

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

**ECOLE SUPERIEURE POLYTECHNIQUE
CENTRE DE THIES**

Département de Génie Civil

GC.0078



PROJET DE FIN D'ETUDES

**En vue de l'obtention du diplôme d'Ingénieur
De conception en Génie Civil**

**Titre: Modélisation numérique et
localisation du biseau salé
de la nappe du littoral Nord du Sénégal**

Auteur : M^r Moctar CISSE

Directeur interne : Dr Babacar NDIAYE

Juillet 2002

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

**ECOLE SUPERIEURE POLYTECHNIQUE
CENTRE DE THIES**

Département de Génie Civil



PROJET DE FIN D'ETUDES

**En vue de l'obtention du diplôme d'Ingénieur
De conception en Génie Civil**

**Titre : Modélisation numérique et
localisation du biseau salé
de la nappe du littoral Nord du Sénégal**

Auteur : M^r Moctar CISSE

Directeur interne : Dr Babacar NDIAYE

Juillet 2002

DEDICACE

AU NOM DE DIEU CLEMENT ET MISERICORDIEUX

Je rends grâce à ALLAH, le tout puissant, qui m'a assisté durant tout mon parcours. Je LE remercie pour tout et en particulier pour la réalisation de ce modeste travail que je dédie :

❖ ***A mes très chers Parents.***

Je ne saurais quoi vous dire car vous êtes et vous resterez toujours pour moi exemplaires. Qu'ALLAH vous guide et vous assiste dans la voie tracée par le Prophète(SAW) et dont Cheikh Ahmed Tidjane Chérif(RTA) est le guide spirituel.

❖ ***A mes Frères, mes Sœurs, mes Tantes et ma Promise.***

Je vous aime tous, d'un amour sincère. Qu'ALLAH vous guide et vous assiste dans la voie tracée par le Prophète(SAW) et dont Cheikh Ahmed Tidjane Chérif(RTA) est le guide spirituel.

❖ ***A tous mes amis.***

Je vous remercie pour votre amitié et vos conseils qui ont été pour moi un code de conduite. Qu'ALLAH vous protège.

AVANT PROPOS

Ce mémoire intitulé « Modélisation numérique et localisation du biseau salé de la nappe du littoral Nord du Sénégal » est un travail qui marque la fin du second cycle sanctionné par un Diplôme d'Ingénieur de Conception. Sa réalisation s'est effectuée sous la direction effective de Mr Babacar NDIAYE.

Je tiens par cette occasion à remercier tous ceux qui ont contribué au bon déroulement de ce projet, en particulier :

- Au Dr Babacar NDIAYE, professeur à l'ESP centre de Thiès pour m'avoir proposée ce sujet et pour l'avoir aussi dirigée, sans réserve, durant toute l'année. Ses conseils, suggestions et remarques ont été très précieux tout au long de l'année ;
- Au Dr Magatte F.k. NIANG, professeur à l'IST, qui m'a accueilli avec gratitude durant la campagne de juillet 2001 ;
- A Toute la famille, en particulier à mes parents, pour leur soutien, compréhension et conseils qui arrivaient au moment opportun ;
- A Tous mes amis, en particulier à ma deuxième famille, à qui je renouvelle toute ma confiance ;
- A toutes les secrétaires des départements Génie Civil et Génie Mécanique, en particulier à Khady DIOUF.

RESUME

Les années de sécheresse accumulées durant ces dernières décennies notamment dans les années 70 et l'exploitation incontrôlable des nappes ont suscité des problèmes au niveau de ces dernières telles que la baisse du niveau des nappes phréatiques et, implicitement, une intrusion saline.

Pour limiter ces phénomènes, une maîtrise de l'évolution des phénomènes est primordiale pour assurer la pérennité des eaux douces dans la zone d'étude. C'est pourquoi ce rapport a pour objectif :

- ❖ De simuler la nappe du littoral Nord à l'aide du logiciel MODFLOW en vue de faire un bilan en eau. Cette modélisation numérique ne peut se faire qu'avec une discrétisation du domaine d'étude et la localisation des différents facteurs tels que forages en exploitation, recharge, l'évapotranspiration pouvant influencer sur l'écoulement. Les résultats de la simulation sont contrôlés par les charges hydrauliques observées sur les piézomètres. Un calage est nécessaire pour faire tendre les charges hydrauliques calculées vers celles observées ;
- ❖ De localiser l'interface eau douce – eau salée par les méthodes analytiques. En effet à partir des formules mathématiques, l'équation du biseau salé est déterminée et sera ainsi le support pour le traçage du plan de l'interface.

Une bonne exploitation des résultats permettra de faire l'état des lieux mais aussi et surtout une prévision suivant l'utilisation du site.

TABLE DES MATIERES

DEDICACE.....	I
AVANT PROPOS.....	II
RESUME.....	III
LISTE DES FIGURES.....	VII
LISTE DES TABLEAUX.....	VIII
INTRODUCTION.....	1

1^{ère} PARTIE : CONTEXTE GEOGRAPHIQUE, CLIMATOLOGIQUE ET HYDROGEOLOGIQUE

I- SITUATION GEOGRAPHIQUE.....	3
II- POPULATION.....	3
III- MORPHOLOGIE DU LITTORAL NORD.....	6
IV- LES ACTIVITES SOCIO-ECONOMIQUES.....	6
V- CLIMAT.....	7
VI- L'EVAPOTRANSPIRATION POTENTIELLE.....	8
VII- VEGETATION.....	9
VIII- HYDROGEOLOGIE.....	9

2^{ème} PARTIE : THEORIE SUR LES NAPPES

I- EQUATION D'ECOULEMENT D'UNE NAPPE LIBRE.....	11
II- RESOLUTION NUMERIQUE PAR LA METHODE DES DIFFERENCES FINIES(DIFFERENCE A GAUCHE).....	14

1.	REGIME TRANSITOIRE.....	14
2.	REGIME PERMANENT.....	16

3^{ème} PARTIE : ACQUISITION DE DONNEES D'ENTREE

I-	COTE DU SUBSTRATUM MARNEUX.....	18
II-	LA PERMEABILITE.....	18
III-	RECHARGE.....	21
IV-	LES PIEZOMETRIES.....	23
V-	DEBITS DE SOUTIRAGE.....	25
1.	PRELEVEMENTS URBAINS ET INDUSTRIELS.....	25
2.	PRELEVEMENTS DES FORAGES GERES PAR LA D.E.M.....	26
3.	PRELEVEMENTS SUR LES FORAGES VILLAGEOIS.....	27
4.	PRELEVEMENT AGRICOLES : ZONE DES NIAYES.....	27

4^{ème} PARTIE : SIMULATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS

I-	PRESENTATION DES LOGICIELS MODFLOW ET SURFER.....	29
1.	LOGICIEL MODFLOW.....	29
2.	LOGICIEL SURFER.....	33
II-	LIMITES ET DICRETISATION DU DOMAINE.....	33
III-	CALLAGE EN REGIME PERMANENT DU MODELE DE 1994.....	34
1.	AJUSTEMENT DES PARAMETRES.....	35
2.	PRECISION DE L'AJUSTEMENT.....	35
3.	SIMULATION DE L'EXPLOITATION DE LA NAPPE.....	38

5^{ème} PARTIE : DELIMITATION DU BISEAU SALE.

I- POSITION DE L'INTERFACE PAR CALCULS DIRECTS.....	40
1. METHODE DE GHYBEN-HERZBERG ET DE VERRUIJT.....	40
2. METHODE DE GLOVER.....	44
 CONCLUSION.....	 49
 BIBLIOGRAPHIQUE.....	 51

LISTE DES FIGURES

Figure I : Plan de situation.

Figure II : Localisation de la zone d'études sur la carte du Sénégal.

Figure III : Courbes de niveau de la cote du mur.

Figure IV : Courbes de niveau des perméabilités.

Figure V : Courbes de niveau de la piézométrie de 1994.

Figure VI : modèle pouvant être simulé par MODFLOW.

Figure VII: Exemple de discrétisation d'un domaine.

Figure VIII : Droite de régression des charges mesurées et calculées.

Figure IX : Résultats de la simulation.

Figure X : Délimitation du Biseau sur la Zone des Niayes.

Figure XI : Elevation de l'interface lors d'un pompage.

LISTE DES TABLEAUX

TABEAU I: Evapotranspiration potentielle calculée par la formule de Turc (mm) et l'Infiltration pour quelques postes de la moitié occidentale du Sénégal (GAYE 1990).

Tableau II: Débits en m^3/j des forages gérés par SONEES(1990) (Pernel et Gageonnet, 1992).

Tableau III: débits en m^3/j des forages gérés par D.E.M.

Tableau IV : Comparaison des piézométries calculées et mesurées sur quelques piézomètres de référence.

Tableau V : Calcul de la profondeur de L'interface par la méthode de Ghyben-Herzberg.

INTRODUCTION

Le Sénégal, à l'instar des autres pays sahéliens, est confronté aux problèmes d'approvisionnement en eau. Ceci est dû, non seulement, à la raréfaction des eaux de pluie durant ces dernières décennies, mais aussi à la surexploitation des nappes souterraines.

Ces deux phénomènes, conjugués au niveau de la nappe du quaternaire, se traduisent par une baisse généralisée du niveau piézométrique d'une part, et d'autre part, par une intrusion saline ressentie surtout dans quelques poches du littoral Nord entre Dakar et Saint-Louis.

Conscient de l'ampleur du problème et du désastre que cela peut poser dans le moyen et long terme, des projets ont vu le jour pour essayer d'apporter des solutions ou, à la limite, des voies et moyens pour limiter ces phénomènes de tarissement des eaux douces observées au niveau de ces nappes.

C'est dans ce contexte que le projet intitulé : « Modélisation numérique et localisation du biseau salé de la nappe du littoral Nord du Sénégal » se justifie dans la mesure où il complète des études déjà faites sur ce dit site.

Ce projet a pour mission principale de simuler la nappe du littoral Nord en régime permanent et transitoire en vue de prédire le comportement ultérieur de la nappe suite à de nouvelles contraintes d'exploitation. Un phénomène d'ajustement permet de rapprocher les charges hydrauliques calculées à partir de la simulation et celles mesurées au niveau des piézomètres et puits ; sa mission secondaire consiste à localiser l'interface eau douce - eau salée par la méthode analytique. Les résultats du modèle mathématique permettront, d'une manière générale, de délimiter le biseau salé sur l'ensemble de la zone des Niayes.

Pour mener à terme ce travail, cette présente étude comporte deux grandes parties dans lesquelles se trouvent des axes de réflexions qui sont les suivants :

Première partie :

- Délimitation et discrétisation du domaine d'étude (nappe du littoral Nord) ;
- Acquisition de données ;
- Modélisation numérique et interprétation des résultats ;
- Tracé des courbes piézométriques.

Deuxième partie :

- Rappel des formules mathématiques ;
- Délimitation du biseau salé sur l'ensemble de la zone des Niayes.

**CONTEXTE
GEOGRAPHIQUE
CLIMATOLOGIQUE
ET
HYDROGEOLOGIQUE**

I. SITUATION GEOGRAPHIQUE

Le littoral Nord communément appelé région des Niayes du fait des zones de dépression, est généralement limité par l'Océan Atlantique d'une part et d'autre part dans sa partie intérieure il va jusqu'à 30 km au-delà de la route nationale Dakar – Saint-louis. Autrement dit, en terme de coordonnées, le domaine est borné :

- A l'Ouest par l'abscisse 280 km
- A l'Est par l'abscisse 390 km
- Au Sud par l'ordonnée 1600 km
- Au Nord par l'ordonnée 1770 km

Ce domaine d'étude couvre une superficie qui tourne autour de 8900 km². Il s'étend sur une longueur de 131 km et sa largeur varie de 37 à 87 km comme le montre les figures I et II.

II. POPULATION

Le littoral Nord regroupe les quatre régions qui sont : Saint-Louis, Louga, Thiès et Dakar. La population vit essentiellement de l'agriculture et de l'élevage. Ces quatre régions comportant les plus grandes villes du Sénégal, justifient la forte densité dans cette localité qui avoisine autour de 62.5 hbts/km² en 2000. Cette densité se trouve largement au-dessus de la moyenne (densité de 35 hbts/km) et ne cesse de croître vu le fort taux de natalité, mais aussi et surtout le flux migratoire. Cette forte croissance démographique explique la problématique de l'eau dans ces localités dont l'alimentation en eau de la population est, en grande partie, assurée par les eaux souterraines.

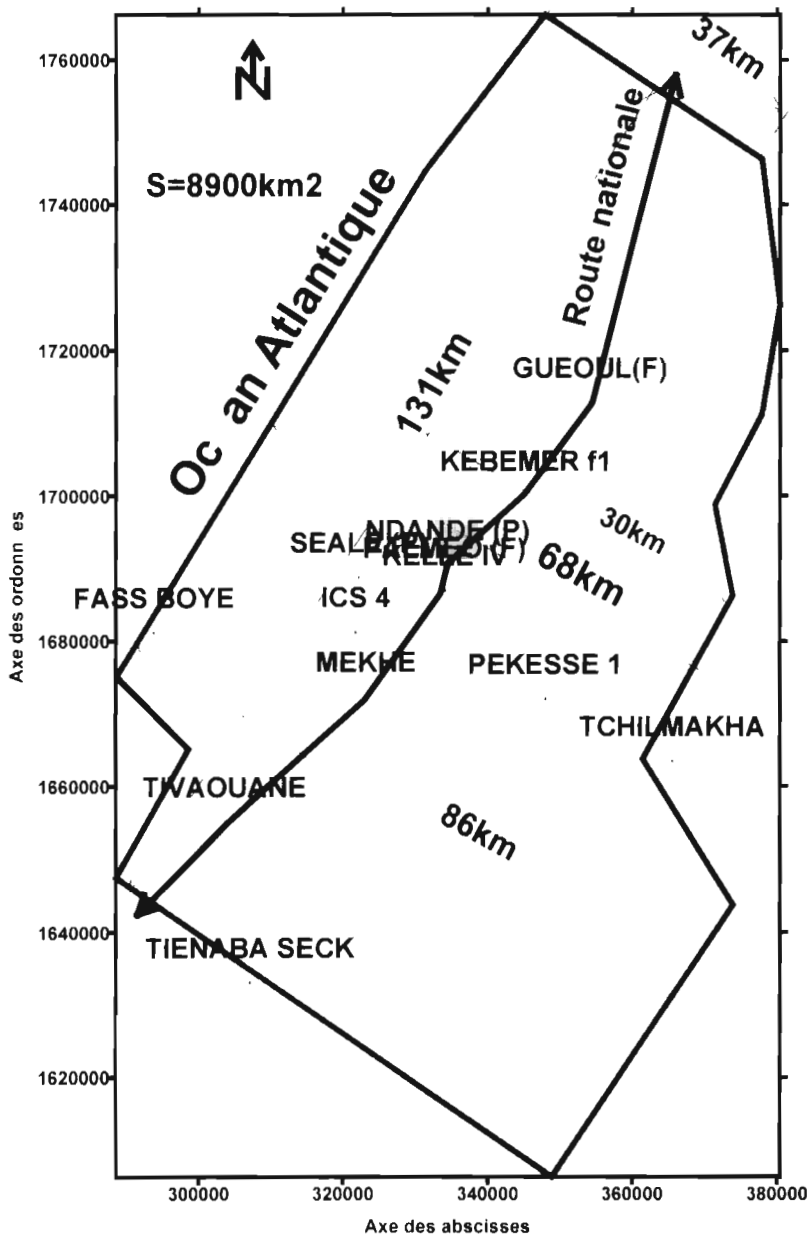


Fig I : Plan de situation

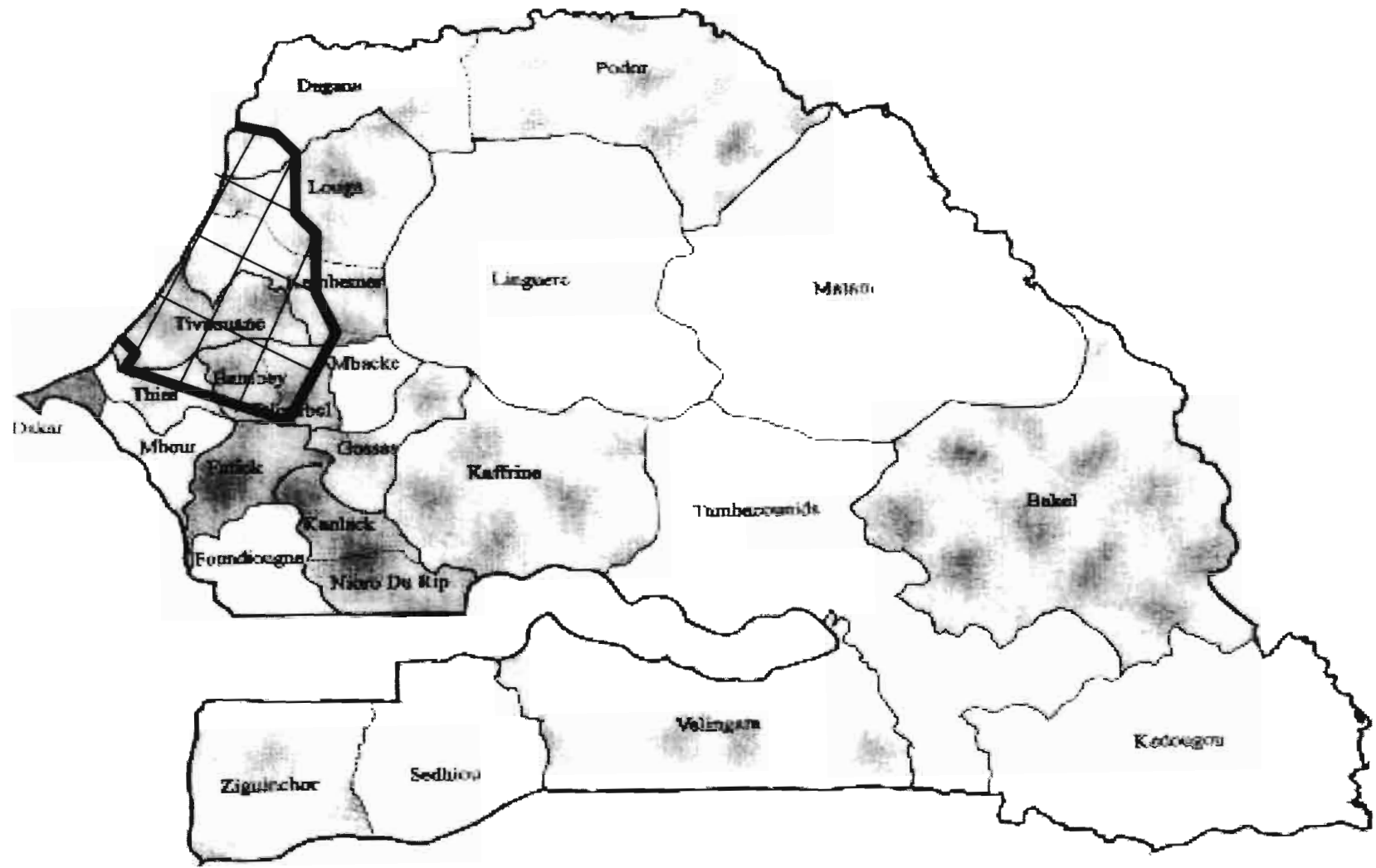


Figure II : Localisation de la zone d'études sur la carte du Sénégal

III. MORPHOLOGIE DU LITTORAL NORD

Plusieurs auteurs en particulier Michel(1973), SALL(1978, 1982) et FAYE(1995) ont eu à travailler sur ce site. Leurs points communs sur la morphologie du littoral Nord sont repris ci-dessous pour mémoire :

- Le système dunaire interne ancien présent dans le Ferlo ;
- Le système dunaire ogolien intermédiaire allant du littoral vers l'intérieur des terres comprenant deux unités morphologiques juxtaposées :
 - Les dunes ogoliennes internes arasées d'orientation Nord-Est ;
 - Les dunes ogoliennes externes remaniées et d'orientation Nord-Ouest et Nord-Nord-Est ;
- Le système dunaire externe comprend les dunes vives blanches récentes qui forment une bande côtière large de quelques mètres et les dunes semi-fixées rouges d'orientation Nord-Nord-Ouest s'étendent tout le long du littoral sur une bande large de 3km environ. Il est caractérisé par un micro-relief très accentué qui s'aplatit au Nord vers l'embouchure du fleuve Sénégal.

IV. LES ACTIVITES SOCIO-ECONOMIQUES

La présence des grandes villes dans cette localité et les conditions physiques du milieu ont toujours permis à cette région d'être un pôle de population qui s'adonne à diverses activités. L'agriculture en constitue une, non moins importante, qui nécessite l'eau douce comme matière première.

En effet, dans cette zone assez vaste, il existe des portions favorables pour l'activité maraîchère : ce sont les Dioukis (petites cuvettes de sable), les

dépressions interdunaires intérieures et enfin les Niayes. La particularité de ces portions précitées fait que le maraîchage est continu durant toute l'année.

La nappe phréatique dans ces zones de dépression affleure le terrain naturel et même, dans certains cas, alimente les lacs ou vallées asséchés qui s'y trouvaient. Par conséquent de petits ouvrages de captage tels que « céanes » (cuvette rempli d'eau dont l'accès est à pieds) ou puits de faible profondeur de captage (0.5 à 1m) peuvent suffire pour garantir l'alimentation en eau des activités.

V. CLIMAT

L'alizé, l'harmattan et la mousson sont les trois masses d'air qui sillonnent le Sénégal. L'alizé est un vent frais et humide souffrant du Nord vers le nord-ouest et se limite sur la zone côtière. L'harmattan est un vent chaud et sec qui souffle sur la totalité du pays et presque durant toute l'année. La mousson, quant à elle, est un vent humide de direction sud ouest provenant de l'alizé maritime et dont l'influence est limitée à l'intérieur du territoire par l'harmattan.

La région des Niayes bénéficie d'un climat causé par les vents d'alizé maritime issue de l'anticyclone des Açores chargé d'humidité qui occasionnent l'alternance de deux saisons :

- Une saison humide répartie sur quatre mois : juillet, août, septembre et octobre ;
- Une saison sèche couvrant les huit mois restant.

Les précipitations tournent en moyenne autour de 500 mm/an dans les régions de Dakar et de Thiès et diminuent jusqu'à atteindre 350 mm/an au Nord du littoral. Ces valeurs, déjà faibles, ne cessent de diminuer d'année en année occasionnant une baisse généralisée de la nappe phréatique.

La température moyenne maximale au sud du littoral varie de 24°C au mois de février à 26°C aux mois d'avril, mai et décembre. Au Nord, elle tourne autour de 28,1°C aux mois de juillet et août.

L'évolution des températures moyennes mensuelles permet de diviser l'année en deux saisons : la saison fraîche et la saison humide.

L'humidité relative minimale, favorisée par la proximité de l'océan, est de 15% dans les zones les plus éloignées de la mer et de 90% dans les zones les plus proches. Suivant l'année, les valeurs faibles se notent durant les mois d'Avril et mai par contre les grandes valeurs se ressentent surtout aux mois de Novembre et décembre. Cette humidité a une incidence sur l'évapotranspiration qui est de l'ordre de 1500 mm/an.

VI. L'EVAPOTRANSPIRATION POTENTIELLE

Pour évaluer l'évapotranspiration potentielle, Pernel et Gageonnet(1992) ont montré les résultats suivants en se basant sur les formules empiriques tels que Penman(1948), Thornthwaite(1954), Turc(1961) :

- A l'échelle annuelle, les valeurs sont comprises entre 1500 et 1860 mm. Elles varient également d'une année à l'autre et sont plus élevées lors des années déficitaires et plus faibles en période humide. Les valeurs d'ETP, comparées aux valeurs des quantités de précipitation annuelle, donnent un bilan hydrique négatif à l'échelle annuelle.
- A l'échelle mensuelle, des valeurs d'ETP et de précipitation qui indiquent que seul le mois d'août ne présente pas de déficit pour l'ensemble des stations de la zone d'étude. Il se constitue alors une réserve en eau du sol comprise entre 40 mm au Nord(Louga et Saint-Louis) et 80 mm au Sud(Tivaoune et Dakar) qui serait vite reprise par

évaporation au cours des mois de Septembre et d'octobre pour les secteurs Sud.

VII. VEGETATION

La couverture de la végétation du Sénégal reste entièrement déterminée par les données climatiques. Ceci se traduit par un découpage du territoire en trois zones géographiques : la zone sahélienne, la zone soudanienne et la zone guinéenne.

En ce qui concerne les Niayes, elle se trouve à mi-cheval entre les zones soudanienne et sahélienne. La présence de la nappe phréatique et les sols très humifères fait que les régions de Dakar et de Thiès se rapprochent plus, du point de vue végétation, de la zone sub-guinéenne. Au Nord du littoral, la végétation reste maigre et même parfois inexistante du fait des conditions climatiques défavorables qui ont même causé dans le passé des sécheresses.

VIII. HYDROGEOLOGIE

De nombreuses études faites sur le Sénégal et en particulier sur ce site ont dévoilé beaucoup de formations notamment de bas en haut :

- ◆ **Le Maestrichtien** : formation principalement sableuse avec des niveaux gréseux, grés - calcaires et argileux. Sa profondeur est de 250 à 1000 m et la nappe, continue dans cette formation, est captive.
- ◆ **Le Paléocène** : très souvent séparé de l'éocène par une fine couche de silex imperméable, Cette formation est marneuse et gréseuse. C'est une nappe chargée de matières en suspension et par conséquent elle est non exploitable.

- ◆ **L'Eocène** : c'est une formation calcaire ou marno – calcaire. Elle peut atteindre une profondeur de 150 à 200 m et ne contient pas de nappe continue.
- ◆ **Le Continental Terminal(CT) et le Quaternaire** : situé entre 0 et 120 m de profondeur, cette formation est constituée par des dépôts de sable en surface et de sablo-argile en profondeur. Ce dépôt de sable, dû à la sédimentation, crée le long du littoral, comme le montre la topographie du terrain naturel, des cuvettes interdunaires ou des zones de dépression entre dunes appelées Niayes. Elles sont généralement inondées grâce à la remontée de la nappe phréatique qui les alimente. Cette nappe aquifère, retenue par des niveaux argileux et directement alimentée par la pluviométrie, est considérée comme une nappe libre. Le captage peut se faire soit par puits(jusqu'à 80 m) soit par forages(jusqu'à 120 m). L'eau douce est de bonne qualité et repose sur l'eau de mer qui s'identifie par sa salinité. Le débit d'exploitation varie, suivant la nature de la motopompe, de 10 à 60m³/h. Au-dessus d'une certaine valeur appelée débit critique, on pourrait noter une intrusion saline à travers la zone de transition eau douce-eau salé. Le présent projet se limite sur le bassin sédimentaire du quaternaire qui repose sur un substratum imperméable et étudie la réserve d'eau douce menacée par celui d'eau salée.

**THEORIE
SUR
L'ÉCOULEMENT
DES NAPPES**

I. EQUATION D'ÉCOULEMENT D'UNE NAPPE LIBRE

Par définition, une nappe libre est un milieu poreux qui n'est saturé que sur une certaine hauteur, et est surmontée d'un milieu poreux sec ou non saturé. Elle est généralement limitée vers le bas par une couche imperméable.

Pour établir l'équation on peut supposer que la compressibilité de l'eau (ρ) est constante et que toutes les vitesses sont horizontales et parallèles entre elles (hypothèse de Dupuit). Sous ces conditions, on choisit un volume élémentaire transversal entre le substratum et la surface libre. L'inconnue de cette équation est la charge hydraulique ou, en d'autres termes, la surface libre de la nappe (h), elle est indépendante de z et par conséquent on peut se rabattre à un problème plan.

Les trois termes de l'équation de continuité ont permis d'écrire :

➤ Flux massique par unité de temps suivant Ox et Oy

$$F_x = \rho \cdot Q = \rho \cdot \left[\int_{S(x,y)}^{h(x,y)} ds \cdot U_x(x,y,z) - \int_{S(x+dx,y+dy)}^{h(x+dx,y+dy)} ds \cdot U_x(x+dx,y+dy,z+dz) \right]$$

$$F_x = -\rho \cdot dy \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_{S(x,y)}^{h(x,y)} U_x \cdot dz \right] dx \quad \text{or} \quad U_x = -k_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\text{donc} \quad F_x = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{S(x,y)}^{h(x,y)} k_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \cdot dz \right)$$

en ce qui concerne Oy , le même raisonnement permet d'écrire :

$$F_y = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_{S(x,y)}^{h(x,y)} k_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \cdot dz \right)$$

finalement, la somme du flux massique de l'élément devient :

$$F = F_x + F_y = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{S(x,y)}^{h(x,y)} k_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \cdot dz \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_{S(x,y)}^{h(x,y)} k_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \cdot dz \right) \right\}$$

➤ **Variation de masse de l'élément**

$$\text{Soit } \beta = \frac{\text{volume.drainé}}{\text{volume.total(eau)}}$$

Par définition on a :

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \beta \cdot h \cdot A \cdot n \Rightarrow \frac{\partial m}{\partial t} = \rho \cdot n \cdot \beta \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

or $S_s = n \cdot \beta$ par conséquent la variation massique est donnée par :

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \rho \cdot S_s \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

➤ **Le débit massique de fluide prélevé :**

Par convention, il est admis que le débit (q) est positif s'il est prélevé et négatif dans le cas contraire. Ainsi on a :

$$\int_q^h \rho \cdot q \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \rho \cdot Q \cdot dx \cdot dy \quad (Q \text{ est le débit massique par unité de surface})$$

➤ **Bilan :**

La conservation de la masse de l'élément permet d'écrire :

$$\rho \cdot dx \cdot dy \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{S(x,y)}^{h(x,y)} k_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \cdot dz \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_{S(x,y)}^{h(x,y)} k_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \cdot dz \right) \right\} = \rho \cdot S_s \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + \rho \cdot Q \cdot dx \cdot dy$$

après simplification, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{S(x,y)}^{h(x,y)} k_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \cdot dz \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_{S(x,y)}^{h(x,y)} k_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \cdot dz \right) = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + Q \quad \text{(I)}$$

Cette équation aux dérivées partielles non linéaire est appelée équation de diffusivité en nappe libre ; elle régit la circulation d'un fluide dans un milieu poreux. Sa résolution est loin d'être évidente. Elle nécessite des transformations et des hypothèses simplificatrices pour aboutir à la solution analytique. A défaut de cela, une résolution numérique par éléments finis ou par différences finies s'impose et c'est cette dernière méthode qu'on aura à utiliser pour modéliser cette nappe (détermination de $h(x,y)$). Ce choix n'est pas fortuit puisqu'il nous permet de se rapprocher de la réalité et en plus, avec le développement de l'informatique, un logiciel du nom de MODFLOW est mis en place pour nous permettre d'atteindre cet objectif qui est la détermination du plan d'eau par rapport au niveau zéro de la mer.

❖ TRANSFORMATION DE L'EQUATION DE DIFFUSIVITE

Les formules de la transmissivité sont données par définition :

$$T_x = \int_s^h k_x dz \quad \text{et} \quad T_y = \int_s^h k_y dz \quad (\text{II})$$

Ainsi si on suppose que k_x et k_y sont des constantes suivant la verticale, alors l'équation (I) devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_s^{h(x,y)} k_x(h-s) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_s^{h(x,y)} k_y(h-s) \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + Q$$

et (II) devient :

$$T_x = k_x(h-s) \quad \text{et} \quad T_y = k_y(h-s)$$

La combinaison de (I) et (II) donne :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + Q$$

cette équation devient en régime permanent ($\frac{\partial h}{\partial t} = 0$):

$$\frac{\partial}{\partial x}(T_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(T_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y}) = Q$$

avec :

k_x, k_y : perméabilités suivant les axes de coordonnées [LT^{-1}] ;

T_x, T_y : transmissivités suivant les axes de coordonnées [L^2T^{-1}] ;

$h(x,y,t)$: charge hydraulique [L] ;

S_s : emmagasinement spécifique [L^{-1}] ;

t : temps [T] ;

$s(x,y)$: côte du mur.

II. RESOLUTION NUMERIQUE PAR LA METHODE DES DIFFERENCES FINIES (DIFFERENCE A GAUCHE)

1. REGIME TRANSITOIRE

L'équation de diffusivité en régime transitoire s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x}(T_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(T_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y}) = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + Q$$

Si on passe à la discrétisation, on enregistre les différentes phases suivantes :

$$(S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t})_{(i,j)} = \frac{S_s(i,j) + S_s(i-1,j)}{2} \cdot \frac{h(i,j) - h(i-1,j)}{\Delta t}$$

$$Q_{(i,j)} = \frac{Q_i + Q_{i-1}}{2}$$

$$(S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t})_{(i,j)} + Q_{(i,j)} = \frac{S_s(i,j) + S_s(i-1,j)}{2} \cdot \frac{h(i,j) - h(i-1,j)}{\Delta t} + \frac{Q_i + Q_{i-1}}{2} \quad \text{(III)}$$

$$(T_x \frac{\partial h}{\partial x})_{(i,j)} = \frac{T_x(i,j) + T_x(i-1,j)}{2} \cdot \frac{h_{(i,j)} - h_{(i-1,j)}}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (T_x \frac{\partial h}{\partial x})_{(i,j)} = \frac{(T_x \frac{\partial h}{\partial x})_{(i,j)} - (T_x \frac{\partial h}{\partial x})_{(i-1,j)}}{\Delta x}$$

$$= \frac{\frac{T_x(i,j) + T_x(i-1,j)}{2} \cdot \frac{h_{(i,j)} - h_{(i-1,j)}}{\Delta x} - \frac{T_x(i-1,j) + T_x(i-2,j)}{2} \cdot \frac{h_{(i-1,j)} - h_{(i-2,j)}}{\Delta x}}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (T_x \frac{\partial h}{\partial x})_{(i,j)} = \frac{T_x(i,j) + T_x(i-1,j)}{2\Delta x^2} (h_{(i,j)} - h_{(i-1,j)}) +$$

$$\frac{T_x(i-1,j) + T_x(i-2,j)}{2\Delta x^2} (h_{(i-1,j)} - h_{(i-2,j)})$$

posons $\frac{T_x(i,j) + T_x(i-1,j)}{2\Delta x^2} = A_i$ et $\frac{T_x(i-1,j) + T_x(i-2,j)}{2\Delta x^2} = A_{i-1}$

par conséquent :

$$\frac{\partial}{\partial x} (T_x \frac{\partial h}{\partial x})_{(i,j)} = A_i \cdot (h_{(i,j)} - h_{(i-1,j)}) + A_{i-1} \cdot (h_{(i-1,j)} - h_{(i-2,j)})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (T_x \frac{\partial h}{\partial x})_{(i,j)} = A_i \cdot (h_{(i,j)}) + (A_i - A_{i-1}) \cdot (h_{(i-1,j)}) - A_{i-1} \cdot (h_{(i-2,j)})$$

le même raisonnement suivant Oy donne:

$$\frac{\partial}{\partial y} (T_y \frac{\partial h}{\partial y})_{(i,j)} = B_j \cdot (h_{(i,j)}) + (B_j - B_{j-1}) \cdot (h_{(i,j-1)}) - B_{j-1} \cdot (h_{(i,j-2)})$$

avec $B_j = \frac{T_y(i,j) + T_y(i,j-1)}{2\Delta y^2}$ et $B_{j-1} = \frac{T_y(i,j-1) + T_y(i,j-2)}{2\Delta y^2}$

finalement, la discrétisation suivant les deux directions fournit :

$$\frac{\partial}{\partial x}(T_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(T_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y}) = (A_i + B_j) \cdot (h_{(i,j)}) + (A_i - A_{i-1}) \cdot (h_{(i-1,j)}) \\ + (B_j - B_{j-1}) \cdot (h_{(i,j-1)}) - A_{i-1} \cdot (h_{(i-2,j)}) - B_{j-1} \cdot (h_{(i,j-2)})$$

cette dernière équation combinée à celle N°III donne la discrétisation complète du domaine suivant l'espace et le temps :

$$(A_i + B_j) \cdot (h_{(i,j)}) + (A_i - A_{i-1}) \cdot (h_{(i-1,j)}) + (B_j - B_{j-1}) \cdot (h_{(i,j-1)}) - A_{i-1} \cdot (h_{(i-2,j)}) - B_{j-1} \cdot (h_{(i,j-2)}) = \\ \frac{S_s(i,j) + S_s(i-1,j)}{2} \cdot \frac{h_{(i,j)} - h_{(i-1,j)}}{\Delta t} + \frac{Q_i + Q_{i-1}}{2}$$

avec:

$h_{(i,j)}$: charge hydraulique au niveau de la cellule repérée par la ligne i et par la colonne j ;

$T_{x(i,j)}$: transmissivité suivant (Ox) de la cellule repérée par la ligne i et par la colonne j ;

$T_{y(i,j)}$: transmissivité suivant (Oy) de la cellule repérée par la ligne i et par la colonne j ;

Δx : Longueur de la cellule suivant (Ox) ;

Δy : Longueur de la cellule suivant (Oy) ;

Δt : Pas ou intervalle de temps.

2. REGIME PERMANENT

Le régime permanent est caractérisé par la constance de h par rapport au temps matérialisé par $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$. Par conséquent cette dernière équation s'écrit sous cette forme :

$$(A_i+B_j).(h_{(i,j)})+(A_i -A_{i-1}).(h_{(i-1,j)}) +(B_j -B_{j-1}).(h_{(i,j-1)}) -A_{i-1}.(h_{(i-2,j)})-B_{j-1}.(h_{(i,j-2)})=$$

$$\frac{Q_i+Q_{i-1}}{2}$$

Cette équation numérique calcule la valeur de la charge hydraulique $h_{(i,j)}$ de la cellule (i,j) à partir des valeurs précédemment calculées qui sont $h_{(i-1,j)}$, $h_{(i-2,j)}$, $h_{(i,j-1)}$, $h_{(i,j-2)}$ des cellules respectives $(i-1,j)$, $(i-2,j)$, $(i,j-1)$, $(i,j-2)$ et ceci à chaque pas de temps Δt pour le cas du régime transitoire. Ce qui suppose ainsi une initialisation des cellules suivant les valeurs de h au début de la modélisation.

**ACQUISITION
DE
DONNEES
D'ENTREE**

I. COTE DU SUBSTRATUM MARNEUX

Le substratum marneux constitue une limite inférieure de notre domaine. C'est une couche imperméable et en cela, il empêche tout transfert de débit entre deux milieux qu'il sépare. Par ailleurs une campagne effectuée sur le terrain a montré des cotes variant de -70 à -20 m. Les côtes les plus faibles ont été enregistrées au Nord et au Sud. Par contre celles les plus élevées se trouvent au centre du domaine. Entre ces deux extrêmes où la pente est relativement grande, la figure III montre que la surface du mur est relativement plate.

II. LA PERMEABILITE

Appelé coefficient de perméabilité par les hydrogéologues ou mobilité par les mécaniciens, elle est une constante qui caractérise, selon CASTANY et MARGAT : « l'aptitude d'un milieu à se laisser traverser par un fluide sous l'effet d'un gradient potentiel ». par conséquent elle dépend du milieu poreux et du fluide (viscosité). Cette perméabilité s'identifie à partir de trois axes qui sont les directions principales anisotropies du milieu. Pour notre cas où l'écoulement est plan, le paramètre ne dépend que de deux directions. Mieux, dans ce milieu sédimentaire à stratification plus ou moins horizontale, le rapport des valeurs suivant ces deux directions horizontales est égale à l'unité.

La figure IV laisse voir des perméabilités qui varient de $1.E-5$ à $3.E-3$ m/s. Les grosses valeurs se ressentent surtout à l'Est du centre de la zone.

Les mêmes remarques s'appliquent aussi à la transmissivité. En effet elle n'est que l'intégrale de la perméabilité sur une longueur donnée.

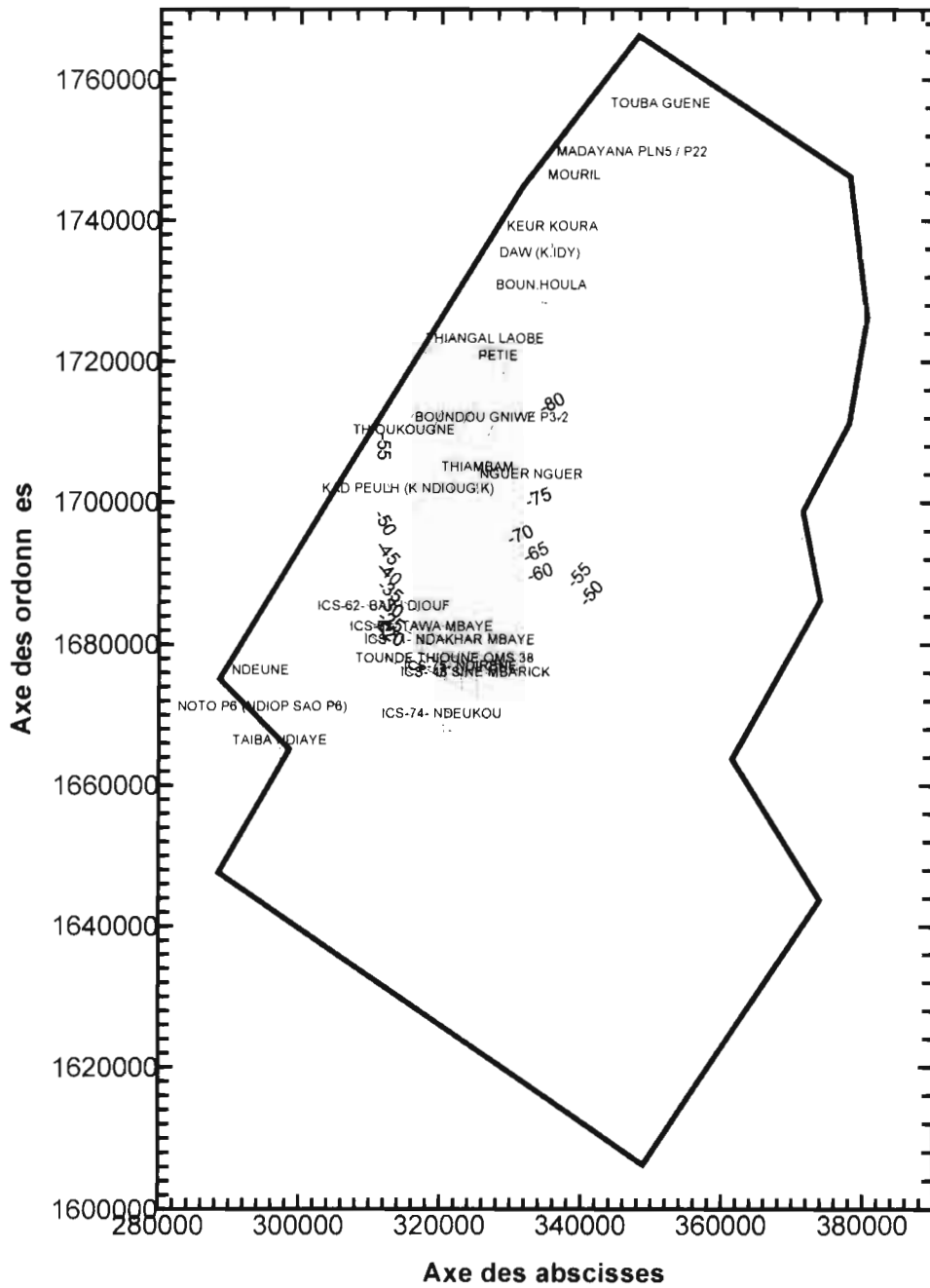


Figure III : Courbes de niveau de la cote du mur

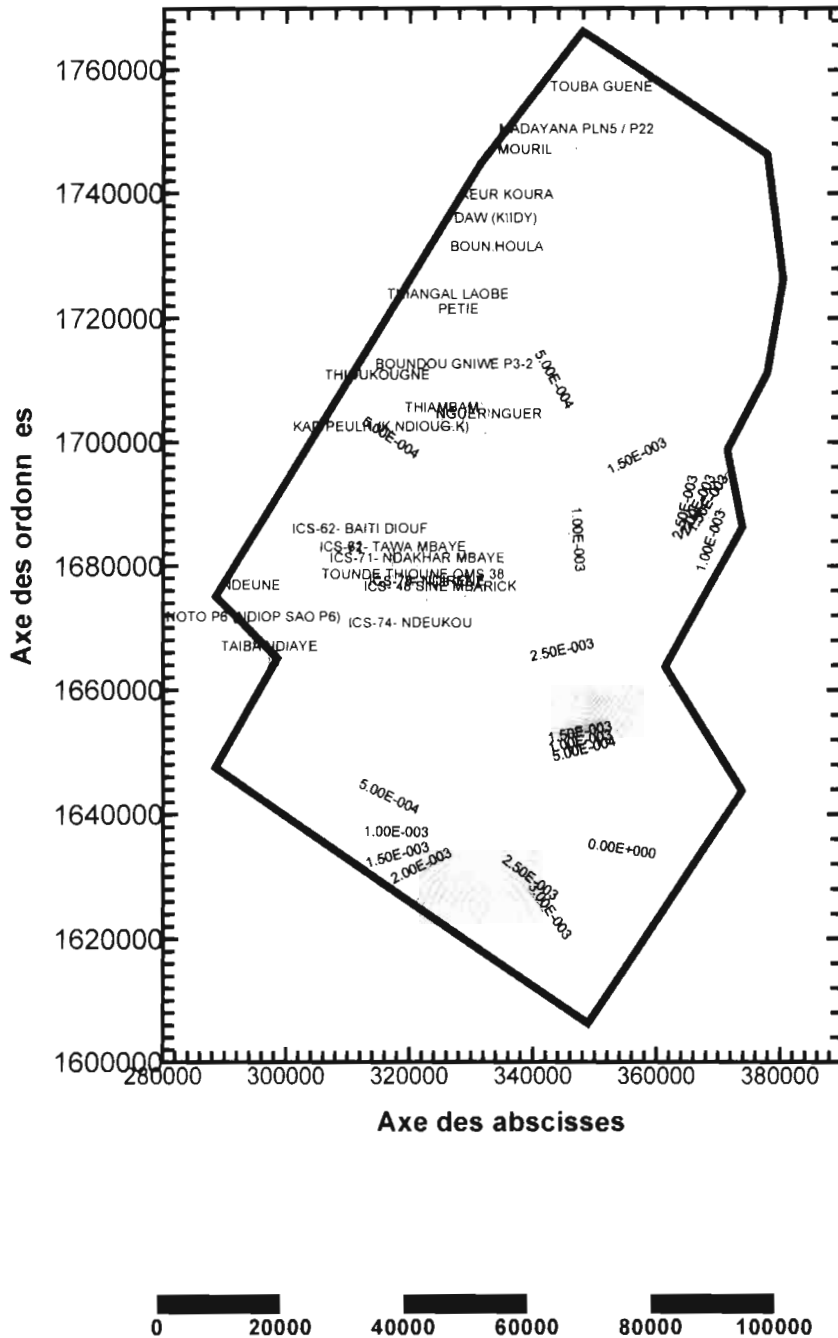


Fig IV : Courbes de niveau des perméabilités

III. RECHARGE

L'alimentation en eau est essentiellement assurée par la pluviométrie. En effet, une partie de l'eau est destinée à s'infiltrer pour recharger cette nappe. Cette infiltration est donnée, suivant la méthode du bilan hydrique, par l'équation suivante :

$$I = P - (R + ETR + \Delta S)$$

Avec:

I : l'infiltration ;

P: la hauteur de la pluie ;

R : le ruissellement ;

ETR : l'évapotranspiration réelle ;

ΔS : la variation de stock.

Des études déjà faites sur ce site(BRGM(1975); NOEL(1975)) et utilisant cette méthode à l'échelle mensuelle ou annuelle ont révélé que la pluie tombée est insuffisante pour recharger la nappe(tableau I) si la réserve utile(Ru) est estimée à 100mm. Cependant, cette conclusion étant subjective car elle dépend d'un paramètre, non maîtrisé par les auteurs, appelé réserve utile dont ses valeurs oscille entre 80 et 150mm.

Par ailleurs d'autres théories plus récentes et plus objectives telles que la géochimie, ont été utilisées par des spécialistes pour évaluer l'infiltration dans ce domaine.

C'est ainsi que GAYE(1990) a affirmé, en se basant sur cette méthode, que la valeur moyenne de l'infiltration dans la région de Louga tourne autour de 15mm/an.

Ce gros décalage observé entre ces deux théories montre combien l'infiltration reste encore mal connue. Sous ce rapport une attention particulière lui sera accordée lors de la simulation.

Stations		J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	Années
Saint-louis	P	2	2			2	15	60	175	113	26	3	4	404
	ETP	134	130	159	154	150	141	145	136	138	144	129	129	1699
	Ru	0	0	0	0	0	0	0	39	0	0	0	0	0
	I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Louga	P	1	1			2	15	85	169	131	38	2	2	447
	ETP	134	130	168	163	156	152	144	123	138	144	129	126	1717
	Ru	0	0	0	0	0	0	0	46	0	0	0	0	0
	I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tivaoune	P		1			3	20	99	226	184	51	2	3	589
	ETP	140	183	162	173	164	165	145	137	140	146	140	142	1788
	Ru	0	0	0	0	0	0	0	89	44	0	0	0	0
	I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Dakar	P		1				10	87	220	164	58	2	3	546
	ETP	142	134	160	173	165	165	159	141	143	149	149	151	1831
	Ru	0	0	0	0	0	0	0	79	21	0	0	0	0
	I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABEAU I: Calcul en mm de l'évapotranspiration potentielle(ETP) et l'Infiltration(I) par la formule de Turc pour quelques postes de la moitié occidentale du Sénégal (GAYE,1990)

IV. LES PIEZOMETRIES

Les relevés piézométriques s'effectuent à travers les puits, les forages et les piézomètres. Ces points de mesure sont relativement dispersés le long du littoral Nord et constituent des repères pour juger l'évolution piézométriques et le calage du modèle. les mesures piézométriques, utilisées pour le calage en régime permanent, ont été réalisées en 1994. Sa morphologie présente un dôme très prononcé au Sud-Ouest du secteur qui s'affaisse vers le Nord (figure V) et une dépression au Sud-Est du domaine qui n'apparaît pas sur la figure.

D'autres mesures piézométriques ont été effectuées notamment en février 2000 qui devrait être une référence pour le calage en régime transitoire. Elles présentent la même morphologie que celles de 1994 mais on note cependant une baisse sensible de l'ordre de 0.3 m et même parfois une hausse du niveau du plan d'eau dans certains endroits. Les causes de cet affaissement seraient probablement les prélèvements effectués au niveau des Niayes et au niveau des ICS (Industries Chimiques du Sénégal).

En raison de ce qui précède, nous supposons que l'écoulement de la nappe est stable et que le régime permanent répond parfaitement à l'écoulement de cette dernière. C'est ainsi que le présent rapport se limite au comportement de la nappe en régime permanent et étudie les fluctuations de cette dernière suivant l'augmentation des débits d'exploitation au niveau des Niayes.

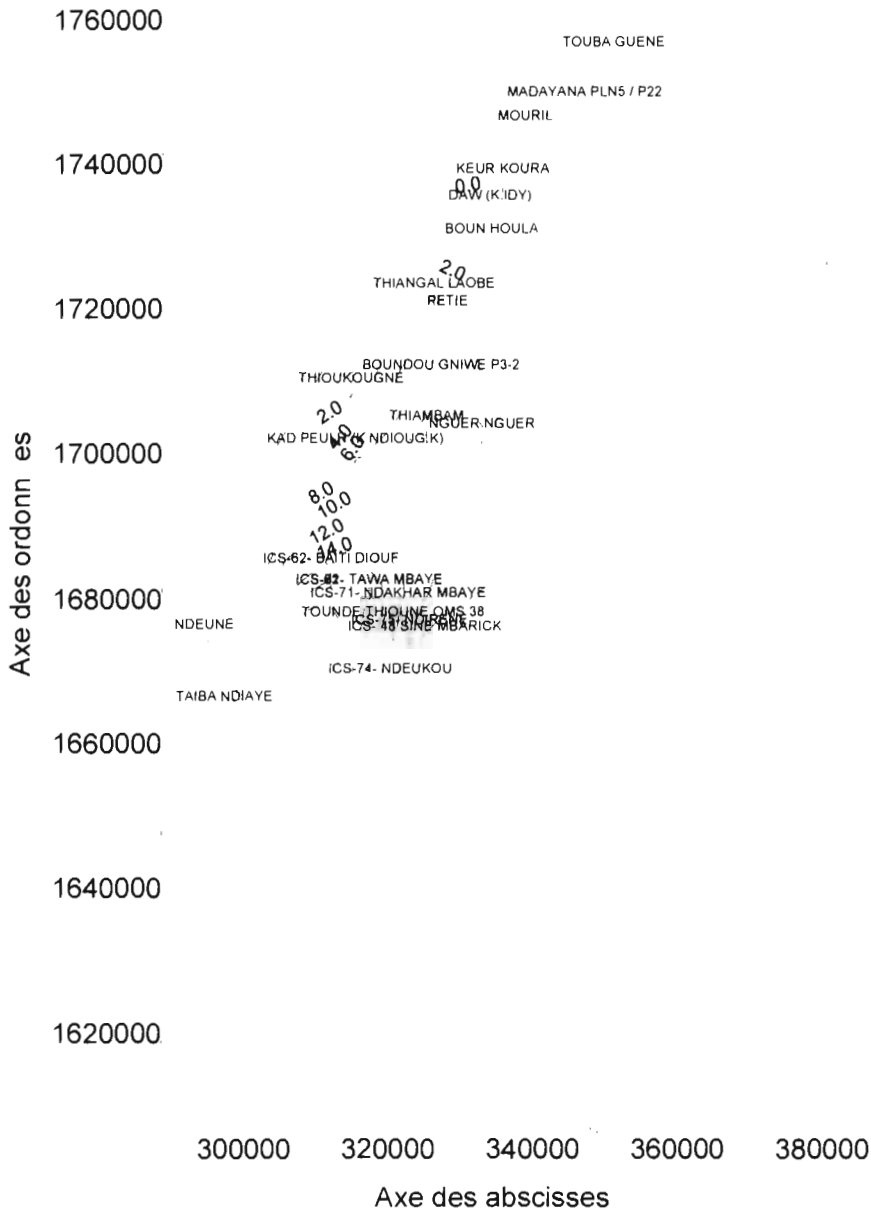


Figure V : Courbes de niveau de la piézométrie de 1994

V. DEBITS DE SOUTIRAGE

C'est un paramètre non moins important dont l'acquisition nécessite des descentes sur le terrain ou bien des enquêtes auprès des services compétentes.

Fort heureusement pour nous, une bonne documentation et en particulier le rapport de Faye(1995) nous a permis d'avoir une idée des prélèvements effectués sur ce site.

Nous allons rappeler les points intéressants notre rapport :

1. PRELEVEMENTS URBAINS ET INDUSTRIELS :

Il s'agit des prélèvements effectués par la SONEES pour l'approvisionnement en eau potable de la ville de Dakar(Kelle et Kébémér) et de quelques agglomérations de la région étudiée, et des prélèvements effectués par les industries chimiques du Sénégal(I.C.S) à Tounde toune.

Le tableau II suivant montre les débits journaliers de ces forages en 1990. C'est l'année où on a enregistré les débits dans tous les forages.

Localités	débits(m ³ /j)
Kelle	20455
Kébémér	6622
ICS	5636
Khombole	396
Bambey	139
Diourbel	1027
Louga	2181
Ndiock Sall	223

Tableau II: Débits en m³/j des forages gérés par SONEES(1990)
(Pernel et Gageonnet,1992).

2. PRELEVEMENTS DES FORAGES GERES PAR LA D.E.M.

Ce sont les prélèvements effectuées sur les forages motorisés ruraux gérés par le Ministère de l'hydraulique. Les débits journaliers de ces forages, présentés au tableau III ci-dessus, sont déduits des volumes annuels globaux ou des débits de pompage et des données moyennes quotidiennes de pompage(Pernel et Gagennet,1992).

Localités	Débits(m3/j)	Année de mise en service
Nguène Sarr	110	1989
Keur Mbarik	175	1990
War Cissé	16	1989
Ndiambou Fall	382	1987
Sam Ndiaye	190	1989
ndatt Diokoul	118	1986
Thiolom Fall	87	1986
Diokoul Ndiawrigne	40	1986
Kab gaye	285	1986
Thièppe	13	1986
Bale Haya Ndiaye	46	1986
Kébé Ndeuka	360	1986
Koul	20	1992
Ngalick Khouma	150	1990
Pékesse	250	1986
Niandiouf	10	1992
Niakhène	16	1986

Localités	Débits(m ³ /j)	Année de mise en service
Ndiengue Diaw	309	1986
Keur Yaba	30	1986
baba garage	80	1982
Tawa Fall	86	1982
Dinguiraye	14	1987
Ngogom	51	1987
Coki Ndiaguène	43	1987

Tableau III: Débits en m³/j des forages gérés par D.E.M.(Division de l'exploitation et de la maintenance).

3. PRELEVEMENTS SUR LES FORAGES VILLAGEOIS :

Ces forages villageois sont au nombre de 332 environ dont certains, dits ruraux, sont exploités par les communautés rurales. Les débits d'exploitation de ces forages sont très faibles, environ 7 à 10m³/j, suivant l'importance de la population, l'effectif du cheptel et l'activité de la localité considérée. C' est pourquoi ces forages seront négligés par rapport à ceux cités ci-dessus lors de la simulation de la nappe.

4. PRELEVEMENTS AGRICOLES : ZONE DES NIAYES

C'est la principale zone de développement du maraîchage où les prélèvements se font essentiellement à partir des céanes et des puits qui sont en nombre très élevé.

L'évaluation de la consommation dans les Niayes est difficile à réaliser, en effet, elle dépend surtout des facteurs suivants :

- La superficie cultivée ;
- Le type de culture ;
- Le schéma d'arrosage suivant les périodes de semi, de développement de l'espèce et de pré-récolte.

C'est ainsi que, vu le nombre élevé des céanes et des puits et par souci de se conformer au mieux à la réalité, nous avons considéré ces prélèvements comme de l'évapotranspiration ou, à l'inverse, une recharge négative. En conséquence, ces débits de prélèvements par unité de surface seront pris en compte dans le module recharge du logiciel Modflow.

SIMULATION
ET
INTERPRETATION
DES RESULTATS

I. PRESENTATION DES LOGICIELS MODFLOW ET SURFER

1. LOGICIEL MODFLOW

Le logiciel Modflow(modèle d'écoulement) est programmé pour simuler l'écoulement à deux ou trois dimensions d'une nappe qui est en régime permanent ou transitoire. Sa puissance réside sur le fait qu'il peut simuler une nappe qui est en interaction avec un ensemble de dispositifs tel que fleuves, drains, réservoirs, puits, évapotranspiration, recharge de la précipitation ou celle de l'irrigation, pouvant commander le comportement de celle-ci(fig. VI). Modflow utilise la méthode des différences finies ; celle-ci suppose une discrétisation d'un domaine bien défini en un ensemble de couches. Chaque couche est, à son tour, divisée en un système de blocs rectangulaires comme présenté à la figure VII. Chaque cellule (bloc rectangulaire) doit recevoir des paramètres la concernant c'est à dire des informations telles que puits, paramètres hydrodynamiques, pour ne citer que cela, pouvant influencer sur l'écoulement du volume d'eau contenu dans les cellules.

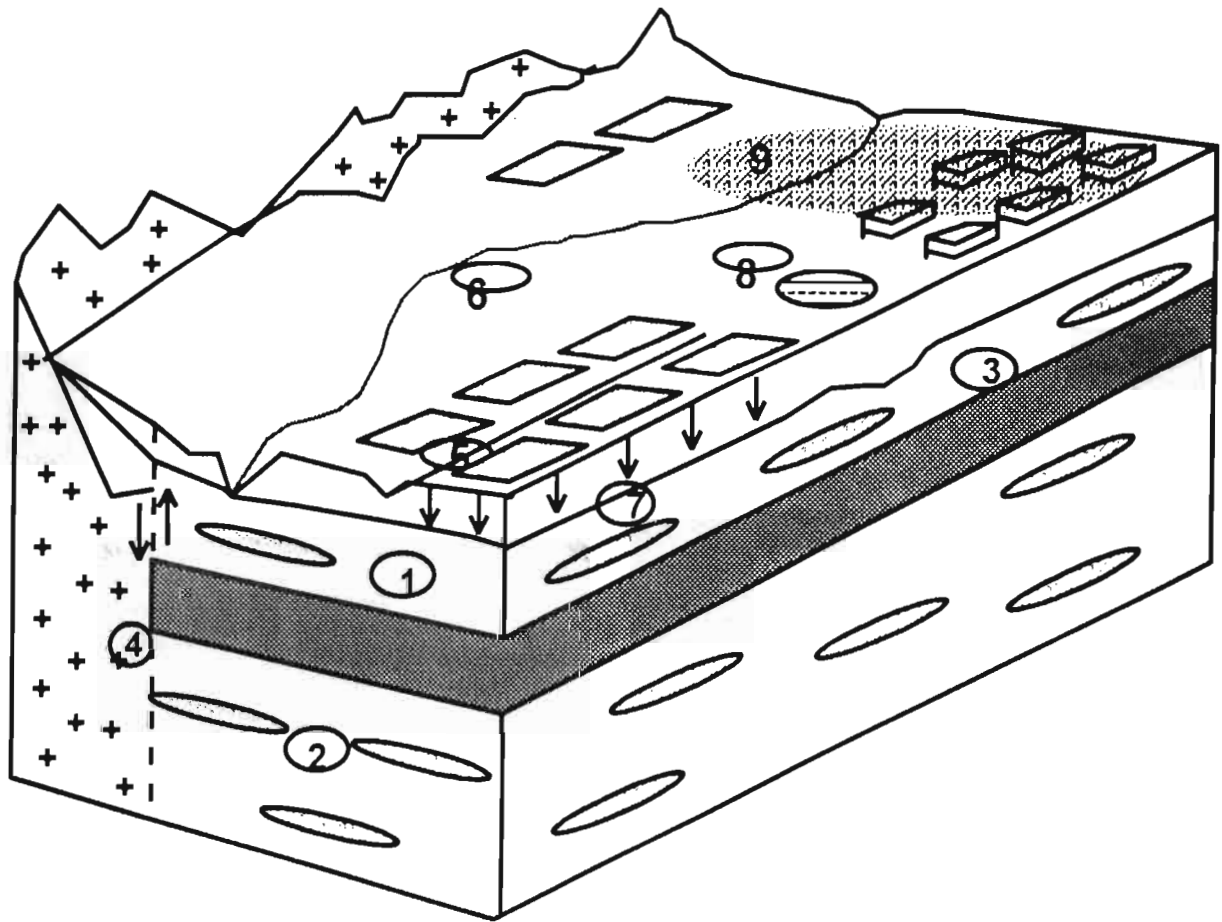
Le programme est subdivisé en différents fichiers permettant de recueillir les données d'entrée du modèle et de fournir les résultats de la simulation. Ces fichiers, obligatoires ou facultatifs lors de chaque période d'excitation, sont présentés ci-dessous d'une manière brève :

- ✓ Fichiers obligatoires pour chaque simulation :
 - Fichier BAS qui conçoit le modèle et fixe les conditions aux limites ;
 - Fichier BCF définit le régime d'écoulement tout en accueillant les données relatives aux perméabilités, transmissivités, coefficients d'emménagement, la côte du mur et du toit de l'aquifère et les dimensions des cellules ;

- Fichier SIP fixe le maximum d'itérations que le programme doit effectuer ;
 - Fichier LST affiche les résultats de la simulation ;
 - Fichier NAM contient les différents fichiers que le programme doit lire lors de la simulation ;
- ✓ Fichiers facultatifs pour chaque simulation :
- Fichier OC gouverne le fichier LST en fixant les options à afficher ;
 - Fichier RCH reçoit les données relatives à la recharge de la nappe ;
 - Fichier EVT reçoit les données relatives à l'évapotranspiration ;
 - Fichier WEL simule les pompages ou injections de débit ;
 - Fichier DRN simule l'effet de drain ;
 - Fichier RIV simule l'effet des rivières ;
 - Fichier GHB permet de fixer les conditions aux limites éloignées du domaine étudié dans le cas où il n'existe pas de conditions aux limites naturelles.

Pour le cas de notre étude ; il a été retenu, en outre des fichiers obligatoires, les modules OC, RCH, WEL, GHB. En effet les fichiers DRN, RIV, EVT seront pris en compte dans le fichier RCH. Partant de ce fait, il sera normal de prévoir des valeurs négatives de la recharge surtout à l'extrême Nord-Est de la zone

Toute la difficulté réside sur cette recherche de données à affecter à chaque cellule. En effet, le coût d'acquisition des données étant exorbitant, on ne peut se permettre de disposer des paramètres sur chaque cellule. Par conséquent, pour arriver à notre fin, on interpole sur tout le domaine, à partir des données obtenues sur quelques points particuliers.



1: Nappe libre

2: Nappe captive

3: Couche étanche (imperméable)

4: Limite étanche

5: Drains

6: Riviere ou Fleuve

7: Recharge

8: Puits

9: Evapotranspiration

Figure VI : modèle pouvant être simulé par MODFLOW.

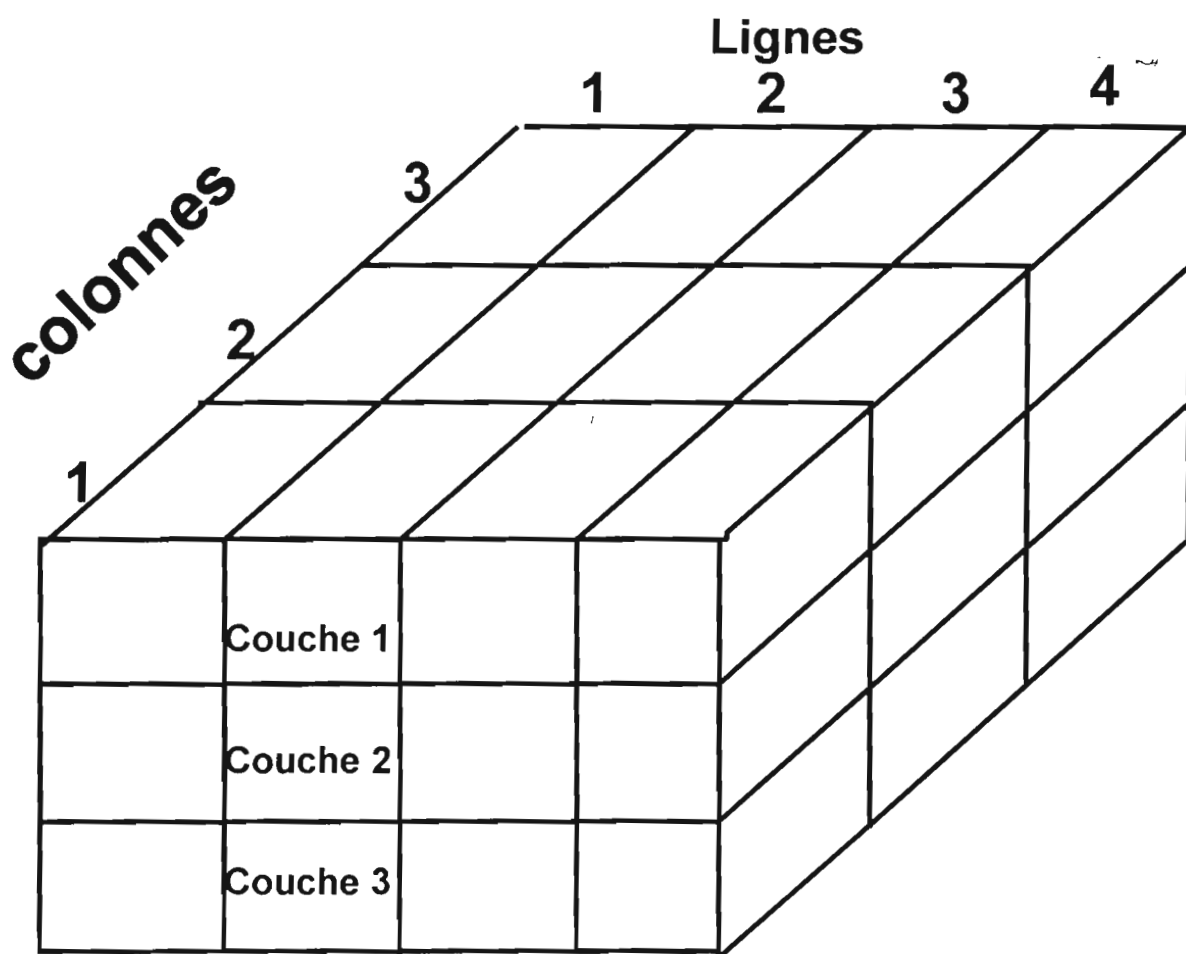


Figure VII: Exemple de discrétisation d'un domaine.

2. LOGICIEL SURFER

L'interpolation de ces données éparpillées est assurée par le logiciel SURFER à partir d'un fichier(ASCII) ou d'une table de calculs qui reçoit les données. Celui-ci réalise des courbes isovaleurs à deux ou trois dimensions suivant les besoins de l'utilisateur. Pour se caler à la réalité, un choix sur le mode d'interpolation est permis en plus des nombreuses options qu'offrent ce logiciel. Comme possibilités, on peut citer entre autres les points ci-dessous :

- Visualiser le graphe à tout moment sur l'écran ;
- Effectuer des opérations de rotation sur les graphes ;
- Choisir des axes, origine des axes et les graduations appropriées ;
- Choisir l'échelle des graphes ;
- Annoter les graphes pour une meilleure compréhension du dessin ;
- Mailler la zone limitée par les axes etc.

La conjugaison des courbes de niveau et de la discrétisation de la zone faites par le même logiciel permet d'apprécier les données d'entrée de chaque cellule.

II. LIMITES ET DISCRETISATION DU DOMAINE

Le vrai contour du domaine pouvait être déterminé sur la carte à travers une table à digitaliser mais pour le cas du projet, un contour formé de lignes droites peut suffire pour obtenir le résultat escompté.

Conscient que l'unicité de la solution de l'équation de diffusivité demande des conditions aux limites et initiales, le domaine d'étude est choisi en fonction des limites suivantes hormis celle imposée par le mur :

- A l'Ouest, une limite à potentiel nul est imposée le long de la côte océanique puisqu'en ces endroits, la nappe se jette sur la mer qui, par convention, est de charge nulle;

- Au Nord, la nappe rencontre une formation calcaire. celle-ci, du fait de sa texture, diminue le transfert de flux à travers la limite du domaine. Ce qui justifie le flux nul imposé sur cette limite.
- A l'Est, pour les mêmes raisons que précédemment on l'a assimilé à une limite à flux nul du fait de la présence des marne-calcaires.
- Au Sud, la remontée du substratum diminue considérablement le débit d'écoulement par conséquent il peut être assimilé à une limite à flux nul ;

La précision du résultat dépend en grande partie du degré de maillage de la zone d'étude. C'est ainsi que, vu l'étendu du domaine, un maillage de 2x2km² formant une matrice de (82x48) est jugé acceptable pour avoir une bonne précision mais aussi alléger, tant soit peu, la phase d'acquisition de données.

III. CALAGE EN REGIME PERMANENT DU MODELE DE 1994

La convergence du modèle en régime permanent a nécessité beaucoup d'itérations. Ceci est dû, non seulement au nombre élevé de cellules, mais encore à certains paramètres tels que l'infiltration, la perméabilité dont leur maîtrise reste à prouver. Pour atteindre ce résultat, un ajustement s'est opéré sur les données qui présentent le plus d'incertitude.

C'est ainsi que seules les valeurs de perméabilités et de recharges ont fait l'objet de modifications lors du calage.

1. AJUSTEMENT DES PARAMETRES

Pour se rapprocher au mieux à la réalité, nous avons attribué arbitrairement une valeur de recharge à chaque cellule. Ces valeurs décroissent du Nord au Sud et de l'Ouest à l'Est et peuvent atteindre jusqu'à -2E-5 mm /an à l'extrême Est.

Parallèlement, chaque cellule est dotée d'une valeur de perméabilité obtenue sur une carte de perméabilités.

Au vu des analyses des résultats obtenus, nous avons opéré des changements allant dans le sens de faire tendre les piézométries calculées vers celles mesurées.

2. PRECISION DE L'AJUSTEMENT

Au terme du calage, la différence entre les piézométries calculées et mesurées dépasse rarement les 2m comme le montre le tableau IV suivant et confirmé par la figure VIII :

nombre	Désignation	lignes- colonnes	Altitudes	NS/Mg Aout 1994 (m)	piéz Aout mes 94	piéz Aout cal 94	piéz calculées -piéz mesurées
1	MOURIL	13-26	5,06	5,83	-0,77	-0,54	-0,23
2	KEUR KOURA	16-25	8,39	8,33	0,06	0,42	-0,36
3	BOUN.HOULA	20-25	8,89	8,45	0,44	1,3	-0,86
4	DAW (K.IDY)	18-24	8,06	7,08	0,98	1,44	-0,46
5	BENDIOUGA	24-23	13,27	10,78	2,49	2,19	0,3
6	D.NAILOU	44-8	17,48	8,99	8,49	10,14	-1,65
7	BOUNDOU GNIWE	30-21	26,4	16,57	9,83	9,97	-0,14
8	NGUER NGUER	34-24	46,87	36,64	10,23	8,08	2,15
9	THIAMBAM	33-20	21,94	11,07	10,87	13,61	-2,74
10	ICS-75- NDIRENE	37-19	44,91	32,09	12,82	13,31	-0,49
11	TOUNDE THIOUNE OMS 38	37-18	48,48	34,24	14,24	14,05	0,19
12	ICS-71- NDAKHAR MBAYE	36-18	48,99	34,74	14,25	14,19	0,06
13	ICS-72- TAWA MBAYE	36-16	49,89	32,16	17,73	14,57	3,16
14	ICS-62- BAITI DIOUF	43-13	42,69	24,9	17,79	15,92	1,87

Tableau IV : Comparaison des piézométries calculées et mesurées sur quelques piézomètres de référence.

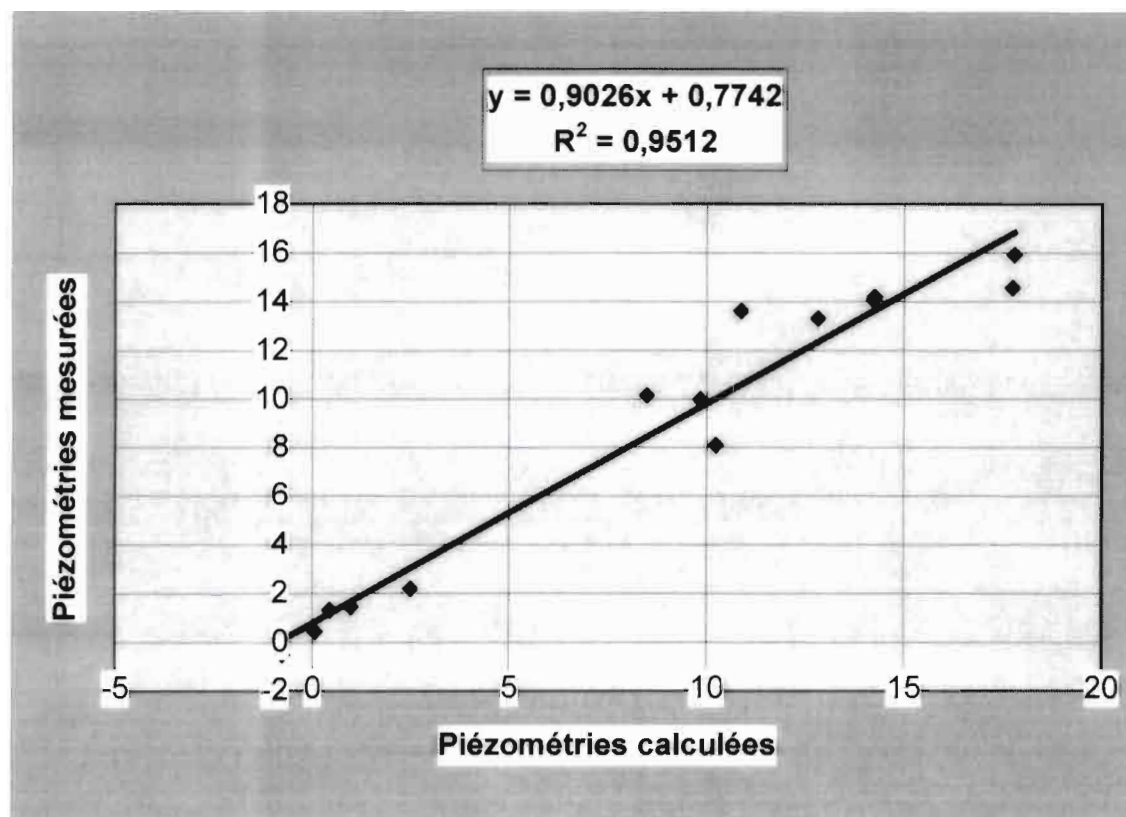


Figure VIII : Droite de régression des charges mesurées et calculées

Compte tenu de ce qui précède, on peut affirmer que le modèle obtenu représente tout à fait le comportement moyen de la nappe en particulier le dôme piézométrique au Sud-Est du domaine avec un coefficient de corrélation égal à $R^2=0,95$.

En effet, à partir d'un nuage de points obtenu à l'aide des coordonnées des positions définies par :

- X : Niveau piézométrie mesurée,
- Y : Niveau piézométrie calculée,

l'équation de la droite de régression de ces points (figure VIII) est donnée par :

$$Y = 0,9026X + 0,7742.$$

La précision $R=0.97$ de cette droite de tendance, voisine de 1, témoigne que le calage du modèle est satisfaisant dans l'ensemble. En conséquence, ces mêmes données seront utilisées pour simuler les débits de pompage effectués sur la zone des Niayes.

3. SIMULATION DE L'EXPLOITATION DE LA NAPPE

Le modèle étant calé en régime permanent, diverses simulations peuvent être effectuées sur ce dernier pour suivre l'évolution de la nappe à travers les piézomètres témoins. Il a été retenu la simulation de l'exploitation de la zone des Niayes qui, pour le présent rapport, est considérée comme de l'évapotranspiration dans le but de se rapprocher au mieux de la réalité. C'est ainsi qu'on a augmenté le débit d'exploitation de 10% jusqu'à 40% de l'exploitation de la zone des Niayes et les résultats ont montré (figure IX) et annexes), comme prévu, une diminution généralisée sur l'ensemble de la zone tout en respectant la morphologie de la nappe. En effet, pour une augmentation de moins de 10% de l'exploitation des Niayes, la nappe réagit favorablement en minimisant la baisse du niveau du plan d'eau dont la moyenne tourne autour de 0,3 m. Au delà d'une augmentation de 20% de l'exploitation, on commence à sentir l'abaissement de la hauteur piézométrique sur certains piézomètres de référence. A partir de 30%, le rétrécissement de la nappe est net et on recense même à Baïti Diouf un affaissement de 4 m pour une réduction de 40% de l'exploitation. A ce stade, le niveau du plan d'eau est proche, surtout au Nord, de celui de la mer ce qui précipite davantage l'intrusion saline.

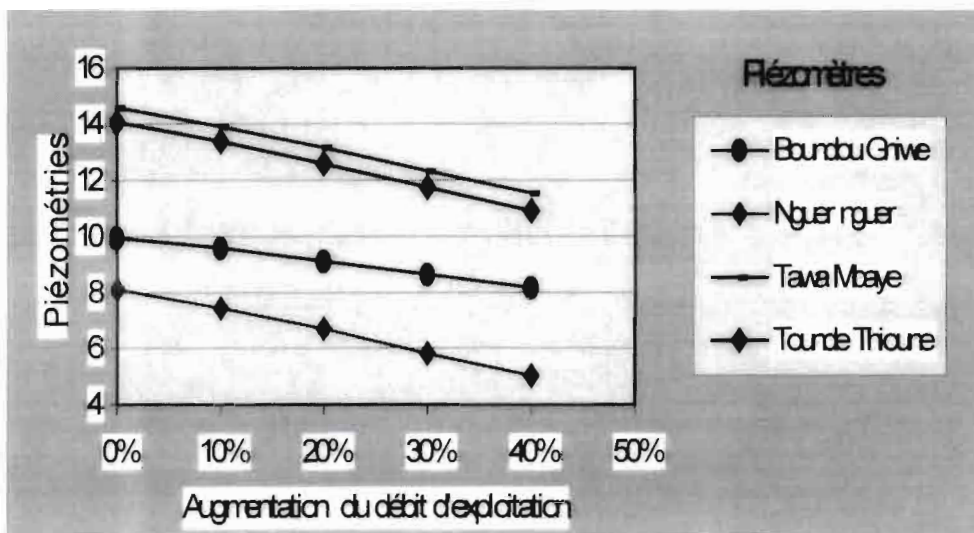
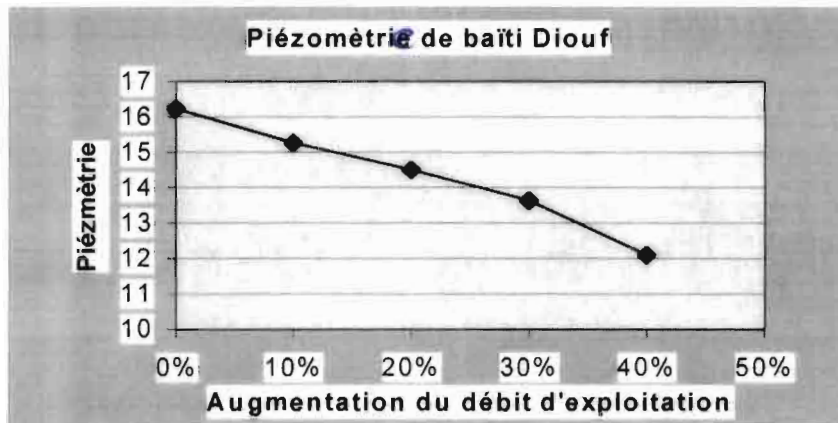
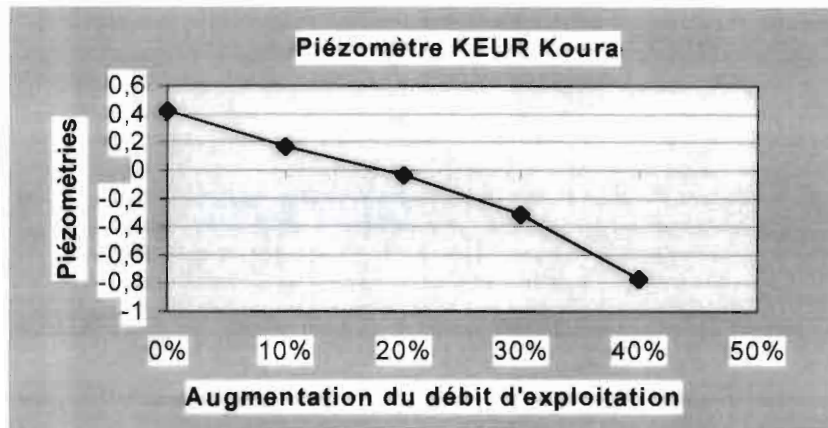


Figure IX : Résultats de la simulation.



**DELIMITATION
DU
BISEAU SALE**

I. POSITION DE L'INTERFACE PAR CALCULS DIRECTS

Les différentes campagnes effectuées durant ces dernières décennies ont montré, d'une manière générale, la baisse du niveau du plan d'eau excepté ces dernières années où on a observé un niveau stationnaire. En effet, l'exploitation dans cette zone augmente alors que la pluviométrie, principale source recharge, diminue au fil des années. Par ailleurs, le logiciel MODFLOW simule la réserve d'eau qui se trouve dans le domaine et ne fait pas de distinction entre l'eau douce et l'eau salée; ce qui ne règle pas le problème puisque notre véritable souci c'est de caractériser l'eau douce contenue dans la zone d'études. C'est sous ce rapport que cette deuxième partie du projet se justifie dans la mesure où elle complète la première en localisant la zone de transition eau douce-eau salée. Pour y arriver, nous disposons d'une série de méthodes analytiques basées sur des hypothèses simplificatrices.

1. METHODE DE GHYBEN-HERZBERG ET DE VERRUIJT

Le régime d'écoulement étant permanent, on peut se permettre d'utiliser les deux hypothèses suivantes :

- L'eau salée est immobile ;
- L'eau douce s'écoule vers l'eau salée avec une interface abrupte sans mélange.

De là, l'égalité des pressions en un point P de côte z du biseau fournit :

$$\begin{array}{l}
 P = -\rho_2 \cdot g \cdot z \\
 \\
 P = -\rho_1 \cdot g \cdot z + \rho_1 \cdot g \cdot h_1
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} P \\ P \end{array}} \right\} \Rightarrow P = (\rho_2 - \rho_1) \cdot g \cdot z = -\rho_1 \cdot g \cdot h_1$$

Soit :

$$z = \frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} h_1$$

Si on considère que la masse volumique de la mer est sensiblement égale à 1.025 t/m^3 et celle de l'eau douce égale à 1 t/m^3 . alors on obtient, en première approximation, la relation suivante connue sous le nom de « Principe de Ghyben-Herzberg » :

$$z = -40.h$$

L'utilisation de cette méthode sur les piézomètres de référence décèle des secteurs qui pourraient présenter des intrusions salines. Ces zones critiques sont localisées au nord notamment à Nouril et à Touba Guène où les hauteurs piézométriques prennent respectivement les valeurs -0.02 m et -0.24 m . Ailleurs, la profondeur du biseau, montré sur le tableau ci-dessous (tab V), est relativement grande et par conséquent laisse croire à la pérennité de l'eau douce.

VERRUIJT affirme, quant à lui, que si le débit d'écoulement vers la mer est constant, alors la surface libre et le biseau seront deux portions de parabole d'équation :

$$\text{Biseau : } z^2 = -\frac{2.Q}{\beta.K.(1+\beta)} X + \frac{Q^2}{\beta^2.K^2} \frac{1-\beta}{1+\beta}$$

$$\text{Surface libre : } z^2 = -\frac{2\beta.Q}{K(1+\beta)} X$$

Avec

z : altitude comptée positivement vers le haut

X : abscisse comptée positivement vers la mer

Q : débit d'eau douce s'écoulant dans l'aquifère vers la mer par unité de longueur perpendiculairement au plan de la figure ;

$$B = (\rho_2 - \rho_1) / \rho_1$$

K : perméabilité du milieu.

Désignation	Longitudes	Latitudes	Piézomètre(m) Février 2000	Profondeur du biseau salé(m).
NGUER NGUER	332763	1701422	9,92	396,8
TOUNDE THIOUNE OMS 38	320550	1675544	12,4	496
ICS-71- NDAKHAR MBAYE	321250	1678162	13,42	536,8
ICS- 48 SINE MBARICK	324945	1673540	7,65	306
ICS-72- TAWA MBAYE	317270	1680014	17,1	684
ICS-61- TAWA MBAYE	317266	1680000	17,11	684,4
ICS-75- NDIRENE	322830	1674424	12,17	486,8
NDIAMBOU FALL PLN4	346834	1736215	5,055	202,2
ICS-74- NDEUKOU	320452	1667646	11,72	468,8
ICS-62- BAITI DIOUF	311940	1682901	17,11	684,4
ICS – 73 - DIOBASSE	308304	1676275	21,38	855,2
TAIBA NDIAYE	297187	1663895	29,1	1164
BOUNDOU GNIWE P3-2	327139	1709506	9,47	378,8
MADAYANA PLN5 / P22	346872	1747260	0,515	20,6
PETIE	328797	1718306	5,2	208
TOUBA GUENE	350909	1754116	-1,24	critique
THIAMBAM	325146	1702463	10,43	417,2
NDEUNE	294909	1673830	5,26	210,4
BOUN.HOULA	334319	1728302	0,56	22,4
KEUR KOURA	335570	1736630	0,61	24,4
KAD PEULH (K.NDIOUG.K)	315304	1699381	7,93	317,2
DAW (K.IDY)	333826	1732918	1,29	51,6
DIORMEL	313109	1699744	4,94	197,6
MOURIL	339205	1743951	-0,02	critique
BENDIOUGA	331940	1721757	2,53	101,2
D.NAILOU	300853	1680444	8,52	340,8
THIANGAL LAOBE	326130	1720710	4,54	181,6
THIOUKOUGNE	314712	1707699	2,01	80,4

Tableau V : Calcul de la profondeur de L'interface par la méthode de Ghyben-Herzberg.

2. METHODE DE GLOVER

D'autre théorie telle que GLOVER permet de déterminer la position du pied du biseau salé qui est l'intersection entre la ligne d'interface et le substratum imperméable. Celle-ci est donnée par la formule suivante en tenant compte de la surface de suintement sur la cote :

$$x_0 = -\frac{\rho_1 \cdot Q}{2(\rho_2 - \rho_1) \cdot K}$$

Avec la cote de l'interface donnée par :

$$z^2 = \frac{2\rho_1 \cdot Q}{\Delta\rho_1} X + \left(\frac{\rho_1 \cdot Q}{\Delta\rho_1 \cdot K}\right)^2$$

Et la largeur de suintement donnée par :

$$l = -\frac{\rho_1 \cdot Q}{2 \cdot \Delta\rho_1 \cdot K} = -x_0$$

Dans la littérature le débit moyen d'écoulement vers la mer est estimé à $Q=0.25\text{m}^3/\text{h}/\text{m}$ et la perméabilité de la zone à $K=0.42\text{m}/\text{h}$. De ce fait, les valeurs de la position du pied de l'interface et de la largeur de suintement sont données ci-dessous ; par contre la bande de délimitation est tracée sur la figure X:

$$x_0 = 12 \text{ m} ;$$

$$l = 12 \text{ m}.$$

Pour cette méthode, le risque d'intrusion se trouve dans les régions les plus proches de la mer particulièrement à Nouril. En effet, la profondeur de l'interface croît avec l'avancé sur la terre ferme et cette bande ne va pas plus de 24m par rapport au rivage.

Mais il est à rappeler que ces formules se sont basées sur des hypothèses simplificatrices et en conséquence elles ne traduisent pas la réalité malgré la ressemblance qui existe entre les conclusions des deux méthodes précitées.

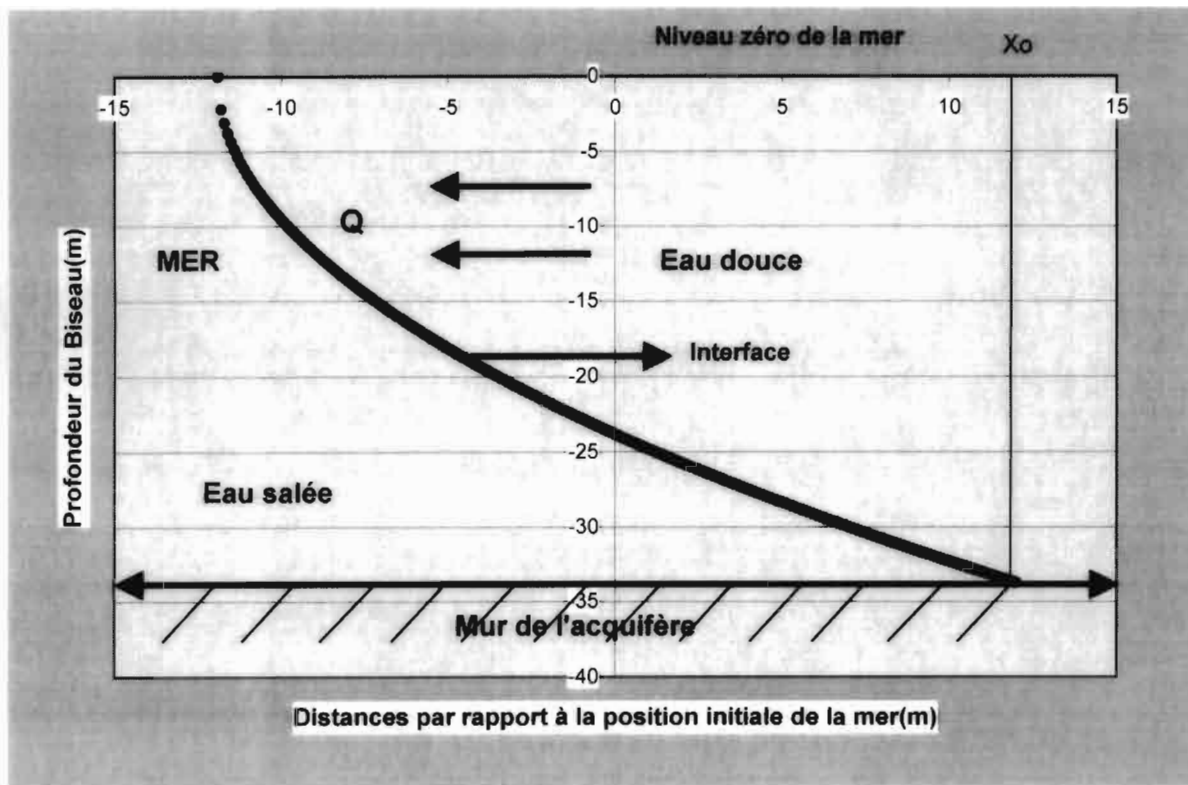


Figure X : Délimitation du Biseau sur la Zone des Niayes.

Par ailleurs, les deux eaux, évoquées ci-dessus, sont maintenues en équilibre hydrostatique à travers une interface. Il va de soi que celle-ci se déplace sous l'effet de la marée ou des variations des débits sortant de la nappe à travers les puits ou s'écoulant vers la mer. C'est ainsi que, lors du pompage à travers un ouvrage de captage dans une zone à influence du biseau salée, l'activation de l'interface du biseau a tendance à s'élever avec le rabattement de la nappe. La figure suivante montre comment s'élève l'interface(formation d'un dôme) au voisinage du puits sous l'effet du débit de pompage. Par conséquent,

pour éviter de soutirer de l'eau salée, un plafond doit constituer un seuil pour les débits à ne pas dépasser.

Ce débit limite en régime permanent peut être calculé par la relation suivante (loi de DARCY) :

$$Q = -K \cdot 2\pi \cdot r \cdot (b - s - \eta) \cdot \frac{ds}{dr}$$

Avec

- b : l'épaisseur originelle de l'eau douce,
- s : le rabattement induit par le pompage,
- η : l'élévation de l'interface au droit du puit.

L'intégration de cette relation permet de déterminer le débit Q du pompage :

$$Q = \frac{\pi \cdot K}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \left\{ 2b \cdot S_w - \left(1 + \frac{\rho_1}{\Delta\rho_1}\right) s_w^2 \right\}$$

avec :

$$\eta = \frac{\rho_1}{\Delta\rho_2} \cdot s \quad (\text{côte de l'interface en régime permanent si la pénétration de}$$

l'ouvrage dans la nappe est faible) ;

$$S_w = \frac{\Delta\rho_1}{\rho} \frac{b-l}{3} \quad (\text{rabattement maximum permis au niveau du puits pour}$$

éviter de pomper l'eau salée).

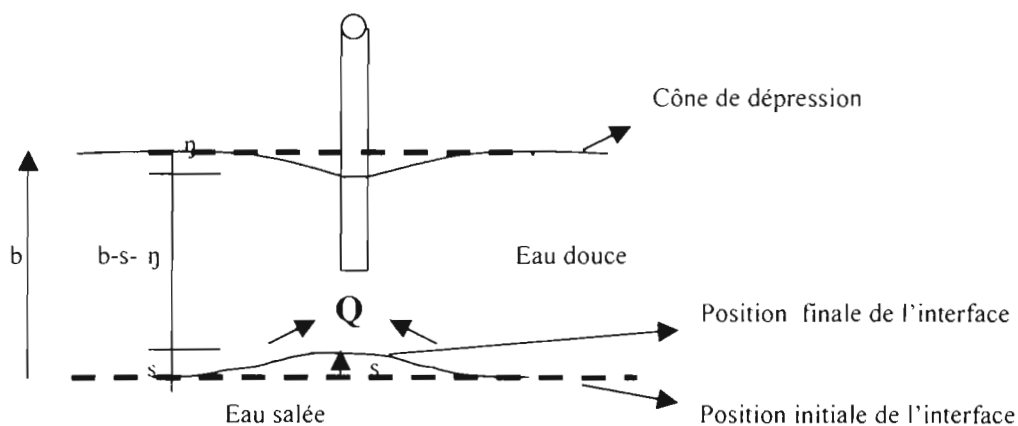


Figure XI : Élévation de l'interface lors d'un pompage.

Ces méthodes, simplificatrices, donnent tout simplement une idée de la position du biseau salé qui diffère en général de la réalité. C'est ainsi que pour se rapprocher de la réalité; une méthode, beaucoup plus pointue, du nom de sondage électrique a fait l'objet d'une campagne(juillet 2001) effectuée sur l'ensemble de la zone des Niayes en vue de déterminer la position réelle de l'interface.

La méthode d'investigation utilisée est la schlumberger (méthode électrique) à cause de sa simplicité de mise en œuvre . Les résultats de ce procédé sont largement détaillés dans le rapport de NDIAYE et NIANG(2001).

La synthèse de leurs résultats est reprise ci-dessous :

- Au sud près de Mboro, le biseau est peu avancé mais du fait de la faiblesse de l'épaisseur de l'aquifère, le débit limite de pompage est aussi faible. Ainsi le maraîchage dans la zone des dunes blanches est à proscrire;
- Au centre entre Fass BOYE ET Thiangal Laobé, l'avancé du biseau est faible(environ 500 m). Le débit limite de pompage estimé incite à proscrire les pompes à gros débit dans la zone des dunes blanches. Bien

que la zone des Niayes ne soit pas menacée par le biseau, il faut recommander l'utilisation des pompes 15 m³/h maximum pour préserver la ressource en eau;

- Dans la zone Nord jusqu'à Rao, le biseau est presque arrivé au niveau des Niayes. Avec l'influence du delta en plus il faut proscrire l'utilisation de pompe à gros débit dans cette zone.

Cette conclusion n'est pas en contradiction avec celle de la méthode théorique qui stipule que la région du Nord et la bordure de la mer sont des zones critiques.

CONCLUSION

Ce projet de fin d'études a permis de reconstituer la nappe du littoral Nord du Sénégal grâce aux données de base recueillies dans les campagnes et dans les mémoires antérieurs.

Les données de campagne regroupent essentiellement la piézométrie, les paramètres hydrodynamiques, le coefficient d'emmagasinement spécifique et la côte du mur. Par contre, celles disponibles dans les mémoires concernent principalement les débits de soutirage et de recharge dont leurs valeurs présentent des incertitudes.

Pour arriver à mettre en place ce modèle hydrodynamique, caractérisé par une nappe monocouche en régime permanent, les phases suivantes ont été respectées et dans l'ordre durant tout le temps qu'a pris le rapport :

- La localisation de la zone d'études ainsi que l'acquisition de données servant de paramètres d'entrée lors de la simulation. Parmi ces données, il existe celles de campagnes, fiables, qui caractérisent le comportement hydrodynamique de la nappe et par conséquent elles sont introduites telles quelles dans le logiciel ; et d'autres, disponibles dans les rapports antérieurs, mais qui nécessitent des modifications lors de la simulation.
- La discrétisation du domaine de même que la répartition spatiale des paramètres d'entrée ont été effectuées grâce à un logiciel surfer. Ce dernier a permis d'avoir des données d'entrée fiables dans toutes les cellules. Mais il importe toutefois de ne pas perdre de vue que l'infiltration, principale recharge, est imprécise.
- La modélisation de la nappe en régime permanent qui a fourni la piézométrie de 1994 avec une bonne précision ($R=0.97$). Nous croyons, de ce fait, pouvoir affirmer que les données d'entrées, en particulier la recharge, reflètent la réalité et en conséquence elles pourront être

réutilisées, sans risque majeur, pour simuler les débits d'exploitation au niveau des Niayes.

A la lumière de ce qui précède, on peut affirmer que la nappe réagit favorablement pour une exploitation de moins de 10% de celle existante dans les Niayes; par contre pour une exploitation de plus de 20%, l'affaissement de la nappe est franc avec une présence effective du biseau salé qui se trouve actuellement menaçant sur la bordure de la mer notamment à Nouril et à Touba Guène.

Cependant, pour maintenir l'exploitation de la nappe à moins de 10% des débits d'exploitation, les recommandations suivantes ont été suggérées :

- Diminuer la contrainte d'exploitation de la nappe en réalisant le projet de la station de traitement prévu à Keur Momar SARR pour l'alimentation en eau potable de la ville de Dakar,
- Sensibiliser la population afin qu'elle optimise l'utilisation de cette eau précieuse.

BIBLIOGRAPHIE

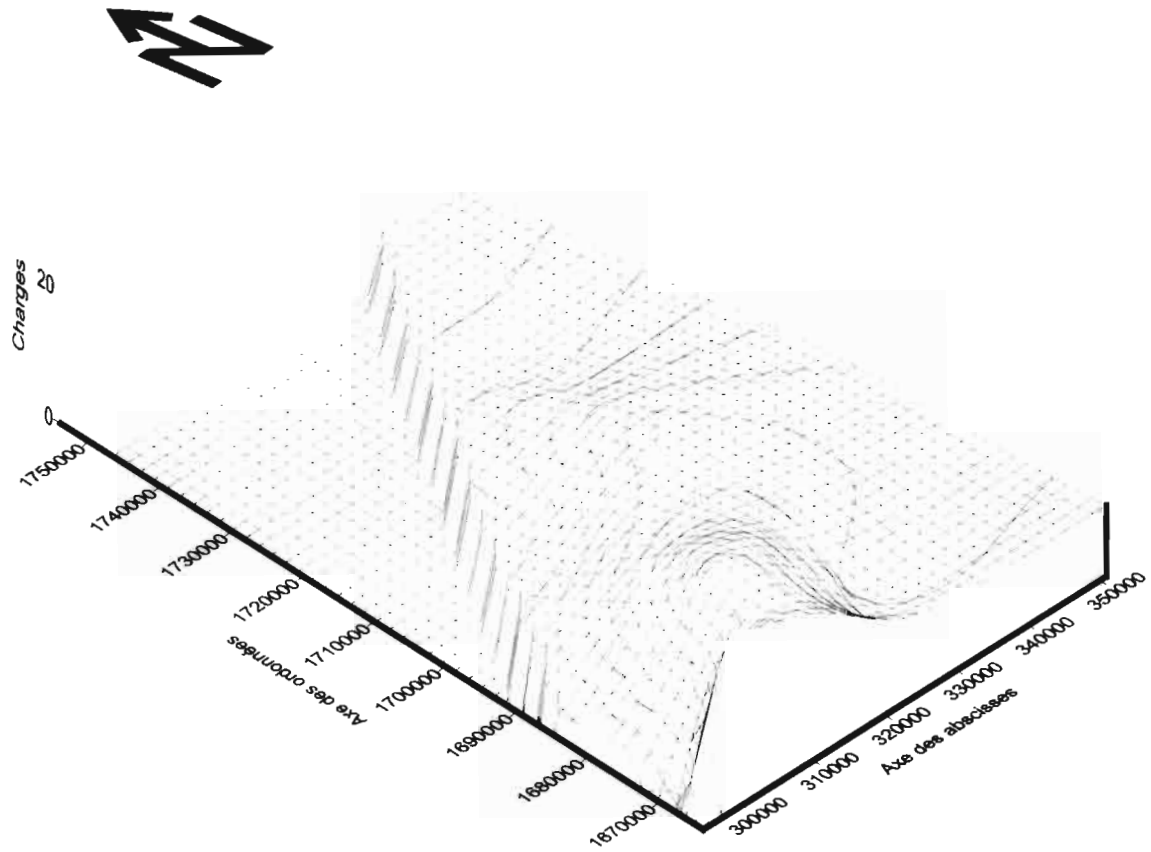
- User's documentation for MODFLOW-96, on update to the U.S. Geological survey modular finite-difference ground-water flow model. Arlen w. HARBAUGH and Michael G. MCDONALD , 1996.
- Les bassin des fleuves Sénégal et Gambie. Etude géomorphologique. Mémoire ORTOM. Michel, 1973.
- Hydrogéologie quantitative. G de MARSILY, p213.
- Aide Mémoire d'hydraulique souterraine. Maurice CASSAN, p193.
- Modélisation hydrodynamique des nappes du littoral Nord entre Cayar et Saint-louis. Impact des futurs prélèvements envisagés dans le cadre de l'approvisionnement en eau de Dakar et de ses environs. Serigne FAYE, 1995.
- Etude technique pour la modélisation de la nappe et l'identification des moyen d'exhaure et d'irrigation approprié dans la zone des NIAYES entre Mboro et Pout. Dr Babacar NDIAYE et Dr El-hadji Bamba DIAW, juillet 2000.

- Application de la géophysique(électrique et sismique) à l' aide de la géométrie du réservoir de l'acquiére du littoral Nord Sénégal(de Taïba à Rao).
Same DIOUF, 1995.
- Localisation du biseau salé par les méthodes géophysiques dans la zone des Niaye entre Mboro et Saint-louis.
Dr Babacar NDIAYE et Dr Magatte F.K. NIANG, 2001.
- Dynamique et morphogénèse actuelles au Sénégal
Sall, 1982.
- Etude hydrodynamique secteur Mboro-lompoul (Sénégal).
D. FOHLEN et Y. LE MORDANT, 1993.
- Etude hydrogéologique du DELTA du fleuve Sénégal.
Dr Babacar NDIAYE et Fulbright SCHOLAR, 1989.

ANNEXES

LOCALITES	Abscisses	Ordonnées	Piéz1994 -Piéz 2000
NGUER NGUER	332763	1701422	-0,59
TOUNDE THIOUNE OMS 38	320550	1675544	-2,55
ICS-75- NDIRENE	322830	1674424	-2,35
ICS-71- NDAKHAR MBAYE	321250	1678162	-1,61
ICS-62- BAITI DIOUF	311940	1682901	-1,2
ICS-72- TAWA MBAYE	317270	1680014	-1,11
ICS-61- TAWA MBAYE	317266	1680000	-1,09
ICS- 48 SINE MBARICK	324945	1673540	-0,94
ICS-74- NDEUKOU	320452	1667646	-0,88
THIAMBAM	325146	1702463	-0,73
BOUNDOU GNIWE P3-2	327139	1709506	-0,52
KAD PEULH (K.NDIOUG.K)	315304	1699381	-0,37
THIANGAL LAOBE	326130	1720710	-0,18
THIOUKOUGNE	314712	1707699	-0,15
PETIE	328797	1718306	0,03
BOUN.HOULA	334319	1728302	0,29
KEUR KOURA	335570	1736630	0,38
DAW (K.IDY)	333826	1732918	0,5
MOURIL	339205	1743951	0,54
MADAYANA PLN5 / P22	346872	1747260	0,55
TÓUBA GUENE	350909	1754116	0,77
TAIBA NDIAYE	297187	1663895	-1,13
NDEUNE	294909	1673830	-0,23

Différence entre piézomètre2000 et piézomètre1994



Courbes de niveau du plan d'eau(3D)

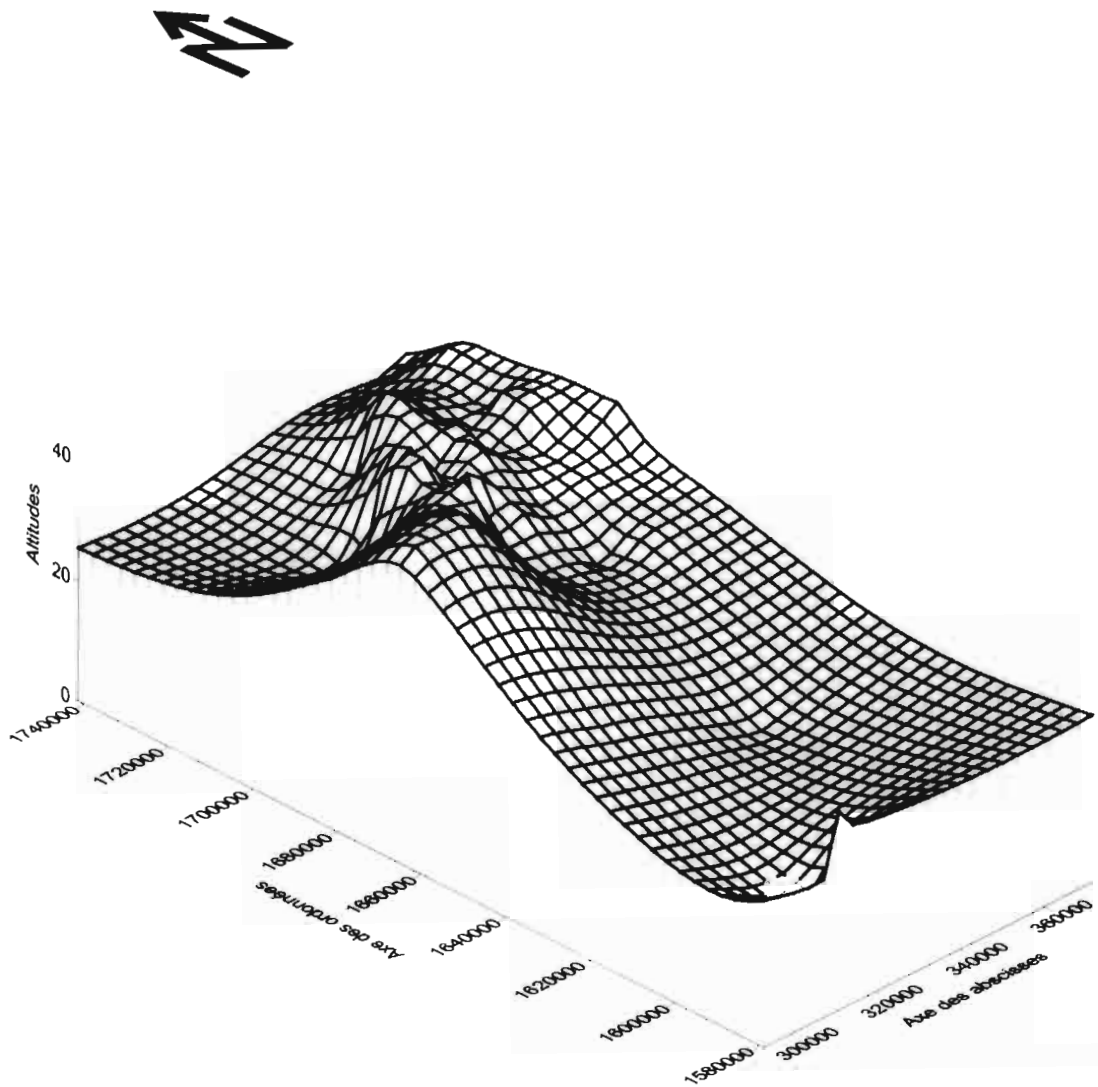
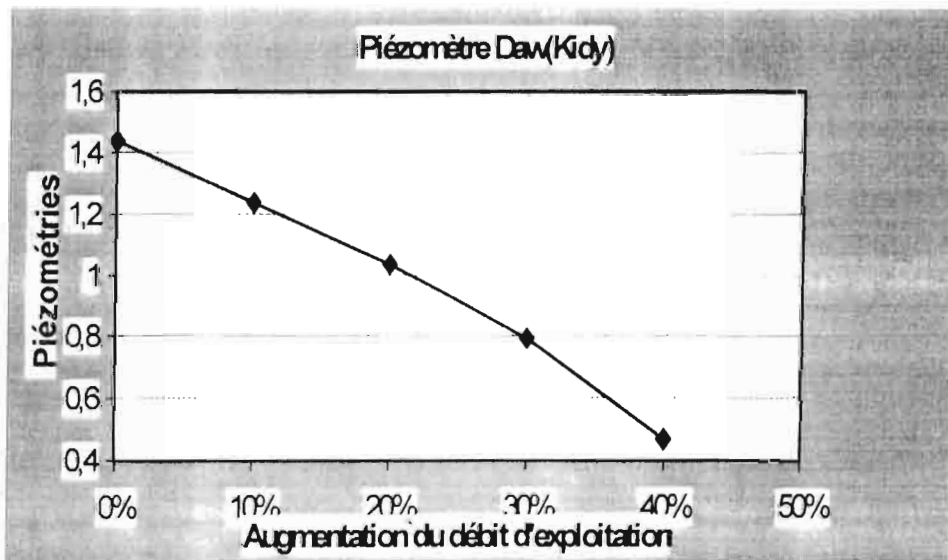
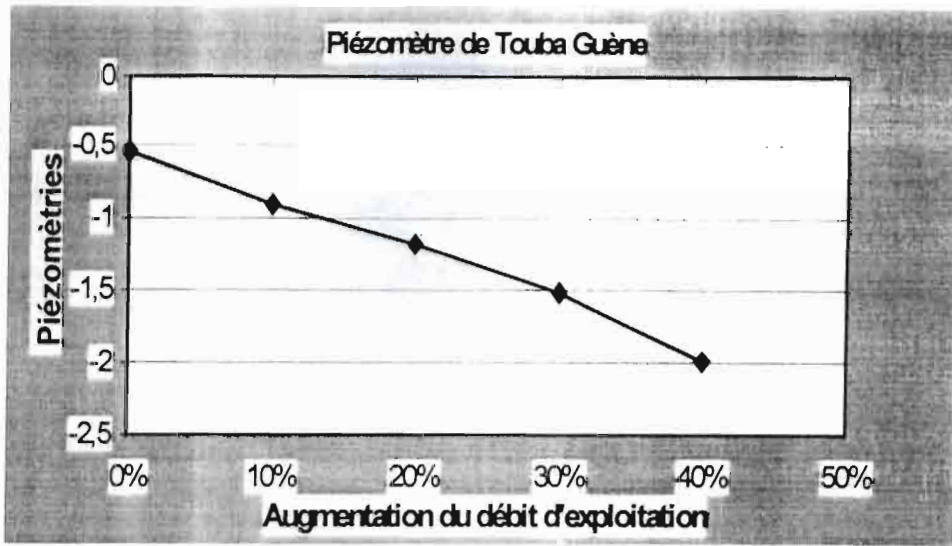


Fig : courbes de niveau des altitudes (3D)

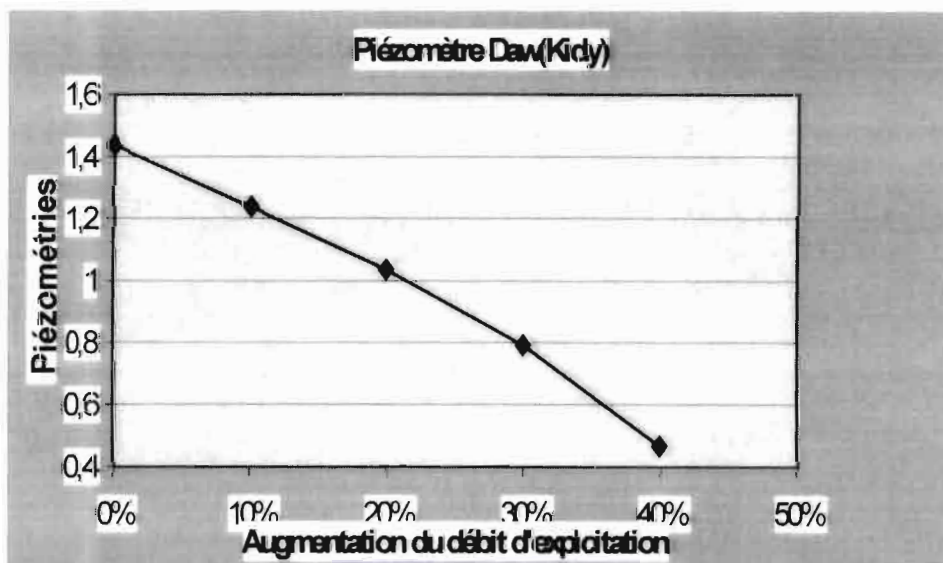
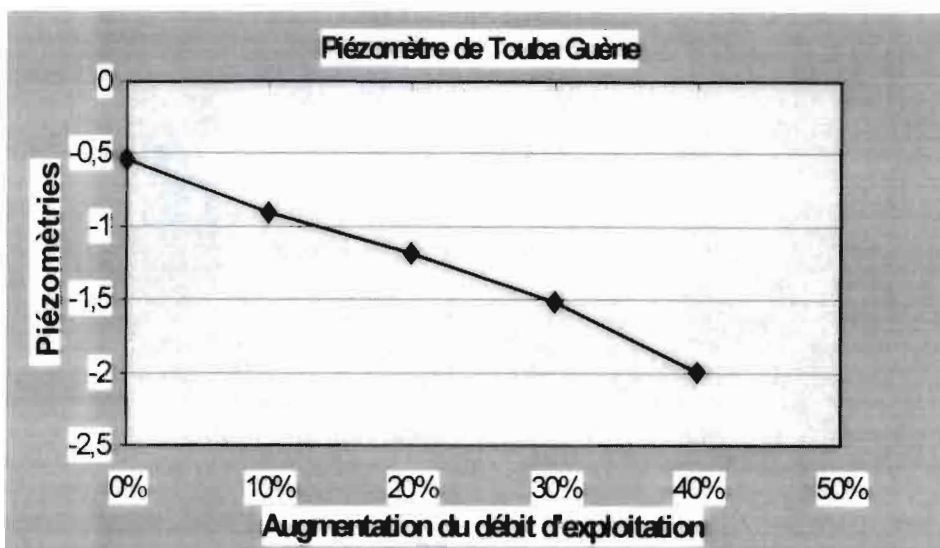
Noms villages	Touba Guène	Keur Koura	Daw(Kidi)	Boun Houla	Bendiouga	Boundou Gniwe	Thiambam
Aug Débit							
0%	-0,54	0,42	1,44	1,3	2,19	9,97	13,61
10%	-0,91	0,17	1,24	1,17	2,098	9,58	13
20%	-1,188	-0,037	1,035	0,963	1,842	9,13	12,3
30%	-1,513	-0,312	0,792	0,718	1,612	8,617	11,52
40%	-1,942	-0,6672	0,467	0,402	1,209	8,043	10,57
Rabattements	1,402	1,0872	0,973	0,898	0,981	1,927	3,04

Noms village	Nguer nguer	Tawa Mbaye	Ndakhar Mbaye	Tounde Thioune	Ndirène	Baiti Diouf	Nailou
Aug Débit							
0%	8,08	14,57	14,19	14,05	13,31	16,25	10,14
10%	7,445	13,9	13,53	13,37	12,64	15,26	9,663
20%	6,674	13,14	12,76	12,59	11,85	14,49	9,111
30%	5,791	12,32	11,91	11,73	10,97	13,62	8,491
40%	4,78	11,31	10,9	10,5	9,88	12,11	7,72
Rabattements	3,3	3,26	3,29	3,55	3,43	4,14	2,42

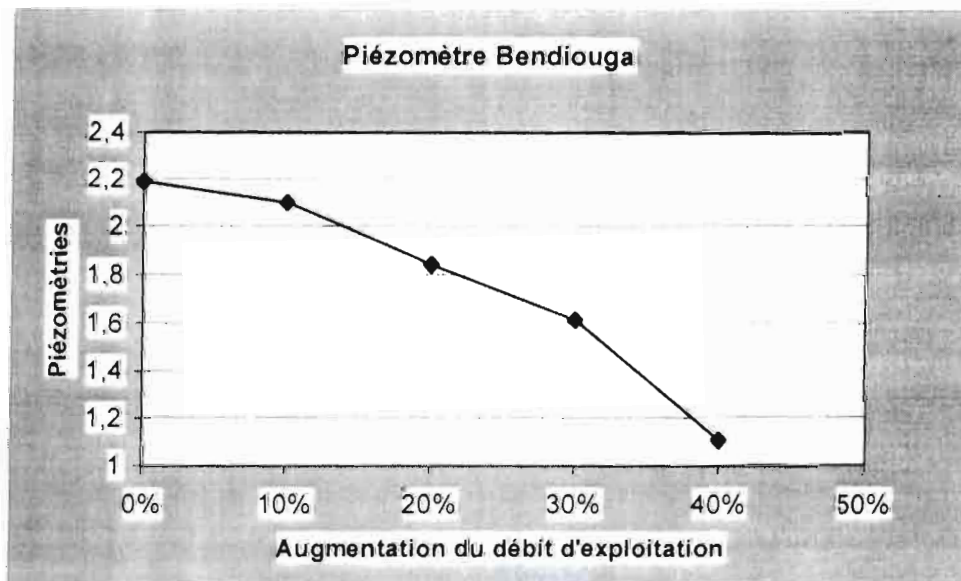
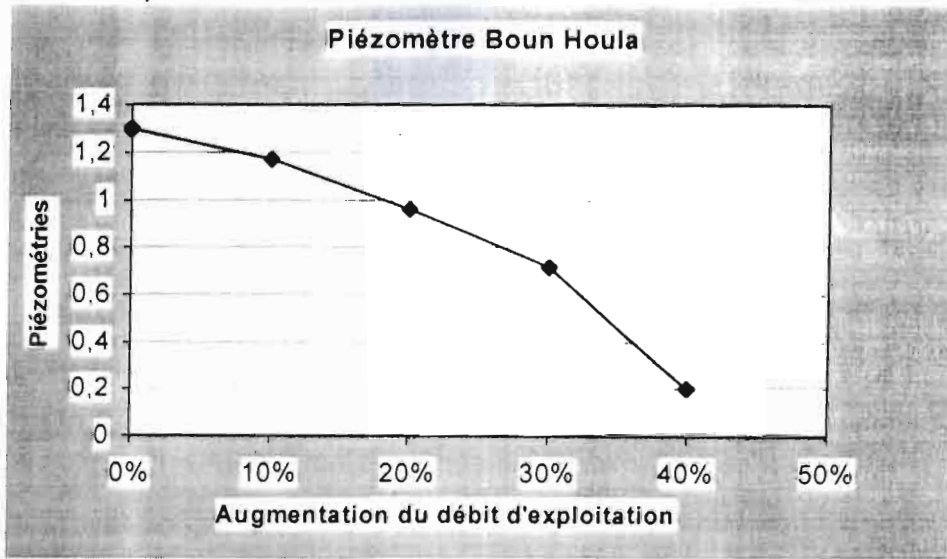
Rabattements de la nappe suivant l'augmentation du débit



Résultats de la simulation.



Résultats de la simulation.



Résultats de la simulation.

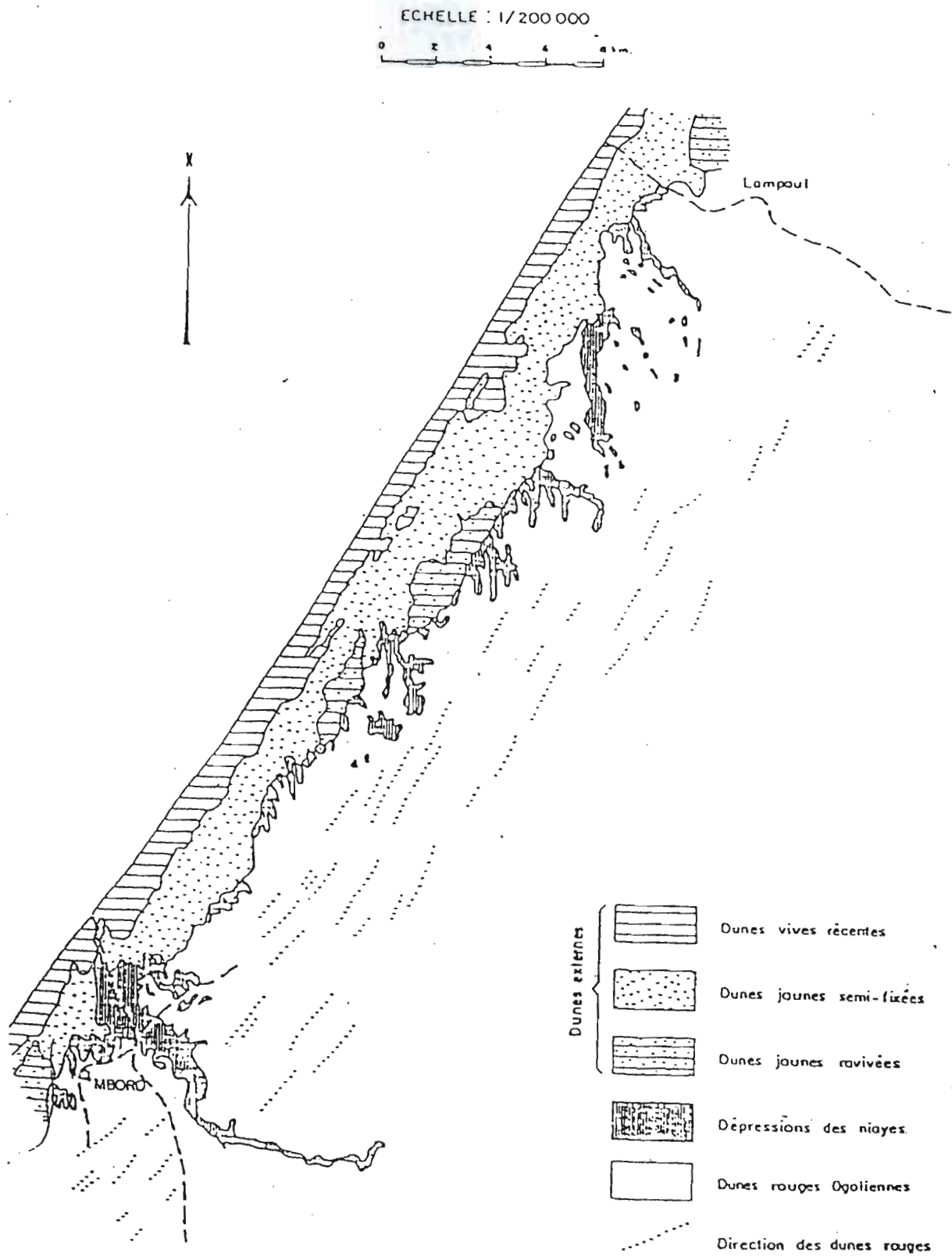


Fig.2: Géomorphologie de la zone des niayes (in Fohlen, 1983)

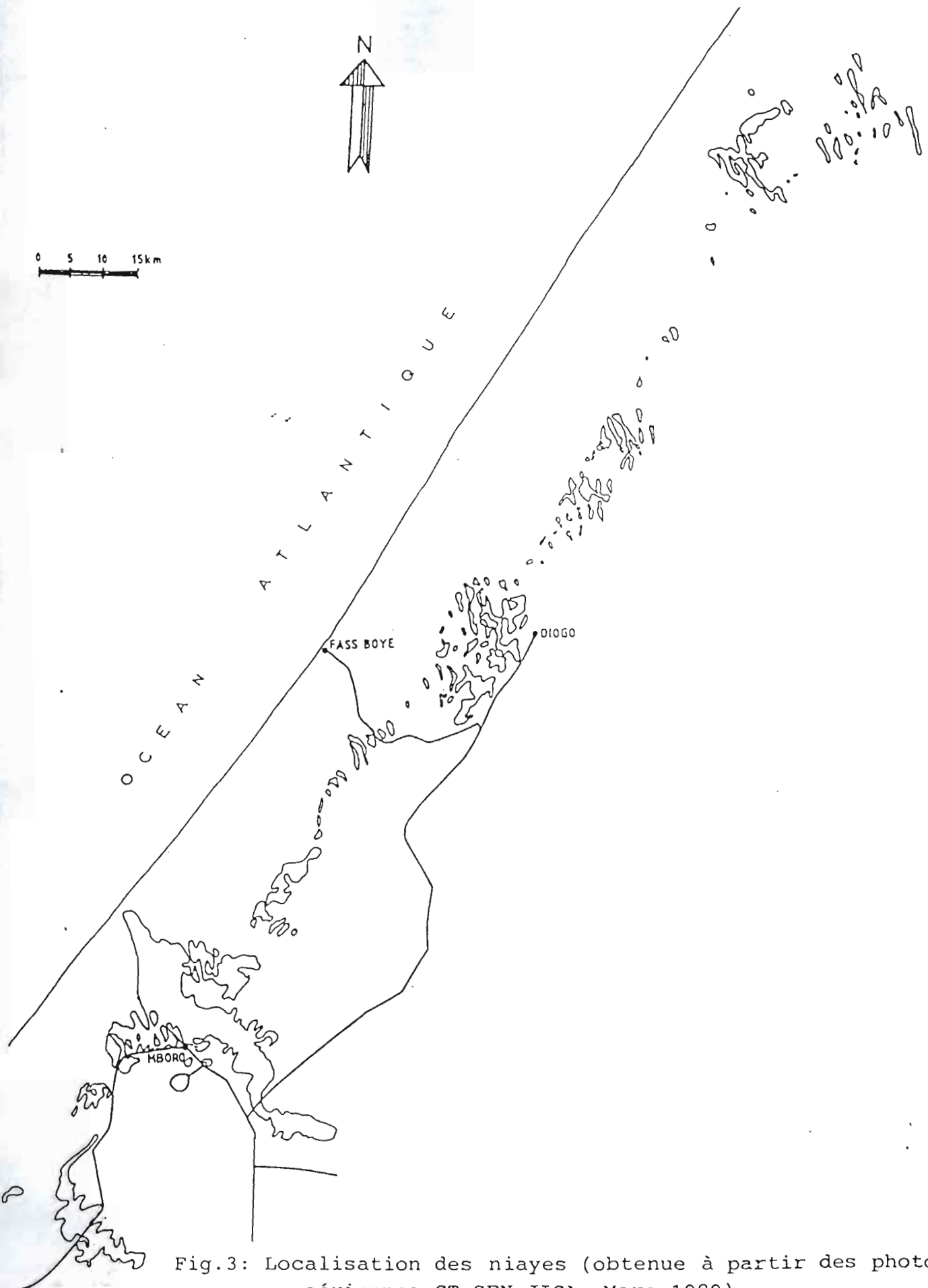


Fig.3: Localisation des niayes (obtenue à partir des photos aériennes CT-SEN-JICA, Mars 1989)