
UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

ECOLE POLYTECHNIQUE DE THIES

Département du Génie Civil

GC.0267

**PROJET DE FIN D'ETUDES
POUR L'OBTENTION DU
DIPLOME D'INGENIEUR
DE CONCEPTION**

(1ère Partie)

Titre : ELEMENT FINI ADAPTIF VERSION-P
POUR LA SOLUTION DES GRILLAGES
DE POUTRES

Auteur :

PAMPHILE STANISLAS MAXIMIN CODO

Directeur :

Dr Moustapha NDIAYE

JUIN 1993

« Peu de gens sont assez
sages pour préférer le
blâme qui leur est
utile à la louange
qui les trahit. »

La Rochefoucauld , Maximes .

DEDICACES

A mon père Cyprien C. CODO

A ma mère Marie-Aimée CODO

A mes frères et sœurs

A mes oncles et tantes

A Mr et Mme Alexis GNONLONFOUN

A celle que j'aime

A tous mes amis

REMERCIEMENTS

Nous adressons nos sincères remerciements à Monsieur MOUSTAPHA NDIAYE, notre directeur de projet dont l'enthousiasme de la première heure, a attiré notre attention sur la méthode des éléments finis, et qui n'a ménagé aucun effort pour la réussite effective de ce projet.

Les professeurs de l'Ecole Polytechnique de Thiès, nous ont donné à travers les cours dispensés, les pré-requis nécessaires et indispensables pour le développement de notre thème. Qu'ils trouvent ici, toute l'expression de notre gratitude.

Nous remercions également, Mme Elisa NDIAYE Technicienne en informatique à l'E.P.T, pour sa disponibilité.

Ces remerciements s'adressent également à tous ceux qui de près ou de loin, nous ont apporté leurs soutiens moraux et matériels.

En dernier lieu, nous tenons à remercier l'organisme dont l'assistance financière, nous a permis de suivre cette formation d'Ingénieur de conception de haut niveau en Génie Civil. Que soit donc remerciée l'Agence Canadienne de Développement International (A.C.D.).

SOMMAIRE

Ce rapport sanctionne un projet de fin d'études, dont le but est de mettre au point, un élément fini adaptif version-P (Polynomiale) pour la solution des grillages de poutres. La formulation de l'élément est basée sur la théorie des poutres courbes dans le plan. Un programme (en FORTRAN) est construit et son architecture moderne le rend extensible pour l'implantation d'autres types d'éléments: Plaques, Coques et élasticité plane ou tridimensionnelle.

Le chapitre I présente un bref aperçu sur la Méthode des Eléments Finis et donne une définition des grillages de poutres.

Le chapitre II est consacré au rappel des équations de base de la théorie de l'élasticité.

Le chapitre III présente la formulation de l'élément basée sur le théorème des travaux virtuels.

Ces trois premiers chapitres constituent la première partie de notre rapport : la partie théorique.

Dans la seconde partie: la programmation, nous présentons au chapitre IV, les problèmes rencontrés pendant l'exécution du programme général MEF et construisons le programme 'CORALD' propre à l'élément grillage de poutres.

Le chapitre V, est consacré aux tests et applications de 'CORALD': ce qui met fin à la deuxième partie du rapport.

La troisième partie présente à travers le chapitre VI, nos conclusions, recommandations et les annexes.

TABLE DES MATIERES

	PAGES
DEDICACES	i
REMERCIEMENTS	ii
SOMMAIRE	iii

1^{ère} PARTIE : THEORIE DE BASE

CHAPITRE I : INTRODUCTION	1
1.1 Bref aperçu sur la méthode des éléments finis	1
1.2 Définition de grillage de poutres	2

CHAPITRE II : RAPPEL DES EQUATIONS DE BASE DE LA THEORIE D'ELASTICITE	5
2.1 Equations d'équilibre	5
2.2 Relations cinématiques	7
2.3 Lois constitutives	8

CHAPITRE III : FORMULATION DE L'ELEMENT BASEE SUR LE THEOREME DES TRAVAUX VIRTUELS	12
3.1 Bref aperçu sur les fonctions d'interpolation	12

3.1.1 Polynômes décrivant les champs de comportement	12
3.1.2 Construction des fonctions de déformée	13
3.1.2.1 Interpolation de Lagrange.....	13
3.1.2.2 Interpolation Hermitienne.....	14
3.2 Procédure générale de formulation	14
3.3 Formulation de l'élément fini - adaptif grillage de poutres	16
3.3.1 Champs de déplacements	18
3.3.1.1 Interpolation de W_n	19
(rotation normale)	
3.3.1.2 Interpolation de W	20
(déplacement vertical)	
3.3.2 Champs de déformations	23
3.3.3 Matrice de rigidité	25
3.3.3.1 Matrice N	26
3.3.3.2 Matrice B	27
3.3.3.3 Matrice de rigidité K	28

2^{ème} PARTIE : PROGRAMMATION

CHAPITRE IV : CONSTRUCTION DU PROGRAMME

CORAID	31
--------------	----

4.1 Problèmes posés par l'utilisation de MEF	31
4.2 Généralités sur CORAID.....	32
4.3 Organigramme de CORAID.....	35
4.4 Mode de fonctionnement de 'CORAID'.....	37
CHAPITRE V : TESTS ET APPLICATIONS DE CORAID	42
5.1 Généralités	42
5.2 Résultats des tests fournis par CORAID et comparaison avec les résultats des Handbooks	42

3 ème PARTIE

CHAPITRE VI : CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS	69
ANNEXE : REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	71

PREMIERE PARTIE :

**ELABORATION DE LA THEORIE DE
BASE**

CHAPITRE I

INTRODUCTION

1.1 BREF APERÇU SUR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

La méthode des éléments finis a connu ces dix(10) dernières années, une faveur croissante comme outil systématique dans la discrétisation des problèmes de mécanique des milieux continus.

Les origines de la méthode sont en fait à retracer dans la résolution sur ordinateurs de problèmes d'élasticité d'une grande complexité, tels que ceux posés par les structures aéronautiques, navales et spatiales. De là, lui vient sans doute sa caractéristique la plus séduisante, une remarquable flexibilité d'adaptation aux conditions aux limites les plus variées et aux discontinuités locales, que ce soit dans la géométrie des éléments résistants, dans la nature des matériaux ou la nature de leur comportement élastique, plastique, post-critique...

Généralement, le comportement des structures s'exprime sous forme d'équations aux dérivées partielles difficiles à résoudre. Pour ces équations, il n'existe de solutions analytiques que pour quelques rares problèmes souvent d'ordre académique.

La méthode des éléments finis donne des solutions

approximatives mais suffisamment précises pour la plupart des problèmes de structures rencontrés en pratique, elle consiste à utiliser une approximation simple de variables inconnues, pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques et fait appel aux trois(3) domaines suivants :

- 1) les sciences de l'ingénieur, pour construire les équations aux dérivées partielles,
- 2) les méthodes numériques, pour construire et résoudre les équations algébriques,
- 3) la programmation et l'informatique pour exécuter efficacement les calculs sur ordinateur.

La démarche utilisée dans ce procédé de discrétisation est simple :

- * la structure est décomposée en plusieurs parties appelées éléments
- * le comportement de chaque élément est déterminé
- * les différents éléments sont ensuite connectés pour reconstituer la structure initiale.

En d'autres termes, un problème complexe est réduit en une série de problèmes simples.

1.2 DEFINITION DE GRILLAGE DE POUTRES

Un grillage de poutres est un assemblage de poutres rigidement connectées aux nœuds, les nœuds et les poutres se trouvant dans le même plan.

Nous pouvons remarquer que cette définition est la même que celle des cadres rigides bi-dimensionnels. Le grillage de poutres est donc une structure bi-dimensionnelle, mais il existe une différence fondamentale entre cette structure et celles désignées par cadres rigides 2-D.

Cette différence réside uniquement dans la manière dont les charges sont appliquées et par conséquent dans la nature de la réponse de la structure.

En ce qui concerne les cadres rigides, nous savons que les charges sont appliquées dans le plan de la structure et que les déplacements ont lieu dans ce plan. Les membrures sont soumises à la flexion dans le plan du cadre et à la traction-compression.

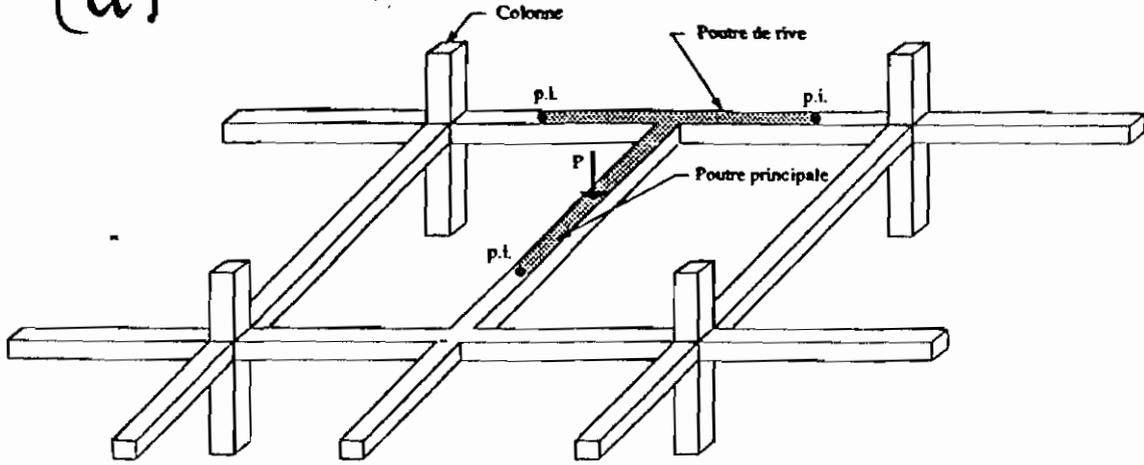
Tandis que pour les grillages de poutres, les charges sont appliquées dans un plan normal à celui de la structure et les déplacements se produisent dans ce même plan. Ici, les membrures sont soumises à la flexion hors du plan de la structure et à la torsion.

Un élément typique de grillage de poutres a donc le comportement d'une poutre en torsion fléchie et le déplacement axial n'existe pas.

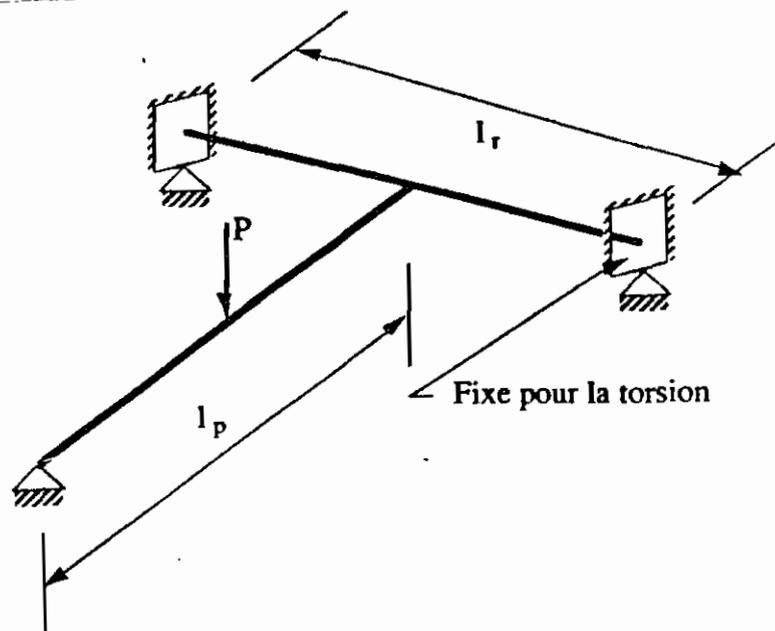
EXEMPLES DE GRILLAGES DE POUTRES

Nous donnons dans les pages suivantes, quelques exemples de grillages de poutres.

(a)



(b)



Grillage de Poutres : (a) Système de poutres dans un bâtiment - (b) Modelisation

CHAPITRE II

RAPPEL DES EQUATIONS DE BASE DE LA THEORIE D'ELASTICITE

Un matériau a un comportement élastique lorsque, après avoir subi une déformation sous l'action de sollicitations, il reprend instantanément sa forme initiale dès que celles-ci disparaissent. Si en outre, il y a proportionnalité entre les contraintes et les déformations le matériau est réputé avoir un comportement élastique.

La théorie de l'élasticité comprend trois étapes bien distinctes:

- 1) les équations différentielles d'équilibre
- 2) les relations cinématiques
- 3) les lois constitutives des matériaux.

La solution de ces équations, doit satisfaire les conditions aux frontières ainsi que les conditions de chargement.

2.1 EQUATIONS D'EQUILIBRE

Les contraintes en un point sont définies par la matrice:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

avec:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

σ_{ij} = contrainte agissant sur une surface

orthogonale à i dans la direction j .

Etant donné que nous avons besoin de l'élasticité plan pour développer l'élément de grillage de poutres, écrivons les équations en dimension deux(2) :

soit une plaque plane élémentaire de forme rectangulaire, soumise aux:

- * contraintes normales σ_x et σ_y
- * contraintes tangentielles τ_{xy}
- * forces par unité de surface F_x et F_y

Nous supposons que les contraintes sont uniformes suivant les directions qui leur sont normales. Par exemple, σ_x varie en fonction de x mais peut-être considérée comme uniforme sur la largeur dy .

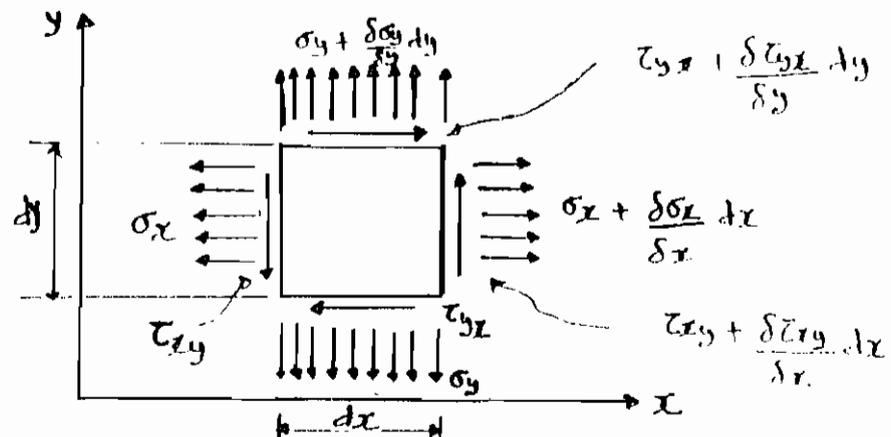


Figure 2.1

Pour une épaisseur unité du carré élémentaire, nous avons:

* Equilibre suivant la direction x

$$\Sigma f_x = [\sigma_x + (\delta\sigma_x/\delta x)dx]dy - \sigma_x dy + F_x dx dy +$$

$$[\tau_{yx} + (\delta\tau_{yx}/\delta y)dy]dx - \tau_{yx} dx = 0$$

Ce qui nous donne après simplification :

$$\delta\sigma_x/\delta x + \delta\tau_{yx}/\delta y + F_x = 0 \quad (1)$$

Dans la direction y, nous aurons de même :

$$\delta\sigma_y/\delta y + \delta\tau_{xy}/\delta x + F_y = 0 \quad (2)$$

Les equations (1) et (2) représentent les equations d'équilibre.

2.2 RELATIONS CINEMATIQUES

Soit un rectangle élémentaire ABCD. Considérons un déplacement à partir de l'état non déformé ABCD vers l'état déformé A'B'C'D'.

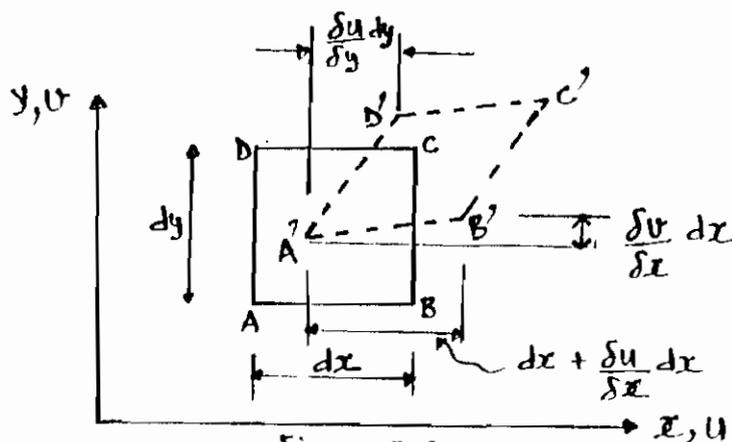


Figure 2.2

Pour de petites déformations linéaires, nous avons :

$$(\Lambda'B')^2 = [dx + (\delta u/\delta x)dx]^2 + [(\delta v/\delta x)dx]^2 \quad (3)$$

En élasticité plane, la déformation ϵ_x est le rapport de l'allongement et de la longueur initiale:

Soit $\epsilon_x = (\Lambda'B' - AB)/AB$, cela nous donne :

$$\Lambda'B' = (1 + \epsilon_x)AB.$$

Soit $\epsilon_x = (\Lambda'B' - AB)/AB$, cela nous donne :

$$\Lambda'B' = (1 + \epsilon_x)AB.$$

$$\text{Pour } AB = dx, \Lambda'B' = (1 + \epsilon_x)dx \quad (4)$$

Elevons (4) au carré, identifions la à (3) et divisons le tout par $(dx)^2$, nous obtenons la relation suivante:

$$2\epsilon_x + (\epsilon_x)^2 = 2(\delta u/\delta x) + (\delta u/\delta x)^2 + (\delta v/\delta x)^2$$

L'hypothèse des petites déformations nous autorise, à éliminer les termes d'ordre supérieur, nous avons alors:

$$\epsilon_x = \delta u/\delta x \quad (5)$$

De même pour la déformation en y :

$$\epsilon_y = \delta v/\delta y \quad (6)$$

La déformation tangentielle Γ_{xy} est définie comme la diminution d'un angle qui est droit avant déformation.

Pour le passage de AB en $\Lambda'B'$, la déformation relative aux directions x et y donne respectivement :

$$(1/dx) [(\delta v/\delta x)dx] = \delta v/\delta x$$

$$(1/dy) [(\delta u/\delta y)dy] = \delta u/\delta y$$

D'où :

$$\Gamma_{xy} = \delta u/\delta y + \delta v/\delta x \quad (7)$$

Les relations cinématiques sont données par les équations (5), (6) et (7) .

2.3 LOIS CONSTITUTIVES DES MATERIAUX

Il s'agit de faire une caractérisation des propriétés mécaniques des matériaux.

plus générale possible entre les déformations et contraintes peut s'écrire :

$$[\epsilon] = [C][\sigma] + [\epsilon_T] \quad (8)$$

avec $[\epsilon_T]$ = contribution à la déformation due à l'effet de température T.

En considérant l'essai de traction simple d'une éprouvette cylindrique, la partie linéaire du diagramme contraintes-déformations est exprimée algébriquement par la loi de HOOKE : $\sigma_x = E\epsilon_x$ ou $\epsilon_x = \sigma_x/E$

E = module d'élasticité.

Pour un milieu à deux dimensions, étudions un matériau isotrope c'est-à-dire, un matériau qui conserve la même loi contraintes-déformations dans toute transformation orthogonale de coordonnées. Examinons la réponse du matériau à l'imposition d'une contrainte :

a) normale σ_x dans la direction x

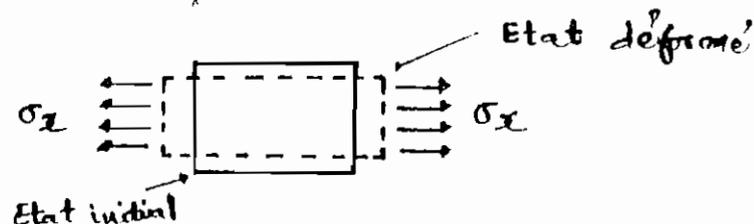


Figure 2.3

Nous obtenons une déformation dans les directions x et y.

En x, la déformation est simplement σ_x/E

(déformation normale).

En y, il se produit une contraction due au coefficient de poisson μ et qui correspond à une déformation $-\mu\sigma_x/E$.

déformation $-\mu\sigma_x/E$.

b) normale σ_y dans la direction y

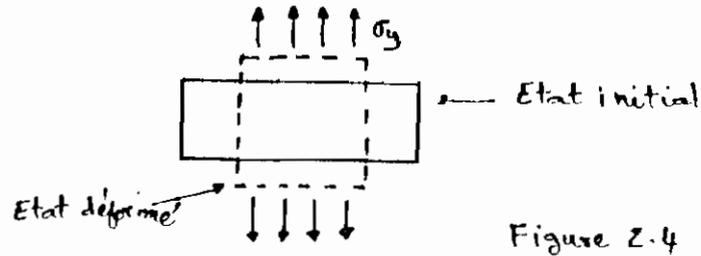


Figure 2-4

De même, nous avons les déformations :

En x, $-\mu\sigma_y/E$

En y, σ_y/E

c) tangentielle τ_{xy}

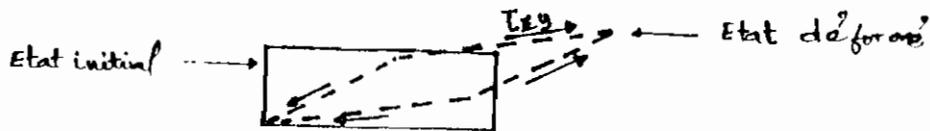


Figure 2-5

Dans ce cas, nous obtenons une déformation Γ_{xy} reliée à la contrainte τ_{xy} par la formule :

$$\Gamma_{xy} = [2(1+\mu)/E]\tau_{xy}$$

En superposant ces trois phénomènes, nous obtenons les relations contraintes-déformations :

$$\varepsilon_x = \sigma_x - \mu\sigma_y/E \quad (9)$$

$$\varepsilon_y = \sigma_y - \mu\sigma_x/E \quad (10)$$

$$\Gamma_{xy} = [2(1+\mu)/E]\tau_{xy} \quad (11)$$

ou sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \Gamma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\mu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}$$

En inversant cette forme matricielle, nous avons :

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = E/(1-\mu^2) \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\mu)/2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

$[\sigma]$

$[E]$

$[\epsilon]$

La matrice $[E]$ est appelée matrice de rigidité du matériau .

D'une façon générale, nous avons :

$$\sigma = [E] (\epsilon - \epsilon_0) + \sigma_0 \quad \text{avec:}$$

ϵ_0 : déformation initiale résultant d'un changement de température, du retrait, d'une croissance cristalline...

σ_0 : contrainte initiale résiduelle .

CHAPITRE III

FORMULATION DE L'ELEMENT BASEE SUR LE THEOREME DES TRAVAUX VIRTUELS

3.1. Bref aperçu sur les fonctions d'interpolation

3.1.1 Polynômes décrivant les champs de comportement
Généralement, la description analytique d'un champ
de comportement d'un élément s'effectue à l'aide d'un
polynôme.

Dans le cas bi-dimensionnel, si le champ u s'exprime
à l'aide d'une seule fonction, nous avons :

$$u = [P(m)] \{ \epsilon \} \quad \text{avec :}$$

$[P(m)]$: matrice polynôme

m : ordre du polynôme

$[c]$: matrice des constantes

Le nombre de constantes est égal au nombre de degrés de liberté aux nœuds. Ces constantes sont calculées en évaluant convenablement, le polynôme pour chaque degré de liberté; il en résulte autant d'équations que de degré de liberté : $[u] = [c][a]$

$$\implies [a] = [c]^{-1} [u] \implies u = [P(m)][c]^{-1} [u]$$

$$\text{soit } u = [N] [u] \text{ avec: } [N] = [P(m)][c]^{-1}$$

c'est la matrice des fonctions de déformée ou fonctions d'interpolation.

Les matrices $[P(m)]$ et $[N]$ sont des matrices rectangulaires comportant autant de lignes que de composantes dans le champ u .

3.1.2 Construction des fonctions de déformée par interpolation

Les fonctions de déformée ou fonctions d'interpolation N_i , $i = 1, 2, \dots, n$ sont des fonctions qui rendent compte de l'état déformé de l'élément. La forme polynomiale permet de déterminer le caractère complet de ces fonctions dont les coefficients sont obtenus par des procédés d'interpolation.

3.1.2.1 Interpolation de Lagrange

L'interpolation de Lagrange permet de déterminer, les coefficients de la représentation polynomiale d'une fonction à partir des valeurs de cette fonction en certains points (généralement les points nodaux).

3.1. 2.2 Interpolation Hermittienne

Dans les problèmes de flexion, il est souvent d'usage, de représenter à la fois la fonction et sa dérivée première. Pour cela, l'interpolation polynomiale de Hermite est sollicitée.

Ce type d'interpolation permet de déterminer, les coefficients de la représentation polynomiale de la fonction à partir des valeurs de cette fonction et de sa dérivée première en certains points (généralement les points nodaux).

3.2 PROCEDURE GENERALE DE FORMULATION

Le théorème des travaux virtuels, stipule que :

« Pour un déplacement virtuel δu , la somme de la variation de potentiel δV des forces appliquées et de la variation δU de l'énergie de déformation interne est égale à zéro : $\delta V + \delta U = 0$. »

L'application de ce théorème pour la formulation des éléments se résume en ces étapes :

1) Détermination du champ de déplacement

Comme nous l'avons vu précédemment, le champ de déplacements est défini par $u = [P] \{\alpha\}$ (3.5)

$[P]$ = matrice polynôme

$\{\alpha\}$ = matrice des constantes

Nous avons $\{u\} = [c] \{a\} \implies \{a\} = [c]^{-1} \{u\}$ (3.6)

En combinant (3.5) et (3.6), nous obtenons :

$$\mathbf{u} = [\mathbf{N}] \{\mathbf{u}\} \quad (3.7)$$

avec :

$$[\mathbf{N}] = [\mathbf{P}] [\mathbf{c}]^{-1} ;$$

c'est la matrice des fonctions d'interpolation

2) Détermination du champ de déformations

Les déplacements étant connus en tout point nous pouvons alors déterminer le champ des déformations: $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S} \mathbf{u}$ (3.8) , \mathbf{S} est un opérateur.

En remplaçant \mathbf{u} par (3.7) dans (3.8), nous avons:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\mathbf{B}] \{\mathbf{u}\} \quad (3.9)$$

$$\text{avec } [\mathbf{B}] = \mathbf{S} [\mathbf{N}]$$

3) Détermination du champ de contraintes

En désignant par $\boldsymbol{\varepsilon}_0$, les déformations initiales et $\boldsymbol{\sigma}_0$, les contraintes résiduelles initiales, le champ de contraintes s'écrit:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) + \boldsymbol{\sigma}_0 \quad (3.10)$$

avec \mathbf{E} : matrice d'élasticité du matériau

4) Calcul de la matrice de rigidité

La matrice de rigidité est donnée par la formule :

$$K = \int_V B^T E B \, d(\text{vol}) \quad (3.11)$$

5) **Calcul des forces équivalentes aux noeuds pour les charges réparties et distribuées**

Ces forces sont données par la formule :

$$f = - \int_V N^T b \, dv - \int_a N^T p \, da - \int_V B^T \varepsilon \varepsilon_0 \, dv + \int_V B^T \sigma_0 \, dv \quad (3.12)$$

avec: b = charges réparties par unité de volume

p = charges distribuées par unité de surface.

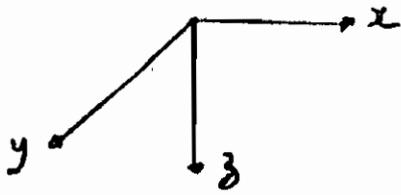
6) **calcul des forces aux noeuds**

A partir des cinq(5) étapes précédentes, nous déduisons, les forces aux noeuds :

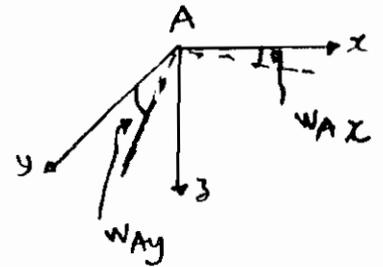
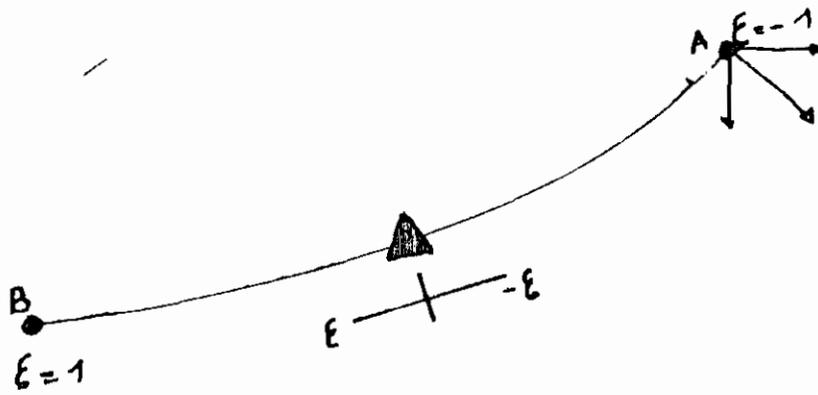
$$q = K\{u\} + f \quad (3.13)$$

3.3 FORMULATION DE L'ELEMENT FINI ADAPTE-GRILLAGE DE POUTRES

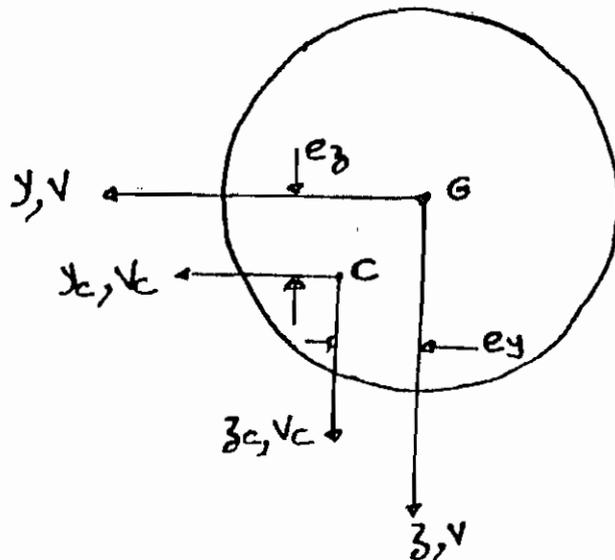
soit l'élément raidisseur suivant :



● 3DDL
▲ MDDL



3.1 Raidisseur



3.2 Section dont le Centre de torsion C est différent du centre de gravité G.

Cet élément possède trois (3) degrés de liberté à chaque noeud d'extrémité et un nombre variable à son noeud intermédiaire.

En considérant que le déplacement w est indépendant de la rotation normale w_n , nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} w_x &= w_n n_x - (dw/ds) n_y \\ w_y &= w_n n_x + (dw/ds) n_x \end{aligned}$$

Avec n_x et n_y : cosinus directeurs de la normale extérieure de l'élément à une abscisse curviligne s .

Sous forme matricielle, nous avons :

$$\begin{Bmatrix} w_x \\ w_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & -n_y \\ n_y & n_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_n \\ dw/ds \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

ou

$$\begin{Bmatrix} w_n \\ dw/ds \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & n_y \\ n_y & n_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_x \\ w_y \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

Développons cet élément suivant les étapes décrites au paragraphe 3.2.

3.3.1 Champ de déplacements

Le champ de déplacement peut-être défini par la relation $u = N(u)$ avec $u = \begin{Bmatrix} w_n \\ w \end{Bmatrix}$

L'interpolation est du type lagrange pour w_n , et elle est hermitienne pour w . La version-P de l'élément sera obtenue en complétant w_n et w par des modes hiérarchiques aux noeuds intermédiaires.

3.3.1.1 Interpolation de w_n

D'après (3.15), $w_n = n_x w_x + n_y w_y$

L'interpolation linéaire des rotations normales aux nœuds d'extrémité nous permet d'écrire :

$$w_n = [1 \quad \varepsilon] \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix}$$

Déterminons α_1 et α_2 en écrivant w_n aux nœuds A et B:

$$w_n(\varepsilon = -1) \implies \alpha_1 - \alpha_2 = w_{Ax} n_{Ax} + w_{Ay} n_{Ay}$$

$$w_n(\varepsilon = 1) \implies \alpha_1 + \alpha_2 = w_{Bx} n_{Bx} + w_{By} n_{By}$$

d'où :

$$\begin{bmatrix} w_{Ax} n_{Ax} + w_{Ay} n_{Ay} \\ w_{Bx} n_{Bx} + w_{By} n_{By} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix}$$

[C]

$$\text{Alors } [C]^{-1} = 1/2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

et comme $[P] = [1 \quad \varepsilon]$, nous avons :

$$[N] = 1/2 [1 \quad \varepsilon] \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \implies$$

$$[N] = 1/2 [(1-\varepsilon) \quad (1+\varepsilon)] \implies$$

$$N_1 = 1/2(1-\varepsilon)$$

$$N_2 = 1/2(1+\varepsilon) \quad \text{d'où :}$$

$$w_n = 1/2(1-\varepsilon)(w_{Ax} n_{Ax} + w_{Ay} n_{Ay}) + 1/2(1+\varepsilon)(w_{Bx} n_{Bx} + w_{By} n_{By})$$

3.3.1.2 Interpolation de w

Nous allons considérer pour cette interpolation, les déplacements w et les rotations dw/ds aux noeuds d'extrémité.

Il nous faut donc une interpolation cubique. Posons alors:

$$w = [1 \quad \varepsilon \quad \varepsilon^2 \quad \varepsilon^3] \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix}$$

Les conditions limites nous permettent de déterminer $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ et α_4 .

D'après (3.15), $dw/ds = -n_y w_x + n_x w_y$ or

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 \varepsilon + \alpha_3 \varepsilon^2 + \alpha_4 \varepsilon^3$$

$$\implies dw/ds = (1/t) dw/d\varepsilon = 1/t (\alpha_2 + 2\alpha_3 \varepsilon + 3\alpha_4 \varepsilon^2)$$

où t est le module tangent obtenu lors du passage de la variable s à la variable ε : $t = [\delta x / \delta \varepsilon \quad \delta y / \delta \varepsilon]$

avec $t = l/2$ ou $s/2$, l est la longueur et s l'abscisse curviligne de l'élément.

Ecrivons w et dw/ds aux noeuds A et B :

$$w(\varepsilon=-1) \implies \alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4 = w_A$$

$$dw/ds(\varepsilon=-1) \implies 1/t (\alpha_2 - 2\alpha_3 + 3\alpha_4) = -n_{Ay} w_{Ax} + n_{Ax} w_{Ay}$$

$$w(\varepsilon=1) \implies \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = w_B$$

$$dw/ds(\varepsilon=1) \implies 1/t (\alpha_2 + 2\alpha_3 + 3\alpha_4) = -n_{By} w_{Bx} + n_{Bx} w_{By}$$

NOUS AVONS DONC :

$$\begin{Bmatrix} w_A \\ t(-w_{Ax} n_{Ay} + w_{Ay} n_{Ax}) \\ w_B \\ t(-w_{Bx} n_{By} + w_{By} n_{Bx}) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix}$$

[C]

L'inversion de [C] nous donne :

$$[C] = 1/4 \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Alors } [N] = [1 \ \varepsilon \ \varepsilon^2 \ \varepsilon^3] [C]^{-1} \longrightarrow$$

$$[N] = [N_3 \ N_4 \ N_5 \ N_6] \text{ avec :}$$

$$N_3 = 1/4(\varepsilon^3 - 3\varepsilon + 2)$$

$$N_4 = 1/4(\varepsilon^3 - \varepsilon^2 - \varepsilon + 1)$$

$$N_5 = 1/4(-\varepsilon^3 + 3\varepsilon + 2)$$

$$N_6 = 1/4(\varepsilon^3 + \varepsilon^2 - \varepsilon - 1)$$

$$\text{Nous avons alors } w = N_3 w_A + N_4 t(-w_{Ax} n_{Ay} + w_{Ay} n_{Ax}) + N_5 w_B + N_6 t(-w_{Bx} n_{By} + w_{By} n_{Bx})$$

Ajoutons les modes hiérarchiques aux valeurs interpolées de w et w_n pour obtenir la version-P de l'élément :

$$\text{A } w_n, \text{ nous ajoutons } \Sigma a_j L_j$$

$$\text{A } w, \text{ nous ajoutons } \Sigma b_j M_j \text{ avec :}$$

$$L_i = C^i \varepsilon^{i-1} (1-\varepsilon^2) \quad \text{et}$$

$$M_j = C^{j-1} \varepsilon^{j-1} (1-\varepsilon^2)^2$$

Le coefficient C est égal à ± 1 suivant l'orientation du bord de l'élément dans le système global.

$$\text{Posons } x_{BA} = x_B - x_A \quad \text{et} \quad y_{BA} = y_B - y_A$$

$$C = 1 \text{ pour } x_{BA} < y_{BA} \text{ et pour } (x_{BA} = y_{BA} \text{ avec } x_{BA} > 0)$$

$$C = -1 \text{ pour } x_{BA} < y_{BA} \text{ et pour } (x_{BA} = y_{BA} \text{ avec } x_{BA} < 0)$$

En écrivant le champ des déplacements sous la forme

$$u = N\{u\}, \text{ avec } u = \begin{Bmatrix} w_n \\ w \end{Bmatrix}$$

$$\{u\} = [w_A \ w_{Ax} \ w_{Ay} \ w_B \ w_{Bx} \ w_{By} \ a_{c1} \ b_{c1} \ a_{c2} \ b_{c2} \ \dots]^T,$$

la matrice N prend alors la forme :

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} & L_1 & 0 & L_2 & N_{14} & N_{15} & N_{16} \\ N_{21} & N_{22} & N_{23} & 0 & M_1 & 0 & N_{24} & N_{25} & N_{26} \end{bmatrix}$$

(nous avons supposé un noeud intermédiaire à trois degrés de liberté)

Le champ de déplacements s'écrit donc :

$$\begin{Bmatrix} w_n \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & N_1 n_{Ax} & N_1 n_{Ay} & 0 & N_2 n_{Bx} & N_2 n_{By} & L_1 & 0 & L_2 \\ N_3 & -N_4 t n_{Ay} & N_4 t n_{Ax} & N_5 & -N_6 t n_{Bx} & N_6 t n_{By} & 0 & M_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \end{Bmatrix}$$

En faisant intervenir les expressions des fonctions N_1, N_2, N_3, N_4, N_5 et N_6 , nous obtenons les N_{ij} ; $i, j = 1, 2, \dots, 6$:

$$N_{11} = 0$$

$$N_{12} = (1/2) n_{Ax} (1-\varepsilon)$$

$$N_{13} = (1/2) n_{Ay} (1-\varepsilon)$$

$$N_{14} = 0$$

$$N_{15} = (1/2) n_{Bx} (1+\varepsilon)$$

$$\begin{aligned}
N_{16} &= (1/2) n_{By} (1+\epsilon) \\
N_{21} &= 1/4 (\epsilon^3 - 3\epsilon + 2) \\
N_{22} &= -(1/4) t n_{Ay} (\epsilon^3 - \epsilon^2 - \epsilon + 1) \\
N_{23} &= (1/4) t n_{Ax} (\epsilon^3 - \epsilon^2 - \epsilon + 1) \\
N_{24} &= 1/4 (-\epsilon^3 + 3\epsilon + 2) \\
N_{25} &= (-1/4) t n_{By} (\epsilon^3 + \epsilon^2 - \epsilon - 1) \\
N_{26} &= (1/4) t n_{Bx} (\epsilon^3 + \epsilon^2 - \epsilon - 1)
\end{aligned}$$

3.3.2 Champ de déformations

Les relations que nous allons écrire, s'appuient sur la théorie des poutres rectilignes ou courbes dans le plan en torsion fléchie. Les hypothèses suivantes ont été considérées:

- * Le matériau obéit à la loi de HOOKE
- * En flexion, les sections droites restent planes et normales à la fibre moyenne.
- * Le gauchissement et l'effet des déplacements dus au cisaillement sont négligés.

Le champ de déformations s'écrit :

$$\epsilon = \begin{array}{l}
-d^2w/ds^2 + e_y d^2w_n/ds^2 - w_n/r \\
e_z d^2w_n/ds^2 + (e_y/r^2)w_n \\
(1/r)(dw/ds) + (1-e_y/r)dw/ds
\end{array}$$

où e_y et e_z sont les exentricités pour une section de poutre de rayon de courbure r .

Nous pouvons écrire le champ de déformations sous

la forme $\epsilon = S u$ avec $u = \begin{Bmatrix} w_n \\ w \end{Bmatrix}$ \longleftrightarrow

$$\epsilon = \begin{bmatrix} e_y \frac{d^2}{ds^2} - 1 & -\frac{d^2}{ds^2} \\ e_z \frac{d^2}{ds^2} + e_y/r^2 & 0 \\ (1-e_y/r) d/ds & (1/r) d/ds \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_n \\ w \end{Bmatrix}$$

[S]

u

Nous voyons que la prise en compte des exentricités e_y et e_z , implique des dérivées secondes de w_n et w . Par conséquent, si nous voulons assurer la continuité entre les éléments, les fonctions d'interpolation associées aux noeuds d'extrémité doivent être au moins quadratiques.

Pour la rotation normale, les fonctions d'interpolation associées aux noeuds d'extrémité sont linéaires. En les conservant, la continuité ne sera assurée que si nous négligeons dans l'expression du champ de déformations, les termes associées aux exentricités.

Posons donc $e_y = e_z = 0$ \longleftrightarrow

$$\epsilon = \begin{bmatrix} -1/r & -\frac{d^2}{ds^2} \\ 0 & 0 \\ d/ds & (1/r) d/ds \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_n \\ w \end{Bmatrix}$$

[S]

u

Or, $d/ds = (1/t) d/d\xi$ et

$d^2/ds^2 = (1/t^2) d^2/d\xi^2$, l'opérateur S devient

alors:

$$S = \begin{bmatrix} -1/r & -(1/t^2)d^2/d\varepsilon^2 \\ 0 & 0 \\ (1/t)d/d\varepsilon & (1/rt)d/d\varepsilon \end{bmatrix}$$

3.3.3 Matrice de rigidité

D'après l'étape 3.2, nous avons :

$$K = \int_s B^T E B ds$$

$$ds = t d\varepsilon \implies$$

$$K = \int_{-1}^1 B^T E B t d\varepsilon \quad (3.16)$$

Avec:

$$E = \begin{bmatrix} EI_y & EI_{yz} & 0 \\ EI_{zy} & EI_z & 0 \\ 0 & 0 & GJ \end{bmatrix}$$

$$B = S N$$

Supposons $e_y = e_z = 0$ alors :

$$S = \begin{bmatrix} -1/r & -(1/t^2)d^2/d\varepsilon^2 \\ 0 & 0 \\ (1/t)d/d\varepsilon & (1/rt)d/d\varepsilon \end{bmatrix}$$

Pour l'établissement de la matrice K, considérons trois(3) degrés de liberté par noeud, aussi bien pour les noeuds d'extrémité que pour le noeud intermédiaire.

L'étape 3.3.1 nous permet d'écrire :

3.3.3.1 Matrice N

$$N = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} & L_1 & 0 & L_2 & N_{14} & N_{15} & N_{16} \\ N_{21} & N_{22} & N_{23} & 0 & M_1 & 0 & N_{24} & N_{25} & N_{26} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$N_{11} = 0$$

$$N_{12} = (1/2) n_{Ax} (1-\epsilon)$$

$$N_{13} = (1/2) n_{Ay} (1-\epsilon)$$

$$N_{14} = 0$$

$$N_{15} = (1/2) n_{Ax} (1+\epsilon)$$

$$N_{16} = (1/2) n_{Ay} (1+\epsilon)$$

$$N_{21} = 1/4 (\epsilon^3 - 3\epsilon + 2)$$

$$N_{22} = -(1/4) t n_{Ay} (\epsilon^3 - \epsilon^2 - \epsilon + 1)$$

$$N_{23} = (1/4) t n_{Ax} (\epsilon^3 - \epsilon^2 - \epsilon + 1)$$

$$N_{24} = 1/4 (-\epsilon^3 + 3\epsilon + 2)$$

$$N_{25} = -(1/4) t n_{Ay} (\epsilon^3 + \epsilon^2 - \epsilon - 1)$$

$$N_{26} = (1/4) t n_{Ax} (\epsilon^3 + \epsilon^2 - \epsilon - 1)$$

$$L_1 = 1 - \epsilon^2$$

$$L_2 = \epsilon (1 - \epsilon^2)$$

$$M_2 = (1 - \epsilon^2)^2$$

3.3.3.2 Matrice B

Le produit matriciel $S \quad N$, nous donne une matrice B de la forme :

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{16} & B_{17} & B_{18} & B_{19} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{26} & B_{27} & B_{28} & B_{29} \\ B_{31} & B_{32} & \dots & B_{36} & B_{37} & B_{38} & B_{39} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$B_{11} = -(3/2t^2) \epsilon$$

$$B_{12} = -(1/2r)n_{Ax}(1-\epsilon) + (1/2t)n_{Ay}(3\epsilon-1)$$

$$B_{13} = -(1/2r)n_{Ay}(1-\epsilon) - (1/2t)n_{Ax}(3\epsilon-1)$$

$$B_{14} = -1/r(1-\epsilon^2)$$

$$B_{15} = -(4/t^2)(3\epsilon^2-1)$$

$$B_{16} = -(1/r)\epsilon(1-\epsilon^2)$$

$$B_{17} = (3/2t^2)\epsilon$$

$$B_{18} = -(1/2r)n_{Ax}(1+\epsilon) + (1/2t)n_{Ay}(3\epsilon+1)$$

$$B_{19} = -(1/2r)n_{Ay}(1+\epsilon) - (1/2t)n_{Ax}(3\epsilon+1)$$

$$B_{2j} = 0 \quad \text{pour } j = 1, 9$$

$$B_{31} = (3/4rt)\epsilon(\epsilon-1)$$

$$B_{32} = -(1/2t)n_{Ax} - (1/4r)n_{Ay}(3\epsilon^2-2\epsilon-1)$$

$$B_{33} = -(1/2t)n_{Ay} + (1/4r)n_{Ax}(3\epsilon^2-2\epsilon-1)$$

$$B_{34} = -(2/t)\epsilon$$

$$B_{35} = -(4/rt)\epsilon(1-\epsilon^2)\epsilon$$

$$B_{36} = 1/t(1-3\epsilon^2)$$

$$B_{37} = -(3/4rt)\epsilon(\epsilon-1)$$

$$B_{38} = (1/2t)n_{Ax} - (1/4r)n_{Ay}(3\epsilon^2+2\epsilon-1)$$

$$B_{39} = (1/2t)n_{Ay} + (1/4r)n_{Ax}(3\epsilon^2+2\epsilon-1)$$

$$\begin{aligned}
K_{51} &= E I_y / 2t (n_{Rx} / r - 3n_{Ry} / t) + G J / 4r (n_{Rx} / t + 3n_{Ry} / 5r) \\
K_{52} &= E I_y (t n_{Ax} n_{Rx} / 3r^2 + n_{Ay} n_{Ry} / t) + G J (n_{Ax} n_{Ry} / 2t - t n_{Ay} n_{Ry} / 15r^2) \\
K_{53} &= E I_y (t n_{Ay} n_{Rx} / 3r^2 + n_{Ax} n_{Ry} / t) - G J (n_{Ay} n_{Rx} / 2t - t n_{Ax} n_{Ry} / 15r^2) \\
K_{54} &= -E I_y / 2t (n_{Rx} / r - 3n_{Ry} / t) - G J / 4r (n_{Rx} / t + 3n_{Ry} / 5r) \\
K_{55} &= 2E I_y (t n_{Rx}^2 / 3r^2 - n_{Rx} n_{Ry} / r + n_{Ry}^2 / t) + G J (n_{Rx}^2 / 2t + 4t n_{Ry}^2 / 15r^2) \\
K_{61} &= E I_y / 2t (n_{Ry} / r + n_{Rx} / t) + G J / 4r (n_{Ry} / t - 3n_{Rx} / 5r) \\
K_{62} &= E I_y (t n_{Ax} n_{Ry} / 3r^2 - n_{Ay} n_{Rx} / t) - G J (n_{Ax} n_{Ry} / 2t + t n_{Ay} n_{Rx} / 15r^2) \\
K_{63} &= E I_y (t n_{Ay} n_{Ry} / 3r^2 + n_{Ax} n_{Rx} / t) - G J (n_{Ay} n_{Ry} / 2t - t n_{Ax} n_{Rx} / 15r^2) \\
K_{64} &= -E I_y / 2t (n_{Ry} / r + n_{Rx} / t) - G J / 4r (n_{Ry} / t - 3n_{Rx} / 5r) \\
K_{65} &= E I_y (2t n_{Rx} n_{Ry} / 3r^2 + (n_{Rx}^2 - n_{Ry}^2) / r - 2n_{Rx} n_{Ry} / t) + \\
&\quad G J (n_{Rx} n_{Ry} + 4t / 15r^2) \\
K_{66} &= E I_y (2t n_{Ry}^2 / 3r^2 + n_{Rx} n_{Ry} / r + 2n_{Rx}^2 / t) + G J (n_{Ry}^2 / 2t + 4t n_{Rx}^2 / 15r^2) \\
K_{71} &= G J / r t \\
K_{72} &= 2E I_y / 3r (t n_{Ax} / r + n_{Ay}) - 2G J n_{Ay} / 3r \\
K_{73} &= 2E I_y / 3r (t n_{Ay} / r - n_{Ax}) + 2G J n_{Ax} / 3r \\
K_{74} &= -G J / r t \\
K_{75} &= 2E I_y / 3r (t n_{Rx} / r - n_{Ry}) + 2G J n_{Ry} / 3r \\
K_{76} &= 2E I_y / 3r (t n_{Ry} / r - n_{Rx}) - 2G J n_{Rx} / 3r \\
K_{77} &= 16t E I_y / 15r^2 + 8G J / 3t \\
K_{81} &= 4G J / 5r^2 t \\
K_{82} &= -8G J n_{Ay} / 15r^2 \\
K_{83} &= 8G J n_{Ax} / 15r^2 \\
K_{84} &= -4G J / 5r^2 t \\
K_{85} &= 8G J n_{Ry} / 5r^2 \\
K_{86} &= -8G J n_{Rx} / 5r^2 \\
K_{87} &= -32E I_y / 15r t + 32G J / 15r t \\
K_{88} &= 128E I_y / 5t^3 + 256G J / r^2 t
\end{aligned}$$

$$K_{91} = 2EIy/5rt - 8GJ/5rt$$

$$K_{92} = -2EIy/15r (u_{Ax}t/r + 3u_{Ay}) - 2GJ (u_{Ax}/3t - u_{Ay}/15r + 18/15)$$

$$K_{93} = -2EIy/15r (u_{Ay}t/r - 3u_{Ax}) - 2GJ (u_{Ay}/3t + u_{Ax}/15r + 18/15)$$

$$K_{94} = -2EIy/5rt + 8GJ/5rt$$

$$K_{95} = 2EIy/15r (u_{Ax}t/r - 3u_{Ay}) + 2GJ (u_{Ax}/3t - u_{Ay}/15r - 18/15)$$

$$K_{96} = 2EIy/15r (u_{Ay}t/r + 3u_{Ax}) + 2GJ (u_{Ay}/3t + u_{Ax}/15r - 18/15)$$

$$K_{97} = 0$$

$$K_{98} = 0$$

$$K_{99} = 16EIyt/105r^2 - 8GJ/45t$$

enfin, les forces équivalentes et forces aux noeuds peuvent être déterminées avec les formules (3.12) et (3.13) si le chargement de l'élément est connu.

DEUXIEME PARTIE :

LA PROGRAMMATION

CHAPITRE IV

CONSTRUCTION DU PROGRAMME 'CORALD'

4.1 PROBLEMES POSES PAR L'UTILISATION DE MEF

Le programme MEF développé par GOURY et DATT est conçu pour une utilisation d'ordre académique.

Les problèmes que ce programme permet de résoudre sont :

- * les problèmes d'élasticité linéaire ou non
- * les problèmes stationnaires ou non
- * les problèmes harmoniques
- * les problèmes de transfert de chaleur
- * les problèmes de taille importante impliquant de grands nombres de noeuds et d'éléments.
- * les problèmes de valeurs et de vecteurs propres

Il nous offre la possibilité d'y implanter d'autres types d'éléments ne se trouvant pas dans sa librairie générale.

C'est dans le but d'y inclure notre élément grillage de poutres que nous avons choisi au départ d'étudier ce programme MEF. Mais nous avons été confrontés à de sérieux problèmes lors du tournage de MEF :

1) la version 'Fortran' dans laquelle est écrit le programme est différente de celle qui existe au centre de calcul de l'E.P.T. Or le langage Fortran est très sensible aux variations qu'on peut observer d'une version à une

autre.

2) La taille du programme exige un environnement informatique sophistiqué sinon il ne peut être exécuté.

La capacité des ordinateurs que nous disposons au centre de calcul est insuffisante pour tourner MEK.

Nous avons pu résoudre le problème concernant la version du Fortran mais en ce qui concerne la capacité des ordinateurs, nous ne pouvons travailler qu'avec les moyens de bord.

Ceci nous amène alors à construire le programme 'CORALD' spécifique à l'élément grillage de poutres et capable d'être exécuté sur les ordinateurs du centre de calcul.

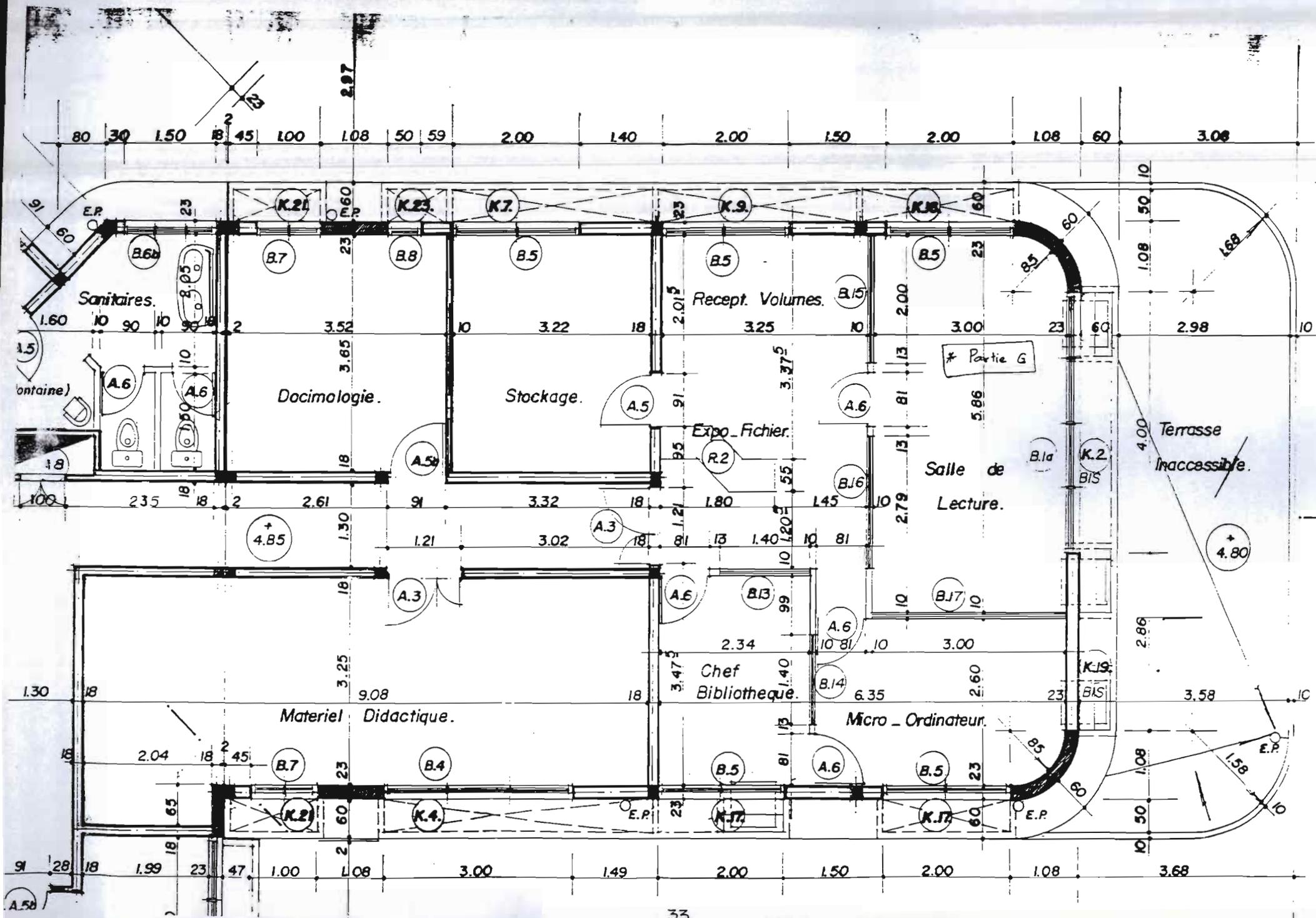
4.2 ETUDE ET PRESENTATION DE 'CORALD'

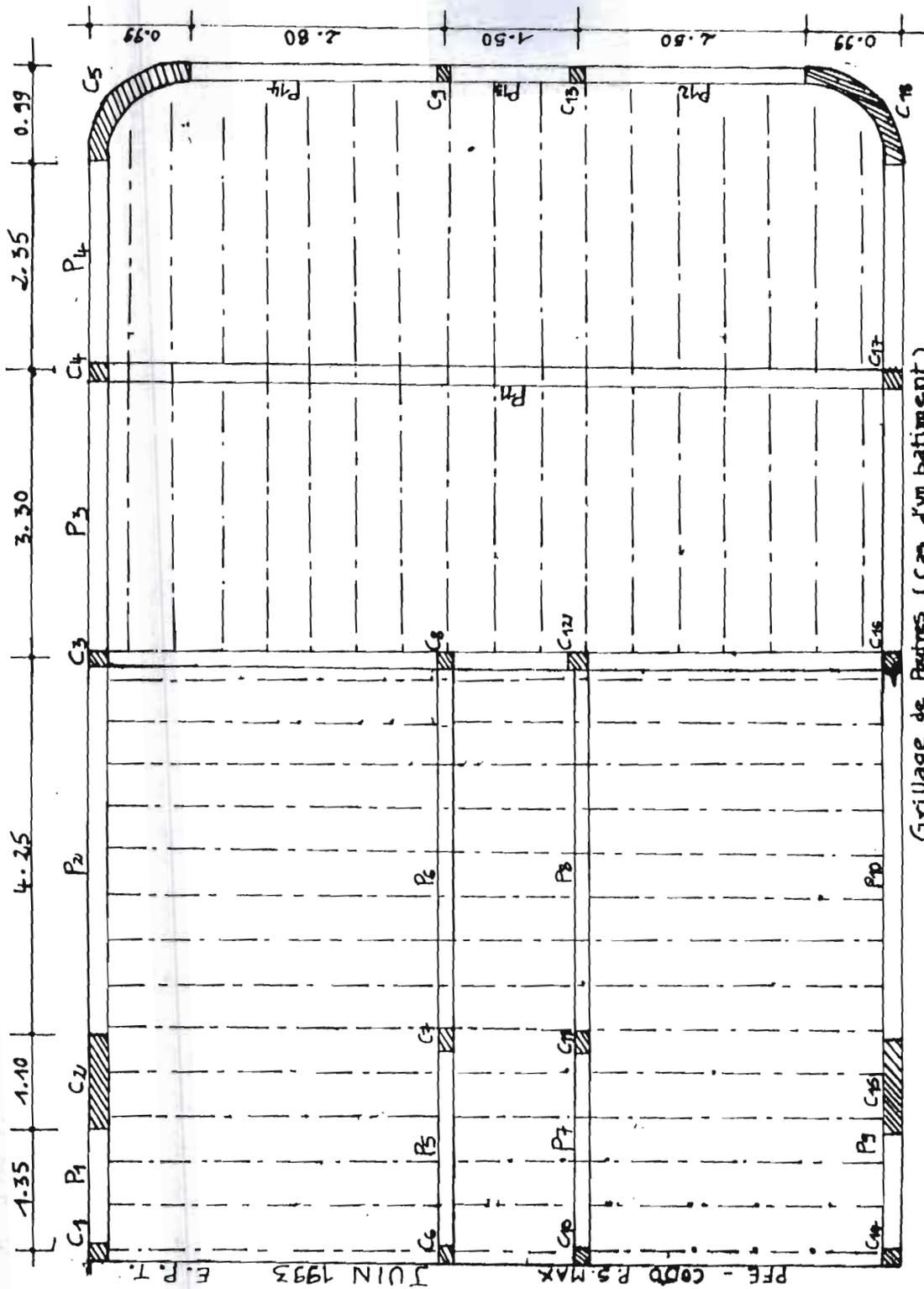
4.2.1 Généralités

Ce programme a été construit à partir du programme STPRO ultérieurement développé dans le cours STRUC 4.23 .

Il est d'une grande utilité, il permet en effet d'analyser les bâtiments en calculant les poutres à divers niveaux de ces derniers.

Nous présentons dans les pages suivantes un exemple type de bâtiment et le grillage de poutres qui découle de sa partie [G].





Grillage de Poutres (Cas d'un bâtiment)

La version - P de l'élément est obtenu en prenant en compte les modes hiérarchiques. Pour simplifier les développements, nous avons supposé trois degrés de liberté au noeud intermédiaire de même qu'aux noeuds d'extrémité de l'élément. Mais en réalité, le nombre de degré de liberté est variable: c'est ce qui rend l'élément, adaptif.

L'adaptivité s'obtient donc par le fait que le nombre de degré de liberté peut être variable.

Le programme a la même structure que le programme STPRO et a besoin aussi des sous-programmes ADRESS ASSEMB TRIPLD et SOL pour son fonctionnement. Sa bibliothèque d'éléments contient le raidisseur droit et le raidisseur courbe.

Notons aussi que dans la partie théorique, nous avons calculé les différentes intégrales par la méthode exacte, pour la programmation, nous utilisons l'intégration numérique.

4.2.2 Organigramme

Le programme est articulé en quatre phases qui groupées sous forme schématique nous donne l'organigramme suivant :

1)

LECTURE DES FICHIERS DE DONNEES
ET DES RESULTATS

2)

LECTURE DES DONNEES DANS LE FICHIER
DES DONNEES

- * nombre d'éléments
- * nombre de noeuds
- * nombre de degrés de liberté
- * nombre de noeuds restreints
- * nombre de cas de chargement
- * module d'élasticité
- * coefficient de poisson
- * coordonnées des noeuds
- * restreintes aux noeuds
- * données et connectivité des éléments
- * charges directement appliquées
- * charges linéairement réparties

3)

ETABLISSEMENT DE LA MATRICE DE
RIGIDITE K
CONFECTION DU VECTEUR CHARGE
CALCUL DES DEPLACEMENTS
CALCUL DES CONTRAINTES
CALCUL DES REACTIONS

4)

STOCKAGE DES RESULTATS DANS LE FICHIER
DES RESULTATS

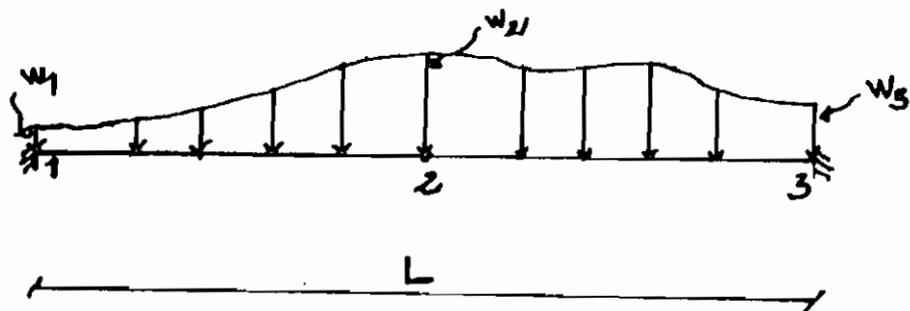
Organigramme de 'CORAIID'

4.2.3 Mode de fonctionnement

Ce programme fait l'analyse des raidisseurs courbe et droit. Il permet donc de faire l'analyse des bâtiments en calculant les poutres se trouvant à divers niveaux de ces bâtiments.

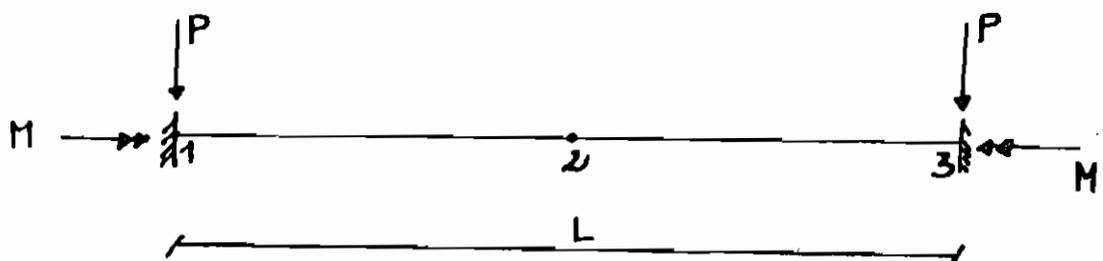
Les cas de chargement considérés sont :

* la charge linéairement répartie



exemple: charge uniforme, triangulaire et parabolique.

* la charge directement appliquée aux noeuds



4.2.3.1) Nom de fichier de données et de résultats

Le programme est exécuté en tapant simplement sur le clavier, CORAID.

Il demande alors le nom du fichier de données et celui des résultats. A cet effet, un fichier de données doit être créé au préalable avec un éditeur de texte (See ou Edit de DOS).

Les noms des fichiers sont composés du nom CORAID et d'une extension.

Exemple

* Fichiers de données

CORAID1.DON

CORAID2.DON

* Fichiers de résultats

CORAID1.RES

CORAID2.RES

4.2.3.2) Entrée des données

L'entrée des données doit se faire de la manière suivante:

4.2.3.2.1) Données générales

Read (5,*) nel,nod,ndl,nnr,icc,e,pois

nel : nombre d'éléments

nod : nombre de noeuds

ndl : nombre de degrés de liberté

nnr : nombre de noeuds restreints

icc : nombre de cas de chargement
e : module d'élasticité
pois : coefficient de poisson
nombre : 1

4.2.3.2.2) Données des noeuds

4.2.3.2.2.1 Coordonnées des noeuds

Read (5,*) k,tx(k),ty(k)

k : numéro du noeud

tx(k) : abscisse du noeud

ty(k) : ordonnée du noeud

nombre : nod

4.2.3.2.2.2. Restreintes aux noeuds

Read (5,*) k,iresx(k),iresy(k),iresr(k)

k : numéro du noeud restreint

iresx(k) : restreinte suivant X

iresy(k) : restreinte suivant Y

iresr(k) : restreinte suivant Z

= 1 si noeud bloqué

= 0 si noeud libre

nombre : nnr

4.2.3.3) Données des éléments

Read (5,*) k,j1(k),j2(k),j3(k),aiy(k),aiz(k),aiyz(k),aj(k)

Read (5,*) dy(k),dz(k),by(k),tt(k)

k : numéro de l'élément

j1(k) : noeud de gauche

j2(k) : noeud central
j3(k) : noeud de droite
aiy(k) : inertie par rapport à Y
aiz(k) : inertie par rapport à Z
aiy(k) : produit d'inertie par rapport à Y-Z
dy(k) : exentricité dans la direction Y
dz(k) : exentricité dans la direction Z
by(k) : largeur de la table
tt(k) : épaisseur de la table

nombre : nel

4.2.3.4) Donnée des charges

4.2.3.4.1 charges directement appliquées

Read (5,*) nnch

nnch : nombre de noeuds directement chargés

nombre : 1

Read (5,*) k,vc(k*nd1-2),vc(k*nd1-1),vc(k*nd1)

k : numéro du noeud

vc(k*nd1-2) : charge suivant Z

vc(k*nd1-1) : moment par rapport à X

vc(k*nd1) : moment par rapport à Y

nombre : nnch

4.2.3.4.2 charges linéairement réparties

Read (5,*) nelcu

nelcu : nombre d'éléments chargés

nombre : 1

```
Read (5,*) k,w(k,1),w(k,2),w(k,3)
```

k : numéro de l'élément

w(k,1) : valeur de la charge au noeud de gauche

w(k,2) : valeur de la charge au noeud central

w(k,3) : valeur de la charge au noeud de droite

En donnant le nom des fichiers de données et des résultats, le programme traite les données et stocke les résultats dans le fichier des résultats.

Ces résultats peuvent être visualisés et imprimés à l'aide d'un éditeur de texte (See ou Edit de DOS).

La version exécutable du programme est donnée dans la disquette ci-jointe.

CHAPITRE V

TESTS ET APPLICATIONS DE CORALD

5.1 Généralités

Dans ce chapitre, nous allons tester le programme CORALD par plusieurs exemples.

Nous considérerons pour ces exemples, les charges paraboliques, triangulaires, uniformes et directement appliquées aux noeuds.

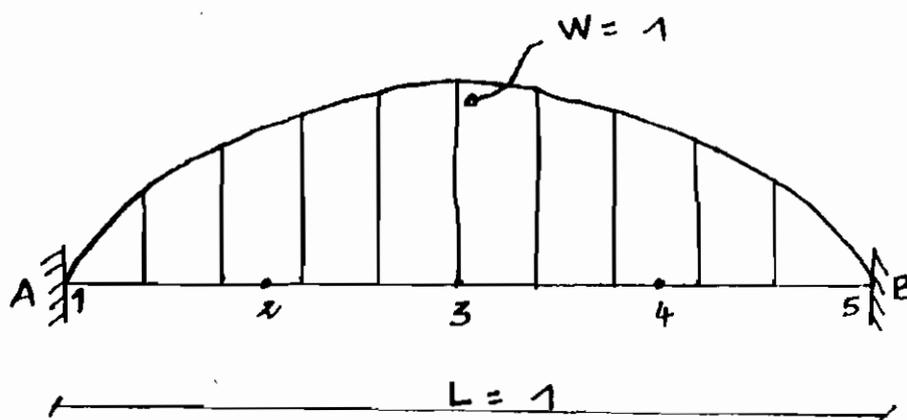
les exemples choisis se trouvent dans presque tous les Handbooks de Structures. Une comparaison des résultats donnés par CORALD avec ceux donnés par Steel Designers' Manual construction (pour le raidisseur droit) et ceux donnés par le livre 'Formulas for Stress and strain' de J. ROARK (pour le raidisseur courbe) nous permettra de nous prononcer sur la fiabilité du programme CORALD.

5.2 Résultats donnés par CORALD

Nous allons présenter les résultats donnés par CORALD, ensuite nous les comparerons à ceux donnés par les Handbooks.

1) Raidisseur droit - charge parabolique

La structure à étudier est la suivante :



Les résultats de l'étude donnés par CORAID se trouvent à la page suivante.

Afin de comparer ces résultats à ceux donnés par les Handbooks, nous calculons la résultante de la charge soit $P = (2/3) * w * l = (2/3) * 1 * 1 = 0.667$.

Nous présentons après les résultats de CORAID, le tableau de comparaison.

L'observation des éléments de ce tableau nous permet de dire que les résultats sont fiables.

DONNEES GENERALES

nombre d'éléments -----= 2
 nombre de noeuds -----= 5
 nombre de d.d.l. par noeud--= 3
 nombre de noeuds restreints = 2
 nombre de cas de chargement = 1
 module d'élasticité-----= .100D+01
 coefficient de Poisson -----= .300D+00

DONNEES DES NOEUDS

noeud	coordx	coordy
1	.000D+00	.000D+00
2	.250D+00	.000D+00
3	.500D+00	.000D+00
4	.750D+00	.000D+00
5	.100D+01	.000D+00

RESTREINTES AUX NOEUDS

noeud	iresx	iresy	iresr
1	1	1	1
5	1	1	1

DONNEES DES ELEMENTS

elmt	noeud1	noeud2	noeud3	iy	iz	iyz	j
1	1	2	3	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01
2	3	4	5	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01

nombre d'equation = 15
 Espace requis pour grk = 84
 CAS DE CHARGEMENT NO. 1

CHARGES EN TRAVEE

nombre d'éléments avec charge uniforme = 2

elmt	w1	w2	w3
1	.000D+00	.750D+00	.100D+01
2	.100D+01	.750D+00	.000D+00

noeud	w	wx	wy
1	-.3333D-20	-.6667D-21	.0000D+00
2	.0000D+00	-.1163D-03	.0000D+00
3	-.2257D-02	-.4764D-19	.0000D+00
4	.0000D+00	-.1163D-03	.0000D+00
5	-.3333D-20	.6667D-21	.0000D+00

 EFFORTS INTERNES

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
	1	1	1	-.33333E-20	1	.00000	1	.69048E-01	1	.00000	1	.00000
1	1	2	1	-.12447E-02	1	.00000	1	-.74405E-02	1	.00000	1	.00000
	1	3	1	-.22569E-02	1	.00000	1	-.39286E-01	1	.00000	1	.00000

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
	1	3	1	-.22569E-02	1	.00000	1	-.39286E-01	1	.00000	1	.00000
2	1	4	1	-.12447E-02	1	.00000	1	-.74405E-02	1	.00000	1	.00000
	1	5	1	-.33333E-20	1	.00000	1	.69048E-01	1	.00000	1	.00000

 REACTIONS

noeud 1 rz= .3333
 noeud 1 mx= .0667
 noeud 1 my= .0000

noeud 5 rz= .3333
 noeud 5 mx= -.0667
 noeud 5 my= .0000

RAIDISSEUR DROIT-TABLEAU DE COMPARAISON

CHARGE PARABOLIQUE

Réactions	Résultats de CORAID	Résultats du Handbook * $P = 0.667 ; L = E = I = 1$
MA	0.0667	$PL/10 = 0.0667$
MB	-0.0667	$- PL/10 = - 0.0667$
RA	0.3333	$P/2 = 0.3333$
RB	0.3333	$P/2 = 0.3333$
Dmax	0.0022569	$1.3 PL^3/384 EI = 0.0022569$

* Voir chargement

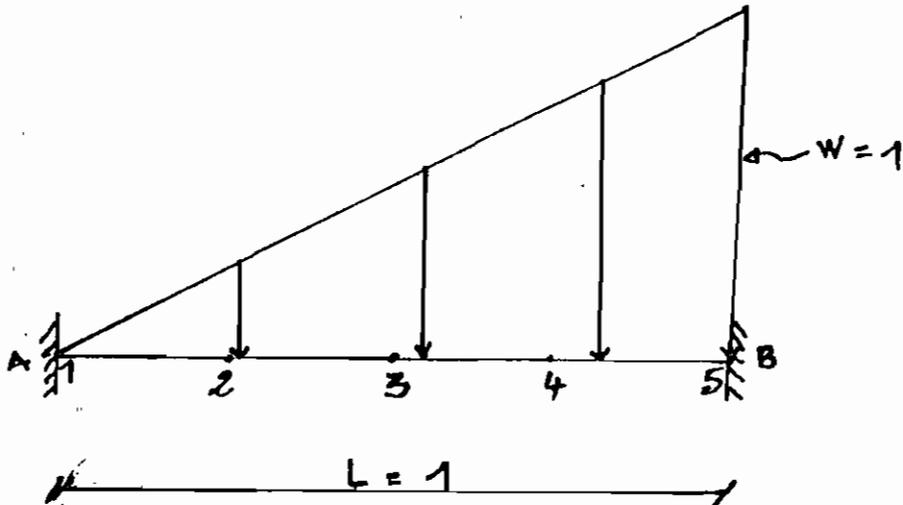
COMMENTAIRE :

Les résultats sont concordants, le programme CORAID

marche donc pour ce cas de chargement.

2) Raidisseur droit - charge triangulaire

La structure à étudier est la suivante :



Les résultats de l'étude donnés par CORAID se trouvent à la page suivante.

Afin de comparer ces résultats à ceux donnés par les Handbooks, nous calculons la résultante de la charge soit $P = (1/2) * w * 1 = (1/2) * 1 * 1 = 0.5$

Nous présentons après les résultats de CORAID, le tableau de comparaison.

L'observation des éléments de ce tableau nous permet de dire aussi que les résultats sont fiables.

DONNEES GENERALES

nombre d'éléments -----= 2
 nombre de noeuds -----= 5
 nombre de d.d.l. par noeud--= 3
 nombre de noeuds restreints = 2
 nombre de cas de chargement = 1
 module d'élasticité-----= .100D+01
 coefficient de Poisson -----= .300D+00

DONNEES DES NOEUDS

noeud	coordx	coordy
1	.000D+00	.000D+00
2	.250D+00	.000D+00
3	.500D+00	.000D+00
4	.750D+00	.000D+00
5	.100D+01	.000D+00

RESTREINTES AUX NOEUDS

noeud	iresx	iresy	iresr
1	1	1	1
5	1	1	1

DONNEES DES ELEMENTS

elmt	noeud1	noeud2	noeud3	iy	iz	iyz	j
1	1	2	3	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01
2	3	4	5	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01

nombre d'equation = 15
 Espace requis pour grk = 84
 CAS DE CHARGEMENT NO. 1

CHARGES EN TRAVEE

nombre d'éléments avec charge uniforme = 2

elmt	w1	w2	w3
1	.000D+00	.250D+00	.500D+00
2	.500D+00	.750D+00	.100D+01

noeud	w	wx	wy
1	-.1500D-20	-.3333D-21	.0000D+00
2	.0000D+00	-.4069D-04	.0000D+00
3	-.1302D-02	-.5208D-03	.0000D+00
4	.0000D+00	-.1221D-03	.0000D+00
5	-.3500D-20	.5000D-21	.0000D+00

CODO P.S.MAX

 EFFORTS INTERNES

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
	1	1	1	-.15000E-20	1	.00000	1	.34375E-01	1	.00000	1	.00000
1	1	2	1	-.65918E-03	1	.00000	1	-.15625E-02	1	.00000	1	.00000
	1	3	1	-.13021E-02	1	.00000	1	-.21875E-01	1	.00000	1	.00000

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
	1	3	1	-.13021E-02	1	.00000	1	-.19792E-01	1	.00000	1	.00000
2	1	4	1	-.80566E-03	1	.00000	1	-.88542E-02	1	.00000	1	.00000
	1	5	1	-.35000E-20	1	.00000	1	.48958E-01	1	.00000	1	.00000

 REACTIONS

noeud 1 rz= .1500
 noeud 1 mx= .0333
 noeud 1 my= .0000

noeud 5 rz= .3500
 noeud 5 mx= -.0500
 noeud 5 my= .0000

RAIDISSEUR DROIT - TABLEAU DE COMPARAISON

CHARGE TRIANGULAIRE

Réactions	Résultats de CORAID	Résultats du Handbook * $P = 0.5 ; L = E = I = 1$
MA	0.0333	$PL/15 = 0.0333$
MB	-0.05	$-PL/10 = -0.05$
RA	0.15	$0.3 P = 0.15$
RB	0.35	$0.7 P = 0.35$
Dmax	0.0013021 à 0.5 L	$PL^3/382 EI = 0.0013089$ à 0.525 L

* Voir chargement

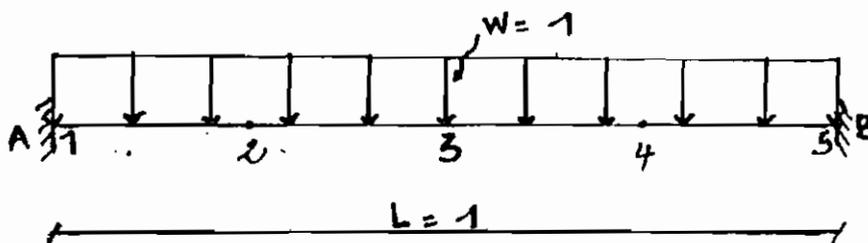
COMMENTAIRE :

Les résultats sont concordants, le programme CORAID

marche aussi donc pour ce cas de chargement.

3) Raidisseur droit - charge uniforme

La structure à étudier est la suivante :



Les résultats de l'étude donnés par CORAID se trouvent à la page suivante.

Afin de comparer ces résultats à ceux donnés par les Handbooks, nous calculons la résultante de la charge soit $P = w \cdot l = 1$.

Nous présentons après les résultats de CORAID, le tableau de comparaison.

L'observation des éléments de ce tableau nous permet de dire encore que les résultats sont fiables.

DONNEES GENERALES

nombre d'éléments -----= 2
 nombre de noeuds -----= 5
 nombre de d.d.l. par noeud---= 3
 nombre de noeuds restreints = 2
 nombre de cas de chargement = 1
 module d'élasticité-----= .100D+01
 coefficient de Poisson -----= .300D+00

DONNEES DES NOEUDS

noeud	coordx	coordy
1	.000D+00	.000D+00
2	.250D+00	.000D+00
3	.500D+00	.000D+00
4	.750D+00	.000D+00
5	.100D+01	.000D+00

RESTREINTES AUX NOEUDS

noeud	iresx	iresy	iresr
1	1	1	1
5	1	1	1

DONNEES DES ELEMENTS

elmt	noeud1	noeud2	noeud3	iy	iz	iyz	j
1	1	2	3	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01
2	3	4	5	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01
nombre d'equation =				15			
Espace requis pour grk =				84			

CAS DE CHARGEMENT NO. 1

CHARGES EN TRAVEE

nombre d'éléments avec charge uniforme = 2

elmt	w1	w2	w3
1	.100D+01	.100D+01	.100D+01
2	.100D+01	.100D+01	.100D+01

noeud	w	wx	wy
1	-.5000D-20	-.8333D-21	.0000D+00
2	.0000D+00	-.1628D-03	.0000D+00
3	-.2604D-02	-.6670D-19	.0000D+00
4	.0000D+00	-.1628D-03	.0000D+00
5	-.5000D-20	.8333D-21	.0000D+00

CODO P.S.MAX

 EFFORTS INTERNES

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
	1	1	1	-.50000E-20	1	.00000	1	.83333E-01	1	.00000	1	.00000
1	1	2	1	-.14648E-02	1	.00000	1	-.10417E-01	1	.00000	1	.00000
	1	3	1	-.26042E-02	1	.00000	1	-.41667E-01	1	.00000	1	.00000

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
	1	3	1	-.26042E-02	1	.00000	1	-.41667E-01	1	.00000	1	.00000
2	1	4	1	-.14648E-02	1	.00000	1	-.10417E-01	1	.00000	1	.00000
	1	5	1	-.50000E-20	1	.00000	1	.83333E-01	1	.00000	1	.00000

 REACTIONS

noeud 1 rz= .5000
 noeud 1 mx= .0833
 noeud 1 my= .0000

noeud 5 rz= .5000
 noeud 5 mx= -.0833
 noeud 5 my= .0000

RAIDISSEUR DROIT - TABLEAU DE COMPARAISON

CHARGE UNIFORME

Réactions	Résultats de CORAID	Résultats du Handbook * $P = L = E = I = 1$
MA	0.0833	$PL/12 = 0.0833$
MB	-0.0833	$-PL/12 = -0.0833$
RA	0.5	$P/2 = 0.5$
RB	0.5	$P/2 = 0.5$
Dmax	0.0026042	$PL^3/384 EI = 0.0026042$

* Voir chargement

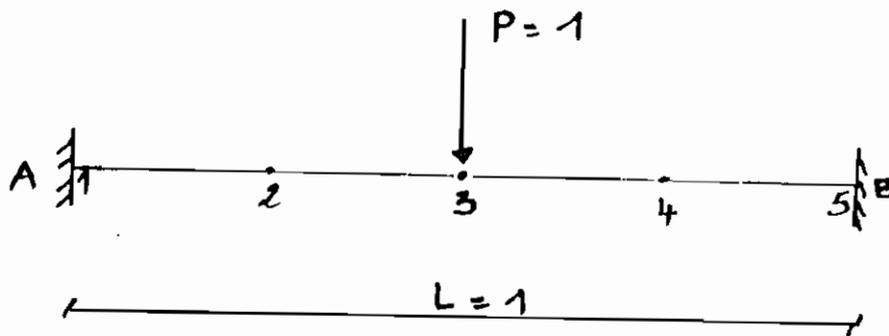
COMMENTAIRE :

Les résultats sont concordants, le programme CORAID

marche encore pour ce cas de chargement.

4) Raidisseur droit - charge concentrée

La structure à étudier est la suivante :



Les résultats de l'étude donnés par CORAID se trouvent à la page suivante.

Nous présentons après ces résultats de CORAID, le tableau de comparaison.

L'observation des éléments de ce tableau nous permet de dire une fois de plus que ces résultats sont fiables.

DONNEES GENERALES

nombre d'éléments	-----=	2
nombre de noeuds	-----=	5
nombre de d.d.l. par noeud	-----=	3
nombre de noeuds restreints	-----=	2
nombre de cas de chargement	-----=	1
module d'élasticité	-----=	.100D+01
coefficient de Poisson	-----=	.300D+00

DONNEES DES NOEUDS

noeud	coordx	coordy
1	.000D+00	.000D+00
2	.250D+00	.000D+00
3	.500D+00	.000D+00
4	.750D+00	.000D+00
5	.100D+01	.000D+00

RESTREINTES AUX NOEUDS

noeud	iresx	iresy	iresr
1	1	1	1
5	1		

DONNEES DES ELEMENTS

elmt	noeud1	noeud2	noeud3	iy	iz	iyz	j
1	1	2	3	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01
2	3	4	5	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01

nombre d'équation = 15
 Espace requis pour grk = 84
 CAS DE CHARGEMENT NO. 1

charges aux noeuds

nombre de noeuds chargés = 1

noeud	fx	fy	moment
3	.100D+01	.000D+00	.000D+00

noeud	w	wx	wy
1	.5000D-20	.1250D-20	.0000D+00
2	.0000D+00	-.1345D-19	.0000D+00
3	.5208D-02	-.3297D-27	.0000D+00
4	.0000D+00	.1345D-19	.0000D+00
5	.5000D-20	-.1250D-20	.0000D+00

 EFFORTS INTERNES

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATR	1	M TORSION
1	1	1	1	.50000E-20	1	.00000	1	-.12500	1	.00000	1	.00000
	1	2	1	.26042E-02	1	.00000	1	-.85839E-18	1	.00000	1	.00000
	1	3	1	.52083E-02	1	.00000	1	.12500	1	.00000	1	.00000

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATR	1	M TORSION
2	1	3	1	.52083E-02	1	.00000	1	.12500	1	.00000	1	.00000
	1	4	1	.26042E-02	1	.00000	1	.86339E-18	1	.00000	1	.00000
	1	5	1	.50000E-20	1	.00000	1	-.12500	1	.00000	1	.00000

 REACTIONS

noeud 1 rz= -.5000
 noeud 1 mx= -.1250
 noeud 1 my= .0000

noeud 5 rz= -.5000
 noeud 5 mx= .1250
 noeud 5 my= .0000

RAIDISSEUR DROIT - TABLEAU DE COMPARAISON

CHARGE CONCENTREE

Réactions	Résultats de CORAID	Résultats du Handbook * P = L = E = I = 1
MA	- 0.1250	PL/8 = 0.1250
MB	0.1250	- PL/8 = - 0.1250
RA	- 0.5	P/2 = 0.5
RB	- 0.5	P/2 = 0.5
Dmax	0.0052083	$PL^3/192 EI = 0.0052083$

* Voir chargement

COMMENTAIRE :

Les résultats sont concordants, le programme CORAID

marche aussi pour ce cas de chargement.

La différence de signes observée est simplement due à l'orientation

des axes. en effet, l'axe des z est dirigé vers le bas pour CORAID

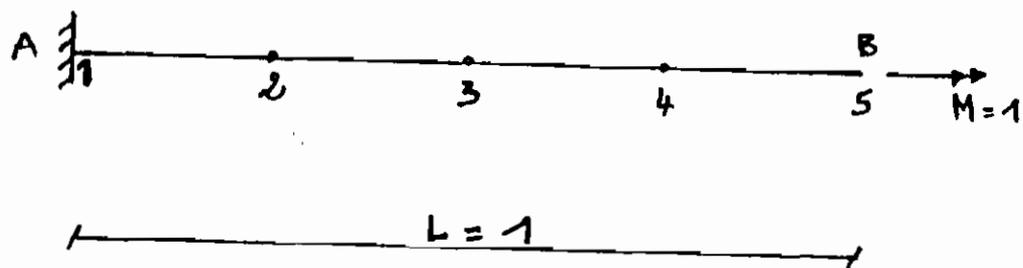
et vers le Haut dans le Handbook. Il suffit de remplacer P par - P

dans les formules du Handbook pour avoir les résultats parfaitement

identiques.

5) Raidisseur droit - Moment concentré

La structure à étudier est la suivante :



Les résultats de l'étude donnés par CORAID se trouvent à la page suivante.

L'observation de ces résultats nous permet de conclure que le programme CORAID marche aussi pour ce cas de chargement.

DONNEES GENERALES

nombre d'éléments -----= 2
 nombre de noeuds -----= 5
 nombre de d.d.l. par noeud--= 3
 nombre de noeuds restreints = 1
 nombre de cas de chargement = 1
 module d'élasticité-----= .100D+01
 coefficient de Poisson -----= .300D+00

DONNEES DES NOEUDS

noeud	coordx	coordy
1	.000D+00	.000D+00
2	.250D+00	.000D+00
3	.500D+00	.000D+00
4	.750D+00	.000D+00
5	.100D+01	.000D+00

RESTREINTES AUX NOEUDS

noeud	iresx	iresy	iresr
1	1	1	1

DONNEES DES ELEMENTS

elmt	noeud1	noeud2	noeud3	iy	iz	iyz	j
1	1	2	3	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01
2	3	4	5	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01
nombre d'equation =				15			
Espace requis pour grk =				84			
CAS DE CHARGEMENT NO. 1							

charges aux noeuds

nombre de noeuds chargés = 1

noeud	fx	fy	moment
5	.000D+00	.100D+01	.000D+00

noeud	w	wx	wy
1	.1028D-34	.1000D-19	.0000D+00
2	.0000D+00	.5985D-10	.0000D+00
3	.1250D+00	.5000D+00	.0000D+00
4	.0000D+00	.5985D-10	.0000D+00
5	.5000D+00	.1000D+01	.0000D+00

 EFFORTS INTERNES

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
	1	1	1	.10283E-34	1	.00000	1	-1.0000	1	.00000	1	.00000
1	1	2	1	.31250E-01	1	.00000	1	-1.0000	1	.00000	1	.00000
	1	3	1	.12500	1	.00000	1	-1.0000	1	.00000	1	.00000

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
	1	3	1	.12500	1	.00000	1	-1.0000	1	.00000	1	.00000
2	1	4	1	.28125	1	.00000	1	-1.0000	1	.00000	1	.00000
	1	5	1	.50000	1	.00000	1	-1.0000	1	.00000	1	.00000

 REACTIONS

noeud 1 rz= .0000
 noeud 1 mx= -1.0000
 noeud 1 my= .0000

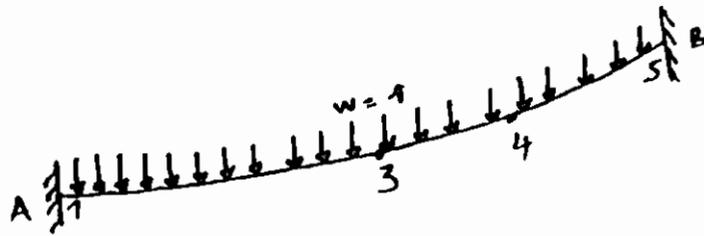
6) Raidisseurs courbes.

Les structures à étudier sont les suivantes :

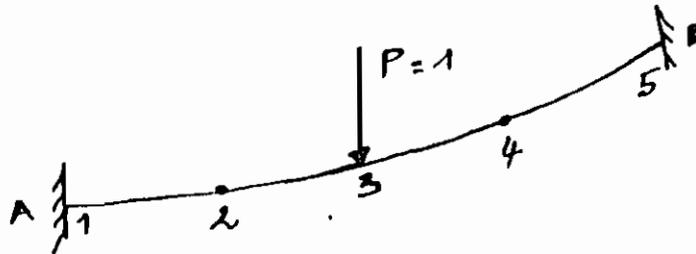
1) Charge uniforme

$$\begin{cases} x_A = 0 \\ y_A = 0 \end{cases} \text{ et}$$

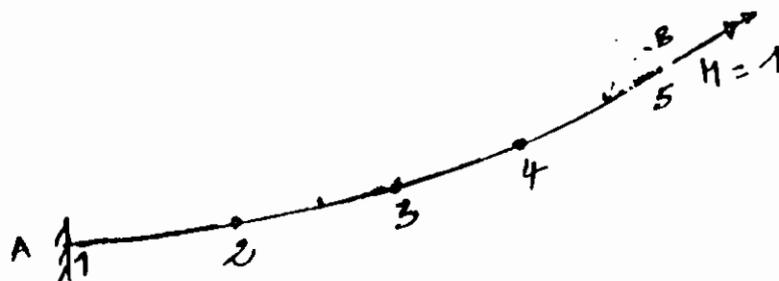
$$\begin{cases} x_B = 1 \\ y_B = 1 \end{cases}$$



2) Charge concentrée



3) Moment concentré



Les résultats de l'étude donnés par Coraid se trouvent dans les pages suivantes.

Le livre de Roark nous permet de dire que ces résultats sont fiables. Nous ne présentons pas les tableaux de comparaison car les formules de Roark pour ces poutres courbes, contiennent d'autres variables difficiles à quantifier.

1) charge uniforme

DONNEES GENERALES

nombre d'éléments -----= 2
 nombre de noeuds -----= 5
 nombre de d.d.l. par noeud--= 3
 nombre de noeuds restreints = 2
 nombre de cas de chargement = 1
 module d'élasticité-----= .100D+01
 coefficient de Poisson -----= .300D+00

DONNEES DES NOEUDS

noeud	coordx	coordy
1	.000D+00	.000D+00
2	.250D+00	.250D+00
3	.500D+00	.500D+00
4	.750D+00	.750D+00
5	.100D+01	.100D+01

RESTREINTES AUX NOEUDS

noeud	iresx	iresy	iresr
1	1	1	1
5	1	1	1

DONNEES DES ELEMENTS

elmt	noeud1	noeud2	noeud3	iy	iz	iyz	j
1	1	2	3	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01
2	3	4	5	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01
nombre d'équation =				15			
Espace requis pour grk =				84			
CAS DE CHARGEMENT NO. 1							

CHARGES EN TRAVEE

nombre d'éléments avec charge uniforme = 2

elmt	w1	w2	w3
1	.100D+01	.100D+01	.100D+01
2	.100D+01	.100D+01	.100D+01

noeud	w	wx	wy
1	-.7071D-20	-.1179D-20	-.1179D-20
2	-.5533D-44	-.6510D-03	-.2620D-35
3	-.1042D-01	-.1114D-18	-.1114D-18
4	-.1026D-43	-.6510D-03	.5952D-35
5	-.7071D-20	.1179D-20	.1179D-20

 EFFORTS INTERNES

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
1	1	1	1	-.70711E-20	1	-.75764E-38	1	.16667	1	.00000	1	-.74426E-2
1	1	2	1	-.58594E-02	1	.68415E-27	1	-.20833E-01	1	.00000	1	-.74426E-2
1	1	3	1	-.10417E-01	1	.13683E-26	1	-.83333E-01	1	.00000	1	-.74426E-2

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
1	1	3	1	-.10417E-01	1	.13683E-26	1	-.83333E-01	1	.00000	1	.74426E-2
2	1	4	1	-.58594E-02	1	.68415E-27	1	-.20833E-01	1	.00000	1	.74426E-2
1	1	5	1	-.70711E-20	1	.75764E-38	1	.16667	1	.00000	1	.74426E-2

 REACTIONS

noeud 1 rz= .7071
 noeud 1 mx= .1179
 noeud 1 my= .1179

noeud 5 rz= .7071
 noeud 5 mx= -.1179
 noeud 5 my= -.1179

2) Charge Concentrée

DONNEES GENERALES

```

nombre d'éléments -----=          2
nombre de noeuds   -----=          5
nombre de d.d.l. par noeud--=        3
nombre de noeuds restreints =          2
nombre de cas de chargement =          1
module d'élasticité-----= .100D+01
coefficient de Poisson -----= .300D+00
  
```

DONNEES DES NOEUDS

noeud	coordx	coordy
1	.000D+00	.000D+00
2	.250D+00	.250D+00
3	.500D+00	.500D+00
4	.750D+00	.750D+00
5	.100D+01	.100D+01

RESTREINTES AUX NOEUDS

noeud	iresx	iresy	iresz
1	1	1	1
5	1	1	1

DONNEES DES ELEMENTS

elmt	noeud1	noeud2	noeud3	iy	iz	iyz	j
1	1	2	3	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01
2	3	4	5	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01

nombre d'equation = 15
Espace requis pour grk = 84
CAS DE CHARGEMENT NO. 1

charges aux noeuds

nombre de noeuds chargés = 1

noeud	fx	fy	moment
3	.100D+01	.000D+00	.000D+00

noeud	w	wx	wy
1	.5000D-20	.1250D-20	.1250D-20
2	.4461D-53	.1451D-19	.1967D-44
3	.1473D-01	.1778D-27	.1778D-27
4	.1398D-53	-.1451D-19	-.1386D-44
5	.5000D-20	-.1250D-20	-.1250D-20

 EFFORTS INTERNES

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
	1	1	1	.50000E-20	1	.82193E-37	1	-.17678	1	.00000	1	.53030E-3
1	1	2	1	.73657E-02	1	-.46031E-36	1	.46678E-18	1	.00000	1	.53030E-3
	1	3	1	.14731E-01	1	-.10028E-35	1	.17678	1	.00000	1	.53030E-3

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
	1	3	1	.14731E-01	1	-.10028E-35	1	.17678	1	.00000	1	-.57939E-3
2	1	4	1	.73657E-02	1	-.51129E-36	1	-.46178E-18	1	.00000	1	-.57939E-3
	1	5	1	.50000E-20	1	-.82193E-37	1	-.17678	1	.00000	1	-.57939E-3

 REACTIONS

noeud 1 rz= -.5000
 noeud 1 mx= -.1250
 noeud 1 my= -.1250

noeud 5 rz= -.5000
 noeud 5 mx= .1250
 noeud 5 my= .1250

3) Moment Concentré

DONNEES GENERALES

```
*****
nombre d'éléments -----=          2
nombre de noeuds -----=          5
nombre de d.d.l. par noeud--=          3
nombre de noeuds restreints =          1
nombre de cas de chargement =          1
module d'élasticité-----= .100D+01
coefficient de Poisson -----= .300D+00
```

***** DONNEES DES NOEUDS *****

noeud	coordx	coordy
1	.000D+00	.000D+00
2	.250D+00	.250D+00
3	.500D+00	.500D+00
4	.750D+00	.750D+00
5	.100D+01	.100D+01

***** RESTREINTES AUX NOEUDS *****

noeud	iresx	iresy	iresr
1	1	1	1

***** DONNEES DES ELEMENTS *****

elmt	noeud1	noeud2	noeud3	iy	iz	iyz	j
1	1	2	3	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01
2	3	4	5	.100D+01	.100D+01	.000D+00	.100D+01
nombre d'equation =				15			
Espace requis pour grk =				84			
CAS DE CHARGEMENT NO. 1							

***** charges aux noeuds *****

noeud	fx	fy	moment
5	.000D+00	.100D+01	.000D+00

noeud	w	wx	wy
1	.2030D-34	.1000D-19	.8970D-34
2	-.5257D-17	.8464D-10	-.2490D-08
3	.1768D+00	.1273D+01	-.5657D+00
4	-.1624D-16	.8464D-10	-.2490D-08
5	.7071D+00	.2546D+01	-.1131D+01

 EFFORTS INTERNES

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
	1	1	1	.20300E-34	1	.70711E-20	1	-.70711	1	.00000	1	-.70711
1	1	2	1	.44194E-01	1	.65000	1	-.70711	1	.00000	1	-.70711
	1	3	1	.17678	1	1.3000	1	-.70711	1	.00000	1	-.70711

ELEM	1	NOEUD	1	W	1	WN	1	M LONGIT	1	M LATER	1	M TORSION
	1	3	1	.17678	1	1.3000	1	-.70711	1	.00000	1	-.70711
2	1	4	1	.39775	1	1.9500	1	-.70711	1	.00000	1	-.70711
	1	5	1	.70711	1	2.6000	1	-.70711	1	.00000	1	-.70711

 REACTIONS

noeud 1 rz= .0000
 noeud 1 mx= -1.0000
 noeud 1 my= .0000

CHAPITRE VI

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Ce projet nous a permis de mettre au point, un élément fini adaptif version-P pour la solution des grillages de poutres.

Nous avons pour cela, construit un programme (CORAD) spécifique à cet élément. ce programme traite le cas des raidisseurs droits et courbes.

Il a été testé par plusieurs exemples et les résultats obtenus sont très satisfaisants. Ce programme est alors d'une utilité certaine aussi bien pour les élèves Ingénieurs (ou simplement les étudiants ayant des cours de structures dans leurs matières) que pour les Ingénieurs praticiens.

Dans le souci d'une meilleure utilisation de ce programme, nous invitons l'utilisateur de ce dernier, à bien lire et comprendre le mode de fonctionnement.

Nous souhaitons que le centre de calcul de l'E.P.T soit doté d'ordinateurs performants pour qu'au moins des programmes de complexité moyenne comme le M.E.F puissent être exécutés. Nous le disons parce qu'il nous a été impossible de tourner ce programme et d'y implanter notre élément.

Nous souhaitons aussi que dans les années à venir, un autre projet se penche sur d'autres aspects qui n'ont pas été

TROISIEME PARTIE :

CONCLUSION ET ANNEXES

abordés dans ce programme.

Si l'environnement informatique du centre de calcul de l'E.P.T le permet, il serait très intéressant q'un projet de fin d'études essaie dans l'avenir de tourner le MEF et d'y implanter d'autres types d'éléments.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] INTRODUCTION AUX ELEMENTS FINIS

par Richard H. GALLAGHER

éditions Pluralis.

[2] UNE PRESENTATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

par Gouri DHATT et Gilbert TOUZOT

Presses de l'université Laval Québec, Maloine S.A.
éditeur, Paris.

**[3] LA METHODE DES ELEMENTS FINIS APPLIQUEE A L'ART DE
L'INGENIEUR**

par O.C. ZIENKIEWICZ

édiscience, Paris 1973.

**[4] MATRIX AND FINITE ELEMENT DISPLACEMENT ANALYSIS OF
STRUCTURES**

par D.J. DAWE

OXFORD science publications.

[5] ELEMENTS DE GEOMETRIE ANALYTIQUE

par N. EFIMOV 3^{ème} édition revue

édition MIR Moscou 1969.

[6] FORTRAN 77 APPROCHE SYSTEMATIQUE ILLUSTRÉE D'EXEMPLES

par Alfred STROMMEIER 3^{ème} édition

Eyrolles 1985.