Z)*COS(Z))
00180 PRINT 'CS',a(10,12),"ENTRER V2=0 POUR TRAVAILLER SUR
UNE POUTRE"
00190 PRINT a(14,14),"OU V2=1 POUR TRAVAILLER SUR UN RESER
VOIR CIRCULAIRE"
00200 INPUT a(30,18),"V2=",V2
00210 IF V2=1 THEN GOTO 00260
00220 PRINT 'CS',a(6,8),"ENTRER V1=0 SI LA LONGUEUR DE LA
POUTRE EST CONSIDER
00220:EE INFINIE"
00230 PRINT a(6,10),"ENTRER V1=1 SI ELLE EST CONSIDEREE SE
MI-INFINIE"
00240 PRINT a(6,12),"ENTRER V1=2 SI ELLE EST FINIE"
00250 INPUT a(30,18),"V1=",V1
00260 PRINT 'CS',a(6,10),"ENTRER V1=1 SI LA HAUTEUR DU RES
ERVOIR EST CONSIDER
00260:EE SEMI -INFINIE"
00270 PRINT a(6,12),"ENTRER V1=2 SI ELLE EST FINIE"
00280 INPUT a(30,18),"V1=",V1
00290 IF V1<>2 THEN LET V=1 ELSE GOTO 00310
00300 GOTO 00340
00310 PRINT 'CS',a(10,12),"ENTRER V=0 POUR UTILISER LA MET
HODE DES PARAMETRES
00310: INITIAUX"
00320 PRINT a(14,14),"OU V=1 POUR UTILISER LA METHODE DE L
A POUTRE INFINIE"
00330 INPUT a(30,18),"V=",V
00340 IF V2=1 THEN GOTO 00380
00350 PRINT (6) a(16),"CALCUL DE POUTRE SUR FONDATION ELAS
TIQUE"
00360 PRINT (6) a(16),"*****
*****"
00370 GOTO 00400
00380 PRINT (6) a(14),"CALCUL DE RESERVOIR CIRCULAIRE A PA
ROI MINCE"
00390 PRINT (6) a(14),"*****
*****"
00400 PRINT (6)
00410 PRINT (6)
00420 IF V=0 THEN GOTO 00460
```



```

00430 PRINT (6) a(22), "METHODE DE LA POUTRE INFINIE"
00440 PRINT (6) a(22), "*****"
00450 GOTO 00480
00460 PRINT (6) a(20), "METHODE DES PARAMETRES INITIAUX"
00470 PRINT (6) a(20), "*****"
00480 PRINT (6)
00490 FLOATING POINT
00500 PRINT 'CS', a(22,6), "ENTREE DES CARACTERISTIQUES"
00510 PRINT a(23,8), "(unites fondamentales S.I.)"
00520 IF V2=1 THEN GOTO 00590
00530 INPUT a(6,12), "LE MODULE DE FONDATION EST K=", K
00540 INPUT a(6,14), "LE MODULE D'ELASTICITE EST E=", E
00550 INPUT a(6,16), "LE MOMENT D'INERTIE EST I1=", I1
00560 IF V1<>2 THEN GOTO 00670
00570 INPUT a(6,18), "LA LONGUEUR EST L=", L
00580 GOTO 00670
00590 INPUT a(6,12), "LE RAYON MOYEN DU RESERVOIR EST R=", R
00600 INPUT a(6,142), "L'EPAISSEUR DE LA PAROI EST R1=", R1
00610 INPUT a(6,16), "LE MODULE D'ELASTICITE EST E=", E
00620 INPUT a(6,18), "LE COEFFICIENT DE POISSON EST U1=", U1
00630 IF V1<>2 THEN GOTO 00670
00640 INPUT a(6,20), "LA HAUTEUR EST L=", L
00650 LET K=E*R1/R**2
00660 LET I1=R1**3/(12*(1-U1**2))
00670 LET A=(K/(4*E*I1))**.25
00680 PRINT 'CS', a(26,4), "ENTREE DES DONNEES"
00690 PRINT a(2,6), "REMARQUES: - N1 REPRESENTE LE NOMBRE D
E POINTS OU S'APPLI
00690:QUENT UN MOMENT"
00700 PRINT a(2,7), "ET/OU UNE CHARGE CONCENTREE"
00710 PRINT a(13,9), "- SI A UN POINT N'EST APPLIQUE QU'UN
MOMENT (OU UNE CHAR
00710:GE "
00720 PRINT a(2,10), "CONCENTREE) ALORS DONNER LA VALEUR 0
(ZERO) A LA CHARGE
00720:CONCENTREE"
00730 PRINT a(2,11), "(OU AU MOMENT) DEMANDEE "
00740 PRINT a(13,13), "- LE MOMENT DOIT ETRE POSITIF S'IL A
GIT DANS LE SENS HO
00740:RAIRE"
00750 PRINT a(2,14), "ET NEGATIF DANS LE CAS CONTRAIRE "
00760 PRINT a(13,16), "- LA NUMEROTATION SE FAIT DE 1 A N1
A PARTIR DU POINT "
00770 PRINT a(2,17), "CHARGE LE PLUS A GAUCHE"
00780 PRINT a(13,19), "- LES POINTS CHARGES SONT MESURES A
PARTIR DU POINT CHA
00780:RGE"
00790 PRINT a(2,20), "LE PLUS A GAUCHE S'IL S'AGIT D'UN ELE
MENT INFINI (DONC D
00790:(1)=0) AUTREMENT "
00800 PRINT a(2,21), "ILS SONT MESURES A PARTIR DE L'EXTREM
ITE GAUCHE (OU DU B
00800:AS) DE L'ELEMENT"
00810 INPUT a(20,23), "LE NOMBRE DE POINT(S) CHARGE(S) EST
N1=", N1
00820 DIM D(N1+2); DIM M(N1+2); DIM P(N1+2)
00830 IF N1=0 THEN GOTO 00940
00840 FOR I=1 TO N1

```

```

00850 PRINT 'CS',a(26,4),"ENTREE DES DONNEES"
00860 PRINT a(23,6),"(unites fondamentales S.I.)"
00870 PRINT a(15,12),"LA DISTANCE D(",I," )="
00880 INPUT a(34,12),D(I)
00890 PRINT a(15,14),"LE MOMENT M(",I," )="
00900 INPUT a(32,14),M(I)
00910 PRINT a(15,16),"LA CHARGE CONCENTREE P(",I," )="
00920 INPUT a(45,16),P(I)
00930 NEXT I
00940 PRINT 'CS',a(26,4),"ENTREE DES DONNEES"
00950 PRINT a(23,6),"(unites fondamentales S.I.)"
00960 PRINT a(2,6),"REMARQUES : - N2 REPRESENTE LE NOMBRE
DE CHARGEMENTS DIST
00960:RIBUES"
00970 PRINT a(13,8),"- LA NUMEROTATION SE FAIT TOUJOURS A
PARTIR DE LA GAUCHE
00970:"
00980 INPUT a(20,16),"LE NOMBRE DE CHARGEMENT(S) DISTIBUE(
S) EST N2=",N2
00990 IF N2=0 THEN GOTO 01180
01000 DIM A(N2); DIM L(N2)
01010 DIM Q(N2); DIM R(N2)
01020 DIM S(N2)
01030 FOR I=1 TO N2
01040 PRINT 'CS',a(26,4),"ENTREE DES DONNEES "
01050 PRINT a(27,8),"(unites S.I.)"
01060 PRINT a(2,8),"LA DISTANCE ENTRE L'EXTREMITE GAUCHE D
U CHARGEMENT ET L'O
01060:RIGINE EST"
01070 PRINT a(30,10),"A(",I," )="
01080 INPUT a(38,10),A(I)
01090 PRINT a(2,12),"LE CHARGEMENT S'ETALE SUR LA LONGUEUR
L(",I," )="
01100 INPUT a(49,12),L(I)
01110 PRINT a(2,14),"LA VALEUR (PAR UNITE DE LONGUEUR) DU
CHARGEMENT AU NIVEA
01110:U DE"
01120 PRINT a(20,16),"L'EXTREMITE GAUCHE EST Q(",I," )="
01130 INPUT a(52,16),Q(I)
01140 PRINT a(2,18),"CELLE AU NIVEAU DE L'EXTREMITE DROITE
EST R(",I," )="
01150 INPUT a(52,18),R(I)
01160 LET S(I)=(R(I)-Q(I))/L(I)
01170 NEXT I
01180 INPUT 'CS',a(6,12),"L'INCREMENT (EN METRE) POUR LE C
ALCUL EST X1=",X1
01190 IF X1<0 THEN GOTO 01180
01200 IF V1=2 THEN GOTO 01250
01210 IF N2=0 THEN LET L9=D(N1)
01220 IF N1=0 THEN LET L9=A(N2)+L(N2)
01230 IF N1<>0 AND N2<>0 THEN GOTO 01240 ELSE GOTO 01250
01240 IF D(N1)>=A(N2)+L(N2) THEN LET L9=D(N1) ELSE LET L9=
A(N2)+L(N2)
01250 LET A1$="L'EXTREMITE GAUCHE EST "
01260 LET A2$="";L'EXTREMITE DROITE EST "
01270 LET B1$="LE BAS EST "
01280 LET B2$="";LE HAUT EST "
01290 LET C1$="LIBRE "

```

```

01300 LET C2$="ENCASTREE "
01310 LET C3$="ROTULEE "
01320 LET D1$=C1$
01330 LET D2$="ENCASTRE "
01340 LET D3$="ROTULE "
01350 IF V2=0 THEN LET X1$=A1$ ELSE LET X1$=B1$
01360 IF V2=0 THEN LET X3$=A2$ ELSE LET X3$=B2$
01370 LET P$="POSITION"
01380 LET H3=H1; LET H4=H2
01390 LET H5=H1; LET H6=H2
01400 LET H7=H1; LET H8=H2
01410 LET Y$="DEFLEXION"; LET Y1$="ROTATION"
01420 LET M$="MOMENT"; LET T$="E. TRANCHANT"
01430 IF V2=1 THEN GOTO 01490
01440 LET A$="L'EXTREMITE GAUCHE EST-ELLE LIBRE ?"
01450 LET B$="EST-ELLE ENCASTREE ?"
01460 LET C$="EST-ELLE ARTICULEE ?"
01470 LET D$="L'EXTREMITE DROITE EST-ELLE LIBRE ?"
01480 GOTO 01530
01490 LET A$="LE BAS EST-IL LIBRE ?"
01500 LET B$="EST-IL ENCASTRE ?"
01510 LET C$="EST-IL ROTULE ?"
01520 LET D$="LE HAUT EST-IL LIBRE ?"
01530 LET E$=B$; LET F$=C$
01540 LET G$="OUI"; LET H$="NON"
01550 PRINT (6) a(2), "DONNEES"
01560 PRINT (6) a(2), "*****"
01570 PRINT (6)
01580 IF V2=1 THEN GOTO 01650
01590 PRINT (6) a(2), "LE MODULE DE FONDATION EST K=", "K,"
...N/m**2"
01600 PRINT (6) a(2), "LE MOMENT D'INERTIE EST I1=", "I1,"
...m**4"
01610 PRINT (6) a(2), "LE MODULE D'ELASTICITE EST E=", "E,"
...N/m**2"
01620 IF V1<>2 THEN GOTO 01710
01630 PRINT (6) a(2), "LA LONGUEUR DE LA POUTRE EST L=", "L,"
...m"
01640 GOTO 01710
01650 PRINT (6) a(2), "LE RAYON MOYEN EST R=", "R,"
...m"
01660 PRINT (6) a(2), "L'EPAISSEUR DE LA PAROI EST R1=", "R1,"
...m"
01670 PRINT (6) a(2), "LE MODULE D'ELASTICITE EST E=", "E,"
...N/m**2"
01680 PRINT (6) a(2), "LE COEFFICIENT DE POISSON EST U1=", "U
1
01690 IF V1<>2 THEN GOTO 01710
01700 PRINT (6) a(2), "LA HAUTEUR DU RESERVOIR EST L=", "L,"
...m"
01710 PRINT (6)
01720 IF N1=0 THEN GOTO 01780
01730 FOR I=1 TO N1
01740 PRINT (6) a(2), "D(", I, ")=", D(I), " m ; P(", I, ")=", P(I)
, " N ; M(", I, ")=", M(
01740: I), " N.m"
01750 NEXT I
01760 PRINT (6)
01770 IF N2=0 THEN GOTO 01810

```

```

01780 FOR I=1 TO N2
01790 PRINT (6) a(2), "A(", I, ")=", A(I), " m ; L(", I, ")=", L(I)
, " m ; Q(", I, ")=", Q(
01790: I), " N/m ; R(", I, ")=", R(I), " N/m"
01800 NEXT I
01810 PRINT (6)
01820 REM ---INITIALISATION DES COMPARETEURS-----
01830 LET H1=-.2E+21; LET H2=.2E+21
01840 LET H3=H1; LET H4=H2
01850 LET H5=H1; LET H6=H2
01860 LET H7=H1; LET H8=H2
01870 IF V1=0 OR V1=1 THEN GOTO 02480
01880 REM ----METHODE DES PARAMETRES INITIAUX-----
01890 GOSUB 04820
01900 PRINT (6) a(2), X1$+X2$+X3$+X4$
01910 GOSUB 03480
01920 LET I=1; LET J=1
01930 LET X=-X1
01940 IF D(1)=0 THEN LET S1=1 ELSE LET S1=0
01950 LET S2=0
01960 LET X=X+X1
01970 IF X>L THEN GOSUB 05790 ELSE GOTO 01990
01980 GOTO 05920
01990 LET Z=A*X
02000 LET Y=Y0*FNG(Z)+F0*FNH(Z)/A-4*M0*A*A*FNI(Z)/K-4*T0*A
*FNJ(Z)/K
02010 LET F=(-4)*A*Y0*FNJ(Z)+F0*FNG(Z)-4*M0*A**3*FNH(Z)/K-
4*T0*A*A*FNI(Z)/K
02020 LET M=K*Y0*FNI(Z)/(A*A)+K*F0*FNJ(Z)/A**3+M0*FNG(Z)+T
0*FNH(Z)/A
02030 LET T=K*Y0*FNH(Z)/A+K*F0*FNI(Z)/(A*A)-4*A*M0*FNJ(Z)+
T0*FNG(Z)
02040 IF N1=0 THEN GOTO 02260
02050 IF I<=N1 THEN GOTO 02080
02060 LET S1=N1
02070 GOTO 02120
02080 IF X<=D(I) THEN GOTO 02120
02090 LET I=I+1
02100 LET S1=I-1
02110 GOTO 02050
02120 IF S1=0 THEN GOTO 02250
02130 DIM Y(S1); DIM F(S1)
02140 DIM O(S1); DIM T(S1)
02150 FOR I=1 TO S1
02160 LET Y(I)=(-4)*A*A*M(I)*FNI(A*(X-D(I)))/K+4*A*A*P(I)*FN
J(A*(X-D(I)))/K
02170 LET F(I)=(-4)*A**3*M(I)*FNH(A*(X-D(I)))/K+4*A*A*P(I)
*FNI(A*(X-D(I)))/K
02180 LET O(I)=M(I)*FNG(A*(X-D(I)))-P(I)*FNH(A*(X-D(I)))/A
02190 LET T(I)=(-4)*A*M(I)*FNJ(A*(X-D(I)))-P(I)*FNG(A*(X-D
(I)))
02200 LET Y=Y+Y(I)
02210 LET F=F+F(I)
02220 LET M=M+O(I)
02230 LET T=T+T(I)
02240 NEXT I
02250 IF N2=0 THEN GOTO 02450
02260 IF J<=N2 THEN GOTO 02280
J, 30, 16200, 5

```

```

02270 LET S2=N2; GOTO 02330
02280 IF X<=A(J) THEN GOTO 02320
02290 LET J=J+1
02300 LET S2=J-1
02310 GOTO 02260
02320 IF S2=0 THEN GOTO 02450
02330 DIM V(S2)
02340 DIM Y(S2); DIM F(S2)
02350 DIM O(S2); DIM T(S2)
02360 FOR J=1 TO S2
02370 LET V(J)=A*(X-A(J))
02380 IF X<=A(J)+L(J) THEN LET U=X ELSE LET U=A(J)+L(J)
02390 GOSUB 03250
02400 LET Y=Y+Y(J)
02410 LET F=F+F(J)
02420 LET M=M+O(J)
02430 LET T=T+T(J)
02440 NEXT J
02450 GOSUB 03310
02460 GOSUB 03600
02470 GOTO 01960
02480 REM ---METHODE DE LA POUTRE INFINIE-----
02490 IF V1=1 OR V1=2 THEN GOSUB 03640 ELSE GOTO 02510
02500 GOTO 02550
02510 LET M(0)=0; LET P(0)=0; LET M(N1+1)=0; LET P(N1+1)=0
02520 LET D(0)=0; LET D(N1+1)=L9
02530 LET X1$=" "; LET X2$=" "
02540 LET X3$=" "; LET X4$=" "
02550 PRINT (6) A(2), X1$+X2$+X3$+X4$
02560 GOSUB 03480
02570 LET X=-X1
02580 LET Y=0; LET F=0
02590 LET M=0; LET T=0
02600 LET X=X+X1
02610 DIM Y(N1+N2+2); DIM F(N1+N2+2)
02620 DIM O(N1+N2+2); DIM T(N1+N2+2)
02630 IF X>D(N1+1) THEN GOSUB 05790 ELSE GOTO 02650
02640 GOTO 05920
02650 DIM X(N1+2); DIM Z(N1+2)
02660 FOR I=0 TO N1+1
02670 LET X(I)=X-D(I)
02680 LET Z(I)=ABS(A*X(I))
02690 IF X<>0 THEN GOTO 02740
02700 IF I=0 THEN GOSUB 03000 ELSE GOTO 02720
02710 GOTO 02750
02720 IF I=1 AND D(1)=0 THEN GOSUB 03000 ELSE GOTO 02740
02730 GOTO 02750
02740 IF X(I)>0 THEN GOSUB 03000 ELSE GOSUB 03050
02750 LET Y=Y+Y(I)
02760 LET F=F+F(I)
02770 LET M=M+O(I)
02780 LET T=T+T(I)
02790 NEXT I
02800 IF N2=0 THEN GOTO 02960
02810 DIM C(N2); DIM B(N2)
02820 DIM V(N2); DIM W(N2)
02830 FOR I=1 TO N2
02840 LET C(I)=X-A(I)

```

```

02850 LET B(I)=X-A(I)-L(I)
02860 LET V(I)=ABS(A*C(I))
02870 LET W(I)=ABS(A*B(I))
02880 IF C(I)<=0 AND B(I)<0 THEN GOSUB 03100
02890 IF C(I)>0 AND B(I)<=0 THEN GOSUB 03150
02900 IF C(I)>0 AND B(I)>0 THEN GOSUB 03200
02910 LET Y=Y+Y(I)
02920 LET F=F+F(I)
02930 LET M=M+O(I)
02940 LET T=T+T(I)
02950 NEXT I
02960 GOSUB 03310
02970 GOSUB 03600
02980 GOTO 02580
02990 REM -----SOUS-PROGRAMME DE CALCUL (P. INFINIE)-----
03000 LET Y(I)=.5*P(I)*A*FNA(Z(I))/K+M(I)*A*A*FNB(Z(I))/K
03010 LET F(I)=(-P(I))*A*A*FNB(Z(I))/K+M(I)*A**3*FNC(Z(I))
/K
03020 LET O(I)=.25*P(I)*FNC(Z(I))/A+.5*M(I)*FND(Z(I))
03030 LET T(I)=(-.5)*P(I)*FND(Z(I))- .5*M(I)*A*FNA(Z(I))
03040 RETURN
03050 LET Y(I)=.5*P(I)*A*FNA(Z(I))/K-M(I)*A*A*FNB(Z(I))/K
03060 LET F(I)=P(I)*A*A*FNB(Z(I))/K+M(I)*A**3*FNC(Z(I))/K
03070 LET O(I)=.25*P(I)*FNC(Z(I))/A-.5*M(I)*FND(Z(I))
03080 LET T(I)=.5*P(I)*FND(Z(I))- .5*M(I)*A*FNA(Z(I))
03090 RETURN
03100 LET Y(I)=S(I)*(FNC(V(I))-FNC(W(I))-2*A*L(I)*FND(W(I))
)))/(4*A*K)+Q(I)*(FN
03100:D(V(I))-FND(W(I)))/(2*K)
03110 LET F(I)=S(I)*(FND(V(I))-FND(W(I))-A*L(I)*FNA(W(I)))
)/(2*K)+Q(I)*A*(FNA(
03110:V(I))-FNA(W(I)))/(2*K)
03120 LET O(I)=(-S(I))*(FNA(V(I))-FNA(W(I))-2*A*L(I)*FNB(W
(I)))/(8*A**3)-Q(I)
03120:*(FNB(V(I))-FNB(W(I)))/(4*A**2)
03130 LET T(I)=(-S(I))*(FNB(V(I))-FNB(W(I))+A*L(I)*FNC(W(I)
)))/(4*A*A)+Q(I)*(F
03130:NC(V(I))-FNC(W(I)))/(4*A)
03140 RETURN
03150 LET Y(I)=S(I)*(FNC(V(I))-FNC(W(I))-2*A*L(I)*FND(W(I))
)+4*A*C(I))/(4*A*K)
03150:+Q(I)*(2-FND(V(I))-FND(W(I)))/(2*K)
03160 LET F(I)=(-S(I))*(FND(V(I))+FND(W(I))+A*L(I)*FNA(W(I)
))-2)/(2*K)+Q(I)*A*
03160:(FNA(V(I))-FNA(W(I)))/(2*K)
03170 LET O(I)=(-S(I))*(FNA(V(I))-FNA(W(I))-2*A*L(I)*FNB(W
(I)))/(8*A**3)+Q(I)
03170:*(FNB(V(I))+FNB(W(I)))/(4*A**2)
03180 LET T(I)=S(I)*(FNB(V(I))+FNB(W(I))-A*L(I)*FNC(W(I)))
)/(4*A*A)+Q(I)*(FNC(
03180:V(I))-FNC(W(I)))/(4*A)
03190 RETURN
03200 LET Y(I)=S(I)*(FNC(V(I))-FNC(W(I))+2*A*L(I)*FND(W(I))
)))/(4*A*K)-Q(I)*(FN
03200:D(V(I))-FND(W(I)))/(2*K)
03210 LET F(I)=(-S(I))*(FND(V(I))-FND(W(I))+A*L(I)*FNA(W(I)
)))/(2*K)+Q(I)*A*(F
03210:NA(V(I))-FNA(W(I)))/(2*K)

```

```

03220 LET O(I)=(-S(I))*(FNA(V(I))-FNA(W(I))+2*A*L(I)*FNB(W
(I)))/(8*A**3)+Q(I)
03220:*(FNB(V(I))-FNB(W(I)))/(4*A*A)
03230 LET T(I)=S(I)*(FNB(V(I))-FNB(W(I))-A*L(I)*FNC(W(I)))
/(4*A*A)+Q(I)*(FNC(
03230:V(I))-FNC(W(I)))/(4*A)
03240 RETURN
03250 REM -----SOUS-PROGRAMME DE CALCUL (P. INITIAUX)-----
--
03260 LET Y(J)=(A*(S(J)*(U-A(J))+Q(J))*FNG(A*(X-U))+S(J)*F
NH(A*(X-U))-A*Q(J)*
03260:FNG(V(J))-S(J)*FNH(V(J)))/(K*A)
03270 LET F(J)=4*(A*(S(J)*(A(J)-U)-Q(J))*FNJ(A*(X-U))+.25*
S(J)*FNG(A*(X-U))-A
03270:*(-Q(J))*FNJ(V(J))- .25*S(J)*FNG(V(J)))/K
03280 LET O(J)=(A*(S(J)*(U-A(J))+Q(J))*FNI(A*(X-U))+S(J)*F
NJ(A*(X-U))-A*Q(J)*
03280:FNI(V(J))-S(J)*FNJ(V(J)))/A**3
03290 LET T(J)=(A*(S(J)*(U-A(J))+Q(J))*FNH(A*(X-U))+S(J)*F
NI(A*(X-U))-A*Q(J)*
03290:FNH(V(J))-S(J)*FNI(V(J)))/(A*A)
03300 RETURN
03310 REM -----SOUS-PROGRAMME DE CALCUL DES EXTREMA---
03320 IF Y<=H1 THEN GOTO 03340
03330 LET H1=Y; LET Q1=X; GOTO 03360
03340 IF Y>=H2 THEN GOTO 03360
03350 LET H2=Y; LET Q2=X
03360 IF F<=H3 THEN GOTO 03380
03370 LET H3=F; LET Q3=X; GOTO 03400
03380 IF F>=H4 THEN GOTO 03400
03390 LET H4=F; LET Q4=X
03400 IF M<=H5 THEN GOTO 03420
03410 LET H5=M; LET Q5=X; GOTO 03440
03420 IF M>=H6 THEN GOTO 03440
03430 LET H6=M; LET Q6=X
03440 IF T<=H7 THEN GOTO 03460
03450 LET H7=T; LET Q7=X; RETURN
03460 IF T>=H8 THEN RETURN
03470 LET H8=T; LET Q8=X; RETURN
03480 REM ---IMPRESSION D'EN-TETE-----
03490 PRINT (6)
03500 PRINT (6)
03510 PRINT (6) a(18),"DEFORMATIONS ET SOLLICITATIONS"
03520 PRINT (6) a(18),"*****"
03530 PRINT (6)
03540 PRINT (6) a(2),"*****"
*****
03540:*****"
03550 PRINT (6) a(2),"*",a(4),P$,a(13),"*",a(15),Y$,a(25),
" ",a(27),Y1$,a(37)
03550:,"*",a(41),M$,a(50),"*",a(53),T$,a(67),"*"
03560 PRINT (6) a(2),"*",a(6),"(m)",a(13),"*",a(18),"(m)",
a(25),"*",a(28),"(r
03560:ad.)",a(37),"*",a(42),"(N.m)",a(50),"*",a(57),"(N)",
a(67),"*"
03570 PRINT (6) a(2),"*****"
*****
03570:*****"

```

```

03580 PRINT (6) a(2), "*", a(13), "*", a(25), "*", a(37), "*", a(5
0), "*", a(67), "*"
03590 RETURN
03600 REM ----SOUS-PROGRAMME D'IMPRESSION-----
03610 PRINT (6) a(2), "*", a(5), X:"0.000", a(13), "*", a(15), Y:
"-0.00000", a(25), "*"
03610:", a(27), F:"-0.00000", a(37), "*", a(40), M:"0.", a(50), "*"
", a(55), T:"0.", a(67
03610:), "*"
03620 PRINT (6) a(2), "*", a(13), "*", a(25), "*", a(37), "*", a(5
0), "*", a(67), "*"
03630 RETURN
03640 REM ----SOUS-PROGRAMME DE DETERMINATION DES FORCES F
ICTIVES-----
03650 IF V1=1 THEN GOTO 03680
03660 LET K1=FNA(A*L); LET K2=FNB(A*L)
03670 LET K3=FNC(A*L); LET K4=FND(A*L)
03680 LET Y1=0; LET Y2=0; LET F1=0; LET F2=0
03690 LET M1=0; LET M2=0; LET T1=0; LET T2=0
03700 DIM Y(2*(N1+N2)); DIM F(2*(N1+N2))
03710 DIM O(2*(N1+N2)); DIM T(2*(N1+N2))
03720 IF N1=0 THEN GOTO 03830
03730 DIM Z(2*N1)
03740 FOR I=1 TO N1
03750 LET Z(I)=A*D(I)
03760 GOSUB 03050
03770 LET Y1=Y1+Y(I)
03780 LET F1=F1+F(I)
03790 LET M1=M1+O(I)
03800 LET T1=T1+T(I)
03810 NEXT I
03820 IF N2=0 THEN GOTO 03940
03830 DIM V(2*N2); DIM W(2*N2)
03840 FOR I=1 TO N2
03850 LET V(I)=A*A(I)
03860 LET W(I)=A*(A(I)+L(I))
03870 GOSUB 03100
03880 LET Y1=Y1+Y(I)
03890 LET F1=F1+F(I)
03900 LET M1=M1+O(I)
03910 LET T1=T1+T(I)
03920 NEXT I
03930 IF N1=0 THEN GOTO 04030
03940 FOR I=1 TO N1
03950 LET Z(I)=A*(L-D(I))
03960 GOSUB 03000
03970 LET Y2=Y2+Y(I)
03980 LET F2=F2+F(I)
03990 LET M2=M2+O(I)
04000 LET T2=T2+T(I)
04010 NEXT I
04020 IF N2=0 THEN GOTO 04120
04030 FOR I=1 TO N2
04040 LET V(I)=A*(L-A(I))
04050 LET W(I)=A*(L-A(I)-L(I))
04060 GOSUB 03200
04070 LET Y2=Y2+Y(I)
04080 LET F2=F2+F(I)

```



```

04090 LET M2=M2+O(I)
04100 LET T2=T2+T(I)
04110 NEXT I
04120 PRINT 'CS',a(30,12),A$; INPUT a(67,12),R$
04130 IF R$(<)G$ THEN GOTO 04210
04140 LET X2$=C1$
04150 LET E1=1/(4*A); LET E2=.5
04160 LET E3=K3/(4*A); LET E4=K4/2
04170 LET G1=-.5; LET G2=(-.5)*A
04180 LET G3=K4/2; LET G4=A*K1/2
04190 LET E5=-M1; LET G5=-T1
04200 IF V1=2 THEN GOTO 04400 ELSE GOTO 04710
04210 PRINT 'CS',a(30,12),B$; INPUT a(53,12),R$
04220 IF R$(<)G$ THEN GOTO 04300
04230 IF V2=0 THEN LET X2$=C2$ ELSE LET X2$=D2$
04240 LET E1=A/(2*K); LET E2=0
04250 LET E3=A*K1/(2*K); LET E4=A*A*K2/K
04260 LET G1=0; LET G2=A**3/K
04270 LET G3=A*A*K2/K; LET G4=(-A)**3*K3/K
04280 LET E5=-Y1; LET G5=-F1
04290 IF V1=2 THEN GOTO 04400 ELSE GOTO 04710
04300 PRINT 'CS',a(30,12),C$; INPUT a(53,12),R$
04310 IF R$(<)G$ THEN GOTO 04120
04320 IF V2=0 THEN LET X2$=C3$ ELSE LET X2$=D3$
04330 LET E1=A/(2*K); LET E2=0
04340 LET E3=A*K1/(2*K); LET E4=A*A*K2/K
04350 LET G1=1/(4*A); LET G2=.5
04360 LET G3=K3/(4*A); LET G4=K4/2
04370 LET E5=-Y1; LET G5=-M1
04380 IF V1=2 THEN GOTO 04400
04390 GOTO 04710
04400 PRINT a(30,14),D$; INPUT a(67,14),R$
04410 IF R$(<)G$ THEN GOTO 04490
04420 LET X4$=C1$
04430 LET I1=K3/(4*A); LET I2=K4/2
04440 LET I3=1/(4*A); LET I4=.5
04450 LET J1=(-K4)/2; LET J2=(-A)*K1/2
04460 LET J3=.5; LET J4=A/2
04470 LET I5=-M2; LET J5=-T2
04480 GOTO 04650
04490 PRINT a(30,16),E$; INPUT a(53,16),R$
04500 IF R$(<)G$ THEN GOTO 04580
04510 IF V2=0 THEN LET X4$=C2$ ELSE LET X4$=D2$
04520 LET I1=A*K1/(2*K); LET I2=A*A*K2/K
04530 LET I3=A/(2*K); LET I4=0
04540 LET J1=(-A)*A*K2/K; LET J2=A**3*K3/K
04550 LET J3=0; LET J4=(-A)**3/K
04560 LET I5=-Y2; LET J5=-F2
04570 GOTO 04650
04580 PRINT a(30,18),F$; INPUT a(53,18),R$
04590 IF V2=0 THEN LET X4$=C3$ ELSE LET X4$=D3$
04600 LET I1=A*K1/(2*K); LET I2=A*A*K2/K
04610 LET I3=A/(2*K); LET I4=0
04620 LET J1=K3/(4*A); LET J2=K4/2
04630 LET J3=1/(4*A); LET J4=.5
04640 LET I5=-Y2; LET J5=-M2

```

```

04640 LET I5=-Y2; LET J5=-M2
04650 LET D=E1*(G2*(I3*J4-I4*J3)-G3*(I2*J4-I4*J2)+G4*(I2*J
3-I3*J2))-E2*(G1*(I
04650:3*J4-I4*J3)-G3*(I1*J4-I4*J1)+G4*(I1*J3-I3*J1))+E3*(G
1*(I2*J4-I4*J2)-G2*
04650:(I1*J4-I4*J1)+G4*(I1*J2-I2*J1))-E4*(G1*(I2*J3-I3*J2)
-G2*(I1*J3-I3*J1)+G
04650:3*(I1*J2-I2*J1))
04660 LET D1=E5*(G2*(I3*J4-I4*J3)-G3*(I2*J4-I4*J2)+G4*(I2*
J3-I3*J2))-E2*(G5*(
04660:I3*J4-I4*J3)-G3*(I5*J4-I4*J5)+G4*(I5*J3-I3*J5))+E3*(
G5*(I2*J4-I4*J2)-G2
04660:*(I5*J4-I4*J5)+G4*(I5*J2-I2*J5))-E4*(G5*(I2*J3-I3*J2
)-G2*(I5*J3-I3*J5)+
04660:G3*(I5*J2-I2*J5))
04670 LET D2=E1*(G5*(I3*J4-I4*J3)-G3*(I5*J4-I4*J5)+G4*(I5*
J3-I3*J5))-E5*(G1*(
04670:I3*J4-I4*J3)-G3*(I1*J4-I4*J1)+G4*(I1*J3-I3*J1))+E3*(
G1*(I5*J4-I4*J5)-G5
04670:*(I1*J4-I4*J1)+G4*(I1*J5-I5*J1))-E4*(G1*(I5*J3-I3*J5
)-G5*(I1*J3-I3*J1)+
04670:G3*(I1*J5-I5*J1))
04680 LET D3=E1*(G2*(I5*J4-I4*J5)-G5*(I2*J4-I4*J2)+G4*(I2*
J5-I5*J2))-E2*(G1*(
04680:I5*J4-I4*J5)-G5*(I1*J4-I4*J1)+G4*(I1*J5-I5*J1))+E5*(
G1*(I2*J4-I4*J2)-G2
04680:*(I1*J4-I4*J1)+G4*(I1*J2-I2*J1))-E4*(G1*(I2*J5-I5*J2
)-G2*(I1*J5-I5*J1)+
04680:G5*(I1*J2-I2*J1))
04690 LET D4=E1*(G2*(I3*J5-I5*J3)-G3*(I2*J5-I5*J2)+G5*(I2*
J3-I3*J2))-E2*(G1*(
04690:I3*J5-I5*J3)-G3*(I1*J5-I5*J1)+G5*(I1*J3-I3*J1))+E3*(
G1*(I2*J5-I5*J2)-G2
04690:*(I1*J5-I5*J1)+G5*(I1*J2-I2*J1))-E5*(G1*(I2*J3-I3*J2
)-G2*(I1*J3-I3*J1)+
04690:G3*(I1*J2-I2*J1))
04700 GOTO 04740
04710 LET D=E1*G2-E2*G1
04720 LET D1=E5*G2-E2*G5
04730 LET D2=E1*G5-E5*G1
04740 LET D(0)=0; LET P(0)=D1/D; LET M(0)=D2/D
04750 LET X3$=" "; LET X4$=" "
04760 IF V1=1 THEN GOTO 04800
04770 LET D(N1+1)=L
04780 LET P(N1+1)=D3/D; LET M(N1+1)=(-D4)/D
04790 GOTO 04810
04800 LET D(N1+1)=L9; LET P(N1+1)=0; LET M(N1+1)=0
04810 RETURN
04820 REM -----SOUS-PROGRAMME DE DETERMINATION DES PARAMET
RES INITIAUX-----
04830 LET A1=0; LET A2=0; LET A3=0; LET A4=0
04840 DIM Y(N1+N2); DIM F(N1+N2)
04850 DIM O(N1+N2); DIM T(N1+N2)
04860 IF N1=0 THEN GOTO 04960
04870 DIM W(N1)
04880 FOR I=1 TO N1
04890 LET W(I)=A*(L-D(I))
04900 LET A1=A1-4*A*A*M(I)*FNI(W(I))/K+4*A*A*P(I)*FNJ(W(I))/
K

```

```

04910 LET A2=A2-4*A**3*M(I)*FNH(W(I))/K+4*A*A*P(I)*FNI(W(I)
)/K
04920 LET A3=A3+M(I)*FNG(W(I))-P(I)*FNH(W(I))/A
04930 LET A4=A4-4*A*M(I)*FNJ(W(I))-P(I)*FNG(W(I))
04940 NEXT I
04950 IF N2=0 THEN GOTO 05060
04960 DIM V(N2)
04970 FOR J=1 TO N2
04980 LET X=L
04990 LET V(J)=A*(L-A(J)); LET U=A(J)+L(J)
05000 GOSUB 03250
05010 LET A1=A1+Y(J)
05020 LET A2=A2+F(J)
05030 LET A3=A3+O(J)
05040 LET A4=A4+T(J)
05050 NEXT J
05060 LET Q=A*L
05070 LET F1=FNG(Q); LET F2=FNH(Q); LET F3=FNI(Q); LET F4=
FNJ(Q)
05080 LET B1=K*K*(F3**2-F2*F4)/A**4
05090 LET B2=K*((-A3)*A*F3+A4*F4)/A**3
05100 LET B3=K*((-A4)*F3+A3*A*F2)/A**2
05110 LET B4=F1**2+4*F4*F2
05120 LET B5=(-A1)*F1+A2*F2/A
05130 LET B6=(-A2)*F1-4*A1*A*F4
05140 LET B7=K*(F1*F4-F2*F3)/A**3
05150 LET B8=(-A1)*K*F4/A**3+A3*F2/A
05160 LET B9=(-A3)*F1+A1*K*F3/A**2
05170 LET C1=F1**2+4*F2*F4
05180 LET C2=(-A3)*F1+A4*F2/A
05190 LET C3=(-A4)*F1-4*A3*A*F4
05200 LET C4=16*A**4*(F3**2-F2*F4)/K**2
05210 LET C5=4*A*(A1*A*F3-A2*F4)/K
05220 LET C6=4*A**2*(A2*F3-A1*A*F2)/K
05230 LET C7=4*A*((-F3)*F2+F1*F4)/K
05240 LET C8=(-A1)*F2/A-4*A3*A*F4/K
05250 LET C9=4*A3*A**2*F3/K+A1*F1
05260 LET D1=K*(F1*F4-F2*F3)/A**3
05270 LET D2=(-A3)*F1+A4*F2/A
05280 LET D3=K*((-A4)*F4+A3*A*F3)/A**3
05290 LET D4=4*A*((-F2)*F3+F1*F4)/K
05300 LET D5=4*A*(A1*A*F3-A2*F4)/K
05310 LET D6=(-A2)*F2/A+A1*F1
05320 LET D7=(F2**2+4*F4**2)/A**2
05330 LET D8=(-A1)*F2/A-4*A3*A*F4/K
05340 LET D9=(-A3)*F2/A+A1*K*F4/A**3
05350 PRINT 'CS',a(30,12),A$; INPUT a(67,12),R$
05360 IF R$(<)G$ THEN GOTO 05500
05370 LET X2$=C1$
05380 LET M0=0; LET T0=0
05390 PRINT a(30,14),D$; INPUT a(67,14),R$
05400 IF R$(<)G$ THEN GOTO 05430
05410 LET X4$=C1$
05420 LET Y0=B2/B1; LET F0=B3/B1; RETURN
05430 PRINT a(30,16),E$; INPUT a(53,16),R$
05440 IF R$(<)G$ THEN GOTO 05470
05450 IF V2=0 THEN LET X4$=C2$ ELSE LET X4$=D2$
05460 LET Y0=B5/B4; LET F0=B6/B4; RETURN

```

```


05470 PRINT a(30,18),F$; INPUT a(53,18),R$
05480 IF V2=0 THEN LET X4$=C3$ ELSE LET X4$=D3$
05490 LET Y0=B8/B7; LET F0=B9/B7; RETURN
05500 PRINT 'CS',a(30,12),B$; INPUT a(53,12),R$
05510 IF R$(<)G$ THEN GOTO 05650
05520 IF V2=0 THEN LET X2$=C2$ ELSE LET X2$=D2$
05530 LET Y0=0; LET F0=0
05540 PRINT a(30,14),D$; INPUT a(67,14),R$
05550 IF R$(<)G$ THEN GOTO 05580
05560 LET X4$=C1$
05570 LET M0=C2/C1; LET T0=C3/C1; RETURN
05580 PRINT a(30,16),E$; INPUT a(53,16),R$
05590 IF R$(<)G$ THEN GOTO 05620
05600 IF V2=0 THEN LET X4$=C2$ ELSE LET X4$=D2$
05610 LET M0=C5/C4; LET T0=C6/C4; RETURN
05620 PRINT a(30,18),F$; INPUT a(53,18),R$
05630 IF V2=0 THEN LET X4$=C3$ ELSE LET X4$=D3$
05640 LET M0=C8/C7; LET T0=C9/C7; RETURN
05650 PRINT 'CS',a(30,12),C$; INPUT a(53,12),R$
05660 IF V2=0 THEN LET X2$=C3$ ELSE LET X2$=D3$
05670 LET M0=0; LET Y0=0
05680 PRINT a(30,14),D$; INPUT a(67,14),R$
05690 IF R$(<)G$ THEN GOTO 05720
05700 LET X4$=C1$
05710 LET F0=D2/D1; LET T0=D3/D1; RETURN
05720 PRINT a(30,16),E$; INPUT a(53,16),R$
05730 IF R$(<)G$ THEN GOTO 05760
05740 IF V2=0 THEN LET X4$=C2$ ELSE LET X4$=D2$
05750 LET F0=D5/D4; LET T0=D6/D4; RETURN
05760 PRINT a(30,18),F$; INPUT a(53,18),R$
05770 IF V2=0 THEN LET X4$=C3$ ELSE LET X4$=D3$
05780 LET F0=D8/D7; LET T0=D9/D7; RETURN
05790 REM -----SOUS-PROGRAMME DE CALCUL DES MAXIMA-----
05800 IF ABS(H1)<ABS(H2) THEN GOTO 05820
05810 LET L1=H1; LET L2=H2; GOTO 05830
05820 LET L1=H2; LET L2=H1; GOTO 05830
05830 IF ABS(H3)<ABS(H4) THEN GOTO 05850
05840 LET L3=H3; LET L4=H4; GOTO 05860
05850 LET L3=H4; LET L4=H3
05860 IF ABS(H5)<ABS(H6) THEN GOTO 05880
05870 LET L5=H5; LET L6=H6; GOTO 05890
05880 LET L5=H6; LET L6=H5
05890 IF ABS(H7)<ABS(H8) THEN GOTO 05910
05900 LET L7=H7; LET L8=H8; RETURN
05910 LET L7=H8; LET L8=H7; RETURN
05920 PRINT (6) a(2), "*****"
*****
05920: *****"
05930 PRINT (6)
05940 PRINT (6)
05950 PRINT (6)
05960 PRINT (6)
05970 PRINT (6) a(10), "DEFORMATIONS ET SOLLICITATIONS EXTR
EMES"
05980 PRINT (6) a(10), "*****"
*****
05990 PRINT (6)
06000 PRINT (6) a(14), "*****"
06010 PRINT (6) a(14), "*", a(17), P$, a(27), "*", a(31), Y$, a(44
), "*"

```

```

06020 PRINT (6) a(14), "*" , a(19), "(m)" , a(27), "*" , a(34), "(m)
", a(44), "*"
06030 PRINT (6) a(14), "*****"
06040 PRINT (6) a(14), "*" , a(19), Q1:"0.000" , a(27), "*" , a(31)
, H1:"-0.00000" , a(44)
06040:), "*"
06050 PRINT (6) a(14), "*" , a(19), Q2:"0.000" , a(27), "*" , a(31)
, H2:"-0.00000" , a(44)
06050:), "*"
06060 PRINT (6) a(14), "*" , a(27), "*****"
06070 PRINT (6) a(14), "*" , a(27), "*" , a(32), Y1$, a(44), "*"
06080 PRINT (6) a(14), "*" , a(27), "*" , a(33), "(rad.)" , a(44), "
*"
06090 PRINT (6) a(14), "*" , a(27), "*****"
06100 PRINT (6) a(14), "*" , a(19), Q3:"0.000" , a(27), "*" , a(32)
, H3:"-0.00000" , a(44)
06100:), "*"
06110 PRINT (6) a(14), "*" , a(19), Q4:"0.000" , a(27), "*" , a(32)
, H4:"-0.00000" , a(44)
06110:), "*"
06120 PRINT (6) a(14), "*" , a(27), "*****"
06130 PRINT (6) a(14), "*" , a(27), "*" , a(33), M$, a(44), "*"
06140 PRINT (6) a(14), "*" , a(27), "*" , a(34), "(N.m)" , a(44), "*"
"
06150 PRINT (6) a(14), "*" , a(27), "*****"
06160 PRINT (6) a(14), "*" , a(19), Q5:"0.000" , a(27), "*" , a(33)
, H5:"0." , a(44), "*"
06170 PRINT (6) a(14), "*" , a(19), Q6:"0.000" , a(27), "*" , a(33)
, H6:"0." , a(44), "*"
06180 PRINT (6) a(14), "*" , a(27), "*****"
06190 PRINT (6) a(14), "*" , a(27), "*" , a(30), T$, a(44), "*"
06200 PRINT (6) a(14), "*" , a(27), "*" , a(35), "(N)" , a(44), "*"
06210 PRINT (6) a(14), "*" , a(27), "*****"
06220 PRINT (6) a(14), "*" , a(19), Q7:"0.000" , a(27), "*" , a(32)
, H7:"-0." , a(44), "*"
06230 PRINT (6) a(14), "*" , a(19), Q8:"0.000" , a(27), "*" , a(32)
, H8:"-0." , a(44), "*"
06240 PRINT (6) a(14), "*****"
06250 PRINT (6)
06260 PRINT (6)
06270 PRINT (6)
06280 PRINT (6)
06290 PRINT 'CS' , a(4,8), "ENTRER W=0 POUR ALLER AU DEBUT DU
PROGRAMME"
06300 PRINT a(12,10), "W=1 POUR FAIRE UN CALCUL AVEC DE NOU
VELLES CARACTERISTI
06300:QUES"
06310 PRINT a(12,12), "W=2 POUR FAIRE UN CALCUL AVEC UN NOU
VEAU CHARGEMENT"
06320 PRINT a(12,14), "W=3 POUR CALCULER AVEC DE NOUVELLES
CONDITIONS D'APPUI"
06330 PRINT a(12,16), "W=4 POUR SORTIR DU SYSTEME"
06340 INPUT a(30,22), "W=", W
06350 IF W=0 THEN GOTO 00180
06360 IF W=1 THEN GOTO 00500
06370 IF W=2 THEN GOTO 00680
06380 IF W=3 THEN GOTO 01830
06390 IF W=4 THEN GOTO 06400
06400 CLOSE (6)
06410 END

```


 BIBLIOTHEQUE  
 UNIVERSITE

## CHAPITRE VIII

### EXEMPLES NUMERIQUES

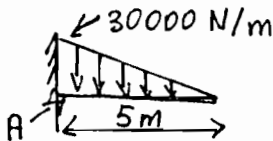
#### I- Introduction

Les résultats, des exemples numériques traités par le programme sont donnés en annexe. Nous tirerons donc ici uniquement les remarques et les conclusions.

#### II- Conclusion et remarques

Nous notons en premier lieu que les deux méthodes de calcul donnent exactement les mêmes résultats pour des données identiques, comme le montrent les exemples No1 et No2. Remarquons aussi que les résultats sont bons et ceci peut se vérifier par l'utilisation des nombreuses formules données par M. Hélenyi dans son livre "Beams on Elastic Foundation". A titre d'exemple nous allons vérifier les résultats des exemples No1 et No2 par la formule suivante donnée par Hélenyi :

$$M_A = -\frac{q_0}{4\alpha^3 l} \frac{\sin 2\alpha l - 2\alpha l \cos 2\alpha l + 2\alpha l (\sin^2 \alpha l + \cos^2 \alpha l)}{2\alpha l \cos^2 \alpha l + \sin^2 \alpha l}$$



$$\text{Nous avons } \alpha = \sqrt[4]{\frac{K}{4EI}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 10^6}{4 \cdot 20 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}}$$
$$\alpha = 0,9306 \text{ m}^{-1}, \quad \alpha l = 4,653, \quad q_0 = 30000 \text{ N.m}$$

d'où  $M_A = -13598,9 \text{ N.m}$ , qui est bien la valeur donnée par le traitement de l'exemple par l'ordinateur.

Les exemples No3, No4 et No5 présentent des don-

nées identiques sauf pour le module de fondation qui passe du simple au double pour les exemples No 3 et No 4, et du simple au décuple pour les exemples No 3 et No 5. Alors que le module de fondation augmente de 100% le moment fléchissant maximal diminue de 23%; lorsqu'il augmente de 900% le moment diminue seulement de 89%. Ceci montre qu'il n'est pas nécessaire d'avoir une grande précision sur la valeur du module de fondation et que son ordre de grandeur suffit pour avoir des résultats satisfaisants. Une valeur moyenne souvent adoptée est  $K = b \times 50 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ ,  $b$  étant la largeur de la poutre en mètre (Cf. Traité de Béton Armé, par A. Guerrin et R. C. Lavour)

L'exemple No 6 qui traite d'une poutre de longueur infinie donne des résultats presque identiques à ceux de l'exemple No 5 qui pourrait donc être traité en considérant sa longueur infinie ( $\alpha l > 5$ )

Les résultats de l'exemple No 7 montre la quasi-constance de la déflexion (8,33 mm) car il s'agit effectivement d'une poutre dite courte ( $\alpha l < 0,6$ ) et nous pouvons donc appliquer directement la formule

$$y = \frac{P}{Kl} = \frac{50000 \text{ N}}{12,5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \times 0,5 \text{ m}} = 0,00833 \text{ m}$$

et calculer de façon classique les moments et les efforts tranchants (pression uniforme =  $ky = \frac{P}{l}$ )

L'exemple No 10 illustre l'étude de la flexion d'un rail sous l'action des charges (18 tonnes) des 4 roues d'une locomotive. Les résultats mon-

brant que les moments sont négatifs dans les sections situées, à mi-distance des roues; ceci montre que, pendant le déplacement de la locomotive, le rail est soumis à l'action de contraintes de flexion alternée, desquelles peuvent résulter finalement des fissures par fatigue.

Les exemples No 11 et No 12 illustrent le calcul de réservoirs en béton armé. Les valeurs négatives de la déflexion indiquent que la paroi est tendue. Remarquons que la pression hydrostatique doit être considérée négative puisque c'est une poussée intérieure dirigée vers l'extérieur.



## CONCLUSION

Nous pouvons nous rendre compte que le programme établi fonctionne convenablement et que les résultats sont exacts, comme le prouve la vérification par l'utilisation de formules relatives à des chargements particuliers. Les deux méthodes utilisées, la méthode de la poutre infinie et celle des paramètres initiaux, aboutissent exactement aux mêmes résultats, comme nous pouvions, d'ailleurs nous y attendre car elles utilisent la même hypothèse de base.

L'étude de la variation des déformations et des sollicitations en fonction de la variation du module de fondation, montre qu'il n'est pas nécessaire de le connaître, avec précision et qu'il est juste suffisant de connaître son ordre de grandeur.

Concernant la possibilité d'utilisation du programme dans un ordinateur de poche, nous proposons l'utilisation de la méthode des paramètres initiaux, car elle peut occuper peu d'espace mémoire moyennant quelques modifications. Nous recommandons, ainsi de simplifier le sous-programme de détermination des paramètres initiaux par l'adoption du principe utilisé dans le sous-programme de détermination des forces fictives, à savoir l'utilisation d'un système d'équations générales et l'affectation de valeurs appropriées, qui dépendent des conditions aux limites, aux coefficients des équations. Le système est simple dans

Le cas des paramètres initiaux parce qu'il comprend deux équations à deux inconnues. Le système peut être présenté dans la forme suivante :

$$\begin{cases} E1 \times Z1 + E2 \times Z2 = E3 \\ G1 \times Z1 + G2 \times Z2 = G3 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} E1 & E2 \\ G1 & G2 \end{vmatrix} \quad D1 = \begin{vmatrix} E3 & E2 \\ G3 & G2 \end{vmatrix} \quad D2 = \begin{vmatrix} E1 & E3 \\ G1 & G3 \end{vmatrix}$$

$$Z1 = \frac{D1}{D} \quad \text{et} \quad Z2 = \frac{D2}{D}$$

$Z1$  et  $Z2$  sont les paramètres initiaux non nuls. L'utilisation de ce système rendra moins chargé le sous-programme de détermination des paramètres initiaux en faisant éviter le calcul de 27 déterminants.

ANNEXE

# EXEMPLES DE CALCULS

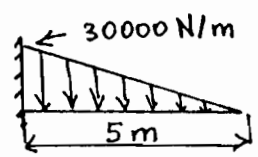
## No 1

### CALCUL DE POUTRE SUR FONDATION ELASTIQUE \*\*\*\*\*

#### METHODE DES PARAMETRES INITIAUX \*\*\*\*\*

DONNEES  
\*\*\*\*\*

LE MODULE DE FONDATION EST  $K = 12000000 \dots N/m^{**2}$   
 LE MOMENT D'INERTIE EST  $I1 = .0002 \dots m^{**4}$   
 LE MODULE D'ELASTICITE EST  $E = 20000000000 \dots N/m^{**2}$   
 LA LONGUEUR DE LA POUTRE EST  $L = 5 \dots m$



$A(1) = 0 \text{ m}$  ;  $L(1) = 5 \text{ m}$  ;  $Q(1) = 30000 \text{ N/m}$  ;  $R(1) = 0 \text{ N/m}$

L'EXTREMITE GAUCHE EST ENCASTREE ; L'EXTREMITE DROITE EST LIBRE


#### DEFORMATIONS ET SOLLICITATIONS \*\*\*\*\*

* POSITION *	* DEFLEXION *	* ROTATION *	* MOMENT *	* E. TRANCHANT *
* (m) *	* (m) *	* (rad.) *	* (N.m) *	* (N) *
* 0.000 *	* 0.00000 *	* 0.00000 *	* -13599 *	* 28768 *
* 0.500 *	* 0.00029 *	* 0.00095 *	* -2754 *	* 15166 *
* 1.000 *	* 0.00079 *	* 0.00093 *	* 2269 *	* 5678 *
* 1.500 *	* 0.00116 *	* 0.00054 *	* 3630 *	* 394 *
* 2.000 *	* 0.00132 *	* 0.00010 *	* 3180 *	* -1790 *
* 2.500 *	* 0.00128 *	* -0.00024 *	* 2143 *	* -2150 *
* 3.000 *	* 0.00111 *	* -0.00044 *	* 1166 *	* -1683 *
* 3.500 *	* 0.00086 *	* -0.00054 *	* 493 *	* -1010 *
* 4.000 *	* 0.00058 *	* -0.00058 *	* 137 *	* -442 *
* 4.500 *	* 0.00029 *	* -0.00058 *	* 13 *	* -96 *
* 5.000 *	* -0.00001 *	* -0.00058 *	* 0. *	* 0. *



No. 2

Niant ←  
Impressaria

 1000  
1000/1000

N°3

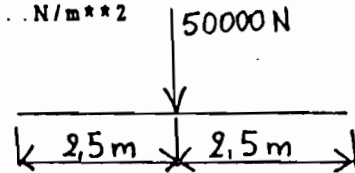
CALCUL DE POUTRE SUR FONDATION ELASTIQUE  
\*\*\*\*\*

METHODE DES PARAMETRES INITIAUX  
\*\*\*\*\*

DONNEES  
\*\*\*\*\*

LE MODULE DE FONDATION EST  $K = 6000000 \dots N/m^{**2}$   
 LE MOMENT D'INERTIE EST  $I1 = .0002 \dots m^{**4}$   
 LE MODULE D'ELASTICITE EST  $E = 20000000000 \dots N/m^{**2}$   
 LA LONGUEUR DE LA POUTRE EST  $L = 5 \dots m$

$D(1) = 2.5 \text{ m}$  ;  $P(1) = 50000 \text{ N}$  ;  $M(1) = 0 \text{ N.m}$



L'EXTREMITE GAUCHE EST LIBRE ; L'EXTREMITE DROITE EST LIBRE

DEFORMATIONS ET SOLLICITATIONS  
\*\*\*\*\*

* POSITION * * (m) *	* DEFLEXION * * (m) *	* ROTATION * * (rad.) *	* MOMENT * * (N.m) *	* E. TRANCHANT * * (N) *
* 0.000 *	* -0.00073 *	* 0.00195 *	* 0. *	* 0. *
* 0.500 *	* 0.00025 *	* 0.00197 *	* -302 *	* -719 *
* 1.000 *	* 0.00124 *	* 0.00201 *	* -227 *	* 1515 *
* 1.500 *	* 0.00224 *	* 0.00194 *	* 1714 *	* 6752 *
* 2.000 *	* 0.00312 *	* 0.00144 *	* 7005 *	* 14853 *
* 2.500 *	* 0.00353 *	* 0.00000 *	* 16916 *	* 25000 *
* 3.000 *	* 0.00312 *	* -0.00144 *	* 7005 *	* -14853 *
* 3.500 *	* 0.00224 *	* -0.00194 *	* 1714 *	* -6752 *
* 4.000 *	* 0.00124 *	* -0.00201 *	* -227 *	* -1515 *
* 4.500 *	* 0.00025 *	* -0.00197 *	* -302 *	* 719 *
* 5.000 *	* -0.00073 *	* -0.00195 *	* 0. *	* 0. *

No 4

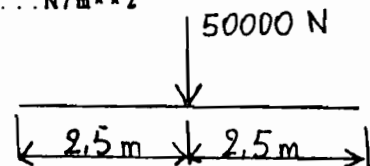
CALCUL DE POUTRE SUR FONDATION ELASTIQUE  
 \*\*\*\*\*

METHODE DES PARAMETRES INITIAUX  
 \*\*\*\*\*

DONNEES  
 \*\*\*\*\*

LE MODULE DE FONDATION EST  $K = 12000000 \dots N/m^{**2}$   
 LE MOMENT D'INERTIE EST  $I_1 = .0002 \dots m^{**4}$   
 LE MODULE D'ELASTICITE EST  $E = 20000000000 \dots N/m^{**2}$   
 LA LONGUEUR DE LA POUTRE EST  $L = 5 \dots m$

$D(1) = 2.5 \text{ m}$  ;  $P(1) = 50000 \text{ N}$  ;  $M(1) = 0 \text{ N.m}$



L'EXTREMITE GAUCHE EST LIBRE ; L'EXTREMITE DROITE EST LIBRE

DEFORMATIONS ET SOLLICITATIONS  
 \*\*\*\*\*

* POSITION * * (m) *	* DEFLEXION * * (m) *	* ROTATION * * (rad.) *	* MOMENT * * (N.m) *	* E. TRANCHANT * * (N) *
* 0.000 *	* -0.00053 *	* 0.00102 *	* 0. *	* 0. *
* 0.500 *	* -0.00002 *	* 0.00104 *	* -547 *	* -1679 *
* 1.000 *	* 0.00052 *	* 0.00116 *	* -1156 *	* -209 *
* 1.500 *	* 0.00113 *	* 0.00126 *	* -179 *	* 4727 *
* 2.000 *	* 0.00174 *	* 0.00106 *	* 4196 *	* 13381 *
* 2.500 *	* 0.00205 *	* 0.00000 *	* 13711 *	* 25000 *
* 3.000 *	* 0.00174 *	* -0.00106 *	* 4196 *	* -13381 *
* 3.500 *	* 0.00113 *	* -0.00126 *	* -179 *	* -4727 *
* 4.000 *	* 0.00052 *	* -0.00116 *	* -1156 *	* 209 *
* 4.500 *	* -0.00002 *	* -0.00104 *	* -547 *	* 1679 *
* 5.000 *	* -0.00053 *	* -0.00102 *	* 0. *	* 0. *

No 5

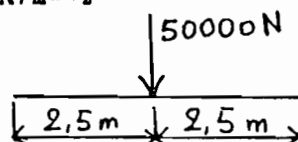
CALCUL DE POUTRE SUR FONDATION ELASTIQUE  
\*\*\*\*\*

METHODE DES PARAMETRES INITIAUX  
\*\*\*\*\*

DONNEES  
\*\*\*\*\*

LE MODULE DE FONDATION EST  $K = 60000000 \dots N/m^{**2}$   
 LE MOMENT D'INERTIE EST  $I_1 = .0002 \dots m^{**4}$   
 LE MODULE D'ELASTICITE EST  $E = 20000000000 \dots N/m^{**2}$   
 LA LONGUEUR DE LA POUTRE EST  $L = 5 \dots m$

$D(1) = 2.5 \text{ m}$  ;  $P(1) = 50000 \text{ N}$  ;  $M(1) = 0 \text{ N.m}$



L'EXTREMITE GAUCHE EST LIBRE ; L'EXTREMITE DROITE EST LIBRE

DEFORMATIONS ET SOLLICITATIONS  
\*\*\*\*\*

* POSITION * * (m) *	* DEFLEXION * * (m) *	* ROTATION * * (rad.) *	* MOMENT * * (N.m) *	* E. TRANCHANT * * (N) *
* 0.000 *	* -0.00007 *	* 0.00006 *	* 0. *	* 0. *
* 0.500 *	* -0.00003 *	* 0.00008 *	* -429 *	* -1554 *
* 1.000 *	* 0.00003 *	* 0.00019 *	* -1343 *	* -1797 *
* 1.500 *	* 0.00017 *	* 0.00040 *	* -1741 *	* 925 *
* 2.000 *	* 0.00041 *	* 0.00051 *	* 562 *	* 9491 *
* 2.500 *	* 0.00058 *	* 0.00000 *	* 8959 *	* 25000 *
* 3.000 *	* 0.00041 *	* -0.00051 *	* 562 *	* -9491 *
* 3.500 *	* 0.00017 *	* -0.00040 *	* -1741 *	* -925 *
* 4.000 *	* 0.00003 *	* -0.00019 *	* -1343 *	* 1797 *
* 4.500 *	* -0.00003 *	* -0.00008 *	* -429 *	* 1554 *
* 5.000 *	* -0.00007 *	* -0.00006 *	* 0. *	* 0. *



No 6

## CALCUL DE POUTRE SUR FONDATION ELASTIQUE

\*\*\*\*\*

## METHODE DE LA POUTRE INFINIE

\*\*\*\*\*

## DONNEES

\*\*\*\*\*

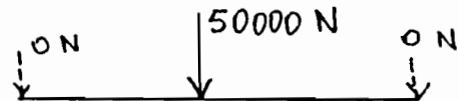
LE MODULE DE FONDATION EST  $K= 60000000 \dots N/m^{**2}$ LE MOMENT D'INERTIE EST  $I1= .0002 \dots m^{**4}$ LE MODULE D'ELASTICITE EST  $E= 20000000000 \dots N/m^{**2}$ 

D( 1)= 0 m ; P( 1)= 0 N ; M( 1)= 0 N.m

D( 2)= 2.5 m ; P( 2)= 50000 N ; M( 2)= 0 N.m

D( 3)= 5 m ; P( 3)= 0 N ; M( 3)= 0 N.m

Longueur considérée infinie



## DEFORMATIONS ET SOLLICITATIONS

\*\*\*\*\*

* POSITION *	* DEFLEXION *	* ROTATION *	* MOMENT *	* E. TRANCHANT *
* (m) *	* (m) *	* (rad.) *	* (N.m) *	* (N) *
*	*	*	*	*
* 0.000	* -0.00002	* -0.00002	* -170	* -728
*	*	*	*	*
* 0.500	* -0.00002	* 0.00004	* -715	* -1448
*	*	*	*	*
* 1.000	* 0.00003	* 0.00017	* -1519	* -1531
*	*	*	*	*
* 1.500	* 0.00017	* 0.00039	* -1800	* 1108
*	*	*	*	*
* 2.000	* 0.00041	* 0.00052	* 567	* 9569
*	*	*	*	*
* 2.500	* 0.00058	* 0.00000	* 8983	* 25000
*	*	*	*	*
* 3.000	* 0.00041	* -0.00052	* 567	* -9569
*	*	*	*	*
* 3.500	* 0.00017	* -0.00039	* -1800	* -1108
*	*	*	*	*
* 4.000	* 0.00003	* -0.00017	* -1519	* 1531
*	*	*	*	*
* 4.500	* -0.00002	* -0.00004	* -715	* 1448
*	*	*	*	*
* 5.000	* -0.00002	* 0.00002	* -170	* 728
*	*	*	*	*

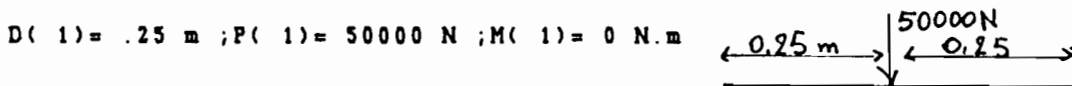
No 7

CALCUL DE POUTRE SUR FONDATION ELASTIQUE  
\*\*\*\*\*

METHODE DES PARAMETRES INITIAUX  
\*\*\*\*\*

DONNEES  
\*\*\*\*\*

LE MODULE DE FONDATION EST  $K = 12000000 \dots N/m^{**2}$   
 LE MOMENT D'INERTIE EST  $I_1 = .0002 \dots m^{**4}$   
 LE MODULE D'ELASTICITE EST  $E = 20000000000 \dots N/m^{**2}$   
 LA LONGUEUR DE LA POUTRE EST  $L = .5 \dots m$  (Poutre courte,  $\alpha l < 0,6$ )



L'EXTREMITE GAUCHE EST LIBRE ; L'EXTREMITE DROITE EST LIBRE

DEFORMATIONS ET SOLLICITATIONS  
\*\*\*\*\*

* POSITION * * (m) *	* DEFLEXION * * (m) *	* ROTATION * * (rad.) *	* MOMENT * * (N.m) *	* E. TRANCHANT * * (N) *
* 0.000 *	* 0.00833 *	* 0.00007 *	* 0. *	* 0. *
* 0.050 *	* 0.00833 *	* 0.00006 *	* 125 *	* 4997 *
* 0.100 *	* 0.00833 *	* 0.00006 *	* 500 *	* 9995 *
* 0.150 *	* 0.00834 *	* 0.00005 *	* 1124 *	* 14995 *
* 0.200 *	* 0.00834 *	* 0.00003 *	* 1999 *	* 19997 *
* 0.250 *	* 0.00834 *	* 0.00000 *	* 3124 *	* 25000 *
* 0.300 *	* 0.00834 *	* -0.00003 *	* 1999 *	* -19997 *
* 0.350 *	* 0.00834 *	* -0.00005 *	* 1124 *	* -14995 *
* 0.400 *	* 0.00833 *	* -0.00006 *	* 500 *	* -9995 *
* 0.450 *	* 0.00833 *	* -0.00006 *	* 125 *	* -4997 *
* 0.500 *	* 0.00833 *	* -0.00007 *	* 0. *	* 0. *

Remarquons que la déflexion est pratiquement constante

## No 8

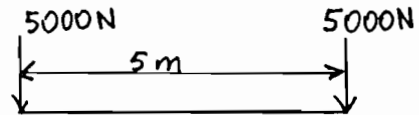
CALCUL DE POUTRE SUR FONDATION ELASTIQUE  
 \*\*\*\*\*

METHODE DES PARAMETRES INITIAUX  
 \*\*\*\*\*

DONNEES  
 \*\*\*\*\*

LE MODULE DE FONDATION EST  $K = 12000000 \dots N/m^2$   
 LE MOMENT D'INERTIE EST  $I_1 = .0002 \dots m^4$   
 LE MODULE D'ELASTICITE EST  $E = 20000000000 \dots N/m^2$   
 LA LONGUEUR DE LA POUTRE EST  $L = 5 \dots m$

D( 1) = 0 m ; P( 1) = 5000 N ; M( 1) = 0 N.m  
 D( 2) = 5 m ; P( 2) = 5000 N ; M( 2) = 0 N.m



L'EXTREMITE GAUCHE EST LIBRE ; L'EXTREMITE DROITE EST LIBRE

DEFORMATIONS ET SOLLICITATIONS  
 \*\*\*\*\*

* POSITION * * (m) *	* DEFLEXION * * (m) *	* ROTATION * * (rad.) *	* MOMENT * * (N.m) *	* E. TRANCHANT * * (N) *
* 0.000 *	* 0.00079 *	* -0.00075 *	* 0. *	* -5000 *
* 0.500 *	* 0.00044 *	* -0.00064 *	* -1499 *	* -1353 *
* 1.000 *	* 0.00017 *	* -0.00043 *	* -1670 *	* 404 *
* 1.500 *	* 0.00000 *	* -0.00024 *	* -1311 *	* 866 *
* 2.000 *	* -0.00008 *	* -0.00010 *	* -925 *	* 592 *
* 2.500 *	* -0.00011 *	* 0.00000 *	* -771 *	* 0. *
* 3.000 *	* -0.00008 *	* 0.00010 *	* -925 *	* -592 *
* 3.500 *	* 0.00000 *	* 0.00024 *	* -1311 *	* -866 *
* 4.000 *	* 0.00017 *	* 0.00043 *	* -1670 *	* -404 *
* 4.500 *	* 0.00044 *	* 0.00064 *	* -1499 *	* 1353 *
* 5.000 *	* 0.00079 *	* 0.00075 *	* 0. *	* 5000 *

N° 9

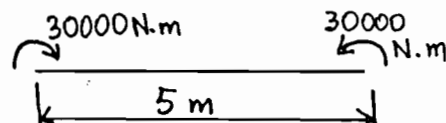
CALCUL DE POUTRE SUR FONDATION ELASTIQUE  
\*\*\*\*\*

METHODE DES PARAMETRES INITIAUX  
\*\*\*\*\*

DONNEES  
\*\*\*\*\*

LE MODULE DE FONDATION EST  $K = 12000000 \dots N/m^{**2}$   
 LE MOMENT D'INERTIE EST  $I_1 = .0002 \dots m^{**4}$   
 LE MODULE D'ELASTICITE EST  $E = 20000000000 \dots N/m^{**2}$   
 LA LONGUEUR DE LA POUTRE EST  $L = 5 \dots m$

D( 1) = 0 m ; P( 1) = 0 N ; M( 1) = 30000 N.m  
 D( 2) = 5 m ; P( 2) = 0 N ; M( 2) = -30000 N.m



L'EXTREMITE GAUCHE EST LIBRE ; L'EXTREMITE DROITE EST LIBRE

DEFORMATIONS ET SOLLICITATIONS  
\*\*\*\*\*

* POSITION *	* DEFLEXION *	* ROTATION *	* MOMENT *	* E. TRANCHANT *
* (m) *	* (m) *	* (rad.) *	* (N.m) *	* (N) *
* 0.000 *	* -0.00450 *	* 0.00823 *	* 30000 *	* 0. *
* 0.500 *	* -0.00129 *	* 0.00470 *	* 25078 *	* -16488 *
* 1.000 *	* 0.00037 *	* 0.00213 *	* 15887 *	* -18629 *
* 1.500 *	* 0.00103 *	* 0.00069 *	* 7542 *	* -14097 *
* 2.000 *	* 0.00120 *	* 0.00012 *	* 2156 *	* -7281 *
* 2.500 *	* 0.00122 *	* 0.00000 *	* 331 *	* 0. *
* 3.000 *	* 0.00120 *	* -0.00012 *	* 2156 *	* 7281 *
* 3.500 *	* 0.00103 *	* -0.00069 *	* 7542 *	* 14097 *
* 4.000 *	* 0.00037 *	* -0.00213 *	* 15887 *	* 18629 *
* 4.500 *	* -0.00129 *	* -0.00470 *	* 25078 *	* 16488 *
* 5.000 *	* -0.00450 *	* -0.00823 *	* 30000 *	* 0. *

No 10

CALCUL DE POUTRE SUR FONDATION ELASTIQUE  
\*\*\*\*\*

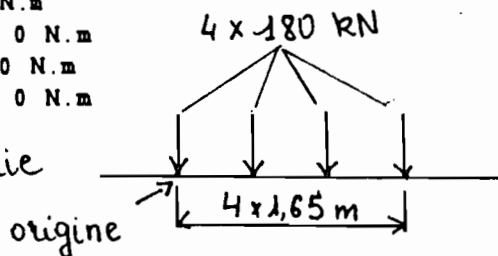
METHODE DE LA POUTRE INFINIE  
\*\*\*\*\*

DONNEES  
\*\*\*\*\*

LE MODULE DE FONDATION EST  $K = 10300000 \dots N/m^{**2}$   
LE MOMENT D'INERTIE EST  $I_1 = .000017 \dots m^{**4}$   
LE MODULE D'ELASTICITE EST  $E = 206000000000 \dots N/m^{**2}$

D( 1) = 0 m ; P( 1) = 180000 N ; M( 1) = 0 N.m  
D( 2) = 1.65 m ; P( 2) = 180000 N ; M( 2) = 0 N.m  
D( 3) = 3.3 m ; P( 3) = 180000 N ; M( 3) = 0 N.m  
D( 4) = 4.95 m ; P( 4) = 180000 N ; M( 4) = 0 N.m

Longueur (de rail) supposée infinie



DEFORMATIONS ET SOLLICITATIONS  
\*\*\*\*\*

* POSITION	* DEFLEXION	* ROTATION	* MOMENT	* E. TRANCHANT
* (m)	* (m)	* (rad.)	* (N.m)	* (N)
*	*	*	*	*
* 0.000	* 0.00948	* 0.00316	* 36466	* -93503
*	*	*	*	*
* 0.495	* 0.01024	* 0.00069	* 2597	* -42732
*	*	*	*	*
* 0.990	* 0.01066	* 0.00121	* -5488	* 10417
*	*	*	*	*
* 1.485	* 0.01131	* 0.00097	* 13397	* 66457
*	*	*	*	*
* 1.980	* 0.01116	* -0.00112	* 1231	* -55760
*	*	*	*	*
* 2.475	* 0.01081	* 0.00000	* -12492	* 0.
*	*	*	*	*
* 2.970	* 0.01116	* 0.00112	* 1231	* 55760
*	*	*	*	*
* 3.465	* 0.01131	* -0.00097	* 13397	* -66457
*	*	*	*	*
* 3.960	* 0.01066	* -0.00121	* -5488	* -10417
*	*	*	*	*
* 4.455	* 0.01024	* -0.00069	* 2597	* 42732
*	*	*	*	*
* 4.950	* 0.00948	* -0.00316	* 36466	* 93503
*	*	*	*	*

No 11

## CALCUL DE RESERVOIR CIRCULAIRE A PAROI MINCE

\*\*\*\*\*

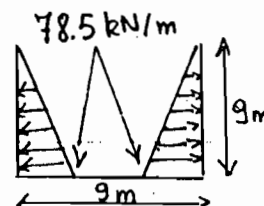
(en béton armé)

## METHODE DES PARAMETRES INITIAUX

\*\*\*\*\*

## DONNEES

\*\*\*\*\*

LE RAYON MOYEN EST  $R = 9 \dots m$ L'ÉPAISSEUR DE LA PAROI EST  $R_1 = .35 \dots m$ LE MODULE D'ÉLASTICITÉ EST  $E = 29000000000 \dots N/m^2$ LE COEFFICIENT DE POISSON EST  $\nu = .25$ LA HAUTEUR DU RESERVOIR EST  $L = 9 \dots m$ 

A(1) = 0 m ; L(1) = 9 m ; Q(1) = -78480 N/m ; R(1) = 0 N/m

LE BAS EST ENCASTRÉ ; LE HAUT EST LIBRE

## DEFORMATIONS ET SOLLICITATIONS

\*\*\*\*\*

* POSITION	* DEFLEXION	* ROTATION	* MOMENT	* E. TRANCHANT
* (m)	* (m)	* (rad.)	* (N.m)	* (N)
*	*	*	*	*
* 0.000	* 0.00000	* 0.00000	* 62480	* -99367
*	*	*	*	*
* 0.750	* -0.00010	* -0.00022	* 8681	* -46627
*	*	*	*	*
* 1.500	* -0.00027	* -0.00019	* -12335	* -12813
*	*	*	*	*
* 2.250	* -0.00038	* -0.00009	* -15092	* 2947
*	*	*	*	*
* 3.000	* -0.00041	* 0.00000	* -10783	* 7201
*	*	*	*	*
* 3.750	* -0.00039	* 0.00005	* -5601	* 6129
*	*	*	*	*
* 4.500	* -0.00034	* 0.00008	* -1925	* 3642
*	*	*	*	*
* 5.250	* -0.00028	* 0.00008	* -32	* 1538
*	*	*	*	*
* 6.000	* -0.00022	* 0.00008	* 599	* 284
*	*	*	*	*
* 6.750	* -0.00016	* 0.00008	* 574	* -253
*	*	*	*	*
* 7.500	* -0.00010	* 0.00007	* 327	* -355
*	*	*	*	*
* 8.250	* -0.00005	* 0.00007	* 95	* -237
*	*	*	*	*
* 9.000	* 0.00000	* 0.00007	* 0.	* 0.
*	*	*	*	*

\*\*\*\*\*

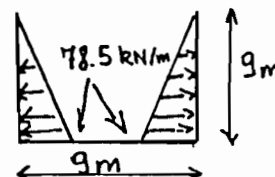
No 12

CALCUL DE RESERVOIR CIRCULAIRE A PAROI MINCE  
 (en béton armé)

METHODE DES PARAMETRES INITIAUX

DONNEES

LE RAYON MOYEN EST  $R = 9 \dots m$   
 L'ÉPAISSEUR DE LA PAROI EST  $R_1 = .35 \dots m$   
 LE MODULE D'ÉLASTICITÉ EST  $E = 29000000000 \dots N/m^{**2}$   
 LE COEFFICIENT DE POISSON EST  $\nu = .25$   
 LA HAUTEUR DU RESERVOIR EST  $L = 9 \dots m$



$A(1) = 0 m ; L(1) = 9 m ; Q(1) = -78480 N/m ; R(1) = 0 N/m$

LE BAS EST ROTULE ; LE HAUT EST LIBRE

DEFORMATIONS ET SOLLICITATIONS

* POSITION * * (m) *	* DEFLEXION * * (m) *	* ROTATION * * (rad.) *	* MOMENT * * (N.m) *	* E. TRANCHANT * * (N) *
* 0.000 *	* 0.00000 *	* -0.00039 *	* 0. *	* -53779 *
* 0.750 *	* -0.00026 *	* -0.00029 *	* -22188 *	* -10380 *
* 1.500 *	* -0.00043 *	* -0.00014 *	* -21924 *	* 7744 *
* 2.250 *	* -0.00048 *	* -0.00001 *	* -14236 *	* 11126 *
* 3.000 *	* -0.00046 *	* 0.00006 *	* -6729 *	* 8402 *
* 3.750 *	* -0.00040 *	* 0.00009 *	* -1884 *	* 4577 *
* 4.500 *	* -0.00034 *	* 0.00009 *	* 390 *	* 1709 *
* 5.250 *	* -0.00027 *	* 0.00008 *	* 1014 *	* 155 *
* 6.000 *	* -0.00021 *	* 0.00008 *	* 868 *	* -420 *
* 6.750 *	* -0.00016 *	* 0.00007 *	* 515 *	* -467 *
* 7.500 *	* -0.00010 *	* 0.00007 *	* 217 *	* -314 *
* 8.250 *	* -0.00005 *	* 0.00007 *	* 49 *	* -138 *
* 9.000 *	* 0.00000 *	* 0.00007 *	* 0. *	* 0. *

## BIBLIOGRAPHIE

HETENSI, Beams On Elastic Foundation, The University of Michigan Press, 1946

A. GUERRIN et R.C. LAVAUZ, Traité de Béton Armé, Tomes III et VI, Dunod 1972

S. TIMOSHENKO, Résistance des Matériaux-2, Dunod 1968

P. BORESI, Advanced Mechanics of Materials, Third Edition, John Wiley And Sons Année?

MURRAY R. SPIEGEL, "Mathematical Handbook of Formulas and Tables", Schaum's outline series, 1968

VICTOR CIUBOTARIU, Notes de cours de résistance des matériaux de 3<sup>ème</sup> Année EPT (Année?)