### RÉPUBLIQUE DU SÉNÉGAL



### ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE THIÈS



### PROJET DE FLN D'ETUDES

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME D'INGÉNIEUR DE CONCEPTION .

TITRE : Comportement Statique et Dynamique d'une Section trapézoidale de barrage-poids en béton

> AUTEUR : G. J.-M. Servais DOVONON DIRECTEUR : Ioan-Petru RADULESCU GO CO-DIRECTEUR :

DATE : JUIN 1990

Réussir sa vie, c'est réaliser, adulte, son rêve d'enfant. C'est aussi dix ans après être sorti de l'école, se retourner sur son chemin et pouvoir se dire: << Cela, oui cela, c'est moi qui l'ai fait. Pas pour moi, pour eux.>> ١,

Charles PEGUY

quelque chose

.

A tous ceux qui m'ont enseigné

.

1

٠.

A mes parents

# REMERCIEMENTS

#### REMERCIEMENTS

J'ai l'honneur de remercier très sincèrement toutes les personnes qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à la réalisation de ce projet de fin d'études.

Mes remerciements vont particulièrement:

- \* A monsieur Jean-Pierre RADULESCU, professeur de structures
- à l'E.P.T. et directeur du projet.
- \* A tous mes professeurs de l'E.P.T.
- \* A tous les élèves qui m'ont aidé pour certains travaux.

### SOMMAIRE

#### SOMMAIRE

L'objectif principal du présent projet est l'initiation à la dynamique des structures en général et surtout à la dynamique des barrages.

Pour ce faire, il nous a fallu passer en revue et assimiler les études préliminaires aux projets de barrages afin de présenter les particularités de ces ouvrages dans l'ensemble des structures de génie civil. Une section d'étude - section trapézoïdale de barragepoids en béton - a été choisie.

Le comportement statique et dynamique en contexte linéaire (analyse modale, instantanée et séismique) de cette section a été étudié.

L'outil fondamental de cette étude est le logiciel d'analyse statique et dynamique de structures par éléments finis , IMAGES-3D (Interactive Microcomputer Analysis of General Elastic Structures)

ii

### TABLE DES MATIERES

### TABLE DES MATIERES

Page-titre.
Pensée
Dédicace.
Remerciementsi
Sommaireii
Table des matièresiii
Liste des figuresiiii
Introduction2
PREMIERE PARTIE
Eléments d'études préliminaires en ingénierie de barrages
IIntroduction4
IILes études préliminaires5
II.1- Les études topographiques
II.2- Les études géologiques
II.3- Les études géotechniques8
II.4- Les études hydrologiques
111 Les différents types de barrages. 9
IV Choix de la section d'études. 10
Etudos statiguos
Ecudes Statiques
I Introduction
II L'analyse statique12
II.1- Comportement d'une section de béton non armé. 12
II.2- Analyse des résultats13
TROISIEME PARTIE
Ecudes dynamiques
T_T_Introduction
II Eléments de dynamique des structures
II.1- Equation fondamentale
II.2-Résolution
III Analyse sismigue de barrage
IV Analyse modale de la section
V Analyse instantanée de la section
V.1-Reponses en accélération
V.2-Reponses en déplacement
V.3-Etudes des surfaces de rupture selon le critère
de VON MISES
Conclusions et recommandations
Bibliographie.
Annexes ( figures et tableaux ).

ii**i** 

. .

.

### LISTE DES FIGURES

#### LISTE DES FIGURES

1.1 : Section de barrage étudiée
1.2 : Identification des noeuds de la 1 <sup>ere</sup> face
1.3 : Identification des éléments solides
2.1 : Lignes d'isocontraintes Contrainte globale S11 (18 mètres d'eau)
2.2 : Lignes d'isocontraintes Contrainte globale S22 (18 mètres d'eau)
2.3 : Lignes d'isocontraintes Contrainte globale S33 (18 mètres d'eau)
2.4 : Lignes d'isocontraintes Contrainte globale S12 (18 mètres d'eau)
2.5 : Lignes d'isocontraintes Contrainte globale S31 (18 mètres d'eau)
2.6 : Lignes d'isocontraintes Contrainte principale S1 (18 mètres d'eau)
2.7 : Lignes d'isocontraintes Contraintes de VON MISES (18 mètres d'eau)
2.8 : Lignes d'isocontraintes Intensités de contrainte (18 mètres d'eau)
2.9 : Lignes d'isocontraintes Contrainte globale S11 (24 mètres d'eau)
2.10 : Lignes d'isocontraintes Contrainte globale S22 (24 mètres d'eau)
2.11 : Lignes d'isocontraintes Contrainte globale S33 (24 mètres d'eau)
2.12 : Lignes d'isocontraintes Contrainte globale S12 (24 mètres d'eau)
2.13 : Lignes d'isocontraintes Contrainte globale S31 (24 mètres d'eau)
2.14 : Lignes d'isocontraintes Contrainte principale S1 (24 mètres d'eau
2.15 : Lignes d'isocontraintes Contraintes de VON MISES (24 mètres d'eau

2.16 : Lignes d'isocontraintes Intensités de contrainte (24 mètres d'eau) 2.17 : Lignes d'isodéplacements Déplacement DX (24 mètres d'eau) 2.18 : Lignes d'isodéplacements Déplacement DS (24 mètres d'eau) 3.1 : Première forme de vibration propre 3.2 : Seconde forme de vibration propre 3.3 : Troisième forme de vibration propre 3.4 : Variation du carré de la période propre en fonction du poids volumique. Premier mode de vibration. 3.5 : Variation du logarithme de la période en fonction du logarithme du module dynamique. Premier mode de vibration. 3.6 : Accélérogramme d'EL CENTRO (Californie, 18 Mai 1940) 3.7 : Accélération de translation induite aux noeuds 1 et 11 au cours du temps 3.8 : Accélération de translation induite aux noeuds 2 et 3 au cours du temps. 3.9 : Accélération de translation induite aux noeuds 4 et 5 au cours du temps. 3.10 : Accélération de translation induite aux noeuds 10 et 13 au cours du temps. 3.11 : Accélération de translation induite aux noeuds 11 et 12 au cours du temps. 3.12 : Accélération de translation induite aux noeuds 14 et 15 au cours du temps. 3.13 : Variation de l'accélération sur le parement amont vertical. 3.14 : Déplacements élastiques des noeuds du parement amont. 3.15 : Variation de l'accélération induite sur une ligne horizontale à 6 mètres du fond.

v

# INTRODUCTION

#### INTRODUCTION

On s'accorde souvent à dire que la maîtrise de l'eau et surtout les eaux de surface est une composante importante dans le développement économique de nos pays, principalement les pays sahéliens et subsahéliens. Les structures hydrauliques en général et en particulier les barrages sont des ouvrages techniques dont nos pays doivent se doter pour l'atteinte impérative des objectifs importants que sont la maîtrise, le contrôle et la régularisation des eaux de surface.

Sur le plan technique, les barrages comme la plupart des structures de génie civil ne sont pas seulement soumis à des chargements statiques mais aussi à des charges dynamiques généralement dues aux vents pouvant provoquer une houle importante; les ondes de pressions hydrodynamiques, conséquences des déformations élastiques de la structure et de la compressibilité de l'eau; les tremblements de terre; les explosions; les chocs et les vibrations etc.

Aussi doit-on considérer dans l'étude des barrages - une étude généralement statique- un certain niveau du comportement dynamique pouvant être dû à l'un ou l'autre des phénomènes ci-dessus cités.

C'est pour cela que par rapport à l'objectif principal du projet, initiation à la dynamique des structures, nous avons choisi une section de barrage-poids, comme objet d'étude.

Dans une première partie du travail, nous présentons quelques éléments des études préliminaires en ingénierie de barrages. L'étude de la section sous chargement statique fait l'objet de la seconde partie. Les résultats seront présentés sous forme de lignes d'isocontraintes et d'isodéformations. Dans la troisième partie, l'étude dynamique (étude modale, instantanée et séismique) sera faite. Toutes ces études seront faites à l'aide du logiciel d'éléments finis IMAGES-3D. Enfin l'analyse des résultats combinés nous permettront d'étudier les zones de fissure et les lignes de rupture élastique.

# lere PARTIE : ELEMENTS D'ETUDES PRELIMINAIRES EN INGENIERIE DE BARRAGES

#### I INTRODUCTION

L'objet général des ouvrages d'aménagement est la maîtrise, le contrôle et la régularisation des eaux de surface.

Les projets de barrage, dans cette optique, ont pour objectif de satisfaire certains besoins en eau domestique, des besoins agricoles par l'irrigation des terres, des besoins énergétiquescas des barrages hydro-électriques. Les barrages sont aussi utilisés pour l'écrêtement des crues ou des eaux de ruissellement d'orage des zones urbaines. L'eau peut être retenue au niveau d'un barrage pour des fins de navigation fluviale, pour soutenir les étiages ou pour faire un lagunage pour pêche et tourisme.

Mais quels que soient les objectifs auxquels il doit répondre, le choix de la conception de l'ouvrage doit se situer à l'aval de certaines études préliminaires d'ordre hydraulique, hydrologique, géotechnique, topographique,... etc; bien sûr en tenant compte également de toutes les conséquences socio-économiques inhérentes à sa réalisation.

#### **II LES ETUDES PRELIMINAIRES**

En dehors de la planification et des aspects juridiques d'un projet de barrage, les principales études préliminaires à mener avant le choix de l'emplacement du barrage sont:

- \* Les études topographiques
- \* Les études géologiques
- \* Les études géotechniques
- \* Les études hydrologiques

Beaucoup d'autres points entrent dans les études préliminaires tels que les conditions relatives à la géographie humaine, les conditions sanitaires etc.

Pour les premières, l'existence aux environs du site de zones d'activités humaines ou d'ouvrages d'art au-dessous du niveau projeté de la retenue, oblige à laisser ces sites, même s'ils sont favorables à la création de réservoirs importants.

Les études sanitaires sont faites pour savoir le degré de pollution au niveau du site et dans quelles mesures cette pollution pourra être un facteur limitant l'utilisation du projet.

#### II.1 - Les études topographiques

Les travaux topographiques portent essentiellement sur le bassin versant et la vallée du fleuve.

Pour la vallée du fleuve, il faut élaborer une carte s'étendant jusqu'à l'aval du futur site du barrage et pouvant permettre d'étudier les conditions d'écoulement des ondes de crues et de définir la forme et les dimensions des sections transversales de la vallée ainsi que sa pente longitudinale sur une certaine distance.

Pour le bassin versant, il faut définir ses éléments caractéristiques et si possible ceux des sous-bassins qui le composent. Il faut avoir également la superficie, la forme, les pentes et les couvertures végétales. Ces informations obtenues par des relevées topographiques très précises ou par photogrammétrie devront être consignées sur des cartes. Elles permettront de choisir l'emplacement final du barrage qui doit remplir les conditions suivantes:

\* La largeur de la gorge doit être la plus faible possible afin de réduire le volume de maçonnerie par mètre de dénivellation.

\* La capacité du réservoir doit être la plus grande possible pour une hauteur donnée du plan d'eau.

Généralement, on caractérise la qualité de l'emplacement d'un barrage par le volume d'eau accumulé par mètre cube de béton du barrage ou par le nombre de kwh accumulé par mètre cube de béton.

#### II.2 - Les études géologiques

Elles sont très importantes pour la détermination de l'emplacement du barrage. Une connaissance insuffisante des conditions géologiques à été dans l'histoire la cause de rupture de nombreux barrages. (ST. Francis en Californie en 1928 entre autre).

Les qualités recherchées sont surtout une bonne stabilité de l'ouvrage et l'étanchéité de la retenue.

Pour la stabilité, le sol de fondation doit avoir un faible degré de broyage et d'altération, une faible compressibilité, une grande résistance à l'écrasement.

En ce qui concerne l'étanchéité de la retenue, elle est fonction de la perméabilité du sol de fondation. Les études géologiques permettront aussi de savoir les possibilités de fuite à l'aval du barrage ou dans une autre vallée de niveau inférieur à celui de la retenue.

#### II.3 - Les études géotechiques

Dans un projet de barrage, les études géotechniques sont nombreuses et d'une grande importance. Nous pouvons en parler ici de façon exhaustive. Pour les barrages en terre et en enrochement, elles permettent de choisir les zones d'emprunt, celle où le matériau présente de bonnes caractéristiques physiques et mécaniques.

Ces études permettent du point de vue mécanique de s'assurer que les contraintes dues au poids du barrage et aux poussées hydrauliques ne dépassent pas les résistances au cisaillement du sol de fondation, de prévoir les tassements et de choisir le rythme de construction pour que les pressions interstitielles ne dépassent pas les limites admissibles pour les fondations non ou mal drainées.

#### II.4 - Les études hydrologiques

Après l'évaluation quantitative des besoins en eau, il faut savoir la quantité d'eau disponible ou pouvant être espérée sur le site choisi. C'est l'objet principal des études hydrologiques. Elles permettront également d'étudier les crues du cours d'eau dont dépendent certaines caractéristiques de l'ouvrage. Les études hydrologiques portent surtout sur deux points: L'étude des apports et l'estimation de la crue du projet.

#### III LES DIFFERENTS TYPES DE BARRAGES

Selon le type et les matériaux de construction, on distingue quatre classes fondamentales de barrage : les barrages en terre ou en enrochements, les barrages en arc ou les barrages-voûtes, les barrages en béton à contreforts et les barrages poids en béton.

Le barrage-poids est un barrage qui dépend de son propre poids pour la stabilité; il a généralement une section trapézoïdale. Les barrages en arc transmettent la poussée horizontale de l'eau en arrière sur des butées par le principe d'arc. Ils ont de petites sections comparés aux barrages-poids.

Les barrages à contreforts sont, dans leur forme la plus simple, formés de plaques inclinées supportées par des contreforts. Les barrages en terre ou en enrochements sont des digues de terre ou d'enrochements avec un noyau ou masque amont imperméable pour contrôler l'infiltration.

Pour un site donné, le choix du meilleur type de barrage doit se faire avec une minutieuse considération des caractéristiques de chaque type sans oublier également les caractéristiques physiques du site. On doit aussi adapter le barrage aux objectifs qu'il est supposé satisfaire et surtout respecter les limitations dues aux contraintes économiques, de sécurité et autres.

#### IV.-CHOIX DE LA SECTION DE BARRAGE-MODELE.

Nous nous proposons d'étudier une section de barrage-poids en béton. La section choisie est montrée à la figure 1.1 Par rapport aux objectifs du présent projet ci-dessus mentionnés, la section de barrage-modèle n'est pas d'une grande importance. En effet, il s'agit tout simplement d'avoir un objet d'étude. Il est vrai que les différents problèmes de conception et de réalisation des barrages varient suivant le type de barrage considéré, mais les études préliminaires d'avant-projet sont souvent les mêmes. Par ailleurs la prise de contact avec la dynamique des structures et l'étude du logiciel IMAGES-3D sont là des objectifs du projet qui dépendent peu du système auquel ils sont appliqués. Encore qu'il faut signaler qu'un barrage est l'une des structures les plus difficiles à étudier du point de vue dynamique. Ainsi le choix de la section trapézoïdale ci-dessus sans être ni trop simple comme une section rectangulaire de barrage en voile ni trop compliquée comme une section de barrage-voûte nous paraît être un bel objet d'étude, du moins par rapport aux objectifs .

Les hypothèses suivantes ont été posées:

- \* On considère un barrage plein homogène en béton non armé.
- \* Le sol de fondation est supposé infiniment rigide.
- \* Le barrage est encastré dans la fondation.
- \* Le parement amont est vertical.
- \* Le fruit du parement aval est égal à l.

Fig. 1.1 : Section de barrage étudiée.



Fig 1.2: Identification des nœuds de la 1<sup>ere</sup> face



Fig. 1.3. Identification des éléments Solides



# 2eme PARTIE : ANALYSE STATIQUE

#### I.- <u>INTRODUCTION</u>

Les charges statiques sont celles qui sollicitent, peut être pas le plus, mais continuellement les constructions. Elles sont de nature plus variée et sollicitent plus longtemps les structures. Pour cela, il est nécessaire d'étudier le comportement de notre section de barrage sous les charges statiques. Mais surtout cette analyse permettra de faire une étude comparée de la section pour un chargement statique donné et pour ce même chargement auquel s'ajoute l'effet d'un séisme. En fixant comme référence le comportement statique, on pourra alors dégager la part quantitative de l'effet du séisme et se rendre compte de façon effective de la nature et la quantité de dommages que pourra avoir un séisme sur un barrage, du moins sur la section de barrage étudiée.

Mais avant tout, pour cette analyse et aussi pour la suivante, nous voudrions présenter quelques éléments du comportement général d'une section de béton non armé.

#### II. - L'ANALYSE STATIQUE

#### II.1- Comportement d'une section de béton non armé.

Le comportement mécanique d'une section de béton non armé est essentiellement différent de celui d'une section de béton armé. Dans une section quelconque de béton non armé, les forces externes sollicitantes sont généralement équilibrées par les forces internes suivantes:

\* La force normale N de compression.

\* Le moment de flexion M susceptible de créer des contraintes de traction sur une des deux fibres extrêmes et donner naissance ainsi à la fissuration du béton perpendiculairement aux parements. Cette fissure perpendiculaire aux parements à la naissance suit ensuite les surfaces de faible adhérence de la section, par exemple l'interface entre le béton et les joints de solidarisation.

\* Enfin, il y a l'effort tranchant T. En ce qui concerne les différentes limites de contraintes: Le "BUREAU OF RECLAMATION" du "United States Department of the Interior" (référence 15) propose pour une analyse dynamique les limites suivantes:

\* Contrainte de compression : 20.7 à 34.5 MPa

\* Contrainte de tension : 5 à 6% de la contrainte de compression soit entre 1.035 à 1.725 MPa et 1.242 à 2.070 MPa.

Le code Canadien (article 22) propose : contrainte de tension =  $0.4 k \phi_c \sqrt{f_c}$  = 1.2 MPa pour f'c = 25 MPa.

#### II.2- Analyse des résultats

#### 1.- Définition des notations

Les éléments utilisés dans le modèle sont des éléments de type cube et tétraèdre.

#### <u>Les contraintes</u>

Le programme donne pour chaque élément les contraintes globales, les contraintes principales, la résultante de toutes les contraintes et les contraintes de VON MISES. Dans le but de tracer les lignes d'isocontraintes, on peut aussi avoir ces différentes contraintes aux noeuds.

\* Les contraintes globales.

Ce sont les contraintes sur chaque élément solide dans le système d'axe global. ces contraintes au nombre de 6 sont notées:  $S_{11}$ ,  $S_{22}$ ,  $S_{33}$  (ou  $G_{\chi}$ ,  $G_{\chi}$ ) sont les contraintes normales dans les trois directions respectives.

 $S_{12}$ ,  $S_{23}$ ,  $S_{31}$  (ou  $T_{ry}$ ,  $T_{yy}$ ,  $T_{zr}$ ) sont les contraintes de cisaillement dans les différents plans.  $S_{12}$  est par exemple le

cisaillement dans la direction de y perpendiculairement à x . Par ailleurs, par dualité des efforts unitaires tangentiels;  $S_{12} = S_{21}$ ;  $S_{23} = S_{32}$ ;  $S_{13} = S_{31}$ .

\*Les contraintes principales

Ce sont les contraintes dans les directions principales, les plans de cisaillement nuls; elles sont notées  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  avec  $S_1 > S_2 > S_3$ .

\*Les intensités de contraintes

Ce sont en chaque point, les valeurs maximales de  $|S_1-S_2|$ ,  $|S_2-S_3|$ et  $|S_3-S_1|$ ; c'est aussi en tout point deux fois la plus grande valeur des contraintes de cisaillement.

\*Les contraintes de VON MISES

Ces contraintes de VON MISES données par:  $[0.5*((S_1 - S_2)^2 + (S_2 - S_3)^2 + (S_3 - S_1)^2)]^{0.5}$ Elles permettront d'étudier les surfaces limites élastiques selon le critère de VON MISES.

#### Observation des résultats de l'analyse statique

Nous avons étudié la réponse de la section sous un chargement statique en terme de contraintes et de déformations; nous avons étudié deux cas de chargement: Le niveau d'eau à 18 m et à 24 m la hauteur du barrage est 28 m.

Les résultats sont présentés en annexes sous forme de lignes d'isocontraintes et de d'isodéformations.







Fig. 2.3 Stress Contour Plot GI St: S33 = 522 : 18 metres d'eau

.



Fig. 2.4


.



,

18 metres d'eau.

.



Fig. 2.7

Stress Contour Plot Von Mises

: 18 metres d'eau





;

: 24 metres d'eau







I

15j







.

24 metres d'eau

151

.

.







150

ï

. ·

v



Fig. 2.16 Stress Contour Plot Stress Intensity: 24 metres d'eau.

.

,





# **3eme PARTIE :** ANALYSE DYNAMIQUE

ł

#### I.- INTRODUCTION

Les structures de génie civil ne sont pas seulement sollicitées par des charges statiques, elles sont aussi très souvent soumises à des sollicitations dynamiques; c'est-à-dire des sollicitations dont l'intensité, la direction ou la position varie en fonction du temps. Généralement, elles sont prises en compte par l'utilisation d'une charge statique équivalente avec éventuellement un coefficient de sécurité ou d'impact. Mais cette substitution ne donne de bons résultats que lorsque la contribution en terme de contraintes et déformations de ces sollicitations dynamiques est faible par rapport à celle des charges statiques.

Aussi doit-on, lorsque les sollicitations dynamiques qui interviennent sont d'une grande amplitude et/ou d'une grande variabilité, telles que les explosions dans une centrale nucléaire, trafic lourd et intensif sur un pont de grande portée, séisme etc, faire recours à une méthode d'analyse conséquente: Une analyse dynamique doit être faite.

En ce qui concerne les structures hydrauliques, les principales causes de sollicitations dynamiques sont: les vents, les ondes de pressions hydrodynamiques, les tremblements de terre, les explosions, les chocs, les vibrations. Dans le présent travail, nous ne considérons que le cas des charges sismiques appliquées à un barrage-poids en béton.

Nous présenterons d'abord quelques éléments de la dynamique des structures en contexte linéaire en contexte linéaire, après quoi nous analyserons les réponses de notre barrage-modèle soumis à des charges sismiques par le logiciel IMAGES-3D.

#### **II <u>ELEMENTS DE DYNAMIQUES DES STRUCTURES</u>**

## II.1 Equation fondamentale

Pour un système matériel général, le comportement peut être décrit par le principe d'HAMILTON, qui est le plus général concept variatonnel des quantités scalaires énergétiques. Mathématiquement, il s'exprime comme suit:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (Ec - V) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{nc} dt = 0 \qquad (3.1).$$

Pour un système à n degrés de liberté, si  $(q_1, q_2, q_3, ..., q_n)$ désigne les coordonnées généralisées du système, nous avons: \* Ec = Ec  $(q_1, q_2, q_3, ..., q_n, q_1, q_2, q_3, ..., q_n)$  qui est l'énergie cinétique du système et qui est fonction des coordonnées généralisées et des vitesses généralisées (dérivées par rapport au temps des coordonnées généralisées).

\*  $V = V(q_1, q_2, q_3, ..., q_n)$  est l'énergie potentielle totale du système, incluant l'énergie potentielle de déformation et le potentiel des forces extérieures conservatrices; elle est fonction uniquement des coordonnées généralisées.

\*  $W_{nc} = Q_1 \delta q_1 + Q_2 \delta q_2 + \dots Q_n \delta q_n$ .

$$=\sum_{i=1}^{n} Q_i \delta q_i$$

C'est le travail virtuel produit par les forces non conservatives, inclusivement les forces d'amortissement et toutes les forces dissipatives.

Les coefficients  $Q_i$  sont les fonctions de forces généralisées correspondant respectivement aux coordonnées généralisées  $q_i$ . La transformation de l'équation (3.1) exprimant le principe d'HAMILTON, conduit à un système d'équation connu sous le nom d'équations de LAGRANGE:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\Im Ec}{\Im q_i} \right) - \frac{\Im Ec}{\Im q_i} + \frac{\Im V}{\Im q_i} = Q_i \qquad (3.2)$$

Alors les équations de LAGRANGE sont équivalentes au principes d'HAMILTON à condition que les quantités Ec, V et Wnc, leurs dérivés par rapport au temps et leurs variations puissent s'exprimer en fonction des coordonnées généralisées du système considéré.

Mais dans un contexte linéaire et pour les oscillations de faibles amplitudes - ce qui est le cas de nombre de systèmes en ingénierie - l'énergie cinétique et le potentiel peuvent prendre les formes quadratiques suivantes, quand le temps n'apparait pas explicitement dans les fonctions  $E_c$  et V:

$$EC = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} m_{ij} q_i q_j = -\frac{1}{2} \{q\}^{T} [M] \{q\} \quad (3.3)$$

$$v = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} k_{ij} q_i q_j = -\frac{1}{2} \{q\}^{T} [K] \{q\} \quad (3.4)$$

où n est le nombre de degré de liberté du système. Par ailleurs on a:

$$\frac{\partial d^{i}}{\partial E^{c}} = 0$$

En portant ces expressions dans (3.2) on obtient:

 $[M]\{\overset{\bullet\bullet}{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\} \qquad (3.5).$ Par ailleurs on montre que :

$$Qi = p_i - \sum_{j=1} Cijq_j$$
(3.6)

Ce qui ramène l'équation de LAGRANGE à la forme matricielle définitive qui est:

 $[M] \{ \mathbf{q} \} + [C] \{ \mathbf{q} \} + [K] \{ \mathbf{q} \} = \{ \mathbf{p} \}$ (3.7).

Alors pour un système matériel considéré dans son contexte linéaire et soumis à des oscillations de faibles amplitudes, si l'énergie cinétique et l'énergie potentielle totale, de même que le travail virtuel produit par les forces non conservatives, leurs dérivées et leurs variations peuvent être exprimés en fonction des coordonnées généralisées du système, le comportement du système est décrit par l'équation (3.7).

Dans cette équation:

[M] est la matrice de masse ou inertielle;

[C] est la matrice d'amortissement ;

[K] est la matrice de rigidité;

(p) est le vecteur des forces extérieures;

 $\{q\}, \{q, \{q, \{q\}\}\}$  sont respectivement, les vecteurs des déplacements, des vitesses et des accélérations généralisés.

Les matrices [M], [C] et [K] sont généralement symétrique et leur dimension correspond au nombre de degré de liberté du système. L'analyse dynamique d'un système structural se ramène alors à la résolution de l'équation (3.7) dans les limites des hypothèses qui les soutendent. Il est clair cependant qu'à l'amont, il faut définir pour le système considéré, les degrés de liberté et former les trois matrices structurales ci-dessus définies.

### II.2 <u>Résolution</u>

Pour un système matériel donné, la résolution de l'équation (3.7) donne les déplacements généralisés  $q_i$ , les vitesses généralisées  $\overset{\bullet}{q_i}$ et les accélérations généralisées  $\overset{\bullet\bullet}{q_i}$  correspondant au nombre de degré de liberté dynamique du système, mais avant tout, il faut définir les matrices de propriétés structurales.

#### <u>La matrice de masse [M]</u>

Quelque soit la structure, pour obtenir les coefficients de masse, on procède d'abord à une discrétisation du système en éléments finis qui peuvent être selon le cas unidimensionnels, bidimensinnels ou tridimensionnels. Alors les masses sont concentrées aux noeuds par la relation:

$$[m] = \int_{V} [N]^{\mathsf{T}} [][N] dv \qquad (3.8)$$

[m] est la matrice de masse élémentaire.

[N] est la matrice de fonction d'interpolation ou fonction de forme des éléments.

est la matrice des masses volumiques, surfaciques ou linéaires selon le cas.

La matrice totale [M] du système est obtenue par un arrangement correct des matrices élémentaires [m] selon les liens qui existent entre les éléments.

\* Si tous les noeuds sont animés d'un même et unique mouvement de translation, la matrice [M] est diagonale, c'est la matrice de masses concentrées. C'est généralement le cas des poutres rectilignes et des cadres étagés.

\* s'il doit être tenu compte dans l'analyse des degrés de liberté,
translations et rotations, la matrice [M] est non-diagonale, c'est
la matrice des masses couplées.

#### La matrice <u>d'amortissement [C]</u>

Les coefficients d'amortissement son calculés comme les coefficients de masse, ils sont donnés par:

$$[c] = \int_{V} [N]^{T} [\mu] [N] dv \qquad (3.9)$$

où  $[\mu]$  est une matrice qui représente la distribution des propriétés d'amortissement visqueux du système. La matrice d'amortissement totale est obtenue à partir des matrices élémentaires. En pratique, il est difficile, d'évaluer les propriétés d'amortissement regroupées dans la matrice  $[\mu]$ . On tient compte généralement de l'amortissement par le choix d'un certain pourcentage de l'amortissement critique déterminé expérimentalement à partir de modèles.

#### La matrice de rigidité [K]

Les coefficients de rigidité ou la matrice élémentaire de rigidité est donnée par:

$$[k] = \int_{V} [B]^{T} [D] [B] dv$$

où [D] est la matrice traduisant la loi du comportement du matériau, relation contrainte-déformation.

[B] est la matrice dérivée de la matrice [N] des fonctions d'interpolation. La matrice [K] de rigidité est obtenue de la même manière que les autres.

En ce qui concerne l'analyse proprement dite, les méthodes d'analyse dynamique sont regroupées en deux catégories: Nous avons les méthodes basées sur l'utilisation des modes naturels de vibrations du système et celles basées sur une intégration numérique directe dite << étape par étape >> de l'équation fondamentale.

Une méthode d'analyse dans la première catégorie passe par les étapes suivantes:

\*L'analyse modale
\*L'analyse transitoire
\*L'analyse spectrale

### L'analyse modale

L'analyse modale a pour but de déterminer les différents paramètres liés au mode de vibration propre du système. en d'autres termes elle permet de déterminer les conditions de sollicitation qui enclencheront le mouvement libre et non amorti du système. L'analyse modale est alors le traitement de l'équation:  $[M] \{q\} + [K] \{q\} = \{0\}$ (3.10).la multiplication de (3.10) par la matrice de flexibilité [D] donne  $[D][M]\{\mathbf{q}\} + \{\mathbf{q}\} = \{0\}$ (3.11).(3.11) est un système d'équations différentielles ordinaires d'ordre deux à coefficients constants. On suppose que la vibration libre non amortie est harmonique, alors :  $\{q\} = \{q(t)\} = \{A\}Sin(wt + \phi)$ (3.12). $\{q\} = \{q(t)\} = -w^2 \{A\} Sin(wt + \phi)$ (3.13).(A) est le vecteur d'amplitude des déplacements généralisés. En portant (3.12) et (3.13) dans (3.11), il vient:  $(w^2 [D] [M] - [I]) \{A\} = \{0\}$ (3.14).

ou

$$[D][M] - \frac{[I]}{w^2} (A) = (0) \qquad (3.15).$$

[I] désigne la matrice diagonale unitaire.

L'équation (3.15) n'a de solutions non triviales que si:

$$det([D][M] - \frac{1}{-\frac{1}{w^2}} - [I]) \qquad (3.16)$$

Le problème se ramène alors à la recherche de valeurs propres de la matrice [D][M] appelée matrice dynamique du système. L'équation (3.16) est appelée équation de fréquence du système.

Le calcul du déterminant fournit une équation algébrique de degré n (nombre de degré de liberté) en  $\alpha$  ( $\alpha$ = 1/w<sup>2</sup>). Les n racines de cette équation fournissent les pulsations ( $w_i$ ,  $w_2$ ,... $w_n$ ) des n modes de vibration propre possibles du système.

Les périodes et fréquences propres correspondantes sont:

$$f_i = 2\pi w_i$$
 (3.17).

$$T_{i} = ----$$
(3.18).  
 $i = 1, 2, ..., n.$ 

Par ordre croissant des fréquences propres, on distingue le premier, le second, ... et le n<sup>ieme</sup> mode de vibration du système. Pour chaque pulsation  $w_k$ , on a l'équation:

$$([D][M] - \frac{1}{w_k^2} [I]) \{A\} = \{0\}$$
 (3.17)

L'ensemble des solutions de l'équation (3.17), c'est-à-dire les vecteurs propres associés à la valeur propre  $w_k$ , donne une forme propre de vibration du système.

On note cet ensemble:  

$$\{\phi\}_k = \{ \phi_{1k}, \phi_{2k}, \dots, \phi_{nk} \}$$
 (3.18).  
qui représente la forme propre de k.  
Pour chaque forme propre, on définit:

$$\{\phi\}_{k} = ------ \{A\}_{k}$$
(3.19).  
max $|A_{k}|$ 

qui est un vecteur propre adimensionnel dit normalisé. On appelle matrice modale du système, la matrice des vecteurs propres normalisés:

$$[\phi] = [ \{\phi\}_1, \{\phi\}_2, \dots, \{\phi\}_n ]$$
 (3.20).

Elle permet de transformer les matrices de masse, de rigidité et d'amortissement en des matrices diagonales par:

\* 
$$[M^*] = [\phi]'[M][\phi]$$
 (3.21).

appelée matrice de masse modale;

-

\* 
$$[C^*] = [\phi]^{\mathsf{T}}[C][\phi]$$
 (3.22)

appelée matrice d'amortissement modale;

\* 
$$[K^*] = [\phi]^{\mathsf{T}}[K][\phi]$$
 (3.23)

appelée matrice de rigidité modale.

Elle permet de déterminer la réponse instantanée d'un système en ramenant le système d'équations fondamentales à un système d'équations indépendantes et découplées dans lesquelles interviennent uniquement les caractéristiques dynamiques de chaque mode de vibration.

Le principe utilisé est le principe de superposition modale selon lequel tout déplacement généralisé du système suivant chaque degré de liberté dynamique est la somme des déplacements de chaque mode. Pour chaque mode:

$$\{q\}_{i} = \{\phi\}_{i}Y_{i}$$
 (3.21).

Pour tout le système, le déplacement totale est:

$\{q\} = \sum_{i=1}^{n} \{\phi\}_{i} Y_{i}$	(3.22).
ou	
$\{q\} = [\phi]\{y\}$	(3.23).
$\{\mathbf{q}\} = [\phi]\{\mathbf{y}\}$	(3.23).
$\{ \overset{\bullet\bullet}{\mathbf{q}} \} = [\phi] \{ \overset{\bullet\bullet}{\mathbf{y}} \}$	(3.24).
$[M][\phi]\{{}^{\bullet}_{Y}\} + [C][\phi]\{{}^{\bullet}_{Y}\} + [K][\phi]\{Y\} = \{ \}$	p) (3.26).
En multipliant par $\left[\phi\right]^{T}$ on obtient:	
$[M^{*}]\{\overset{\bullet\bullet}{y}\} + [C^{*}]\{\overset{\bullet}{y}\} + [K^{*}]\{y\} = [\phi]^{T}\{p\}$	(3.27).
On pose :	
$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^{\star} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{\star} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}^{2} \\ \mathbf{w}^{2} \end{bmatrix}$	(3.28).
$\begin{bmatrix} C^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle 2\mu W \rangle \end{bmatrix}$	(3.29).
En écrivant $[\phi]^{T}\{p\} = \{p^*\}$	(3.30).
l'équation (3.27) devient:	

 $[M^{*}]\{\overset{\bullet}{\mathbf{y}}\} + [M^{*}][\langle 2\mu w \rangle]\{\overset{\bullet}{\mathbf{y}}\} + [M^{*}][\langle w^{2} \rangle]\{\mathbf{y}\} = \{p^{*}\}$ (3.31). En prémultipliant par  $[M^{*}]^{-1}$ , on a:  $\{\overset{\bullet}{\mathbf{y}}\} + [\langle 2\mu w \rangle]\{\overset{\bullet}{\mathbf{y}}\} + [\langle w^{2} \rangle]\{\mathbf{y}\} = [M^{*}]^{-1}\{p^{*}\}$ (3.32). C'est un système de n équations différentielles découplées dont chacune s'écrit:

$$y_i + 2\mu_i w_i y_i + w_i^2 y_i = -\frac{p_i}{M^i \star}$$
 (3.33)

La résolution de l'équation (3.33) donne la réponse générale du système en terme d'amplitude du mode de vibration (i):

$$y_{i}(t) = \frac{1}{M^{i} * w_{i}^{*}} \int_{0}^{t} p_{i}^{*}(\tau) \exp[-\mu_{i} w_{i}(t-\tau)] \sin[wi^{*}(t-\tau)] d\tau$$
(3.34)

avec

$$w_i^* = w_i (1 - \mu_i^2)^{\frac{1}{2}}$$
(3.35).

qui est la pulsation de vibration amortie correspondant au degré de liberté (i).

A partir de l'équation (3.34) sous forme d'intégral de DUHAMEL, on calcule les déplacements, vitesses et accélérations généralisés en utilisant les équations (3.23), (3.24) et (3.25). On obtient:

n [t  

$$q_i(t) = \Sigma (P_k^* / M_k^*) * \phi_{i,k} * (1/w_k) | \ddot{u}(\tau) \exp[-\mu_k w_k(t-k=1 ] 0 ]$$
  
 $\tau) ] \sin w_k^*(t-\tau) d\tau (3.35)$ 

Cette équation représente le déplacement total de la structure suivant le degré de liberté i. Les vitesses et accélérations correspondantes sont obtenues par dérivation.

#### Analyse spectrale

Il permet d'obtenir les valeurs maximales des réponses en déplacement, vitesse et accélération du système pour chaque mode naturel k et suivant chaque degré de liberté i.

Ces valeurs sont données par:

\* Déplacement maximal relatif,  $q_{ik} = a_{ik} * S_{dk} = a_{ik} * (S_{vk}/w_k) = a_{ik} * (S_{ak}/w_k^2)$ \* Vitesse relative maximale,  $q_{ik} = a_{ik} S_{vk}$ \* Accélération absolue maximale,  $|q_{ik} + a_{ik} \ddot{u} (t)| = a_{ik} S_{ak}$ \* Force d'inertie maximale,  $F_{ik} = m_i a_{ik} S_{ak}$ où :  $S_{dk} = |1/w_k * \int_0^{t} \ddot{u}(\tau) \exp(-\mu_k w_k (t-\tau)) \sin w_k (t-\tau) d\tau|_{max}$   $S_{vk} = w_k S_{dk}$   $S_{ak} = w_k^2 S_{dk} = w_k S_{vk}$ .  $a_{ik} = (P_k^*/M_k^*) \{\phi_k\}$  qui est appelé coefficient de forme. On montre

que suivant chaque degré de liberté  $\Sigma$  a<sub>ik</sub> = 1 ( k se réfère aux différents modes naturels ).

Mais on sait que pour tous les modes naturels de vibration, les valeurs maximales de réponse ne se présentent pas simultanément. Pour cela, la réponse maximale totale du système est déterminée par une superposition probabiliste des réponses maximales modales. MERCHANT et CLOUGH proposent les formules suivantes:

MERCHANT :  $R_{i}(t) = .5 * (R_{i,1} + \sum_{k=1}^{n} R_{i,k}^{\dagger})$ CLOUGH :  $R_{i}(t) = R_{i,1} + \alpha |R_{i,2}|$ 

où  $\alpha$  = 0 pour T<sub>1</sub><.8 seconde ;  $\alpha$ =.25 pour T<sub>1</sub>>.8 seconde.

On remarque là que CLOUGH considère que la part dans la réponse totale maximale du système des modes naturels autres que les deux premières est insignifiante.

#### III ANALYSE SISMIQUE DE BARRAGES

L'objectif de l'analyse sismique des barrages-poids est la détermination des états de contraintes et de déformations dans le barrage sous charges sismiques. Pour une analyse approfondie, on doit tenir compte de tous les paramètres physiques qui définissent le processus de vibration tels que l'interaction entre le barrage et le réservoir, l'interaction entre le barrage et le sol de fondation, la variation des caractéristiques du béton sous charges dynamiques, etc.

Selon le niveau de l'analyse on distingue trois modèles mathématiques.

#### Les modèles mathématiques

a) On peut considérer le réservoir et le barrage indépendants, le barrage sera supposé rigide et lié au sol de fondation. On tient alors compte de l'effet du réservoir en estimant les pressions hydrodynamiques sur la face amont du barrage. L'analyse du barrage revient donc à déterminer sa réponse lorsqu'il est soumis à une accélération du sol et à une force extérieure de surpression hydrodynamique.

 b) On peut considérer aussi un système unique barrage-réservoir.
 Il y a lieu de considérer dans cette analyse l'élasticité de la structure et la compressibilité de l'eau du réservoir. La fondation

est supposée infiniment rigide.

c) Un dernier concept d'analyse considère un système unique barrage-réservoir-fondation; on considère le barrage à la fois en interaction avec le sol de fondation et le réservoir. En ce qui nous concerne dans le présent travail, nous utiliserons le premier modèle.

Propriétés structurales

# 1.- Matrice de rigidité

Il s'agit de définir le module d'élasticité dynamique Ed et le coefficient de Poisson  $\mu$ . Il existe plusieurs propositions pour le choix de ces caractéristiques.

Dans tout le travail, nous prendrons  $\mu = 0.20$ . En ce qui concerne le module dynamique, nous utiliserons:

\* Pour l'analyse modale, les valeurs suivantes:
Es/Ed =0.70 ;0.60 ; 0.50; 0.40.
\* Et pour l'analyse instantanée et sismique, nous prendrons,
Es/Ed =0.70

### 2.- Matrice de masse

Pour les barrages, la particularité de la matrice de masse est l'introduction d'un nouveau terme dû à l'accélération de l'eau. Au cours du tremblement de terre, l'eau en contact avec la face amont du barrage subit une accélération. En supposant l'eau incompressible, la masse du barrage est augmentée d'un terme appelé masse ajoutée pour tenir compte du mouvement de l'eau. Dans l'approche bidimensionnelle, la masse ajoutée par unité de volume est obtenue en divisant la pression hydrodynamique par l'accélération normale à l'axe du barrage.

Soit : [ Mh ] = [ Ph ]/{ ü + ä }

[ Mh ] est la matrice de masse ajoutée

[ Ph ] est le vecteur de pressions hydrodynamiques

{ ü } est le vecteur accélérations du sol

{ ä } est le vecteur accélérations de la structure

On peut remarquer déjà que la prise en compte de la matrice de masse ajoutée complique la résolution de l'équation fondamentale et partant l'analyse dynamique du barrage. En effet selon l'équation (3.36), la matrice de masse ajoutée est inversement proportionnelle à l'inconnue { ä } ce qui rend l'équation (3.36) non linéaire.

Dans la référence (7), on signale que si la période du séisme est autour d'une seconde, une formule approximative consiste à prendre:  $m = (7/8)*(\frac{8}{g})*(H*z)^{0.5}$ 

m est la masse ajoutée

H est la profondeur du réservoir à l'amont (mètres)

z est la distance des sections horizontales à partir du sommet du barrage (mètres)

**%** est le poids volumique de l'eau en daN/m<sup>3</sup>.

Concernant la masse de la structure elle-même, elle est prise en compte à travers le poids volumique du béton.

Nous prenons ici un béton de densité normale, soit 2400 kg/m<sup>3</sup> pour l'analyse instantanée et sismique.

Pour l'analyse modale, nous ferons varier le poids volumique entre 2300 et 2500 kg/m<sup>3</sup>.

#### Les propriétés d'amortissement

L'amortissement est un phénomène physique très important à considérer dans l'analyse sismique des barrages-poids en béton. IL permet le déchargement de l'énergie d'excitation du séisme au sol de fondation et au réservoir; c'est aussi la cause de dissipation d'énergie par absorption et frottement internes.

Dans le cadre du présent travail, nous utiliserons 4% de l'amortissement critique  $\Im_k$  pour chaque mode de vibration k.

## Forces induites dans un barrage par les séismes

En plus des forces agissantes sur un barrage dans le contexte statique, à savoir:

\* La pression hydrostatique

\* La sous-pression due à un écoulement sous le barrage,

s'ajoutent lors d'un séisme, les forces suivantes:

\* Les forces d'inertie due à la masse du barrage.

\* Les forces de surpressions hydrodynamiques dues à la réaction de l'eau du réservoir sur le barrage.

Ces surpressions hydrodynamiques ne provoquent pas de souspressions additionnelles car la notion de sous-pression est liée à un écoulement sous le barrage.

### 1.-Forces d'inertie de la masse du barrage

Lors d'un tremblement de terre, le sol de fondation du barrage a une accélération qui varie en fonction du temps; la courbe correspondante est appelée accélérogramme du tremblement de terre.

Le tremblement de terre applique au barrage une accélération induite qui également est fonction du temps. A chaque instant, l'accélération du sol et celle qu'elle induit dans le barrage peuvent s'écrire respectivement.

 $a_1 = k_1 * g \text{ et } a_2 = k_2 * g$ .

Nous montrerons par la suite que l'accélération instantanée induite

varie suivant les sections du barrage et dans chaque section suivant la position des points. Il en est de même de la force d'inertie instantanée induite et par conséquent des contraintes instantanées induites. Ces faits feront l'objet de l'analyse instantanée.

En un point de la structure, la force d'inertie instantanée s'écrit:

 $f_{i} = m_{i} * a_{i} = m_{i} * k_{i} * g$ 

 $m_i$  est la masse élémentaire concentrée au point considéré (méthode des éléments finis).

Au cours d'un séisme, la direction de l'accélération n'est pas définie; le mouvement du sol est très complexe. On considère généralement une direction inclinée qui revient à considérer les deux directions horizontale et verticale.

\* Lorsque la force sismique agit perpendiculairement à l'axe longitudinal du barrage (horizontalement), elle s'ajoute et se retranche alternativement à la poussée des eaux. Les effets sont néfastes lorsqu'elle s'ajoute aux pressions hydrostatiques ; en effet, la sécurité au glissement de l'ouvrage se trouve considérablement atteinte.

 \* Lorsque la force sismique agit verticalement, elle tend alternativement à soulever et à abaisser le barrage, diminuant ou augmentant ainsi les pressions sur la fondation.

On peut craindre dans ce cas une ruine subite à un moment par
dépassement de la capacité portante du sol de fondation. Lorsque la force sismique tend à soulever le barrage, il y a augmentation des sous-pressions due à un écoulement additionnel et diminution des forces de frottement entre le barrage et la fondation qui elles étaient proportionnelles aux forces verticales de pression sur le sol qui se trouvent à présent diminuées. Cela aura pour conséquence un risque de ruine subite par renversement de la structure.

Dans la suite, on considéra une excitation horizontale.

L'étude du comportement de la même section sous une excitation verticale d'une part et sous une excitation combinée d'autre part pourra faire l'objet d'une étude ultérieure.

#### 2. Les forces de surpressions hydrodynamiques

Sous l'effet des secousses sismiques horizontales, le barrage s'éloigne et se rapproche alternativement de la masse d'eau. Il en résulte un mouvement vibratoire du parement amont qui dans le cas où le réservoir est plein met l'eau en ondulation. IL se produit alors des ondes de pression. Les pressions hydrodynamiques sont une conséquence de la réflexion sur le parement amont de ces ondes de pression.

Cette pression hydrodynamique dépend entre autre :

- \* De la longueur du réservoir .
- \* De la forme de la section de la vallée du fleuve.

- \* Du degré de compressibilité du sol entourant le barrage.
- \* De l'inclinaison du parement amont .

A part ce premier type de pression hydrodynamique due donc à la déformation élastique du barrage, l'autre type de pression hydrodynamique, est celle due au déplacement rigide du barrage par rapport à la masse d'eau dans le réservoir. Au cours de ce déplacement rigide, la masse d'eau dans le réservoir est mise en mouvement ce qui crée une force d'inertie de la masse d'eau contre la face amont du réservoir.

Cette pression hydrodynamique dépend:

- \* de l'interaction entre le réservoir et le barrage.
- \* de la profondeur du réservoir.
- \* de la direction du séisme par rapport à l'axe du barrage.
- \* de l'inclinaison du parement amont.

Elle est prise en compte dans l'analyse à travers la notion de masse ajoutée. L'utilisation de la masse ajoutée dans l'analyse est suffisante si on suppose que l'eau est incompressible; sinon, il faut considérer à la fois la masse ajoutée et la pression hydrodynamique due à la compressibilité de l'eau. Il existe plusieurs théories pour évaluer cette dernière, dont celle de WESTERGAARD.

WESTERGAARD pose les hypothèses suivantes:

- \* Le barrage et le sol de fondation sont tous deux rigides.
- \* Le barrage est rectiligne et de longueur infinie.
- \* Le parement amont est vertical.

\* La longueur du réservoir est infinie.

Sous ces hypothèses, il propose une distribution parabolique de la pression hydrodynamique.

 $p_{r} = (7/8) * a_{h} \alpha * (H*z)^{.5}$ 

#### IV. ANALYSE MODALE DE LA SECTION

L'étude des périodes propres de vibration qui constitue l'objet de cette analyse a été faite pour le cas du réservoir vide. Cette hypothèse est uniquement valable pour une excitation dans les directions y et z mais la direction x on devrait prendre en compte l'interaction de l'eau du réservoir.

Dans une étude faite par PRISCU et Al. ( référence 7 ), l'analyse des vibrations naturelles d'un barrage- poids a été faite en assimilant le barrage à un triangle symétrique encastré à la base. Il a été tenu compte de l'influence du moment de flexion et de la force de cisaillement.

Alors la période propre s'écrit sous la forme:

$$T^{it} = C_{it} * H * (V/E)^{.5}$$

δ = Poids volumique du béton.

E = module d'élasticité dynamique .

H = hauteur du barrage.

C<sub>it</sub> est un coefficient de forme qui dépend des pentes amont et aval, du coefficient de Poisson, des dimensions de la section. Dans le présent travail, sans assimiler la section étudiée à une section triangulaire, nous avons établit l'expression de la période propre ( pour chaque mode de vibration ) sous la forme ci\_dessus. Il s'agit de déterminer pour chaque période propre le coefficient de forme.

On peut tracer les périodes calculées (Tableau 3.1) en fonction des modules dynamiques pour des valeurs du poids volumique constantes et vice-versa.

En linéarisant les courbes, nous obtenons les faisceaux de droites des figures 3.4 et 3.5. Les coefficients de forme sont alors calculés et portés dans les tableaux 3.2 à 3.5.

Nous obtenons :

Première période propre :  $T^{\circ 1} = 1.372 * H * (\checkmark /E)^{.5}$ Seconde période propre :  $T^{\circ 2} = .683 * H * (\checkmark /E)^{.5}$ Troisième période propre:  $T^{\circ 3} = .409 * H * (\checkmark /E)^{.5}$ Quatrième période propre:  $T^{\circ 4} = .304 * H * (\checkmark /E)^{.5}$ Signalons que ces résultats devront être considérés valables

uniquement dans les limites des hypothèses posées, en effet:

\* Le coefficient de Poisson est choisit égal à .2.

\* La pente du fruit aval est prise égale à 1 ( 1:1 ).

\* La section est constante (les dimensions ne sont pas variables).

Dans le but de l'établissement de résultats plus généraux, on devra prendre en compte l'influence de ces différents paramètres dans une étude ultérieure.

Tableau 3.1 : Résultats de l'analyse modale

Premier mode de vibration					
Poids volumiques (N/m^3)	22563	23053.5	23544	24034.5	24525
Modules(Pa)		Periodes	s ( seconde	e)*e-2	
35714e6	.3.0556	3.0886	3.1213	3.1537	3.1857
41667e6	2.8289	2.8595	2.8897	2.9197	2.9494
50000e6	2.5824	2.6104	2.6380	2.6653	2.6924
62500e6	2.3098	2.3345	2.3595	2.3839	2.4082
Second mode de vibration					
35714e6	1.5212	1.5377	1.5539	1.5700	1.5660
41667e6	1.4084	1.4236	1.4386	1.4535	1.4683
50000e6	1.2857	1.2995	1.3133	1.3269	1.3404
62500E6	1.1499	1.1624	1.1747	1.1868	1.1989
Troisième mode de vibration					
35714e6	0.9175	0.9275	0.9373	0.9470	0.9566
41667e6	0.8495	0.8587	0.8677	0.8767	0.8856
50000e6	0.7755	0.7838	0.7921	0.8004	0.8085
62500e6	0.6936	0.7011	0.7085	0.7158	0.7231
Quatrième mode de vibration					
35714e6	0.6854	0.6928	0.7002	0.7074	0.7146
41667e6	0.6346	0.6415	0.6482	0.6549	0.6616
50000e6	0.5793	0.5856	0.5918	0.5979	0.6040
62500e6	0.5181	0.5237	0.5293	0.5348	0.5402





#### V. - ANALYSE INSTANTANEE DE LA SECTION

En excitant la section avec l'accélérogramme d'EL CENTRO (Californie 1940) figure 3.6, nous avons observé ses réponses instantanées.

D'abord, nous avons observé la réponse en accélération de la section, cette observation à été faite surtout pour les 15 premiers noeuds du parement amont de la base vers la crête; cela dans le but d'étudier la variation de l'accélération des points de la section en fonction de la profondeur.

Ensuite nous avons observé la réponse instantanée, en terme de contrainte, de la section, cela pour les instants présentant quelque intérêt.

Nous présentons à la figure 3.6 l'accélérogramme du séisme d'EL CENTRO, ou du moins ce que nous avons obtenu après traçage à partir des valeurs discrétisées de cet accélérogramme. Alors en aucun cas il ne peut ressembler réellement à celui d'EL CENTRO.

Aussi doit-on considérer le commentaire qui suit uniquement relatif à l'accélérogramme de la fig.3.6, ou du moins sous réserve de montrer qu'il n'en dépend point; cela pourra faire l'objet d'une étude ultérieure.



Fig. 3.6 : Accélérogramme d'EL CENTRO (Californie, 18 Mai 1940)

#### V.1.- <u>Réponses en accélération</u>

La section à été sollicité horizontalement, dans la direction x, par l'accélérogramme.

Tous les points de la base, ceux qui sont encastrés dans le sol de fondation, ont une accélération induite nulle à tous les instants figure 3.7. Cela est dû au fait que les accélérations obtenues par le logiciel sont des accélérations relatives; relatives à celle dû séisme. Alors les points encastrés à la base se déplaçant avec le sol ont une accélération nulle.

Les courbes d'accélérations des noeuds 1 à 15, figure 3.7 à 3.12, montrent qu'à chaque instant les accélérations de ces points ont le même signe, nous en déduisons qu'à chaque instant les points de la face amont se déplacent dans le même sens. Cela montrent qu'alternativement le barrage se déplace dans les deux sens de la direction horizontale. Mais la valeur du déplacement varie suivant la position des points de la section. C'est justement ce phénomène qui est à l'origine de la création de pressions hydrodynamiques; comme expliqué ci-dessus.

Mais l'intensité des accélérations ne sont pas les mêmes. Les courbes de la fig.3.13 présentent la variation de l'accélération en fonction de la profondeur sur le parement amont, pour les instants suivants:

Step 4 = .077 seconde
Step 5 = .154 seconde
Step37 = 3.317 seconde

#### Step65 = 5.554 seconde

Les step 37 et 65 correspondent respectivement aux valeurs minimales et maximales des accélérations observées sur la face amont. On peut remarquer que tous les points atteignent chacun leurs valeurs extrémales d'accélération aux mêmes instants (ces valeurs sont différentes d'un points à l'autre).

Si on observe la courbe des accélérations maximales (step 65 fig.3.13), l'accélération croît rapidement sur les quatre premiers mètres à partir de la base et oscille sur les 24 mètres restants entre une valeur minimale de 2.407  $m/s^2$  (.2454 \* g) au noeud 15 à 28 m au sommet et une valeur maximale de 3.391  $m/s^2$  ( .3456\*g) au noeud 11 à 24 m du fond. Mais à cet instant, l'accélération du sol ( du séisme ) est de .12125  $m/s^2$  (.01236 \* g). Alors la plus grande accélération de la face amont rencontrée au noeud 11 est de l'ordre de 28 fois l'accélération du sol à cet instant. Les points entre les noeuds 3 et 15 (de 4 m du fond au sommet) ont une accélération induite allant de 20 à 28 fois celle du séisme. A ce niveau une remarque importante est à faire c'est que l'accélération du sol qui donne les plus grandes accélérations induites sur la face amont est la plus faible accélération positive non nulle du sol parmi les 113 points considérés sur l'accélérogramme.

Concernant la courbe des accélérations minimales (les accélérations négatives de plus grandes valeurs absolues), elle se comporte de la même façon que la précédente, step 37 fig3.13.

Les valeurs extrémales sont obtenues aux mêmes noeuds que précédemment. Remarquons que la valeur de l'accélération du sol au

step 37 donnant les plus grandes accélérations négatives ne présente aucune particularité parmi les 113 points utilisés. Sur la ligne horizontale de la section passant par les noeuds 11, 26 et 41, l'accélération maximale (step 65) prend respectivement les valeurs 3.391 m/s<sup>2</sup>, 3.378 m/s<sup>2</sup> et 3.346 m/s<sup>2</sup>; une décroissance très faible en allant vers l'aval. On peut alors penser que cette section horizontale présente une certaine particularité qui fait qu'elle subit les accélérations maximales induites. Cela ne peut pas être dû aux dimensions de la section car elle est identique à plusieurs d'autres en allant vers la crête, mais nous pensons plutôt que c'est à cause du changement brusque de pente à l'aval ce qui fait que cette section horizontale est une section faible.

#### V.2- Les réponses en déplacements

Signalons que les valeurs de déplacements obtenus, comme pour les accélérations, sont des déplacements relatifs par rapport au sol et ils expriment le comportement élastique du barrage; ils correspondent aux déformations élastiques de la structure lesquelles sont à l'origine des pressions hydrodynamiques dues à la compressibilité de l'eau (si le réservoir est rempli; nous avons fait une analyse avec le réservoir vide). De plus la structure se déplace avec le sol mais ces déplacements, sont des déplacements de corps rigide par rapport à la masse d'eau et sont à l'origine des pressions hydrodynamiques dues à l'inertie de la masse d'eau du réservoir.



45a

Fig. 3.14; Déplacements élastiques des nœuds du parement amont.



Déplacements \* e+4 ( mètrès )

□ step25 + step26 ◇ step37 △ step65

45 b

Fig. 3.15 : Variation de l'accélération induite Sur une ligne horizontale à 6 m du fond.



Pour obtenir maintenant les réponses en déplacements de la section étudiée, remarquons que le déplacement élastique maximale du parement amont vertical dans un sens comme dans l'autre, a été obtenu aux instants step25 =  $.29723*g = 2.916 \text{ m/s}^2$  d'amont en aval et step26 =  $-0.28491*g = -2.795 \text{ m/s}^2$  d'aval en amont.

Les courbes montrées à la fig.3.14 donnent pour différents instants le déplacement des points du parement amont en fonction de leur profondeur. Chacune de ces courbes représente alors le profil instantané de la section. Les courbes correspondant aux step 25 et 26 sont les profils extrêmes, dans un sens et dans l'autre, pris par le parement amont au cours des 10 secondes d'excitation.

#### V.3-Etude des surfaces de rupture selon le critère de VON MISES

Dans un matériau, l'état de contrainte en un point est complètement défini par la connaissance des trois contraintes principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$ .

L'ensemble des points ayant atteint les états de contraintes juste nécessaire pour dépasser le domaine élastique, est une surface tridimentionnelle appelée surface limite élastique, donnée par une relation de la forme:  $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$ .

Par rapport à l'état mécanique élastique, il existe plusieurs critères d'état limite:

\* Les critères élémentaires (Rankine et Saint-venant)

\* Les critères liés au tricercle des contraintes (Mohr, Mohr-Coulomb) \* Les critères liés à l'énergie (Beltrami et Von Mises)

#### Les critères de VON MISES

Il s'agit de borner l'énergie de déformation par unité de volume par l'énergie correspondant au cas de la traction pure. Les déformations unitaires associées aux contraintes principales

sont:

$$\epsilon_1 = 1/E * [\sigma_1 - \mu * (\sigma_2 + \sigma_3)]$$
  

$$\epsilon_2 = 1/E * [\sigma_2 - \mu * (\sigma_1 + \sigma_3)]$$
  

$$\epsilon_3 = 1/E * [\sigma_3 - \mu * (\sigma_2 + \sigma_3)]$$

Si  $3\epsilon_h = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$  désigne le coefficient de dilatation cubique, alors l'énergie de déformation s'écrit:

$$dU^{ai}/dv = 0.5 * [\sigma_1(\epsilon_1 - \epsilon_h) + \sigma_2(\epsilon_2 - \epsilon_h) + \sigma_3(\epsilon_3 - \epsilon_h)]$$
  
ou

 $dU^{di}/dv = 1/12G[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$ 

pour le cas de la traction pure  $\sigma_1 = \sigma_e$  ;  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ 

et  $dU^{di}/dv = \sigma_e^2/6G$ 

Alors la surface limite élastique selon le critère de VON MISES est donnée par:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_2)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_1^2 e^2$$

C'est un cylindre ayant pour axe l'axe hydrostatique.

Alors la comparaison des contraintes de VON MISES obtenues par le logiciel à la limite en traction du béton permettra de trouver les points ayant atteint la limite élastique, l'ensemble de ces points forment la ligne de rupture selon le critère de VON MISES. Les différentes contraintes obtenues sont inscrites dans le tableau suivant:

э

## ETAT DE CONTRAINTE DE VON MISES

·

### Dans la section

## Superposition statique et sismique

Eléments solides	Contraintes ( MPa )		
	Statique	Séismique	Statique et Séismique
1	0.1174	1.083	1.2004 *
2	0.1141	1.081	1.1951
3	0.0854	1.077	1.1624
4	0.0721	1.074	1.1461
5	0.0605	1.070	1.1305
6	0.0510	1.068	1.1190
7	0.0421	1.072	1.1141
8	0.0335	1.088	1.1215
9	0.0249	1.133	1.1579
10	0.0156	1.195	1.2106 *
11	0.0062	1.136	1.1422
12	0.0012	0.888	0.8895
13	0.0002	0.540	0.4399
14	0.000025	0.182	0.1820
15	0.05243	1.072	1.1244
16	0.1064	1.071	1.1774
17	0.0821	1.068	1.1501
18	0.07075	1.066	1.1367
19	0.0613	1.063	1.1243

20	0.0524	1.061	1.1134
21	0.0440	1.064	1.1080
22	0.0358	1.074	1.1098
23	0.0275	1.120	1.1475
24	0.0191	1.226	1.2450 *
25	0.0074	1.264	1.2714 *
26	0.0008	0.877	0.8775
· 27	0.00007	0.541	0.5410
28	0.000015	0.182	0.1819
29	0.0230	1.051	1.0740
30	0.0864	1.051	1.1374
31	0.0772	1.049	1.1262
32	0.0701	1.050	1.1201
33	0.0621	1.048	1.1100
34	0.0545	1.047	1.1015
35	0.0466	1.048	1.0946
36	0.0391	1.055	1.0941
37	0.0321	1.075	1.1071
38	0.00735	1.019	1.0263
39	0.0594	1.021	1.0804
40	0.0768	1.023	1.0998
41	0.0679	1.026	1.0940
42	0.0640	1.028	1.0920
43	0.0570	1.027	1.0840
44	0.0498	1.027	1.0768
	1		

45	0.0426	1.025	1.0676
46	0.0086	0.977	0.9859
47	0.0234	0.982	1.0049
48	0.0614	0.988	1.0493
49	0.0712	0.996	1.0670
50	0.0647	1.001	1.0657
51	0.0613	1.003	1.0643
52	0.0532	1.000	1.0532
53	0.01051	0.924	0.9348
54	0.01345	0.932	0.9460
55	0.0284	0.946	0.9741
56	0.0600	0.960	1.0197
57	0.0700	0.972	1.0425
58	0.0685	0.974	1.0425
59	0.0085	0.860	0.8685
60	0.0147	0.874	0.8892
61	0.0179	0.896	0.9143
62	0.0324	0.921	0.9532
63	0.0596	0.937	0.9969
64	0.0056	0.784	0.7895
65	0.0131	0.807	0.8199
66	0.0201	0.844	0.8640
67	0.0215	0.875	0.8963
68	0.0059	0.693	0.6993
69	0.0150	0.734	0.7488
70	0.0223	0.783	0.8049

71	0.0069	0.588	0.5952
72	0.00675	0.647	0.6539
73	0.0104	0.452	0.4623
74	0.0129	0.352	0.3647
75	0.0089	0.591	0.6002
76	0.0219	0.743	0.7645
77	0.0170	0.845	0.8623
78	0.0401	0.915	0.9550
. 79	0.0824	0.956	1.0388
80	0.0553	0.982	1.0376
81	0.0457	1.003	1.0487
82	0.0373	1.037	1.0743
83	0.02316	1.274	1.2972 *

\* dépassement de la limite élastique

- -

Fig. 3.16 : Etat de Contraintes de VON MISES.



52a

# CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Au vue des différentes analyses menées, nous pouvons retenir les faits suivants:

La zone de la section présentant un changement brusque de pente en aval a atteint la limite élastique; des fissures graves devront apparaître, qui inévitablement vont provoquer la ruine de l'ouvrage a cet endroit. Remarquons que les dommages susceptibles de se à cet endroit sont presque entièrement dues aux présentés sollicitations dynamiques, les contraintes statiques dans cette zone sont évidemment faibles. Nous pouvons dire alors que pour une section de barrage devant être soumis à des charges dynamiques, les changements de pente sur les parements sont à éviter, du moins sur le parement aval qui correspond au cas que nous avons venons d'étudier; on pourrait aussi observer à l'avenir l'effet d'un changement de pente sur le parement amont. Mais nous pouvons déjà dire que les effets seront les mêmes parcequ'au cours du séisme, la section est sollicitée alternativement dans un sens comme dans l'autre. Si en contexte purement statique, la variation brusque ou non de la pente des parements n'est pas trop dangereux et présente d'ailleurs l'avantage de rendre plus stable la section, elle présente d'importants dangers en contexte dynamique, ou du moins cette variation de pente doit être très progressive. On pourrait observer à l'avenir le comportement de la section pour différentes pentes ( progressives ) en aval et également en amont. Une autre zone ayant subit de grandes contraintes est la base de

la structure, les environs du solide n°1 : Sur les deux premiers mètres du réservoir, des fissures graves devront être observés. Mais cela n'entraîne pas forcément une ruine de l'ouvrage.

Signalons que ces observations ne doivent pas dépendre de l'accélérogramme ou du spèctre de réponse utilisé. On pourrait dans un travail ultérieur vérifié ce fait. Mais nous pensons qu'il s'agisse des accélérations, des déplacements ou des vitesses instantanés induits dans le barrage ou des contraintes instantanées induites, la section réagirait de façon proportionnelle à la cause excitante de sorte que les effets qui seront observés, seront les mêmes dans leur nature mais évidemment différeront quand à leur intensité.

Ainsi pour une section donnée, les différentes zones présenteront les mêmes comportements quelque soit la cause excitante. IL s'agit là bien sûr de faits à prouver.

Aussi pensons-nous, poursuivre dans l'avenir le présent travail pour le même accélérogramme, afin d'étudier l'effet des propriétés matérielles intrinsèques ou celui relatif à la géométrie de la section.

Au terme de ce travail, nous pensons que l'objectif principal, qui est de s'initier à la dynamique des structures avec application à la dynamique des barrages, est atteint. Mais il reste encore beaucoup de travail à faire. En effet, ne serait-ce que par rapport au barrage-poids uniquement, tout ce travail qui a été fait n'a permis d'observer les réponses que pour une section de géométrie

constante et les caractéristiques intrinsèques du béton sont également constantes, sans ajouter que l'excitation utilisée n'a été considérée que dans la direction transversale et sans ajouter également que les interactions du réservoir et de la fondation n'ont pas été considérées.

Toutes ces remarques montrent les nombreuses directions et les nombreux sens dans lesquels le travail pourra être poursuivi. On pourra à l'issue de tout cela dégager des principes généraux sur le comportement d'une section quelconque de barrage-poids sous charges sismiques. On pourrait en arriver à trouver la géométrie de section ou les propriétés de matériau qui permettrait d'avoir un meilleur comportement de la structure sous charges sismiques. Mais tout ce qui est observé ou qui pourrait être observé, reste valable dans les limites des outils et des méthodes d'analyse utilisées.

Un autre élément est la modélisation en éléments finis, il est évident que la représentativité des résultats, voire leur précision en dépend largement. On pourrait voir dans les limites du logiciel, comment raffiner cette modélisation.

## BIBLIOGRAPHIE

#### BIBLIOGRAPHIE

1.- WATER-RESOURCES ENGINEERING Ray K. LINSLEY - Joseph B. FRANZINI Third Edition. Mac Graw-Hill book company.

2.- TECHNIQUES des BARRAGES.

Notes complémentaires. E.P.M. , 1972

3.- BULLETIN de LIAISON du COMITE INTERAFRICAIN d'ETUDES HYDRAULIQUES

N° 72 Avril 1988.

4.- HANDBOOK of DAM ENGINEERING.

Edité par Alfred R. Golzé.

5.- DESIGN of SMALL DAMS

United states departement of the intérior Bureau of Reclamation Second edition

6.- FOUNDATIONS for DAMS.

American Society of Civil Engineers

7.- EARTHQUAKE ENGINEERING for LARGE DAMS. Radu PRISCU et Al.

8.- TECHNIQUE des BARRAGES en AMENAGEMENT RURAL. Ministère de l'agriculture (France) Direction de l'aménagement.

9.- DYNAMICS of STRUCTURES.

Ray W. CLOUGH - Joseph PENZIEN. Mac Graw - Hill 1985

10.- CONCRETE DESIGN HANDBOOK.

Canadian Portland Cement Association

11.- INGINERIA SEISMICA~ A CONSTRUCTILOR HIDROTECHNICE Radu PRISCU ET Al. Editura didactica si Pedagogica Bucaresti , 1980

12.- COMPLEMENTS de RESISTANCE DES MATERIAUX
 Jeau-robert MURAT
 E.P.M. , 1980

13.- IMAGES -3D APPLICATION MANUEL

14.- ELEMENTS de CALCUL DYNAMIQUE des STRUCTURES

René TINAWI

E.P.M. , Troisième édition

15.- DESIGN CRITERIA for CONCRETE ARCH and GRAVITY DAMS .

A water resources technical publications engineering monograph , n° 19.

16.-L'INGENIERIE DES BARRAGES EN TERRE.

AUPELF-EPT, 1989

Actes du premier colloque international sur les barrages en terre et le développement des zones rurales en Afrique. Thies, 11-16 Avril 1983.

1, 3.20377D+01 Hz.) (Mode

,

Fig. 3.1 : Première forme de vibration propre



(Mode 2, 6.43528D+01 Hz.)

Fig. 3.2 : Seconde forme de vibration propre



Fig. 3.3 : Troisième forme de vibration propre.



Fig. 3.7: Accélération de translation induite aux nœuds 1 et 11 au cours du temps.


Fig. 3.8. Accélération de translation induite aux nœuds Ret 3 au Cours du tours.



Fig. 3.9 : Accélération de translation induite aux noeuds 4 et 5 au Cours du temps

2



Fig. 3.10. Accelération de translation induite aux noeuds 10. et 13 au Cours du temps





Tableau 3.2: TABLEAU	DE	VALEURS	:	10e4	*	T^2 versus	poids	volumique
		PREMIERE	5 1	PERIOI	ΣC	PROPRE		

Modules dynamiques (N/m^2)	Pentes	Coefficients de forme C ( secondes )
35714e6	413e-6	1.371627
<b>41667e6</b>	354e-6	1.371638
50000e6	295e-6	1.371633
62500e6	236e-6	1.371633

Tableau 3.3: <u>TABLEAU DE VALEURS</u>: Log(T) versus Log(E) PREMIERE PERIODE PROPRE

Poids volumiques (N/m^3)	Ordonnées à l'origine	Coef de forme C ( secondes )
22563	8.660691	1.372252
23053.5	8.672508	1.373712
23544	8.681991	1.372279
24034.5	8.692291	1.372266
24525	8.702391	1.372264

 $C_{moyen} = 1.372$ 

Tableau 3.4 <u>TABLEAU DE VALEURS</u>: 10e4 \* T^2 versus poids volumique SECONDE PERIODE PROPRE

Modules dynamiques (N/m^2)	Pentes	Coefficients de forme C ( secondes )
35714e6	102e-6	0.681650
<b>41667e6</b>	87 e-6	0.679982
50000e6	73 e-6	0.682320
62500e6	58 e-6	0.679980

## Tableau 3.5 <u>TABLEAU DE VALEURS</u>: Log(T) versus Log(E) SECONDE PERIODE PROPRE

Poids volumiques (N/m^3)	Ordonnées à l'origine	Coef de forme C ( secondes )
22563	7.968466	0.686759
23053.5	7.973991	0.683178
23544	7.984491	0.683160
24034.5	7.996343	0.684214
24525	8.006443	0.684213

(moyer = 0.683

Modules dynamiques (N/m^2)	Pentes	Coefficients de forme C ( secondes )
35714e6	34 e-6	0.393550
41667e6	31 e-6	0.405899
50000e6	26 e-6	0.407205
62500e6	21 e-6	0.409158

Tableau 3.6 <u>TABLEAU DE VALEURS</u>: e4 \* T^2 versus poids volumique TROISIEME PERIODE PROPRE

## Tableau 3.7 <u>TABLEAU DE VALEURS</u>: Log(T) versus Log(E) TROISIEMEE PERIODE PROPRE

Poids volumiques (N/m^3)	Ordonnées à l'origine	Coef de forme C ( secondes )
22563	7.458708	0.412495
23053.5	7.469943	0.412694
23544	7.480008	0.412503
24034.5	7.490308	0.412499
24525	7.500408	0.412499

Cmoyen = 0.409

Tableau 3.8	<u>TABLEAU DE</u>	<u>E VALEURS</u> : QUATRIEME	e4 * T^2 versus PERIODE PROPRE	poids volumique
Tableau 3.8	<u>TABLEAU DI</u>	<u>E VALEURS</u> : QUATRIEME	e4 * T^2 versus PERIODE PROPRE	poids volumique

١

,

Modules dynamiques (N/m^2)	Pentes	Coefficients de forme C ( secondes )
35714e6	20 e-6	0.301839
41667e6	17 e-6	0.300582
50000e6	14 e-6	0.298807
62500e6	11 e-6	0.296127

## Tableau 3.9 <u>TABLEAU DE VALEURS</u>: Log(T) versus Log(E) QUATRIEME PERIODE PROPRE

Poids volumiques (N/m^3)	Ordonnées à l'origine	Coef de forme C ( secondes )
22563	7.171266	0.309446
23053.5	7.177300	0.307989
23544	7.187291	0.307824
24034.5	7.202866	0.309449
24525	7.209243	0.308299

 $C_{moyen} = 0.304$ 

. .....